P R E F A Ț Ă

Există ***evenimente rarisime***, capabile să influențeze semnificativ istoria, la originea cărora a stat, de cele mai multe ori, o inspirație, o decizie sau o acțiune de moment.

Apariţia SUPERMATEMATICII este unul dintre ele.

La apariţia supermatematicii, după relatările autorului, au stat vibraţiile apărute pe ecranul aparatelor **Bruel** & **Kjaer** din Laboratorul de Vibraţii la Maşini-Unelte al Universităţii din Stuttgart, in care a activat cu o bursa DAAD timp de 14 luni. Imaginile, care erau considerate funcţii sinusoidale, deşi maximele şi minimele acestora erau aproape invizibil deplasate, dar vizibil deplasate pentru un expert în grafică, precum autorul, s-au dovedit ulterior a fi funcţii numite apoi supermatematice sinusoidale excentrice şi notate acum cu sexθ, cele de variabilă excentrică şi cu Sexα cele de variabilă centrică. Acesta a fost inceputul …începutului.

Fară a forța nota și fără a exagera, considerăm **SUPERMATEMATICA (SM)** ca o descoperire românească de prestigiu, ca un corolar al acordării unei atente dezvoltări ştinţelor matematice în România în ultima perioadă.

La randul ei, **SM** va putea cu siguranţă contribui la o noua şi accentuată dezvoltare a matematicii şi a multor altor ştiinţe tehnice. Deoarece aşa cum consideră unii profesori de prestigiu din domeniul matematicii din USA şi nu numai, i-am numit pe Prof. Dr. Math. **Malvina Baica** de la ***Universitatea Wisconsins***, membră a Academiei de Ştiinte din New-York şi pe Prof. Dr. Math. **Florentin Smarandache**, şeful Departamentului de Ştiinţă şi Matematica a ***Univerităţii Gallup din New Mexico***, **SM** este "*Matematica Viitorului*", respectiv, este **"Matematica Mileniului III ".**

SM s-a conturat într-o perioadă de peste 5 decenii, iar autorul ei, Prof. Ing. Mircea Eugen Șelariu, încă trudește la evidențierea a noi valențe, căci resursele temei se dovedesc a fi inepuizabile.

De altfel, majoritatea comunicărilor autorului, la diferite sesiuni științifice din țară sau străinătate, precum și articolele postate pe rețele Internet, au fost reunite în mai multe volume, care evocă munca asiduă depusă de autor în acest domeniu, precum:

- "**SUPERMATEMATICA. Fundamente"**, vol.I (486 pagini) și vol.II (427 pag.) (EDITURA POLITEHNICA TIMIȘOARA – 2007 ediţia 1-a color şi ediţia a 2-a din 2012 alb / negru distinsă cu "***Diploma AGIR***" în domeniul "***Tehnologia Informaţiei-IT***" ;
- **MATEMATICA ATOMICĂ** (211 pag. format A4), Editura de Vest din Timişoara;
- **MĂREȚIA ȘI NEMĂRGINIREA SUPERMATEMATICII,** din **SM** Vol. III ;
- **FUNCȚII SM SUPERNOVE,** din **SM** Vol. IV, volum căruia îi este dedicată prezenta **PREFAȚĂ.**

Așadar, după monumentalele scrieri ale **Fundamentelor SUPERMATEMATICII, *care justifică multiplicarea de la unu la infinit a tuturor entităților cu care operează matematica tradițională*,** după **MATEMATICA ATOMICĂ,** potrivit căreia numerele sunt atomii MATEMATICII, iar cífrele – particule elementare, după aspectele inedite și de netăgăduit, relévate în **MĂREȚIA ȘI NEMĂRGINIREA SUPERMATEMATICII,** iată că apariția **FUNCȚIILOR SM SUPERNOVE** ne oferă din nou prilejul de a admira alte ,,roade" spectaculoase ale **SUPERMATEMATICII.**

Conștient că **,,novele"**și, evident, ,,**supernovele**" nu sunt cuvinte uzuale, întrate în vorbirea curentă, autorul găsește de cuviință să prezinte, într-un amplu expozeu, semnificația lor. Astfel, redă textual din *Wikipedia* : *"**Nova** este o explozie a unei stele care face ca steaua respectivă să devină mai strălucitoare, apoi să revină la forma inițială.*

***Novele** fac parte din **sisteme binare**, sau duble, care se numesc **variabile cataclismice**. Mai demult astronomii foloseau termenul de **nova** (în latină **nova**, plural **novae = nouă, noi - s.n.**) pentru a descrie toate corpurile cerești care deveneau brusc vizibile cu ochiul liber*.

O denumire mai bună pentru ***noile* funcţii supermatematice** (**FSM**), rezultate prin combinarea simultană a **două** curbe generatoare (***sisteme binare***), autorul, după propria-i mărturisire, ,,***n-a fost în stare să găsească***".

Fiind vorba despre niște funcții / reprezentări absolut originale, insolite, tot autorul consideră că e de datoria sa să precizeze, și citez .. "**funcţiile supernove**, sunt funcţii complet ***noi*** introduse în matematică, ***binare***, definite pe două curbe matematice sau supermatematice simultan, ***apărând brusc*** şi având o "***strălucire***" ieşită din comun, având similitudini evidente cu ***stelele supernove*** !"

În chiar capitolele introductive sunt evidențiate variante de **FUNCȚII SUPERMATEMATICE SUPERNOVE**: ***circularoeliptice*** și ***elipticocirculare***, ***circularohiperbolice*** și ***hiperbolicocirculare***, ***hiper-bolicoeliptice*** și ***elipticohiperbolice*** etc. și enumerarea este departe de a fi completă.

Nu sunt ignorate nici **FUNCȚIILE SUPERNOVE EXCENTRICE MODIFICATE**, categorie care include ***funcții supernove cosorex***, ***sinorex***, ***cosodex*** și ***sinodex***, după cum nici **FUNCȚIILE SUPERNOVE TRILOBICE** nu sunt trecute cu vederea.

Un capitol distinct este dedicat **FUNCȚIILOR SUPERNOVE CU COSINUSURI ȘI SINUSURI SUPERMATEMATICE,** care include, în secțiunea finală, **FUNCȚIILE SUPERNOVE CU FUNCȚII ELIPTICE.**

Este tratată *in extenso* și problematica **FUNCȚIILOR SUPERNOVE OBȚINUTE PRIN METODE DE APROXIMARE,** cu accent pe **UTILIZAREA SERIEI FUNCȚIEI JACOBI LA GENERAREA UNOR FUNCŢII SUPERNOVE.**

30 de pagini sunt dedicate **FUNCŢIILOR SUPERMATEMATICE CIRCULARE EXCENTRICE SUPERNOVE INVERSE ,** după cum **CURBELOR SUPERNOVE STRÂMBE** li se acordă o atenție specială, respectiv se reamintește semnificația **CURBELOR SPECIALE UNICE**, a **CURBELOR 3D VECHI** și **NOI**, a **CURBELOR STRÂMBE în 3D.**

Trebuie remarcat în mod special faptul că lucrarea prefațată multiplică enorm de mult, ca număr, semnificație și complexitate, ..categoria" **STRÂMBELOR**, "sortiment" tratat oarecum superficial și extrem de sumar în matematica tradițională.

Nu sunt ignorate nici **curbele**, denumite şi **figuri** sau franjuri **Lissajous,** după numele matematicia-nului francez **Jules Antoine Lissajous**.

Formația de bază, inginerească, a autorului, respectiv anii de activitate efectivă ,,în câmpul muncii", îl îndreptățesc să facă afirmații de genul ,, Din punct de vedere mecanic şi, mai precis, al dinamicii unui punct material, figurile **Lissajous centrice** reprezintă traiectoria în plan a unui punct forţat să participe simultan la două oscilaţii armonice, după cele două direcţii perpendiculare din plan", iar consecință a unor varii și nenumărate ,,interconexiuni", explicitate prin reprezentări grafice de excepție, se concluzionează, în deplină concordanță cu tematica acestui nou volum, faptul că **funcțiile circulare centrice,** evident în **3D,** precum şi **funcţiile circulare excentrice** în **3D plane şi strâmbe**, constituie **funcții supernove.**

Consecvent cu cele afirmate într-un alineat anterior, în penultimul capitol se reia ,,problema strâmbelor", de astă dată provenite prin ,,strâmbare"..! Astfel, prin strâmbarea dreptelor rezultă **NOVE și SUPERNOVE LINIARE,** prin strâmbarea funcțiilor trigonometrice –**SUPERNOVE TRIGONOMETRICE**, prin strâmbarea tangentelor – **SUPERNOVE TANGENTE**, prin strâmbarea cercului –**SUPERNOVE CIRCULARE**, prin strâmbarea pătratului – **SUPERNOVE PĂTRATE**, prin strâmbarea triunghiului – **SUPERNOVE TRIUNGHIULARE,** și –în general- prin strâmbarea obiectelor 3D – **SUPERNOVE** ale **OBIECTELOR 3D** .

Interesantă este și mențiunea potrivit căreia prin modificarea ecuațiilor parametrice ale unui cub se pot obține **SUPERNOVE** originale, care, potrivit autorului, vor fi denumite, în onoarea renumitului matematician american de origine română, **Florentin Smarandache,** șeful Departamentului de Știință și Matematică al Universității din New Mexico, „**NOVE și SUPERNOVE SMARANDACHE” !**

Fără îndoială, sunt multe de menționat, dar, oricum, într-o Prefață de 2-3 pagini, nu pot „încăpea” decât unele referințe sumare.

Cunoscând, de-acum, conținutul volumelor publicate anterior și, bineînțeles, al celui de față, pot afirma, fără a avea vreun interes să-l flatez , că Dl. Prof. Ing. Mircea Eugen Șelariu este un INTELECTUAL DE TOP, care continuă să descopere noi valențe ale ***SUPERMATEMATICII***, cunoștințe extrem de utile pentru prezent și viitor. Nu o face pentru bani, nici pentru glorie efemeră, ci pentru a se valorifica, cel puțin în viitorul apropiat, „tainele” ascunse ale matematicii tradiționale.

Trebuie menţionat faptul că articole de Supermatematica ale autorului au fost susţinute şi publicate la Congresul Mondial de Matamatică din China, cu sprijinul profesorului Smarandache şi publicate în mai multe reviste internationale de specialitate. Două albume, bazate pe funcţii supermatematice, intitulate “**Techno-Art of Selariu Supermathematics Functions**” au aparut în USA, în Editura “American Research Press” , vol I în anul 2007 şi vol. II în anul 2015. Volumul III “techno_art of Selariu Supermathematics Fuinctions” poate fi accesat pe http://fs.unm.edu/SelariuTechnoArt3.pdf **.**

Un profesor de matematică român stabilit în Grecia (v.grigoras67@gmail.com) a declarat că va traduce aceste lucrări în limba greacă modernă pe care o posedă.

Sunt convins că personalități deosebite din mediul universitar, somități consacrate „slujirii” **MATEMATICII** din țară și de pe mapamond au apreciat superlativ apariția **SUPERMATEMATICII** și-i urmăresc cu interes „evoluția”, evoluție de care se face „vinovat” M.E.S. (Mircea Eugen Șelariu).

Prof.Ing. Ioan Ghiocel

P R E F A Ţ Ă

Există ***evenimente rarissime***, capabile să influențeze semnificativ istoria, la originea cărora a stat, de cele mai multe ori, o inspirație / decizie / acțiune de moment.

Cucerirea Bizanțului (29 mai 1453), **Descoperirea Oceanului Pacific** (25 sept.1513), **Waterloo** (18 iunie 1815) etc.etc. sunt numai câteva dintre acestea.

Stefan Zweig le definește prin fericita sintagmă: **ORELE ASTRALE ALE OMENIRII** (vezi **op**ul omonim, E.M.,Buc.1976).

Fară a forța nota și fără a exagera excesiv, consider că, dac-ar mai trăi S.Z. și s-ar pune problema reeditării susmenționatei cărți, operațiunea va comporta necesarmente cel putin o adăugire (la cele **10 ORE ASTRALE** evocate in ed.1976) : **Apariţia SUPERMATEMATICII.** Iar dacă cele 10 ore astrale menționate anterior au o **dată** calendaristică de început, **SUPERMATEMATICA** s-a conturat într-o **perioadă** de peste 4 decenii, iar autorul ei, Prof. Ing. Mircea Eugen Șelariu, încă trudește la evidențierea a noi valențe, căci resursele temei se dovedesc a fi inepuizabile.

De altfel, majoritatea comunicărilor autorului, la diferite sesiuni științifice din țară sau străinătate, precum și articolele postate pe rețele Internet, au fost reunite în mai multe volume : ”**SUPERMATEMATICA. Fundamente”**, vol.I (486 pagini) și vol.II (427 pag.) (EDITURA POLITEH-NICA TIMIȘOARA - 2012), **MATEMATICA ATOMICĂ** (211 pag. format A4 – EDITURA DE VEST TIMIȘOARA -2017), în curs de apariție fiind **MĂREȚIA ȘI NEMĂRGINIREA SUPERMATEMATICII,** respectiv **FUNCȚII SUPERNOVE,** volum căruia îi este dedicată prezenta PREFAȚĂ**.**

Așadar, după monumentalele scrieri ale **Fundamentelor SUPERMATEMATICII,** ***care justifică multiplicarea de la unu la infinit a tuturor entităților cu care operează matematica tradițională / conservatoare***, după **MATEMATICA ATOMICĂ,** potrivit căreia numerele sunt atomii MATEMATICII, iar cífrele – particule elementare, după aspectele inedite și de netăgăduit, relévate în **MĂREȚIA ȘI NEMĂRGINIREA SUPERMATEMATICII,** iată că apariția **FUNCȚIILOR SUPERNOVE** ne oferă din nou prilejul de a admira alte ,,roade” spectaculoase ale **SUPERMATEMATICII.**

Conștient că **,,novele”**și, evident, ,,**supernovele**” nu sunt cuvinte uzuale. Intrate în vorbirea curentă, autorul găsește de cuviință să prezinte ,într-un amplu expozeu, semnificația lor. Astfel, redă textual din *Wikipedia* : ***“Nova*** *este o explozie a unei stele care face ca steaua respectivă să devină mai strălucitoare, apoi să revină la forma inițială.*

Novele *fac parte din* ***sisteme binare****, sau duble, care se numesc variabile cataclismice. Mai demult astronomii foloseau termenul de* ***nova*** *(în latină* ***nova****, plural* ***novae = nouă, noi - s.n.****) pentru a descrie toate corpurile cerești care deveneau brusc vizibile cu ochiul liber. Astăzi, astronomii pot să deosebească novele de supernove (asemenea novelor dar care își schimbă forma inițială) cu o tehnologie numită spectroscopie.”*

O denumire mai bună pentru ***noile*** **funcţii supermatematice** (**FSM**), rezultate prin combinarea simultană a două curbe generatoare (***sisteme binare***), autorul, după propria-i mărturisire, ,,n-a fost în stare să găsească”.

Fiind vorba despre niște funcții / reprezentări absolut originale, insolite, tot autorul consideră că e de datoria sa să precizeze, și citez .. ”**funcţiile supernove**, sunt funcţii complet ***noi*** introduse în matematică, ***binare***, definite pe două curbe matematice sau supermatematice simultan, ***apărând brusc*** şi având o “***strălucire***” ieşită din comun, având similitudini evidente cu ***stelele supernove*** !”

În chiar capitolele introductive sunt evidențiate variante de **FUNCȚII SUPERMATEMATICE SUPERNOVE**: ***circularoeliptice*** și ***eliptico-circulare***, ***circularohiperbolice*** și ***hiperbolicocirculare***, ***hiper-bolicoeliptice*** și ***elipticohiperbolice*** etc. și enumerarea este departe de a fi completă.

Nu sunt ignorate nici **FUNCȚIILE SUPERNOVE EXCENTRICE MODIFICATE**, categorie care include ***funcții supernove cosorex***, ***sinorex***, ***cosodex*** și ***sinodex***, după cum nici **FUNCȚIILE SUPERNOVE TRILOBICE** nu sunt trecute cu vederea.

Un capitol distinct este dedicat **FUNCȚIILOR SUPERNOVE CU COSINUSURI ȘI SINUSURI SUPERMATEMATICE,** care include, în secțiunea finală, **FUNCȚIILE SUPERNOVE CU FUNCȚII ELIPTICE.**

Este tratată *in extenso* și problematica **FUNCȚIILOR SUPERNOVE OBȚINUTE PRIN METODE DE APROXIMARE,** cu accent pe **UTILIZAREA SERIEI FUNCȚIEI JACOBI LA GENERAREA UNOR FUNCȚII SUPERNOVE .**

30 de pagini sunt dedicate **FUNCȚIILOR SUPERMATEMATICE CIRCULARE EXCENTRICE INVERSE SUPERNOVE,** după cum **CURBELOR SUPERNOVE STRÂMBE** li se acordă o atenție specială, respectiv se reamintește semnificația **CURBELOR SPECIALE UNICE**, a **CURBELOR 3D VECHI** și **NOI**, a **STRÂMBELOR PLANE** și a **CURBELOR STRÂMBE în 3D.**

Trebuie remarcat în mod special faptul că lucrarea prefațată multiplică enorm de mult, ca număr, semnificație și complexitate, ..categoria" **STRÂMBELOR**, "sortiment" tratat oarecum superficial și extrem de sumar în matematica tradițională.

Nu sunt ignorate nici **curbele**, denumite şi **figuri** sau franjuri **Lissajous,** după numele matematicia-nului francez **Jules Antoine Lissajous**.

Formația de bază, inginerească, a autorului, respectiv anii de activitate efectivă „în câmpul muncii", îl îndreptățesc să facă afirmații de genul „ Din punct de vedere mecanic şi, mai precis, al dinamicii unui punct material, figurile **Lissajous centrice** reprezintă traiectoria în plan a unui punct forţat să participe simultan la două oscilaţii armonice, după cele două direcţii perpendiculare din plan", iar consecință a unor varii și nenumărate „interconexiuni", explicitate prin reprezentări grafice de excepție, se concluzionează, în deplină concordanță cu tematica acestui nou volum, faptul că **funcțiile circulare centrice,** evident în **3D,** precum şi **funcţiile circulare excentrice** în **3D plane şi strâmbe**, constituie **funcții supernove.**

Consecvent cu cele afirmate într-un alineat anterior, în penultimul capitol se reia „problema strâmbelor", de astă dată prrovenite prin „strâmbare"..! Astfel, prin strâmbarea dreptelor rezultă **NOVE și SUPERNOVE LINIARE,** prin strâmbarea funcțiilor trigonometrice –**SUPERNOVE TRIGONOMETRICE**, prin strâmbarea tangentelor – **SUPERNOVE TANGENTE**, prin strâmbarea cercului –**SUPERNOVE CIRCULARE**, prin strâmbarea pătratului – **SUPERNOVE PĂTRATE**, prin strâmbarea triunghiului – **SUPERNOVE TRIUNGHIULARE,** și –în general- prin strâmbarea obiectelor 3D – **SUPERNOVE** ale **OBIECTELOR 3D** .

Interesantissim este și mențiunea potrivit căreia prin modificarea ecuațiilor parametrice ale unui cub se pot obține **SUPERNOVE** originale, care, potrivit autorului, vor fi denumite, în onoarea renumitului matematician american de origine română, **Florentin Smarandache,** șeful Departamentului de Știință și Matematică al Universității din New Mexico, „**NOVE și SUPERNOVE SMARANDACHE" !**

Distinsul Ing.**Șerban Șelariu,** fiul autorului, fiind atât de familiarizat cu preocupările tatălui său, nu putea să nu se „contamineze", astfel că ne oferă multiple planșe, excelent realizate din punct de vedere grafic, artistic chiar, cu **TORURI SUPERNOVE**, „semnate", cum e și firesc, **Șerban Șelariu.**

Fără îndoială, sunt multe de menționat, dar, oricum, într-o Prefață de 2-3 pagini, nu pot „încăpea" decât unele referințe sumare.

Cunoscând, de-acum, conținutul volumelor publicate anterior și, bineînțeles, al celui de față, pot afirma, fără a avea vreun interes să-l flatez , că Dl. Prof. Ing. Mircea Eugen Șelariu este un INTELECTUAL DE TOP, care continuă să descopere noi valențe ale SUPERMATEMATICII, cunoștințe extrem de utile pentru prezent și viitor. Nu o face pentru bani, nici pentru glorie efemeră, ci pentru a se valorifica, cel puțin în viitorul apropiat, „tainele" ascunse ale matematicii tradiționale.

In acest context, nu mă pot abține să nu-l citez pe **Salvador de Madariaga** (diplomat, născut în Spania, decedat în Elveția): „Graficul acțiunii omului de gândire este o linie frântă compusă din tot atâtea drepte logice tangente la curba sinuoasă a realului". "Dreptele logice", ale autorului prefațat sunt, într-

adevăr, tangente la „curba realului”, „realul” matematicii conservatoare / tradiționale dovedindu-se a fi dormic de înnoire !

Sunt convins că personalități deosebite din mediul universitar, somități consacrate „slujirii” **MATEMATICII** din țară și de pe mapamond au apreciat superlativ apariția **SUPERMATEMATICII** şi-i urmăresc cu interes „evoluția”, evoluție de care se face „vinovat” M.E.S. (Mircea Eugen Șelariu).

Ca de fiecare dată, vor fi și cititori certați cu bunul gust, nemolipsiți cultural, lipsiți până și de complexul de inferioritate, care vor ignora valoarea unei asemenea cărți.

Îl voi cita în încheiere pe marele poet **Nichita Stănescu** : „O obrăznicătură de june neinstruit, acum câteva zile mi-a azvârlit această stupiditate, spunându-mi că lui „**LUCEAFĂRUL**” (poezia eminesciană, n.n.) nu-i spune nimic. I-am spus: să fii sănătos, îți repet fraza goetheană: *când o carte se izbește de un cap și sună a gol, nu tot timpul este de vină cartea!* ”

Prof.Ing. Ioan Ghiocel

P R E F A Ț Ă

Există ***evenimente rarissime***, capabile să influențeze semnificativ istoria, la originea cărora a stat, de cele mai multe ori, o inspirație / decizie / acțiune de moment.

Cucerirea Bizanțului(29 mai 1453), **Descoperirea Oceanului Pacific**(25 sept.1513), **Waterloo**(18 iunie 1815) etc.etc. sunt numai câteva dintre acestea.

Stefan Zweig le definește prin fericita sintagmă: **ORELE ASTRALE ALE OMENIRII** (vezi **op**ul omonim, E.M.,Buc.1976).

Fară a forța nota și fără a exagera excesiv, consider că, dac-ar mai trăi S.Z. și s-ar pune problema reeditării susmenționatei cărți, operațiunea va comporta necesarmente cel putin o adăugire (la cele **10 ORE ASTRALE** evocate in ed.1976) : **Apariția SUPERMATEMATICII** ¡ Iar dacă cele 10 ore astrale menționate anterior au o **dată** calendaristică de început, **SUPER-MATEMATICA** s-a conturat într-o **perioadă** de peste 4 decenii, iar autorul ei, Prof.Ing.Mircea Eugen Șelariu, încă trudește la evidențierea a noi valențe, căci resursele temei se dovedesc a fi inepuizabile.

De altfel, majoritatea comunicărilor autorului, la diferite sesiuni științifice din țară sau străinătate, precum și articolele postate pe rețele Internet, au fost reunite în mai multe volume : **SUPERMATEMATICA –Fundamente**, vol.I (486 pagini ¡) și vol.II (427 pag.) (EDITURA POLITEHNICA TIMIȘOARA - 2012), **MATEMATICA ATOMICĂ** (211 pag. format A4 –EDITURA DE VEST TIMIȘOARA -2017), în curs de apariție fiind **MĂREȚIA ȘI NEMĂRGINIREA SUPERMATEMATICII,** respectiv **FUNCȚII SUPERNOVE,** volum căruia îi este dedicată prezenta PREFAȚĂ**.**

Așadar, după monumentalele scrieri ale **Fundamentelor SUPER-MATEMATICII, *care justifică multiplicarea de la unu la infinit a tuturor entităților cu care operează matematica tradițională / conservatoare***, după **MATEMATICA ATOMICĂ,** potrivit căreia numérele sunt atomii MATEMATICII, iar cífrele – particule elementare, după aspectele inedite și de netăgăduit, relévate în **MĂREȚIA ȘI NEMĂRGINIREA SUPER-MATEMATICII,** iată că apariția **FUNCȚIILOR SUPERNOVE** ne oferă din nou prilejul de a admira alte ,,roade” spectaculoase ale **SUPERMATEMATICII.**

Conștient că **,,novele”**și, , evident, ,,**supernovele**” nu sunt cuvinte uzuale. Intrate în vorbirea curentă, autorul găsește de cuviință să prezinte ,într-un amplu expozeu, semnificația lor. Astfel, redă textual din *Wikipedia* :

*“**Nova** este o explozie a unei stele care face ca steaua respectivă să devină mai strălucitoare, apoi să revină la forma inițială.*

***Novele** fac parte din **sisteme binare**, sau duble, care se numesc variabile cataclismice. Mai demult astronomii foloseau termenul de **nova** (în latină **nova**, plural **novae = nouă, noi - s.n.**) pentru a descrie toate corpurile cerești care deveneau brusc vizibile cu ochiul liber. Astăzi, astronomii pot să deosebească novele de supernove (asemenea novelor dar care își schimbă forma inițială) cu o tehnologie numită spectroscopie.”*

O denumire mai bună pentru ***noile*** funcţii supermatematice (**FSM**), rezultate prin combinarea simultană a **două** curbe generatoare (***sisteme binare***), autorul, după propria-i mărturisire, ,,n-a fost în stare să găsească”.

Fiind vorba despre niște funcții / reprezentări absolut originale, insolite, tot autorul consideră că e de datoria sa să precizeze, și citez .. **funcţiile supernove**, sunt funcţii complet ***noi*** introduse în matematică,

binare, definite pe două curbe matematice sau supermatematice simultan, ***apărând brusc*** şi având o "***strălucire***" ieşită din comun, având similitudini evidente cu ***stelele supernove*** !"

În chiar capitolele introductive sunt evidențiate variante de **FUNCȚII SUPER-MATEMATICE SUPERNOVE**: ***circularoeliptice*** şi ***eliptico-circulare***, ***circularohiperbolice*** şi ***hiperbolicocirculare***, ***hiper-bolicoeliptice*** şi ***elipticohiperbolice*** etc. și enumerarea este departe de a fi completă.

Nu sunt ignorate nici **FUNCȚIILE SUPERNOVE EXCENTRICE MODI-FICATE**, categorie care include ***funcții supernove cosorex***, ***sinorex***, ***cosodex*** și ***sinodex***, după cum nici **FUNCȚIILE SUPERNOVE TRILOBICE** nu sunt trecute cu vederea.

Un capitol distinct este dedicat **FUNCȚIILOR SUPERNOVE CU COSINUSURI ȘI SINUSURI SUPERMATEMATICE,** care include, în secțiunea finală, **FUNCȚIILE SUPERNOVE CU FUNCȚII ELIPTICE.**

Este tratată *in extenso* și problematica **FUNCȚIILOR SUPERNOVE OBȚINUTE PRIN METODE DE APROXIMARE,** cu accent pe **UTILIZAREA SERIEI FUNCȚIEI JACOBI LA GENERAREA UNOR FUNCȚII SUPERNOVE .**

30 de pagini sunt dedicate **FUNCȚIILOR SUPERMATEMATICE CIRCULARE EXCENTRICE INVERSE SUPERNOVE,** după cum **CURBELOR SUPERNOVE STRÂMBE** li se acordă o atenție specială, respectiv se reamintește semnificația **CURBELOR SPECIALE UNICE**, a **CURBELOR 3D VECHI** și **NOI**, a **STRÂMBELOR PLANE** și a **CURBELOR STRÂMBE în 3D.**

Trebuie remarcat în mod special faptul că lucrarea prefațată multiplică enorm de mult, ca număr, semnificație și complexitate, ..categoria" **STRÂMBELOR**, ..sortiment" tratat oarecum superficial și extrem de sumar în matematica tradițională.

Nu sunt ignorate nici **curbele**, denumite și **figuri** sau franjuri **Lissajous,** după numele matematicianului francez **Jules Antoine Lissajous**.

Formația de bază, inginerească, a autorului, respectiv anii de activitate efectivă „în câmpul muncii", îl îndreptățesc să facă afirmații de genul „ Din punct de vedere mecanic şi, mai precis, al dinamicii unui punct material, figurile **Lissajous centrice** reprezintă traiectoria în plan a unui punct forţat să participe simultan la două oscilaţii armonice, după cele două direcţii perpendiculare din plan", iar consecință a unor varii și nenumărate „interconexiuni", explicitate prin reprezentări grafice de excepție, se concluzionează, în deplină concordanță cu tematica acestui nou volum, faptul că **funcțiile circulare centrice,** evident în **3D,** precum și **funcțiile circulare excentrice** în **3D plane și strâmbe**, constituie **funcții supernove.**

Consecvent cu cele afirmate într-un alineat anterior, în penultimul capitol se reia „problema strâmbelor", de astă dată prrovenite prin „strâmbare"..! Astfel, prin strâmbarea dreptelor rezultă **NOVE și SUPERNOVE LINIARE,** prin strâmbarea funcțiilor trigonometrice –**SUPERNOVE TRIGONOMETRICE** , prin strâmbarea tangentelor – **SUPERNOVE TANGENTE**, prin strâmbarea cercului –**SUPERNOVE CIRCULARE**, prin strâmbarea pătratului – **SUPERNOVE PĂTRATE**, prin strâmbarea triunghiului – **SUPERNOVE TRIUNGHIULARE,** și –în general- prin strâmbarea obiectelor 3D – **SUPERNOVE** ale **OBIECTELOR 3D** .

Interesantissim este și mențiunea potrivit căreia prin modificarea ecuațiilor parametrice ale unui cub se pot obține **SUPERNOVE** originale, care, potrivit autorului, vor fi denumite, în onoarea renumitului matematician american de origine română, **Florentin Smarandache,** șeful Departamentului de Știință și Matematică al Universității din New Mexico, „**NOVE și SUPERNOVE SMARANDACHE" !**

Distinsul Ing.**Șerban Șelariu,** fiul autorului, fiind atât de familiarizat cu preocupările tatălui său, nu putea să nu se „contamineze", astfel că ne oferă multiple planșe, excelent realizate din punct de vedere grafic, artistic chiar, cu **TORURI SUPERNOVE**, „semnate", cum e și firesc , **Șerban Șelariu.**

Fără îndoială, sunt multe de menționat, dar, oricum, într-o Prefață de 2-3 pagini, nu pot „încăpea" decât unele referințe sumare.

Cunoscând, de-acum, conținutul volumelor publicate anterior și, bineînțeles, al celui de față, pot afirma, fără a avea vreun interes să-l flatez , că Dl. Prof. Ing. Mircea Eugen Șelariu este un INTELECTUAL DE TOP, care continuă să descopere noi valențe ale SUPERMATEMATICII, cunoștințe extrem de utile

pentru prezent și viitor. Nu o face pentru bani, nici pentru glorie efemeră, ci pentru a se valorifica, cel puțin în viitorul apropiat, ,,tainele" ascunse ale matematicii tradiționale.

In acest context, nu mă pot abține să nu-l citez pe Salvador de Madariaga (diplomat, născut în Spania, decedat în Elveția): ,,Graficul acțiunii omului de gândire este o linie frântă compusă din tot atâtea drepte logice tangente la curba sinuoasă a realului". ..Dreptele logice", ale autorului prefațat sunt, într-adevăr, tangente la ,,curba realului", ,,realul" matematicii conservatoare / tradiționale dovedindu-se a fi dormic de înnoire !

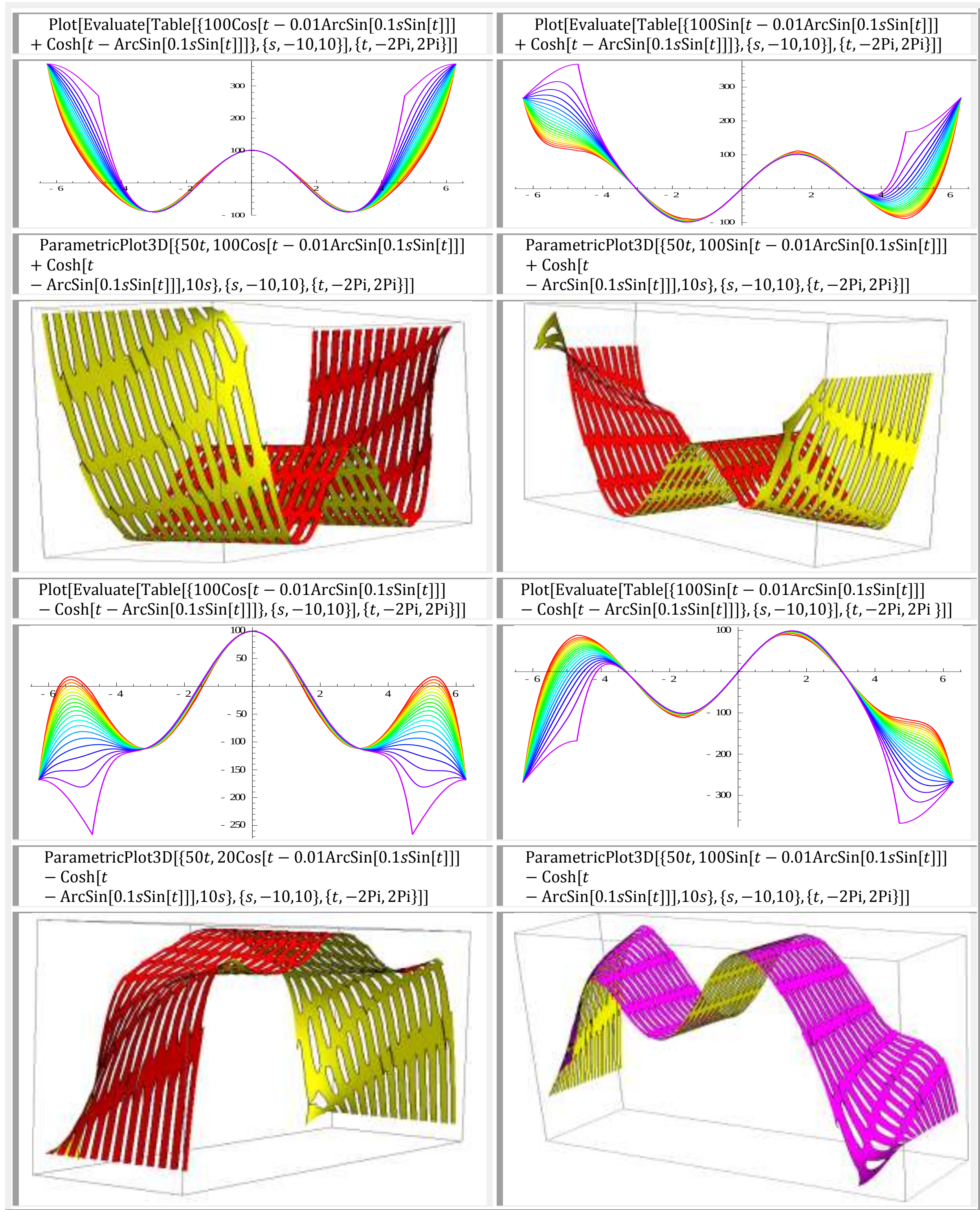
Sunt convins că personalități deosebite din mediul universitar, somități consacrate ,,slujirii" MATEMATICII din țară şi de pe mapamond au apreciat superlativ apariția SUPERMATEMATICII şi-i urmăresc cu interes ,,evoluția", evoluție de care se face ,,vinovat" M.E.S. (Mircea Eugen Șelariu).

Ca de fiecare dată, vor fi şi cititori certați cu bunul gust, nemolipsiți cultural, lipsiți până şi de complexul de inferioritate, care vor ignora valoarea unei asemenea cărți.

Îl voi cita în încheiere pe marele poet Nichita Stănescu : ,,O obrăznicătură de june neinstruit, acum câteva zile mi-a azvârlit această stupiditate, spunându-mi că lui ,,LUCEAFĂRUL" (poezia eminesciană, n.n.) nu-i spune nimic. I-am spus: să fii sănătos, îți repet fraza goetheană: *când o carte se izbește de un cap și sună a gol, nu tot timpul este de vină cartea!* "

Prof.Ing. Ioan Ghiocel

6. FSM CIRCULAROHIPERBOLICE EXCENTRICE



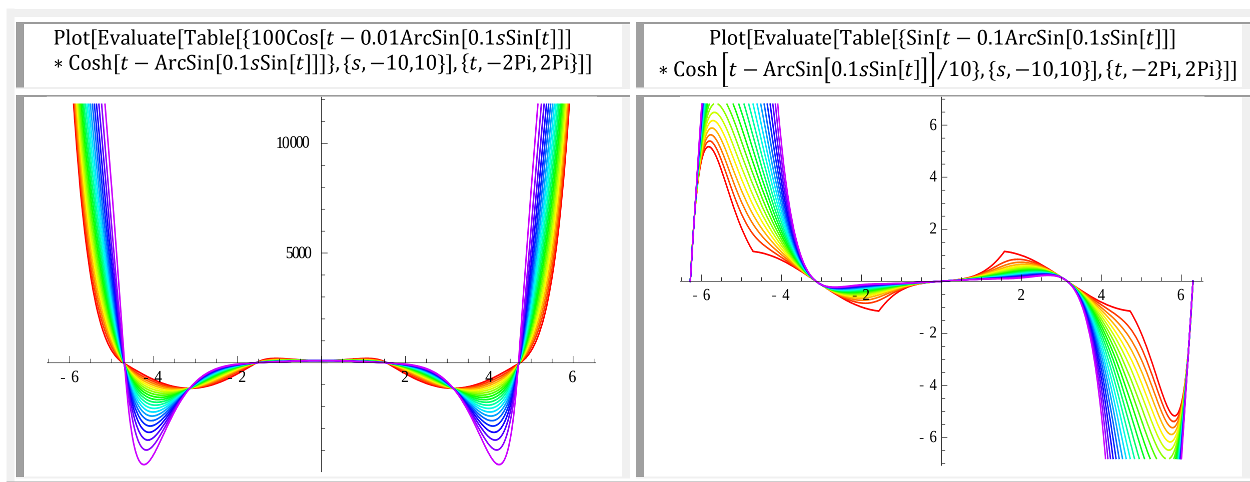
Plot[Evaluate[Table[{100Cos[t − 0.01ArcSin[0.1sSin[t]]] + Sinh[t − ArcSin[0.1sSin[t]]]}, {s, −10,10}], {t, −2Pi, 2Pi}]]

Plot[Evaluate[Table[{100Sin[t − 0.01ArcSin[0.1sSin[t]]] + Sinh[t − ArcSin[0.1sSin[t]]]}, {s, −10,10}], {t, −2Pi, 2Pi}]]

ParametricPlot3D[{50t, 100Cos[t − 0.01ArcSin[0.1sSin[t]]] + Sinh[t − ArcSin[0.1sSin[t]]],10s}, {s, −10,10}, {t, −2Pi, 2Pi}]]

ParametricPlot3D[{50t, 100Sin[t − 0.01ArcSin[0.1sSin[t]]] + Sinh[t − ArcSin[0.1sSin[t]]],10s}, {s, −10,10}, {t, −2Pi, 2Pi}]]

Fig. 19 Graficele FSM excentrice circularohiperbolice
de cosinusuri **cexθ ± cexhθ** ◀ şi de sinusuri **sexθ ± sexhθ** ▶ şi alte combinaţii



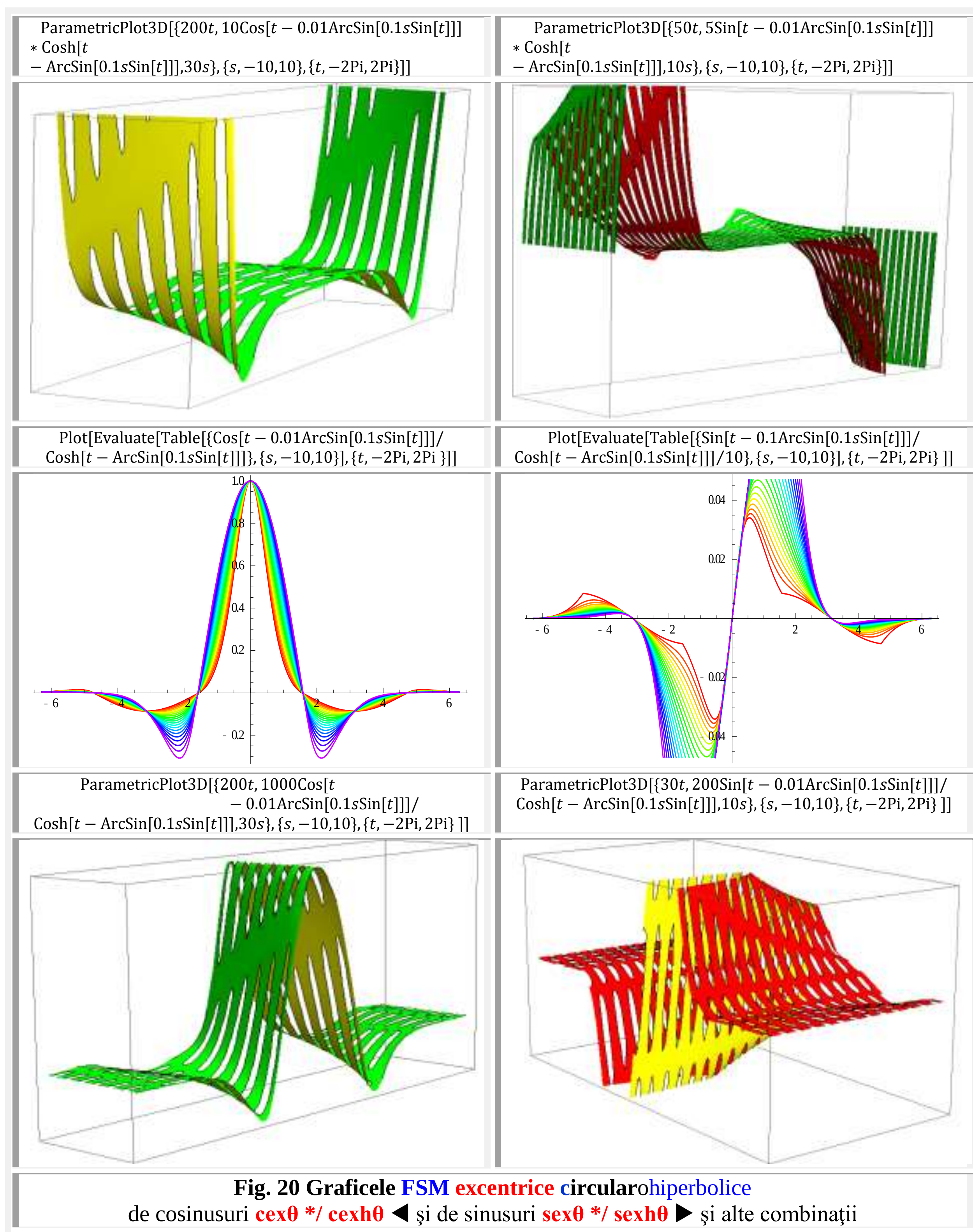


Fig. 20 Graficele FSM excentrice circularohiperbolice
de cosinusuri **cexθ */ cexhθ** ◀ şi de sinusuri **sexθ */ sexhθ** ▶ şi alte combinaţii

7. FSM CIRCULAROHIPERBOLICE

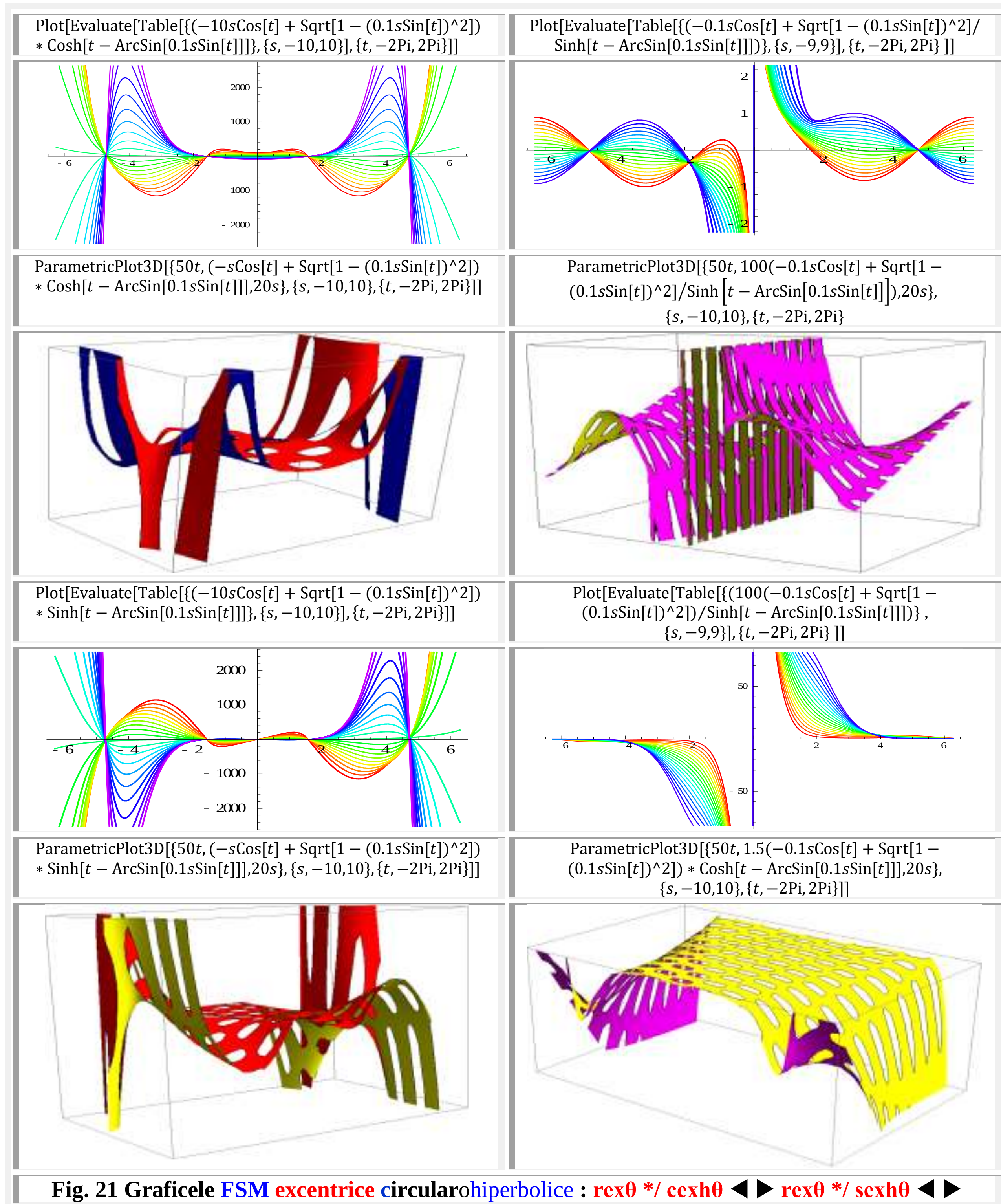


Fig. 21 Graficele FSM excentrice circularohiperbolice **: rexθ */ cexhθ ◀ ▶ rexθ */ sexhθ ◀ ▶**

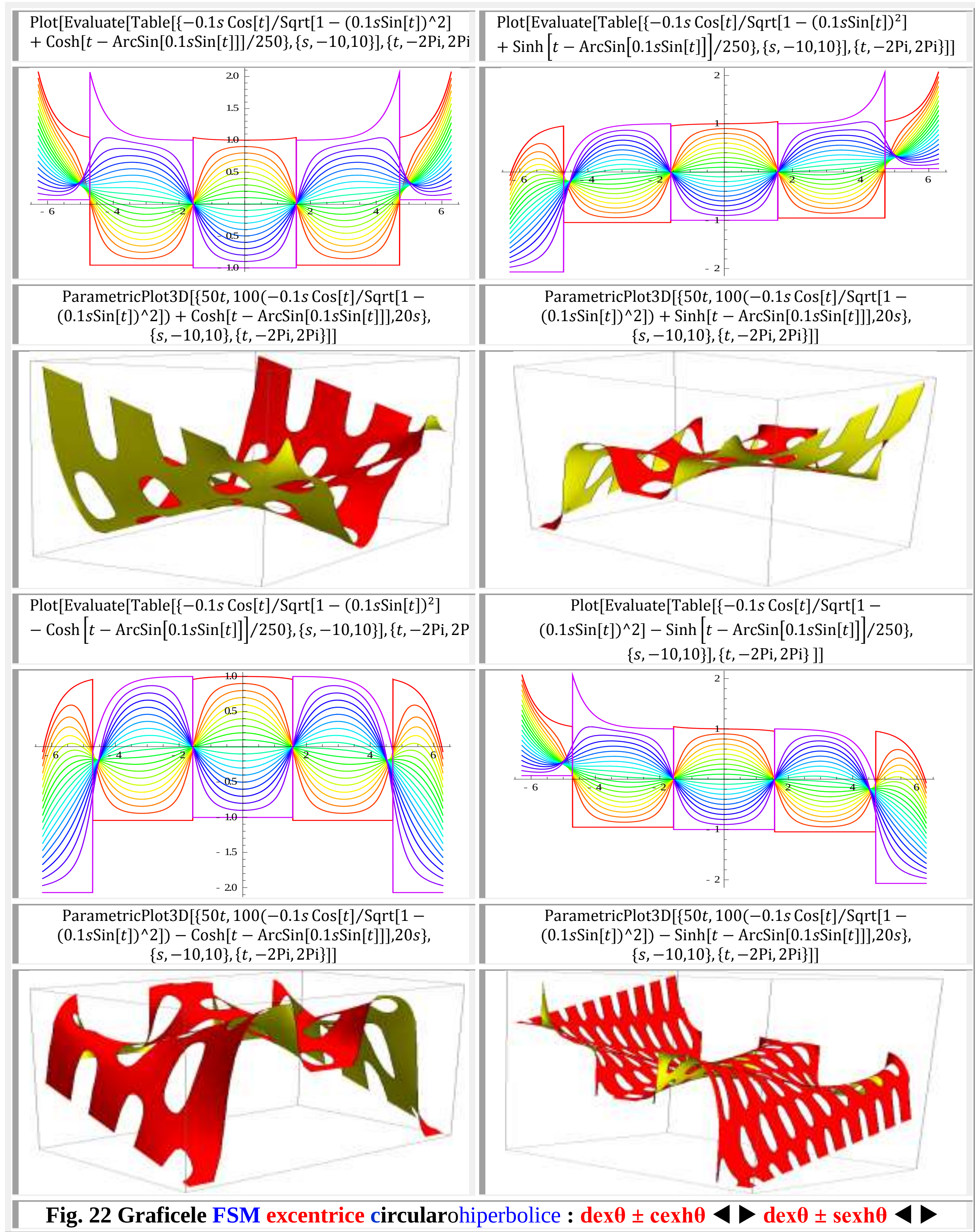


Fig. 22 Graficele FSM excentrice circularohiperbolice : dexθ ± cexhθ ◀ ▶ dexθ ± sexhθ ◀ ▶

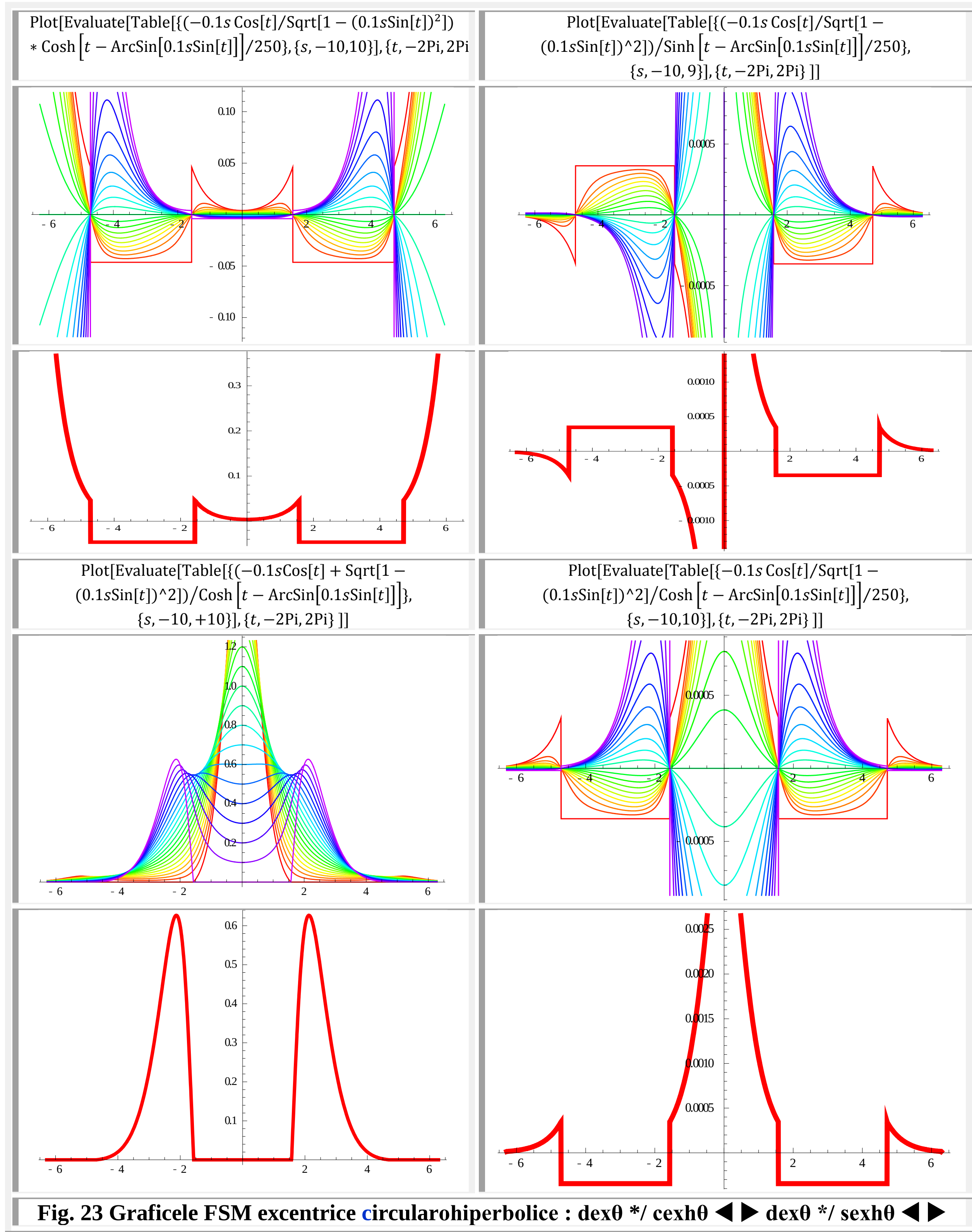
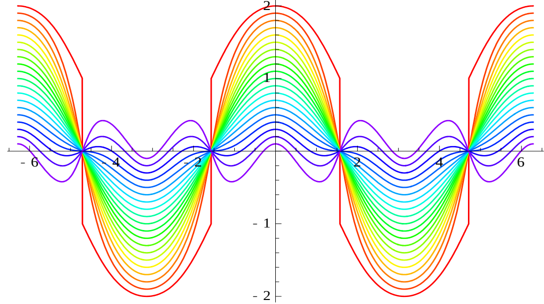


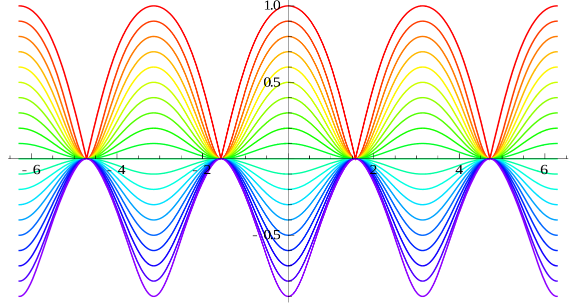
Fig. 23 Graficele FSM excentrice circularohiperbolice : dexθ */ cexhθ ◀ ▶ dexθ */ sexhθ ◀ ▶

8. FSM CIRCULAROELIPTICE

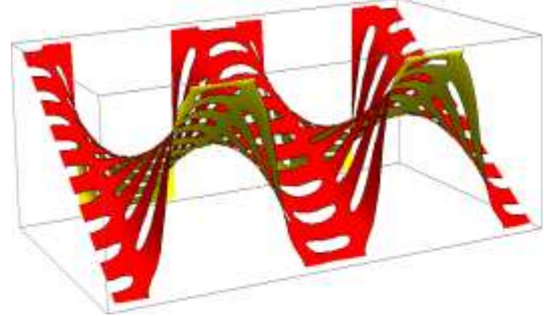
```
Plot[Evaluate[Table[{−0.1s Cos[x]/Sqrt[1 − (0.1sSin[x])^2]
+ JacobiCN[2x EllipticK[0.1s]/Pi , 0.1s]},
{s, −10,10}], {x, −2Pi, 2P} ]]
```



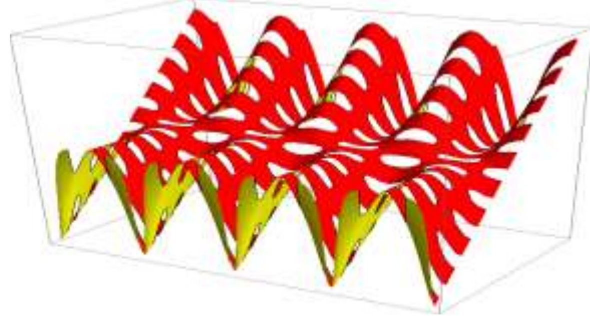
```
Plot[Evaluate[Table[{−0.1s Cos[x]/Sqrt[1 − (0.1sSin[x])^2]
∗ JacobiCN[2x EllipticK[0.1s]/Pi , 0.1s]},
{s, −10,10}], {x, −2Pi, 2Pi} ]]
```



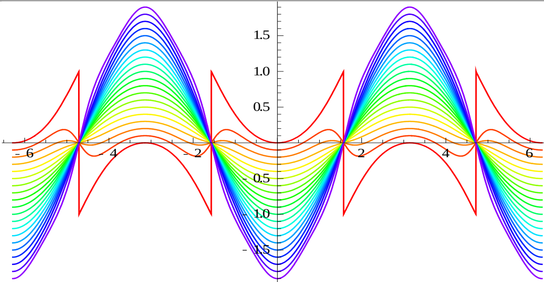
```
ParametricPlot3D[{50x, −10s Cos[x]/Sqrt[1 − (0.1sSin[x])^2]
+ JacobiCN[2x EllipticK[0.1s]/Pi , 0.1s],20s},
{s, −10,10}, {x, −2Pi, 2Pi}]]
```



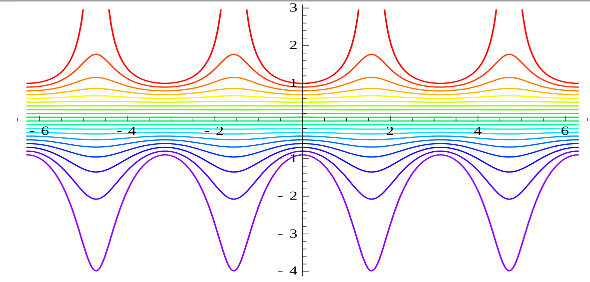
```
ParametricPlot3D[{50x, 3(−10s Cos[x]/Sqrt[1 − (0.1sSin[x])^2])
∗ JacobiCN[2x EllipticK[0.1s]/Pi , 0.1s],20s},
{s, −10,10}, {x, −2Pi, 2Pi}]
```

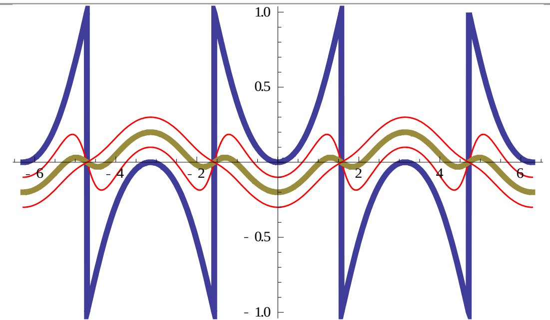


```
Plot[Evaluate[Table[{−0.1s Cos[x]/Sqrt[1 − (0.1sSin[x])^2]
− JacobiCN[2x EllipticK[0.1s]/Pi , 0.1s]},
{s, −10,10}], {x, −2Pi, 2Pi} ]]
```

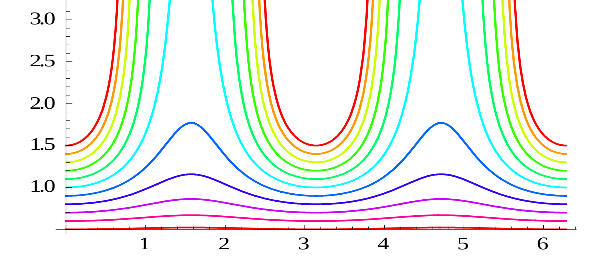


```
Plot[Evaluate[Table[{−0.1s Cos[x]/Sqrt[1 − (0.1sSin[x])^2]
/JacobiCN[2x EllipticK[0.1s]/Pi , 0.1s]},
{s, −10,10}], {x, −2Pi, 2Pi} ]]
```





```
Plot[Evaluate[Table[{−0.1s Cos[x]/Sqrt[1 − (0.1sSin[x])^2]
/JacobiCN[2x EllipticK[0.1s]/Pi , 0.1s]},
{s, −15, −5}], {x, −2Pi, 2Pi} ]]
```



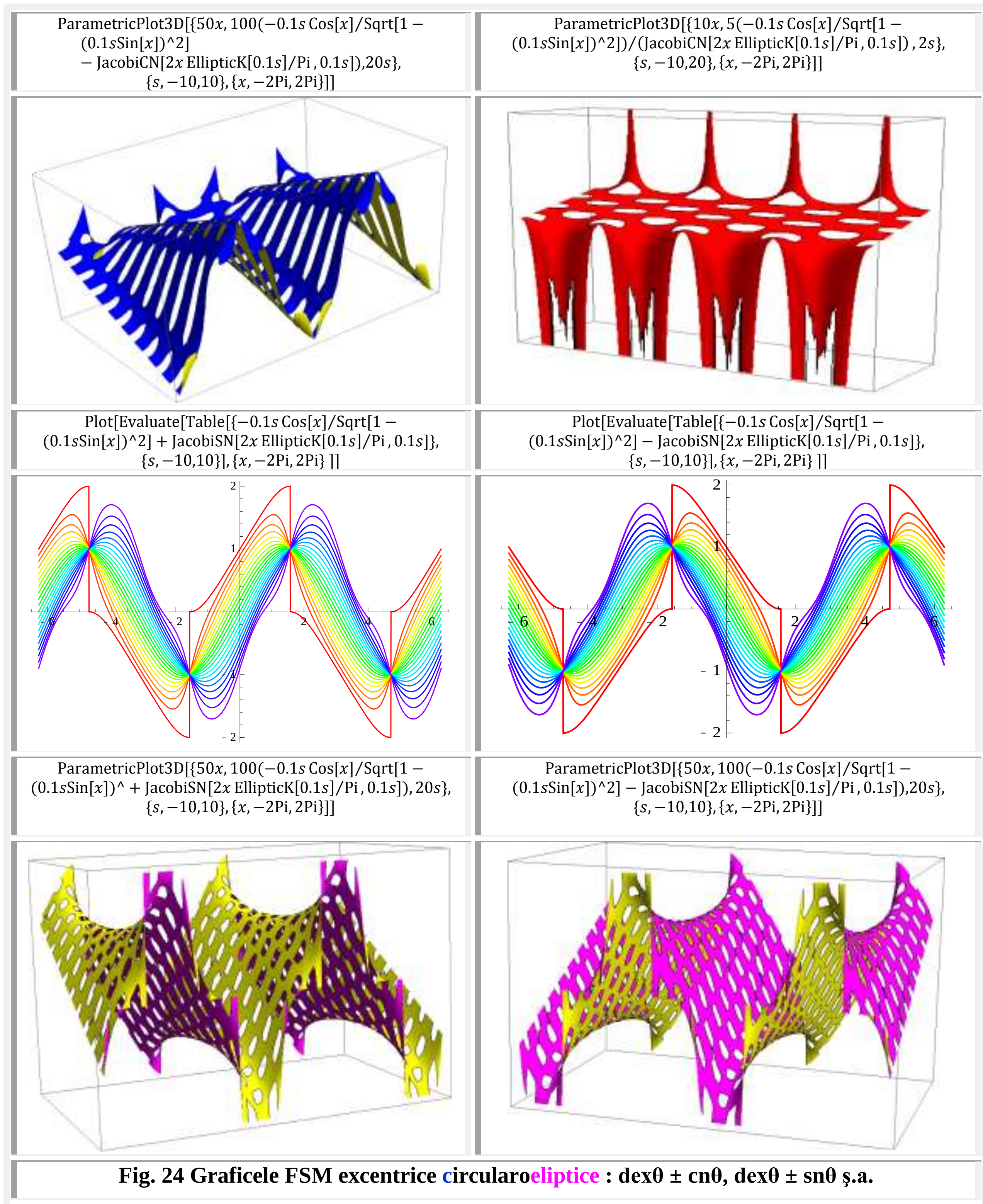
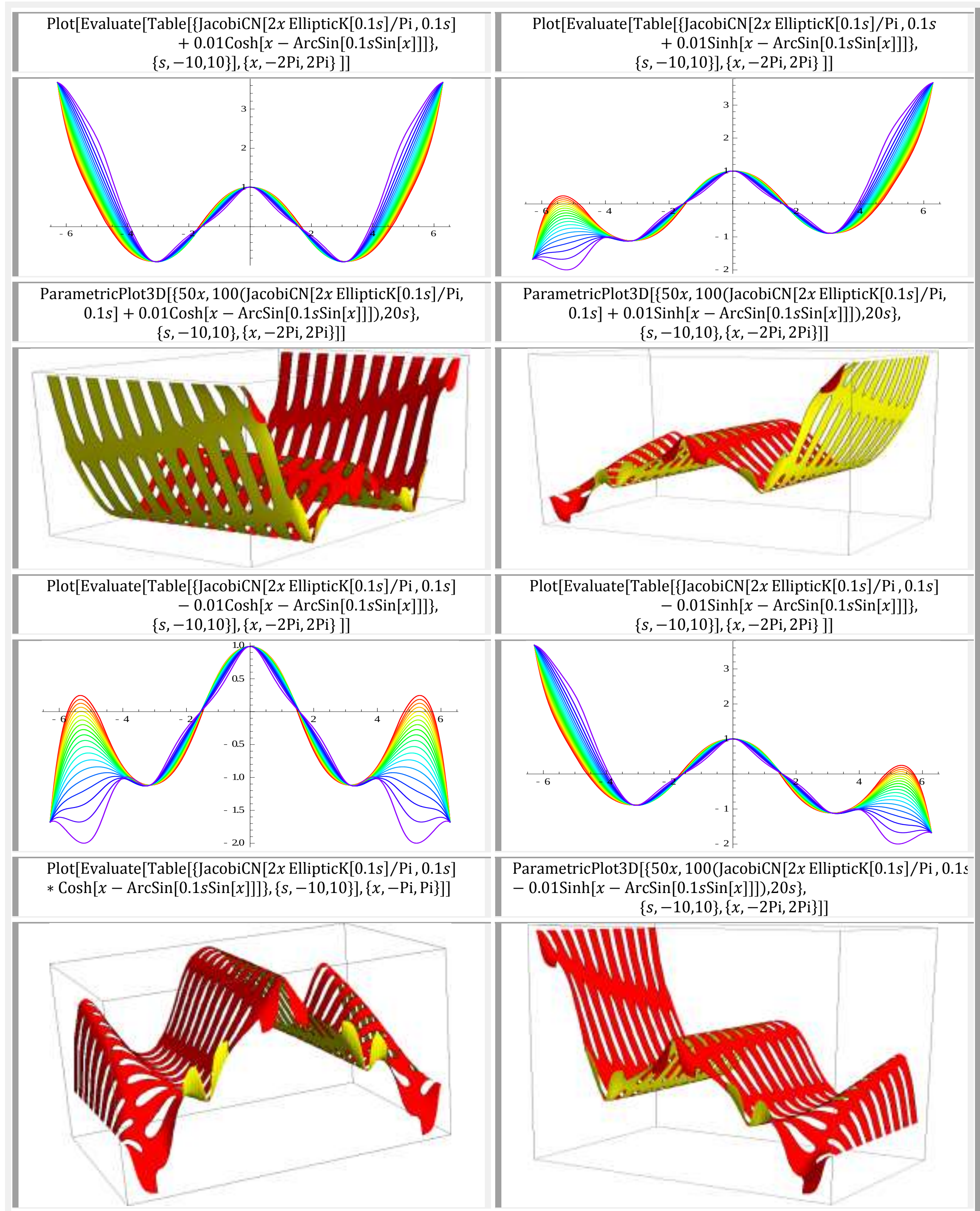


Fig. 24 Graficele FSM excentrice circularoeliptice : dexθ ± cnθ, dexθ ± snθ ş.a.

9. FSM ELIPTICOHIPERBOLICE



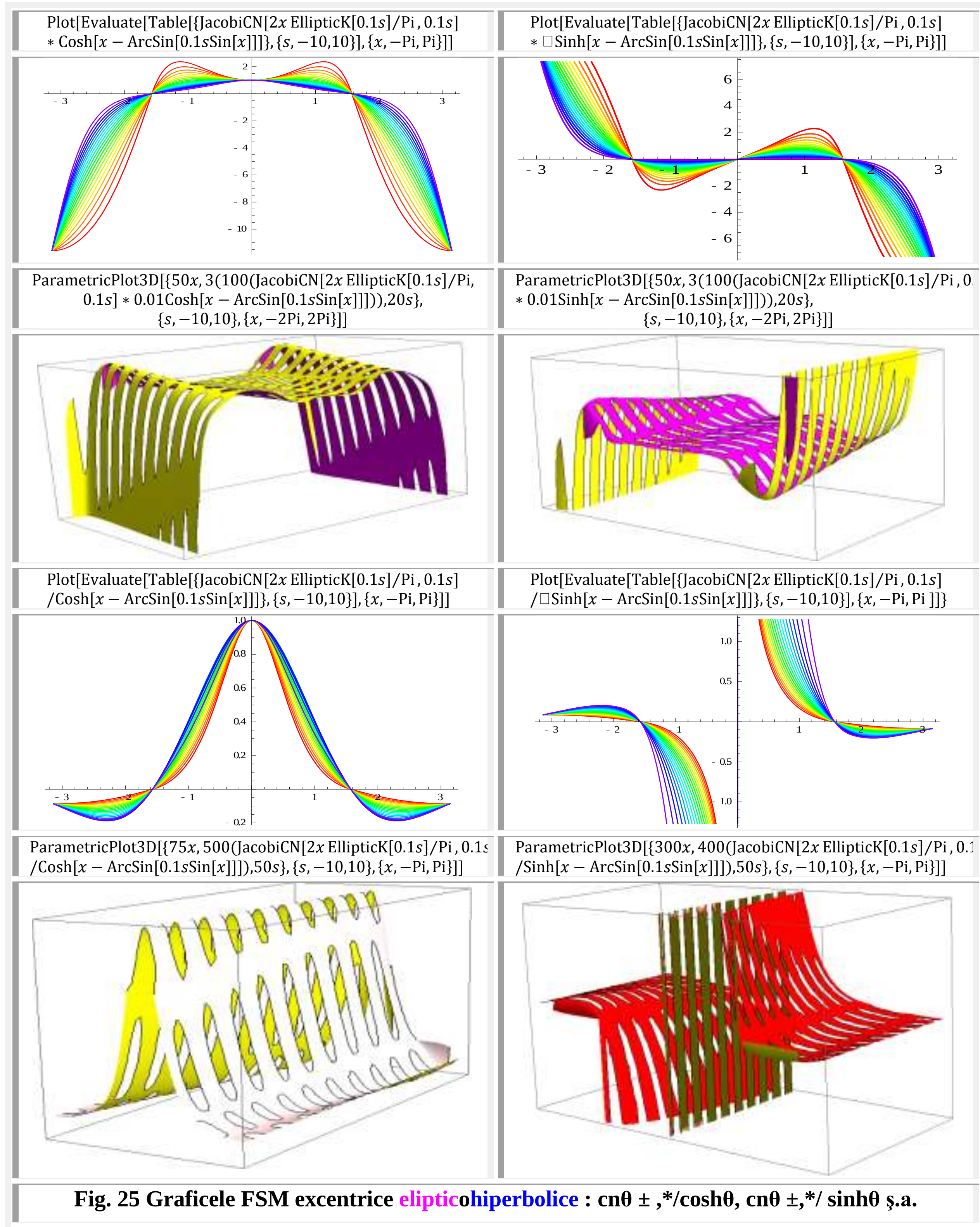
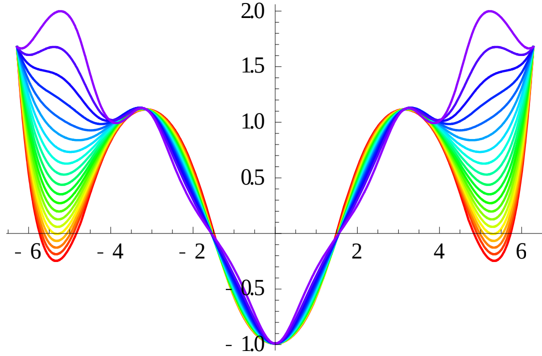


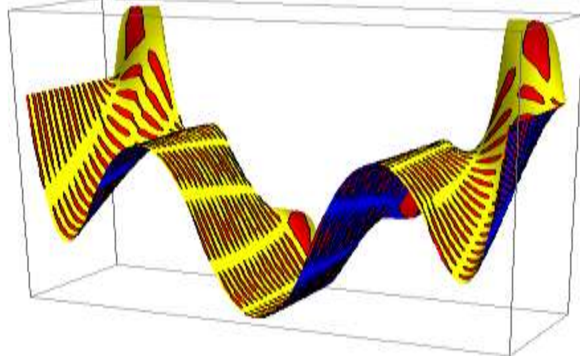
Fig. 25 Graficele FSM excentrice elipticohiperbolice : cnθ ± ,*/coshθ, cnθ ±,*/ sinhθ ş.a.

10. FSM HIPERBOLICOELIPTICE

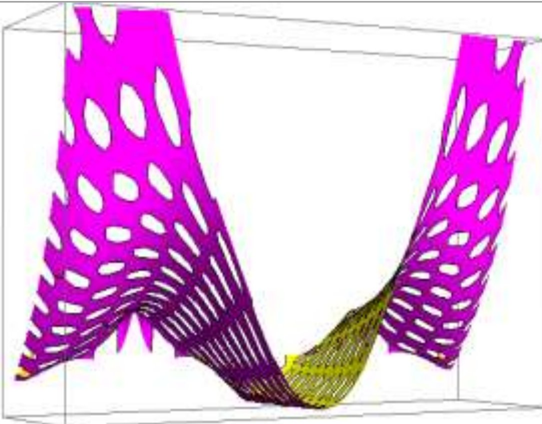
Plot[Evaluate[Table[{0.01Cosh[x − ArcSin[0.1sSin[x]]] − JacobiCN[2x EllipticK[0.1s]/Pi , 0.1s]}, {s, −10,10}], {x, −2Pi, 2Pi}]]



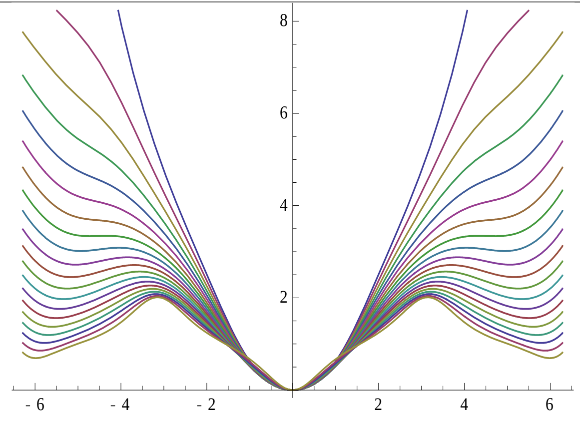
ParametricPlot3D[{x, 3(0.01Cosh[x − ArcSin[0.1sSin[x]]] − JacobiCN[2x EllipticK[0.1s]/Pi , 0.1s]),0.2s}, {s, −10,10}, {x, −2Pi, 2Pi}]]



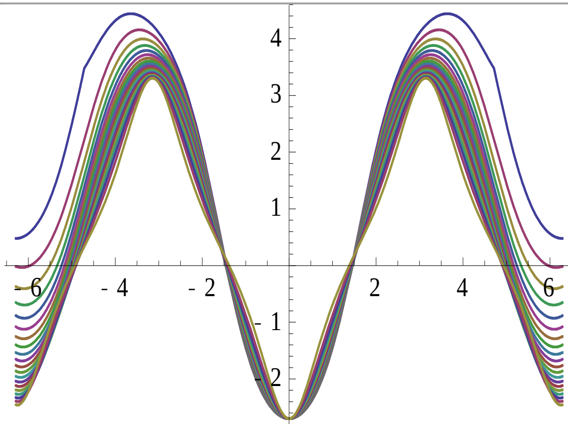
ParametricPlot3D[{x, (Cosh[x/3 − ArcSin[0.1sSin[x/3]]] − JacobiCN[2x EllipticK[0.1s]/Pi , 0.1s]),0.2s}, {s, −10,10}, {x, −2Pi, 2Pi}]]



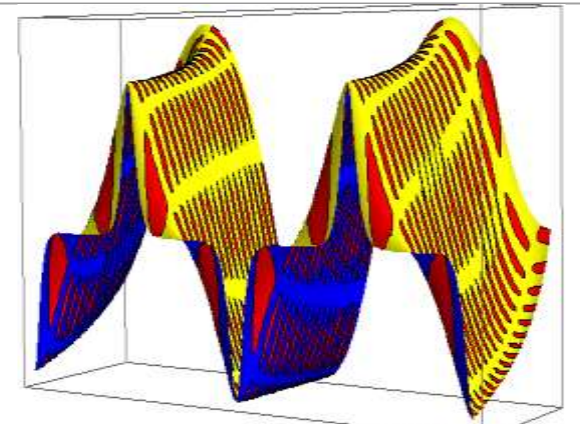
Plot[Evaluate[Table[{Cosh[x/3 − ArcSin[0.1sSin[x/3]]] − JacobiCN[2x EllipticK[0.1s]/Pi , 0.1s]}, {s, −10,10}], {x, −2Pi, 2Pi}]]



Plot[Evaluate[Table[{3(0.1Cosh[x/3 − ArcSin[0.1sSin[x/3]]] − JacobiCN[2x EllipticK[0.1s]/Pi , 0.1s])}, {s, −10,10}], {x, −2Pi, 2Pi}]]



ParametricPlot3D[{x, 3(0.1Cosh[x/3 − ArcSin[0.1sSin[x/3]]] − JacobiCN[2x EllipticK[0.1s]/Pi , 0.1s]),0.2s}, {s, −10,10}, {x, −2Pi, 2Pi}]]



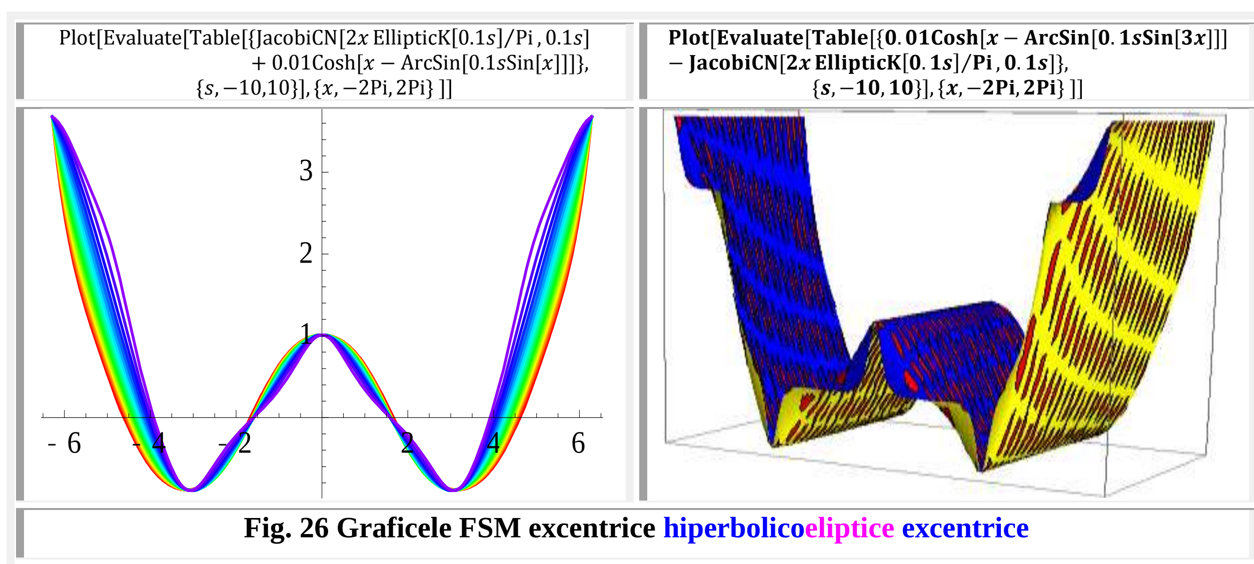
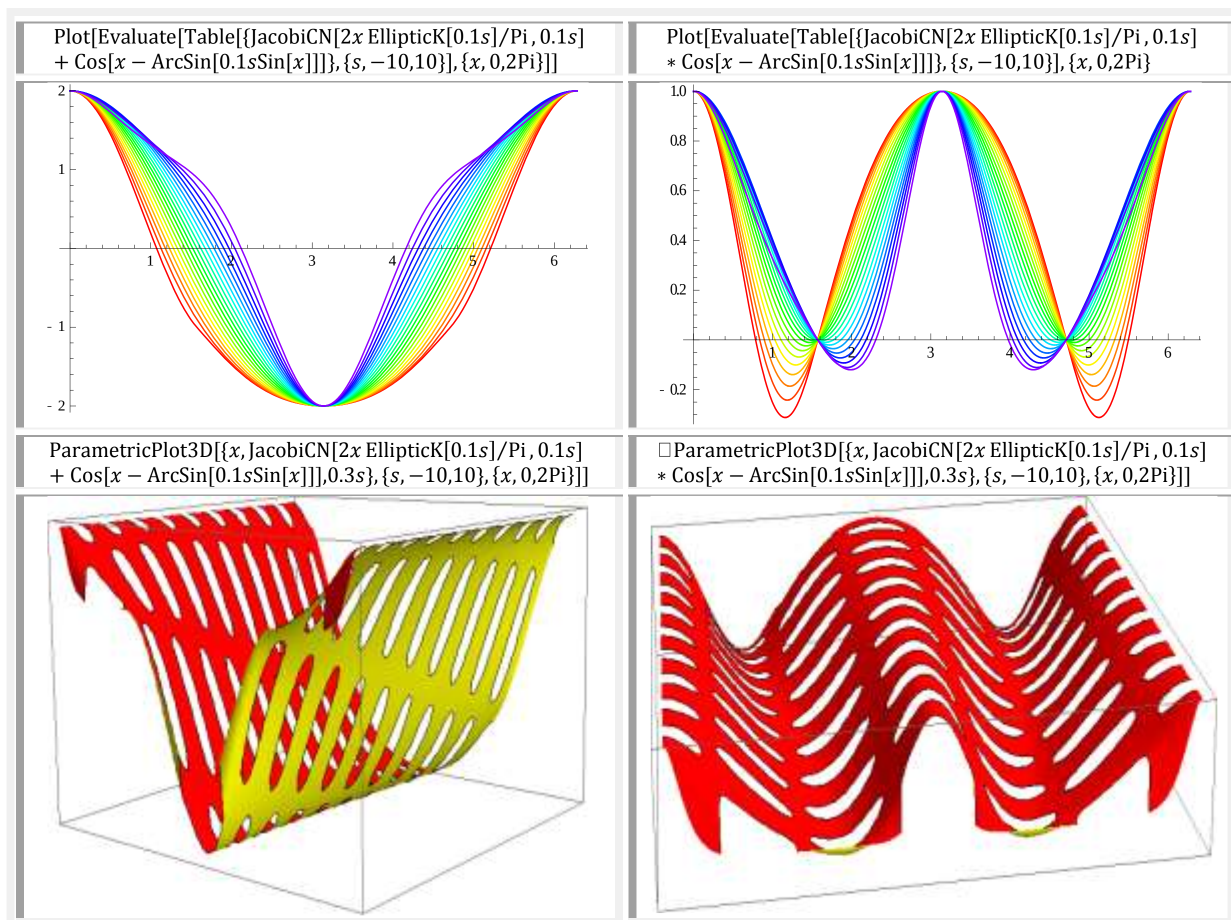
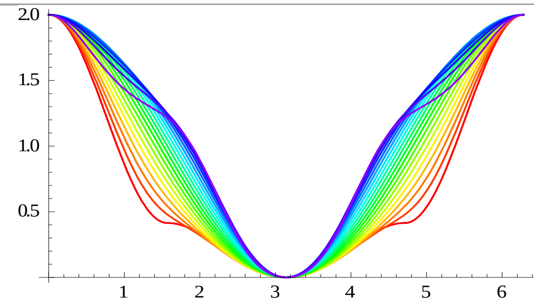
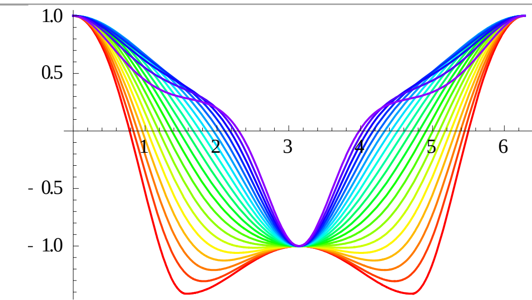
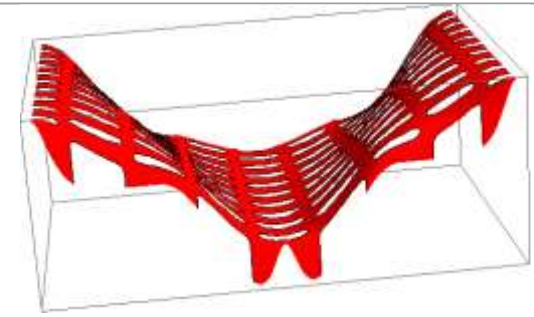
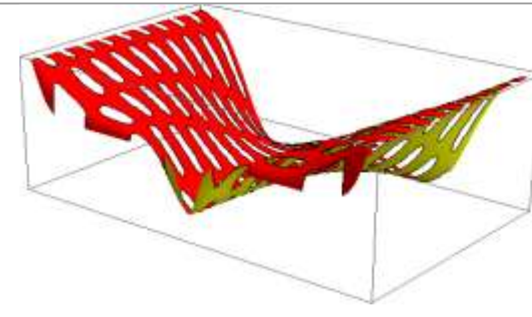
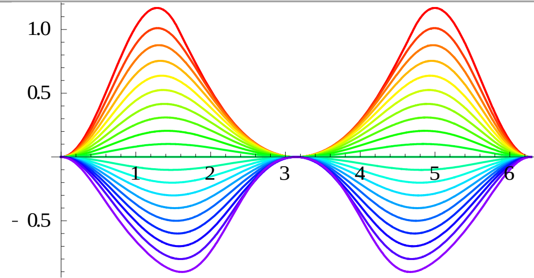
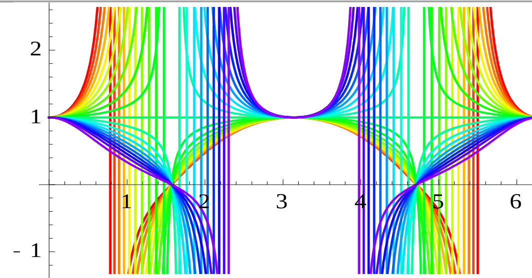
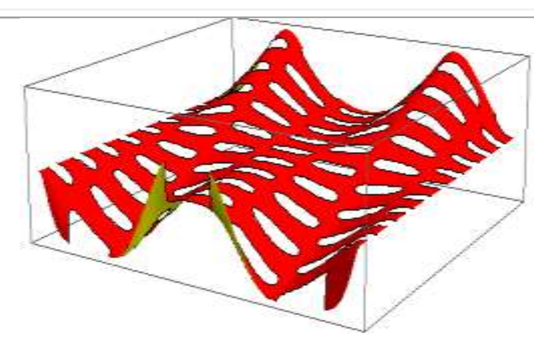
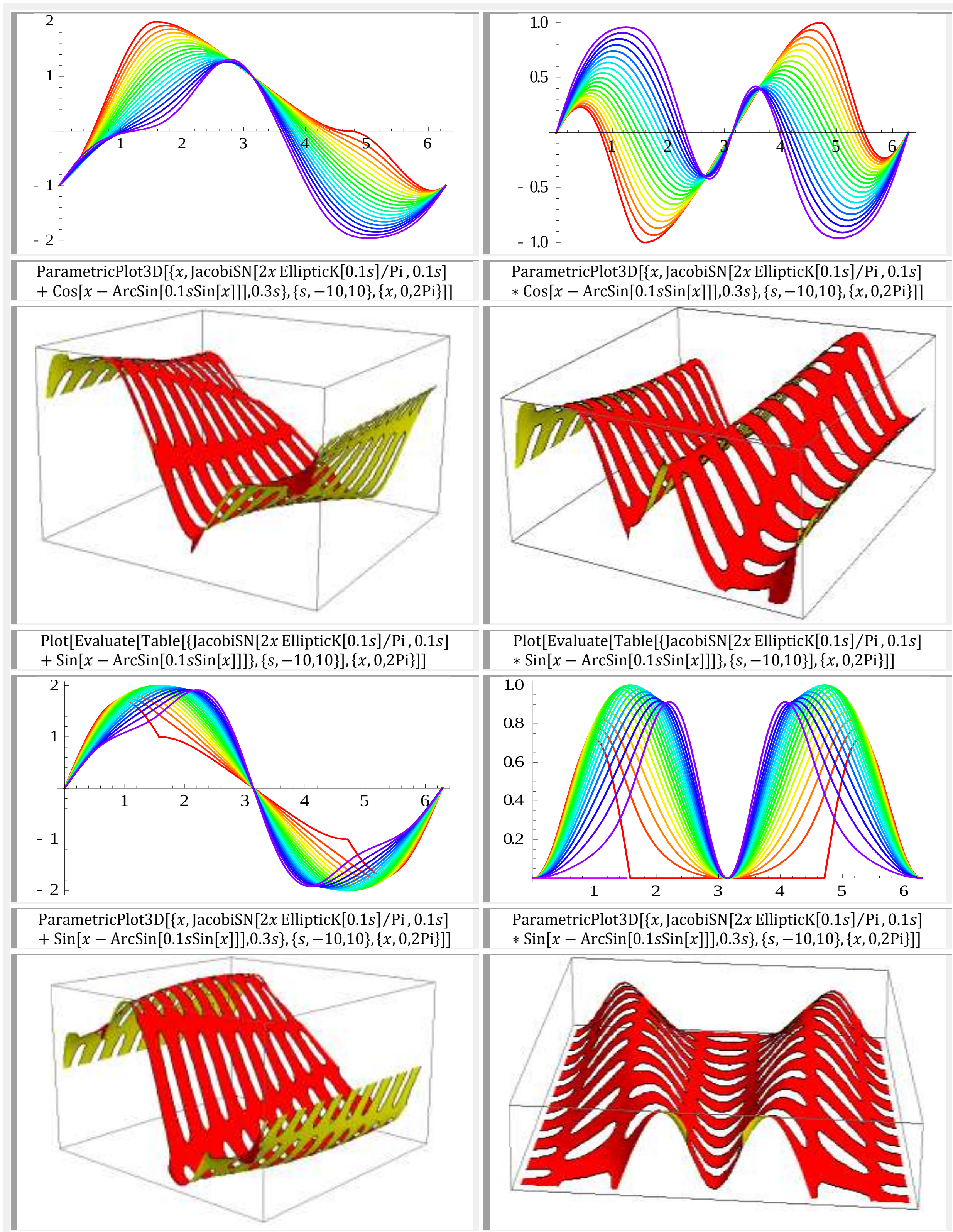


Fig. 26 Graficele FSM excentrice hiperbolicoeliptice excentrice

11. FSM ELIPTICOCIRCULARE EXCENTRICE



Plot[Evaluate[Table[{JacobiDN[2x EllipticK[0.1s]/Pi , 0.1s] + Cos[x − ArcSin[0.1sSin[x]]]}, {s, −10,10}], {x, 0,2Pi}]]	Plot[Evaluate[Table[{JacobiDN[2x EllipticK[0.1s]/Pi , 0.1s] ∗ Cos[x − ArcSin[0.1sSin[x]]]}, {s, −10,10}], {x, 0,2Pi}]]
	
ParametricPlot3D[{x, JacobiDN[2x EllipticK[0.1s]/Pi , 0.1s] + Cos[x − ArcSin[0.1sSin[x]]],0.2s}, {s, −10,10}, {x, 0,2Pi}]]	ParametricPlot3D[{x, JacobiDN[2x EllipticK[0.1s]/Pi , 0.1s] ∗ Cos[x − ArcSin[0.1sSin[x]]],0.2s}, {s, −10,10}, {x, 0,2Pi},]]
	
Plot[Evaluate[Table[{JacobiCN[2x EllipticK[0.1s]/Pi , 0.1s] − Cos[x − ArcSin[0.1sSin[x]]]}, {s, −10,10}], {x, 0,2Pi}	Plot[Evaluate[Table[{JacobiCN[2x EllipticK[0.1s]/Pi , 0.1s] Cos[x − ArcSin[0.1sSin[x]]]}, {s, −10,10}], {x, 0,2Pi}]]
	
ParametricPlot3D[{x, JacobiCN[2x EllipticK[0.1s]/Pi, 0.1s] − Cos[x − ArcSin[0.1sSin[x]]],0.3s}, {s, −10,10}, {x, 0,2Pi}]]	ParametricPlot3D[{x, JacobiCN[2x EllipticK[0.1s]/Pi, 0.1s]/Cos[x − ArcSin[0.1sSin[x]]], 0.3s}, {s, −10,10}, {x, 0,2Pi}]]
	
Plot[Evaluate[Table[{JacobiSN[2x EllipticK[0.1s]/Pi , 0.1s] − Cos[x − ArcSin[0.1sSin[x]]]}, {s, −10,10}], {x, 0,2Pi}]]	Plot[Evaluate[Table[{JacobiSN[2x EllipticK[0.1s]/Pi , 0.1s] ∗ Cos[x − ArcSin[0.1sSin[x]]]}, {s, −10,10}], {x, 0,2Pi}]]


ParametricPlot3D[{x, JacobiSN[2x EllipticK[0.1s]/Pi , 0.1s] + Cos[x − ArcSin[0.1sSin[x]]],0.3s}, {s, −10,10}, {x, 0,2Pi}]]
ParametricPlot3D[{x, JacobiSN[2x EllipticK[0.1s]/Pi , 0.1s] ∗ Cos[x − ArcSin[0.1sSin[x]]],0.3s}, {s, −10,10}, {x, 0,2Pi}]]
Plot[Evaluate[Table[{JacobiSN[2x EllipticK[0.1s]/Pi , 0.1s] + Sin[x − ArcSin[0.1sSin[x]]]}, {s, −10,10}], {x, 0,2Pi}]]
Plot[Evaluate[Table[{JacobiSN[2x EllipticK[0.1s]/Pi , 0.1s] ∗ Sin[x − ArcSin[0.1sSin[x]]]}, {s, −10,10}], {x, 0,2Pi}]]
ParametricPlot3D[{x, JacobiSN[2x EllipticK[0.1s]/Pi , 0.1s] + Sin[x − ArcSin[0.1sSin[x]]],0.3s}, {s, −10,10}, {x, 0,2Pi}]]
ParametricPlot3D[{x, JacobiSN[2x EllipticK[0.1s]/Pi , 0.1s] ∗ Sin[x − ArcSin[0.1sSin[x]]],0.3s}, {s, −10,10}, {x, 0,2Pi}]]

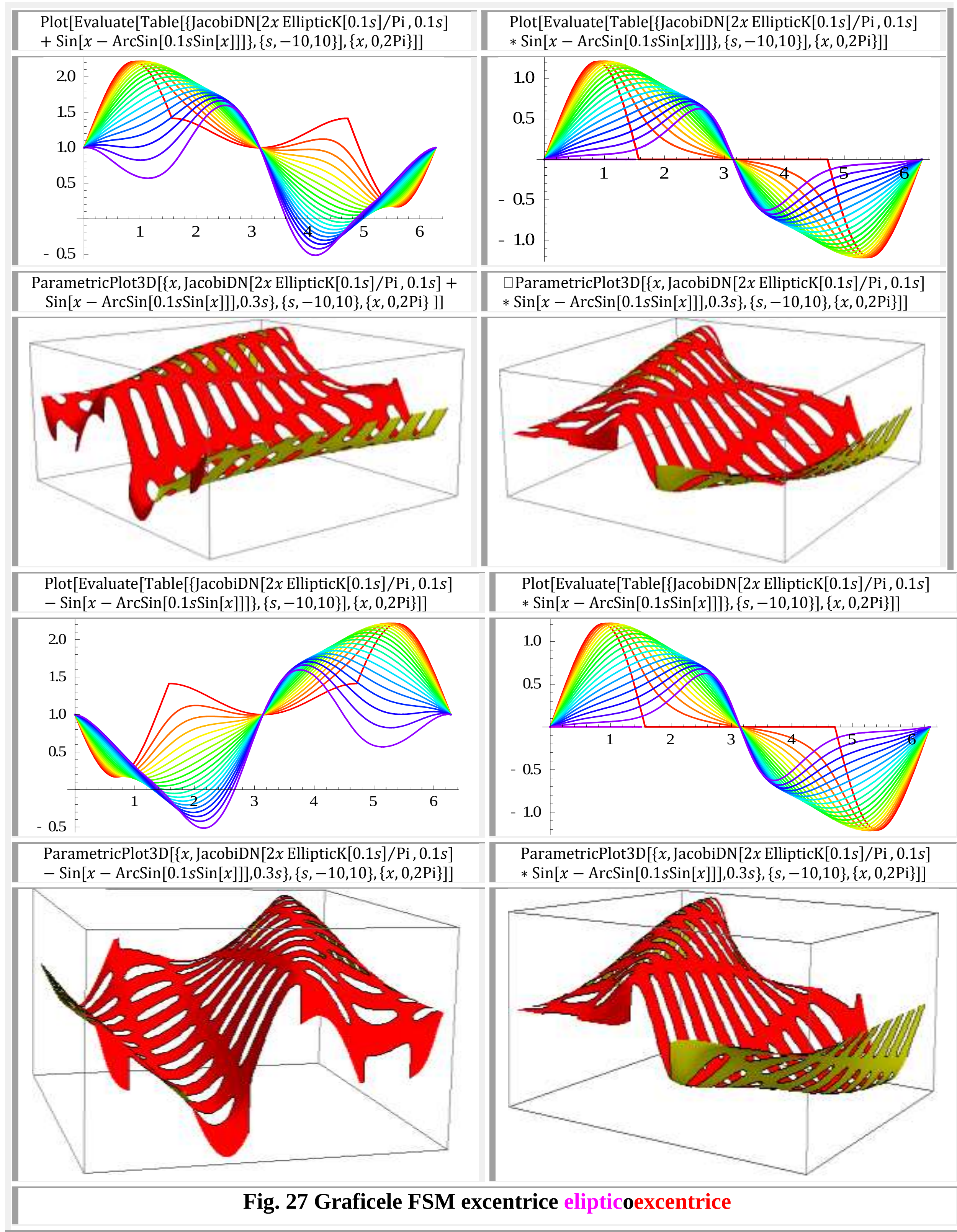
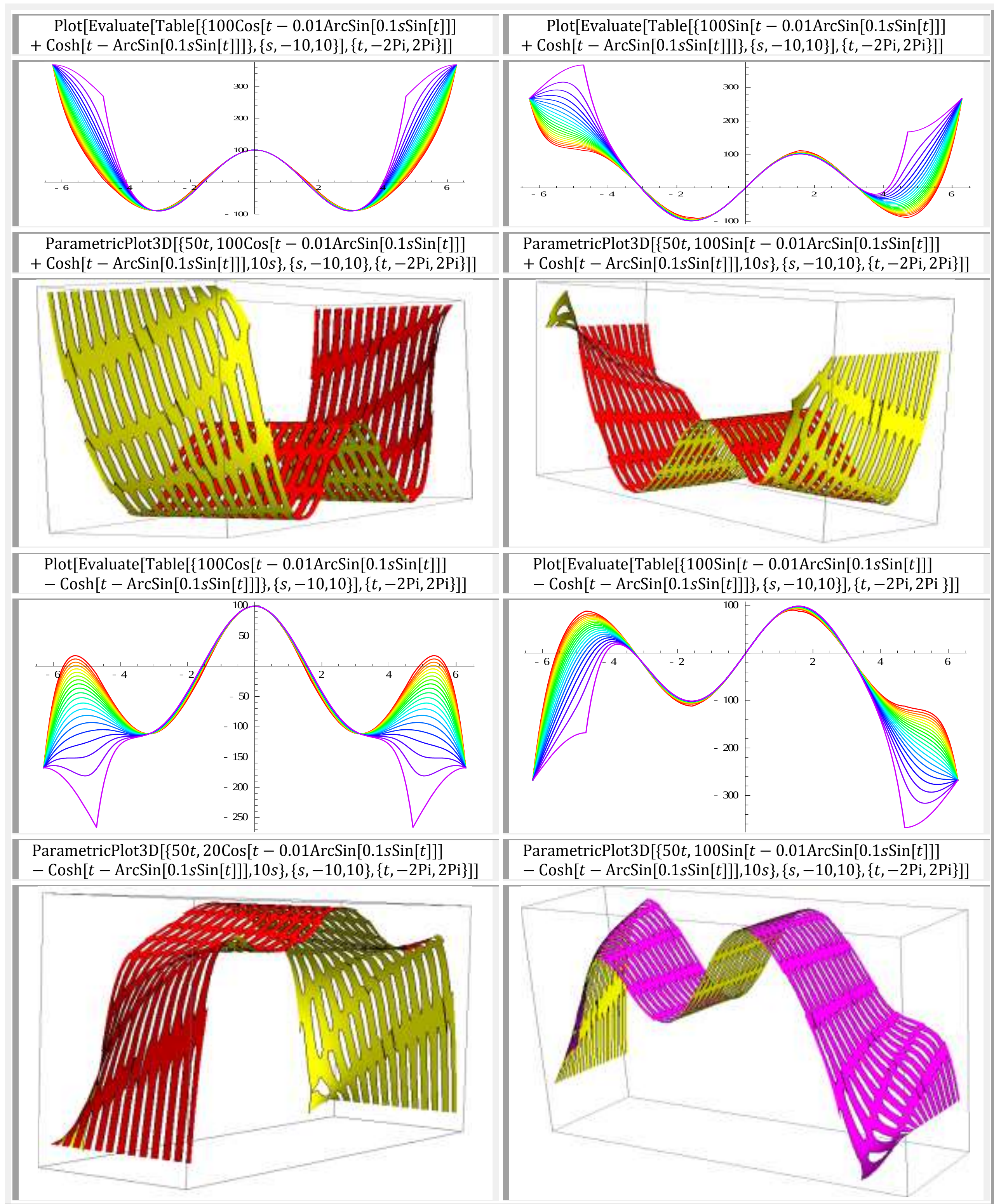


Fig. 27 Graficele FSM excentrice elipticoexcentrice

În fiecare dintre capitolele următoare ale lucrării vor fi reluate diversele asociaţii de curbe şi pentru fiecare asociere vor fi ilustrate sumele, diferenţele, produsul şi câtul acestora, fie ele centrice sau excentrice, elevate şi exotice.

În plus vor fi tratate şi asocerile cu funcţiile induse şi autoinduse (funcţii de funcţie), centrice şi excentrice.

6. FSM CIRCULAROHIPERBOLICE EXCENTRICE



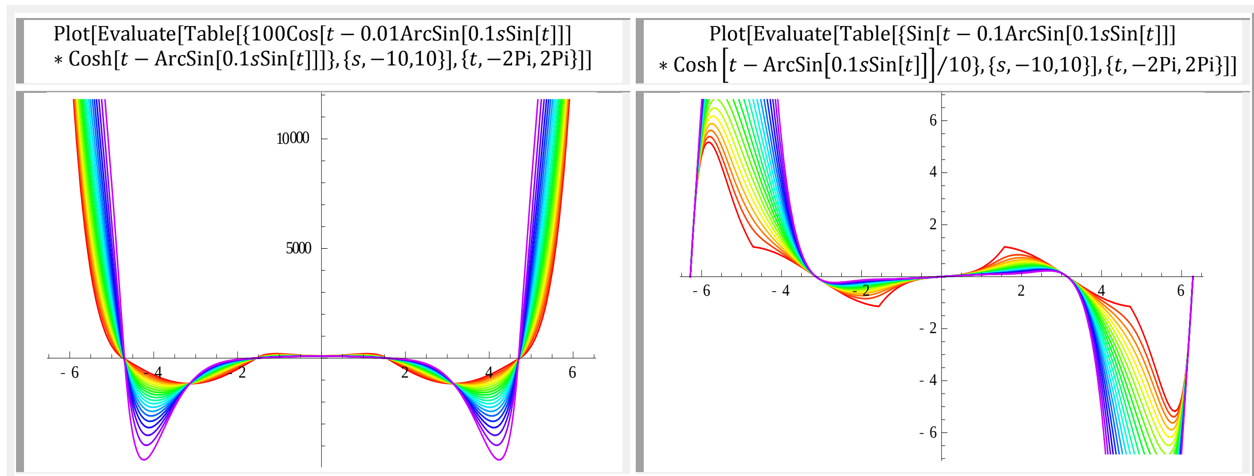
Plot[Evaluate[Table[{100Cos[t − 0.01ArcSin[0.1sSin[t]]] + Sinh[t − ArcSin[0.1sSin[t]]]}, {s, −10,10}], {t, −2Pi, 2Pi}]]

Plot[Evaluate[Table[{100Sin[t − 0.01ArcSin[0.1sSin[t]]] + Sinh[t − ArcSin[0.1sSin[t]]]}, {s, −10,10}], {t, −2Pi, 2Pi}]]

ParametricPlot3D[{50t, 100Cos[t − 0.01ArcSin[0.1sSin[t]]] + Sinh[t − ArcSin[0.1sSin[t]]],10s}, {s, −10,10}, {t, −2Pi, 2Pi}]

ParametricPlot3D[{50t, 100Sin[t − 0.01ArcSin[0.1sSin[t]]] + Sinh[t − ArcSin[0.1sSin[t]]],10s}, {s, −10,10}, {t, −2Pi, 2Pi}]

Fig. 19 Graficele FSM excentrice circularohiperbolice
de cosinusuri **cexθ ± cexhθ** ◀ şi de sinusuri **sexθ ± sexhθ** ▶ şi alte combinaţii



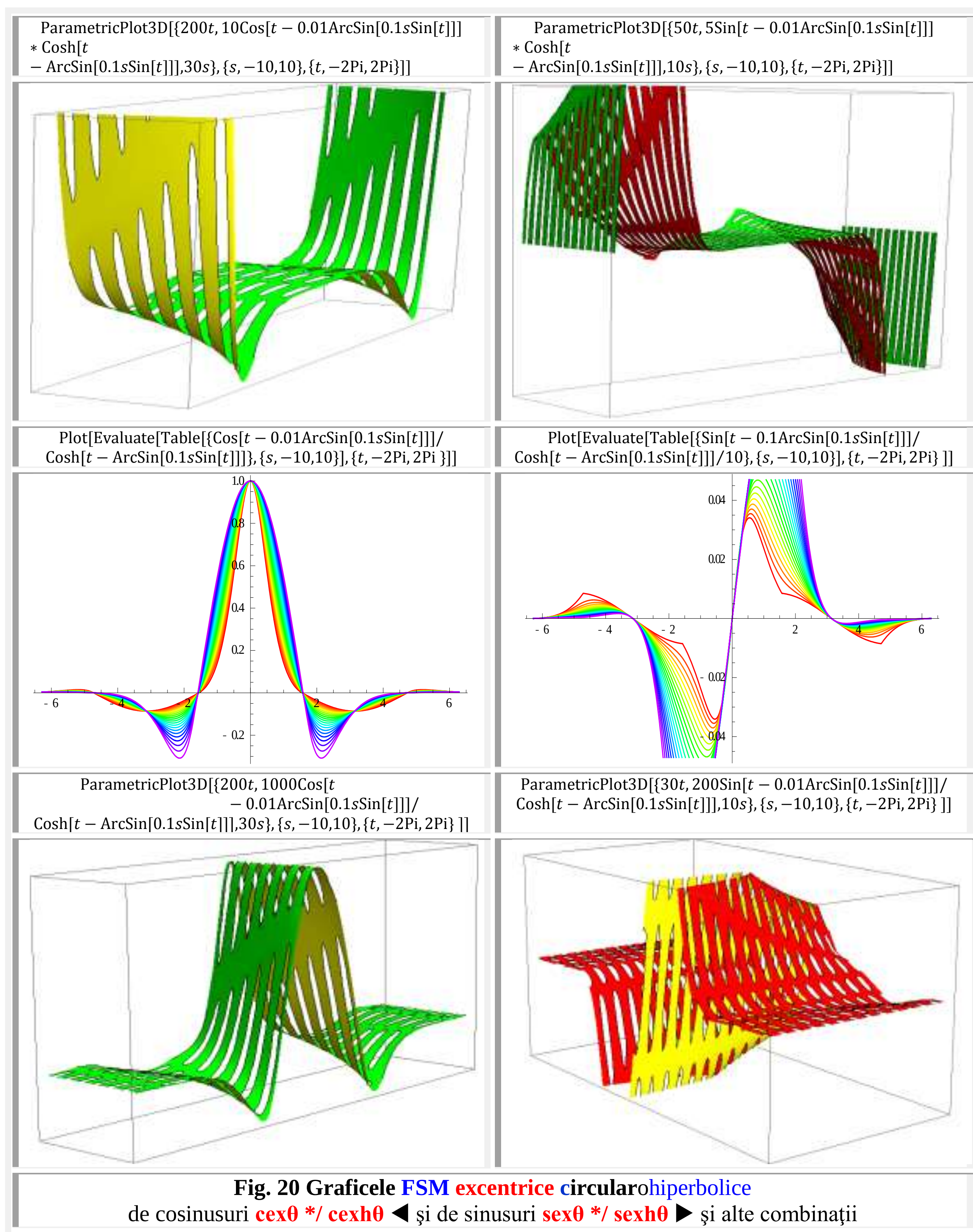


Fig. 20 Graficele FSM excentrice circularohiperbolice
de cosinusuri **cexθ */ cexhθ** ◀ şi de sinusuri **sexθ */ sexhθ** ▶ şi alte combinaţii

7. FSM CIRCULAROHIPERBOLICE

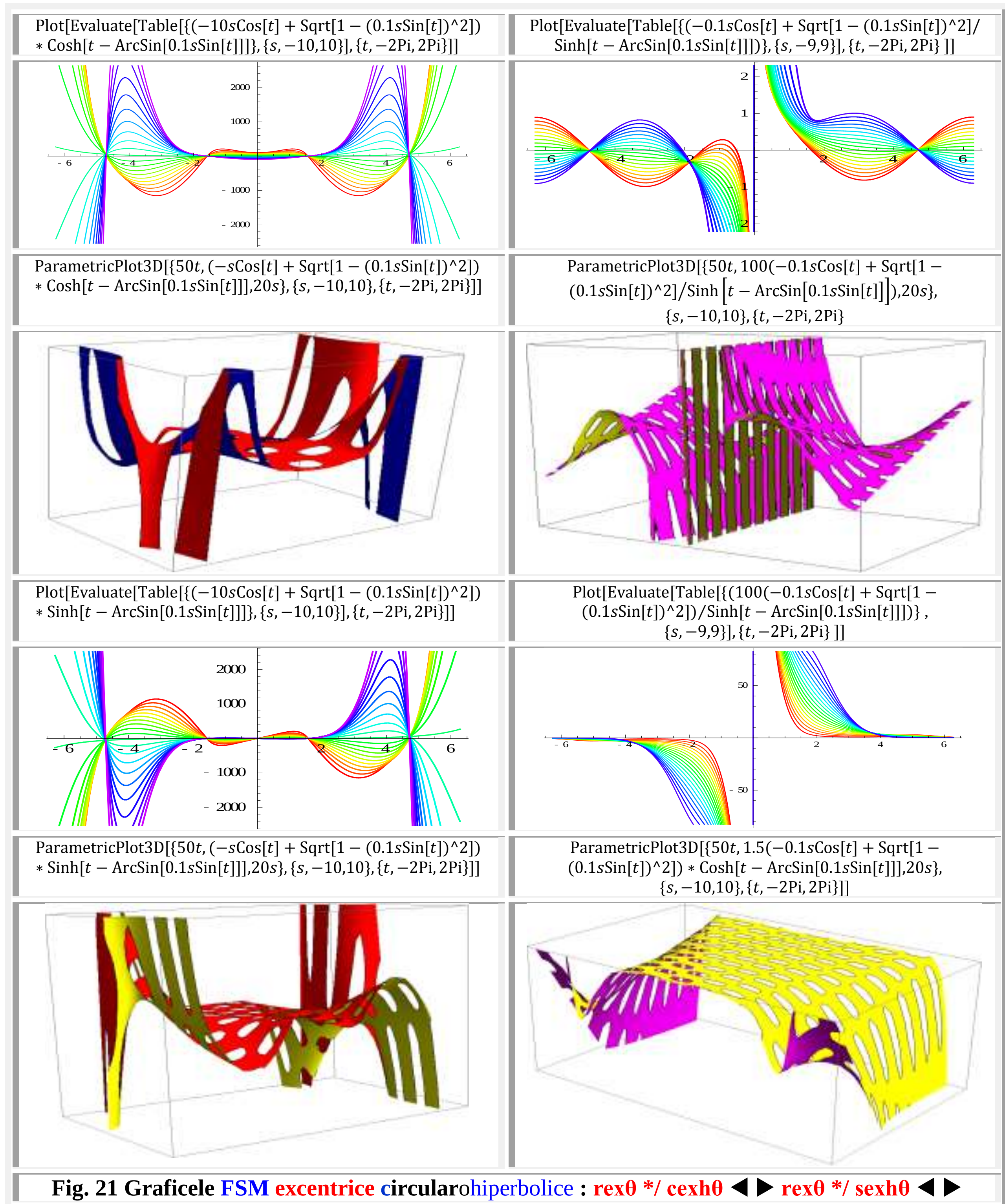


Fig. 21 Graficele FSM excentrice circularohiperbolice : rexθ */ cexhθ ◀ ▶ rexθ */ sexhθ ◀ ▶

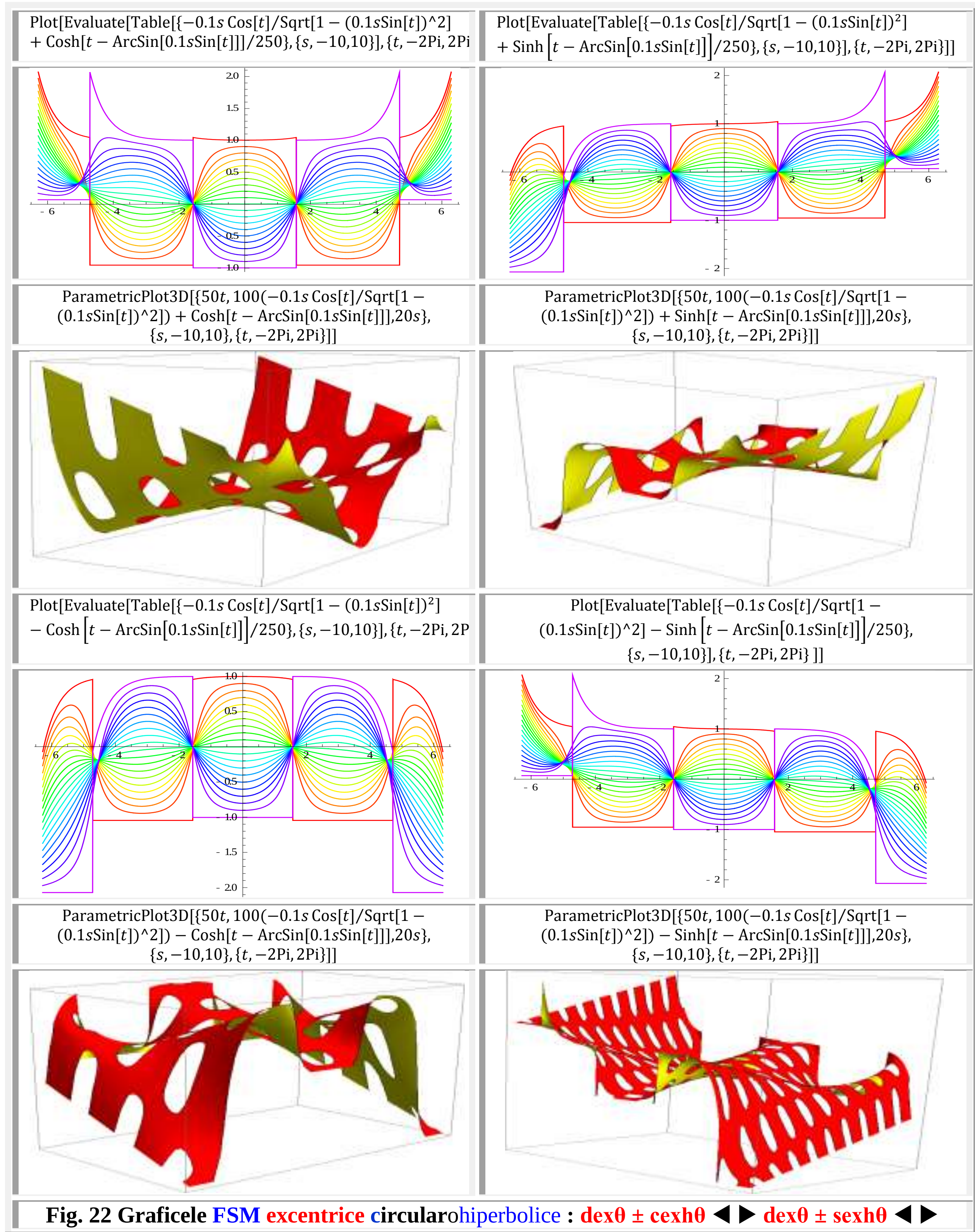


Fig. 22 Graficele FSM excentrice circularohiperbolice : dexθ ± cexhθ ◀ ▶ dexθ ± sexhθ ◀ ▶

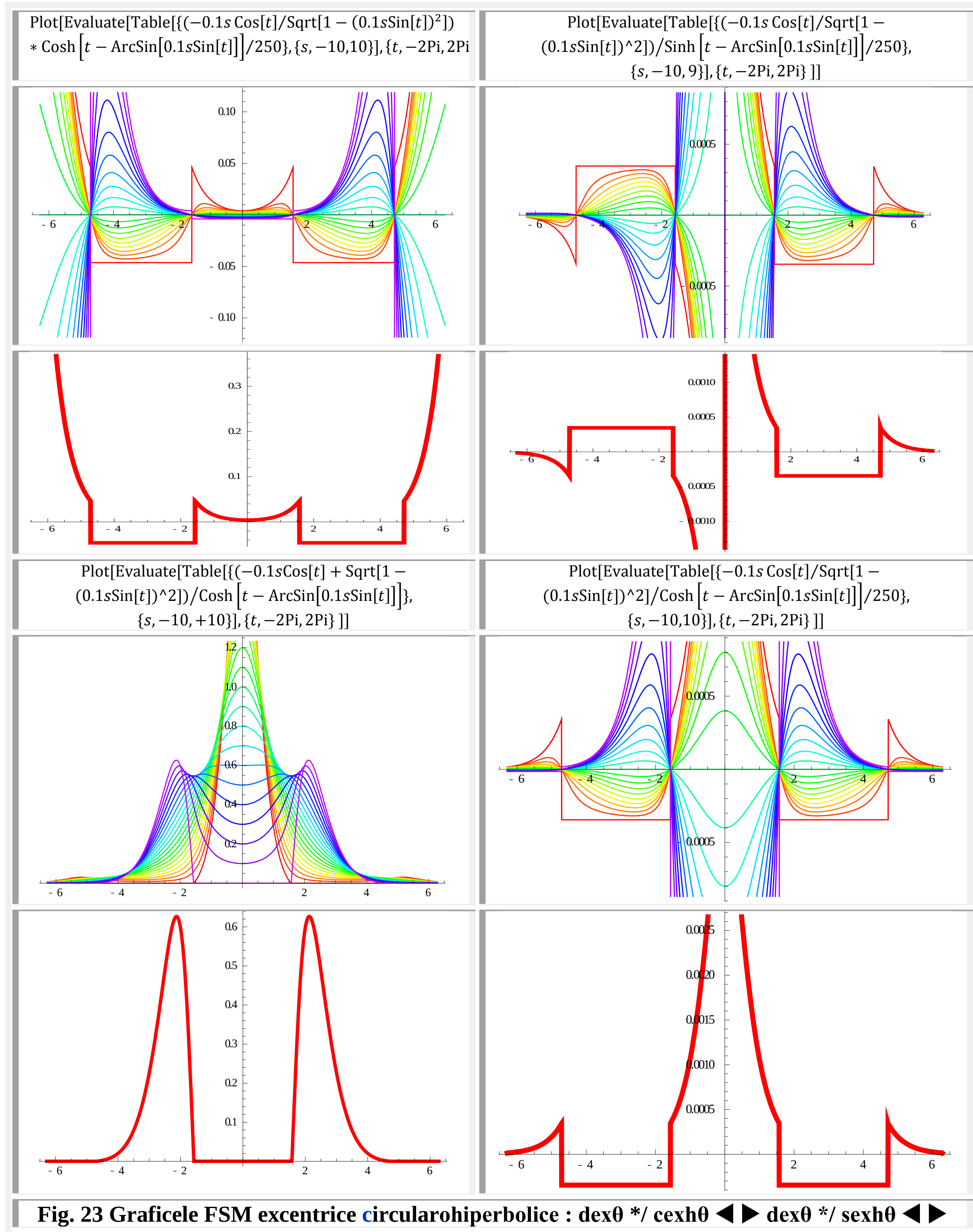
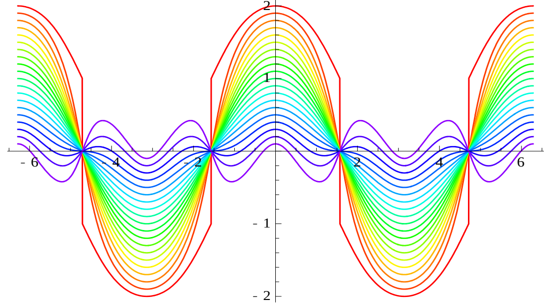


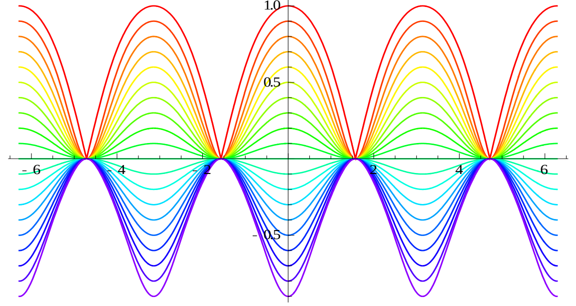
Fig. 23 Graficele FSM excentrice circularohiperbolice : dexθ */ cexhθ ◀ ▶ dexθ */ sexhθ ◀ ▶

8. FSM CIRCULAROELIPTICE

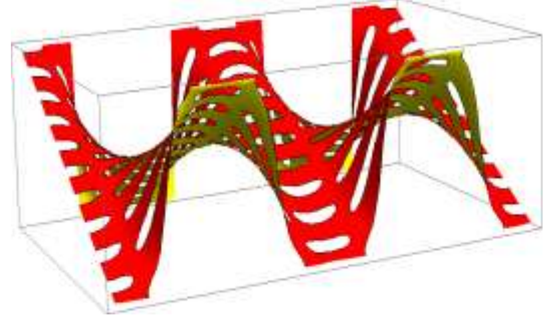
```
Plot[Evaluate[Table[{−0.1s Cos[x]/Sqrt[1 − (0.1sSin[x])^2]
+ JacobiCN[2x EllipticK[0.1s]/Pi , 0.1s]},
{s, −10,10}], {x, −2Pi, 2P} ]]
```



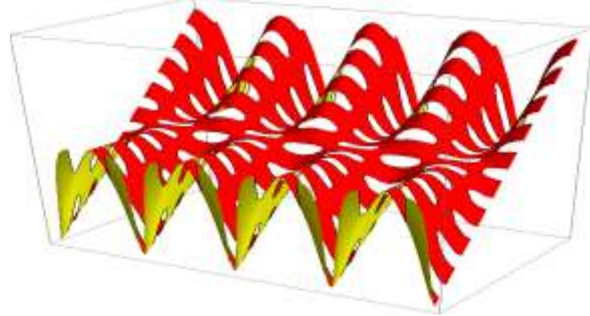
```
Plot[Evaluate[Table[{−0.1s Cos[x]/Sqrt[1 − (0.1sSin[x])^2]
∗ JacobiCN[2x EllipticK[0.1s]/Pi , 0.1s]},
{s, −10,10}], {x, −2Pi, 2Pi} ]]
```



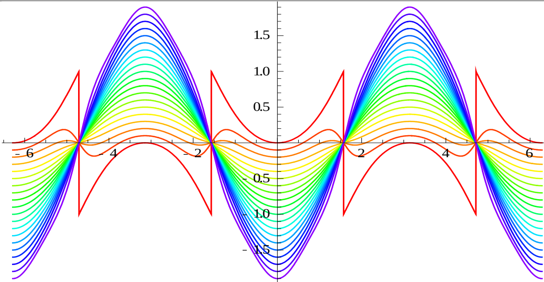
```
ParametricPlot3D[{50x, −10s Cos[x]/Sqrt[1 − (0.1sSin[x])^2]
+ JacobiCN[2x EllipticK[0.1s]/Pi , 0.1s],20s},
{s, −10,10}, {x, −2Pi, 2Pi}]]
```



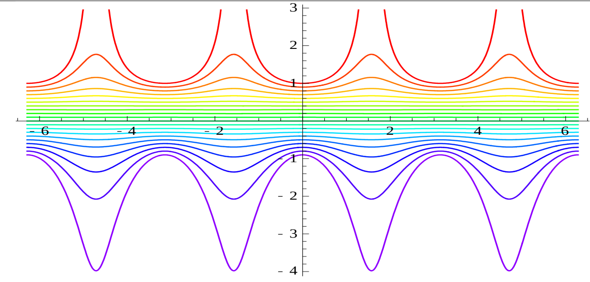
```
ParametricPlot3D[{50x, 3(−10s Cos[x]/Sqrt[1 − (0.1sSin[x])^2])
∗ JacobiCN[2x EllipticK[0.1s]/Pi , 0.1s],20s},
{s, −10,10}, {x, −2Pi, 2Pi}]
```

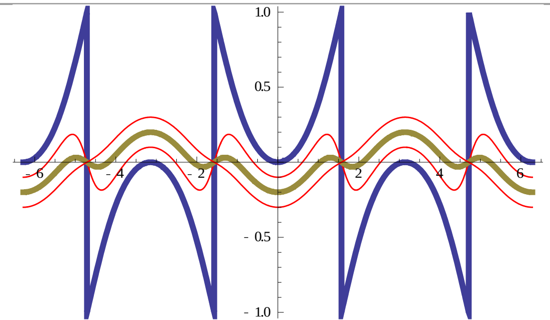


```
Plot[Evaluate[Table[{−0.1s Cos[x]/Sqrt[1 − (0.1sSin[x])^2]
− JacobiCN[2x EllipticK[0.1s]/Pi , 0.1s]},
{s, −10,10}], {x, −2Pi, 2Pi} ]]
```

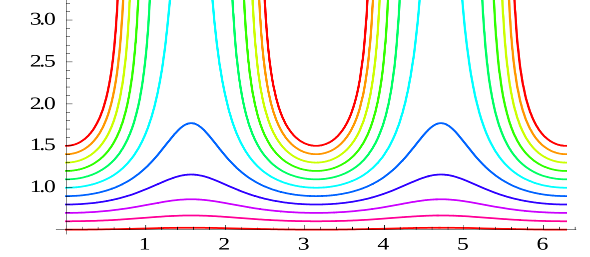


```
Plot[Evaluate[Table[{−0.1s Cos[x]/Sqrt[1 − (0.1sSin[x])^2]
/JacobiCN[2x EllipticK[0.1s]/Pi , 0.1s]},
{s, −10,10}], {x, −2Pi, 2Pi} ]]
```





```
Plot[Evaluate[Table[{−0.1s Cos[x]/Sqrt[1 − (0.1sSin[x])^2]
/JacobiCN[2x EllipticK[0.1s]/Pi , 0.1s]},
{s, −15, −5}], {x, −2Pi, 2Pi} ]]
```



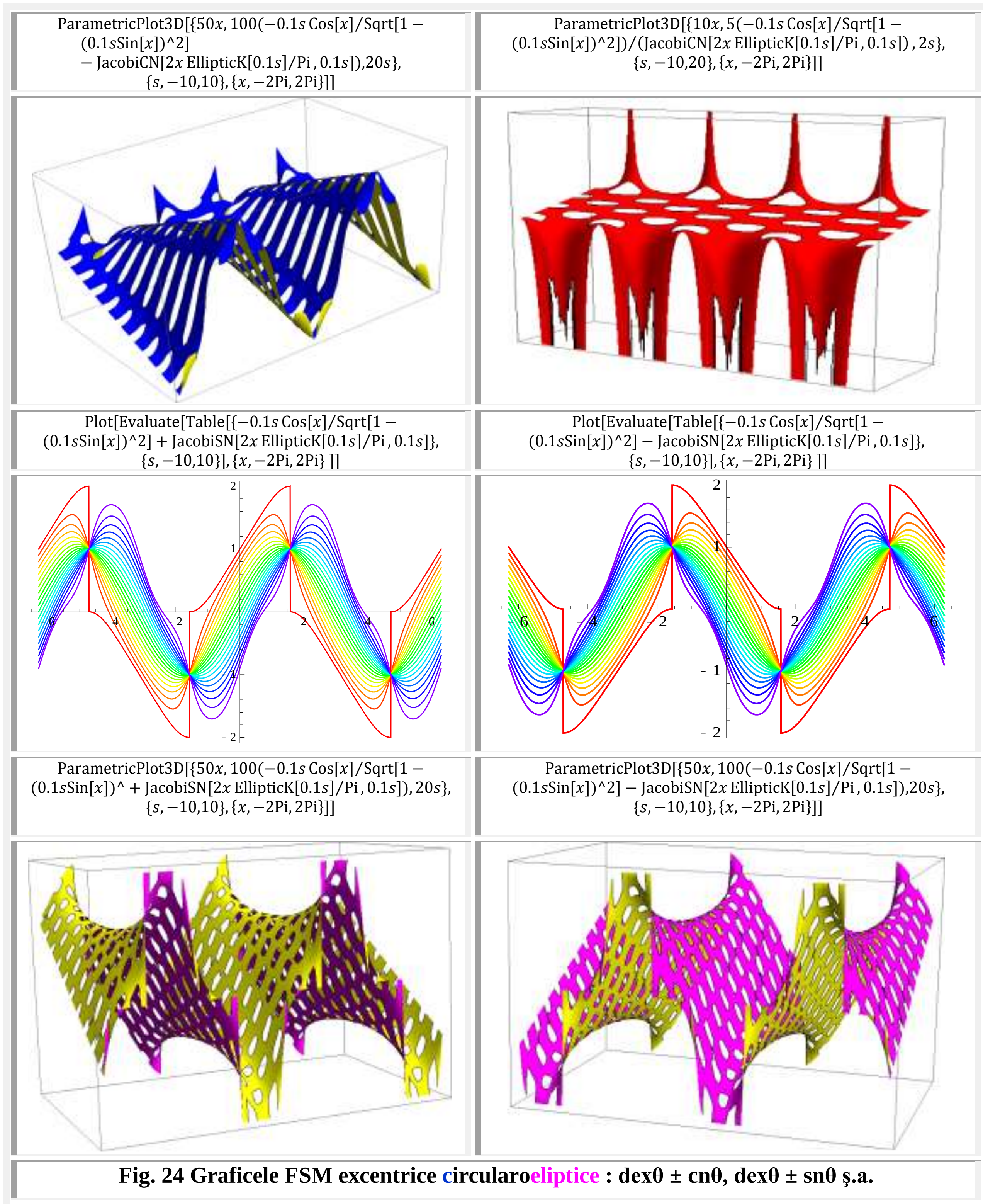
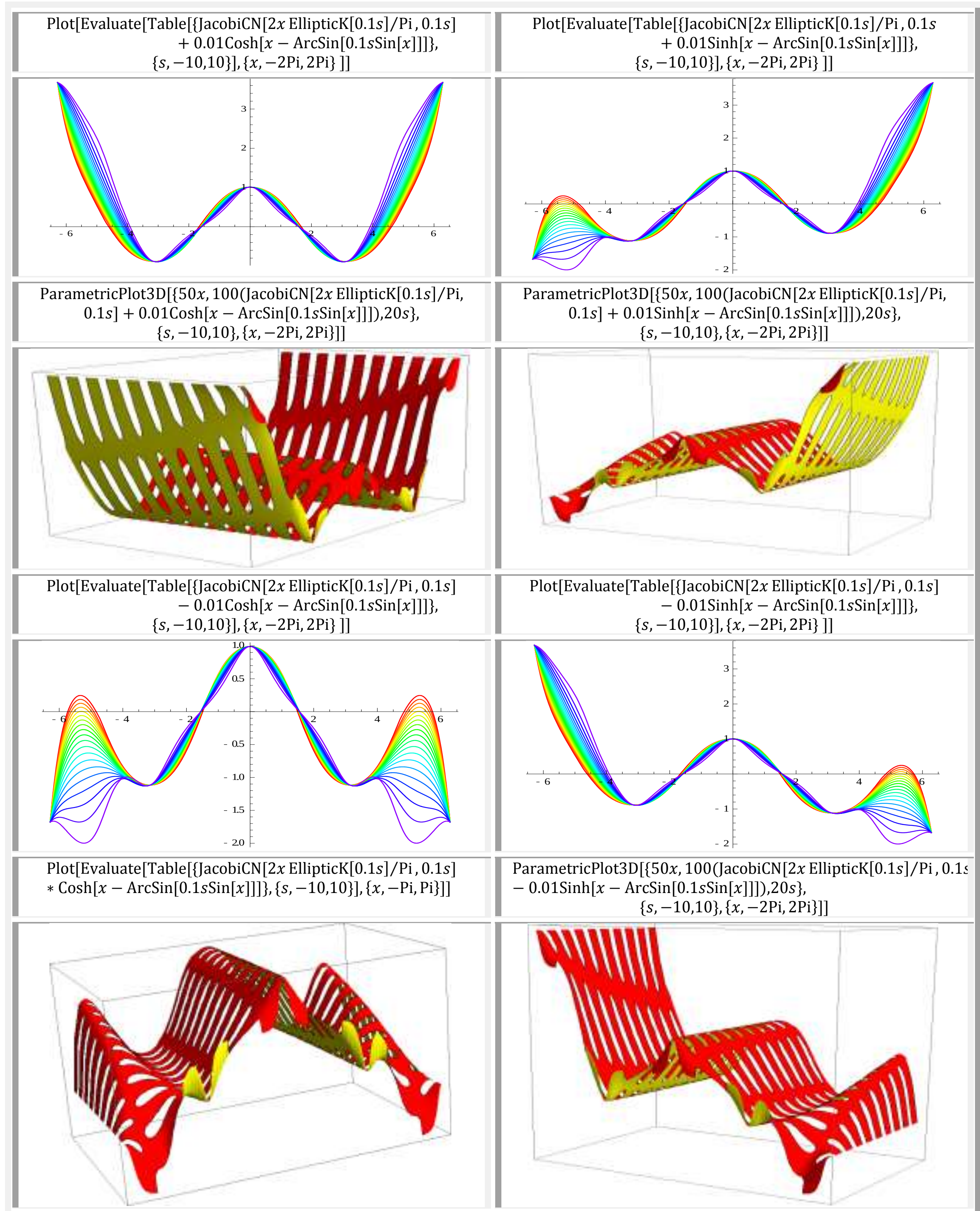


Fig. 24 Graficele FSM excentrice circularoeliptice : dexθ ± cnθ, dexθ ± snθ ş.a.

9. FSM ELIPTICOHIPERBOLICE



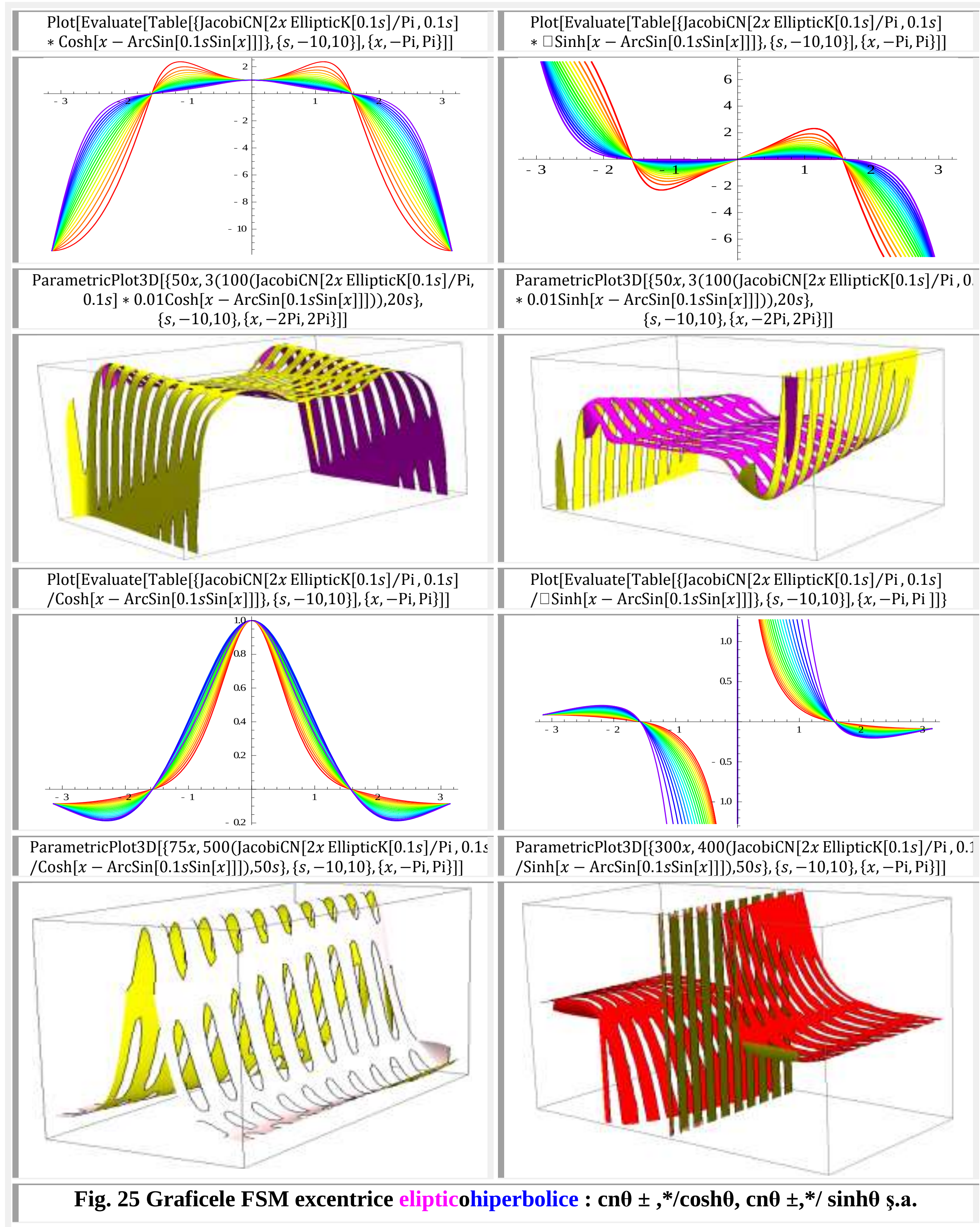
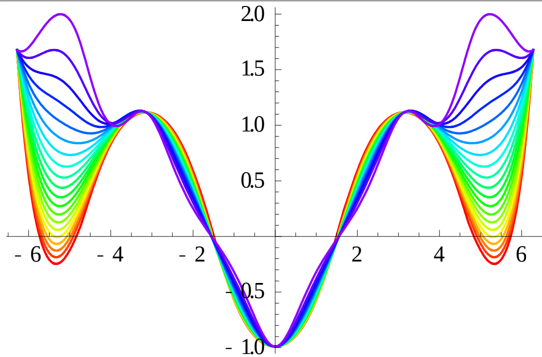
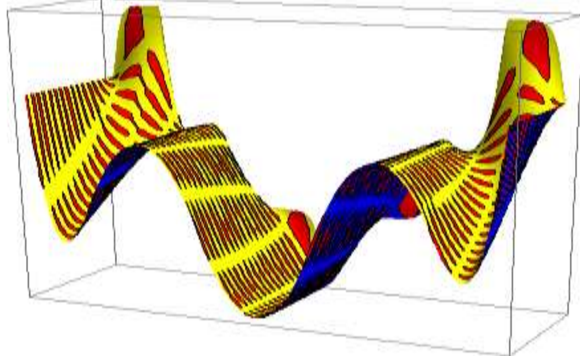
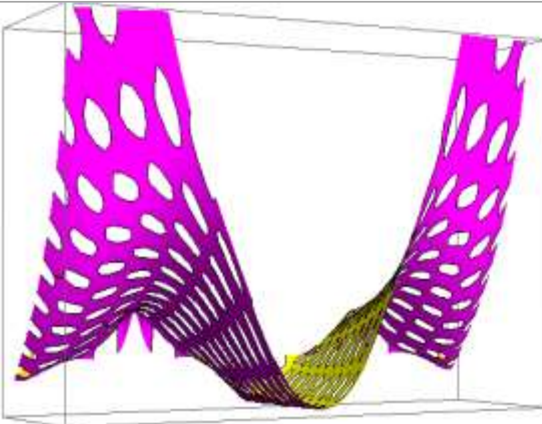
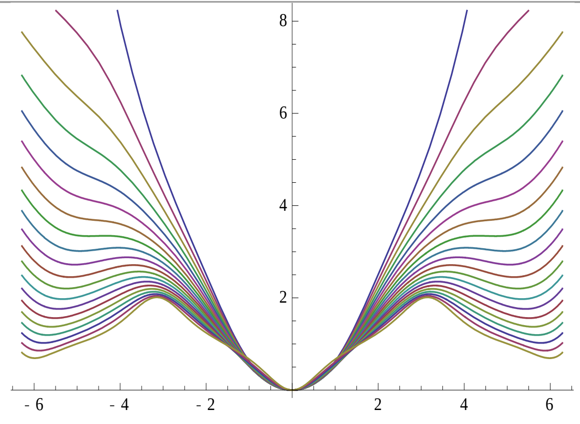
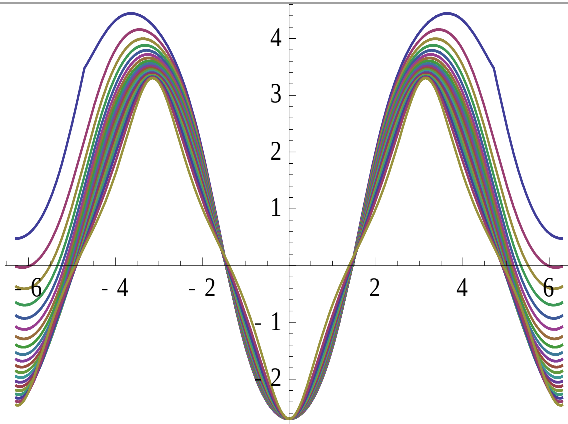
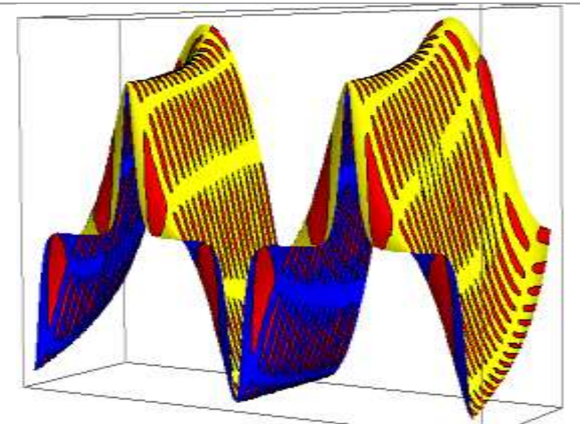


Fig. 25 Graficele FSM excentrice elipticohiperbolice : cnθ ± ,*/coshθ, cnθ ±,*/ sinhθ ş.a.

10. FSM HIPERBOLICOELIPTICE

Plot[Evaluate[Table[{0.01Cosh[x − ArcSin[0.1sSin[x]]] − JacobiCN[2x EllipticK[0.1s]/Pi , 0.1s]}, {s, −10,10}], {x, −2Pi, 2Pi}]]	ParametricPlot3D[{x, 3(0.01Cosh[x − ArcSin[0.1sSin[x]]] − JacobiCN[2x EllipticK[0.1s]/Pi , 0.1s]),0.2s}, {s, −10,10}, {x, −2Pi, 2Pi}]]
	
ParametricPlot3D[{x, (Cosh[x/3 − ArcSin[0.1sSin[x/3]]] − JacobiCN[2x EllipticK[0.1s]/Pi , 0.1s]),0.2s}, {s, −10,10}, {x, −2Pi, 2Pi}]]	Plot[Evaluate[Table[{Cosh[x/3 − ArcSin[0.1sSin[x/3]]] − JacobiCN[2x EllipticK[0.1s]/Pi , 0.1s]}, {s, −10,10}], {x, −2Pi, 2Pi}]]
	
Plot[Evaluate[Table[{3(0.1Cosh[x/3 − ArcSin[0.1sSin[x/3]]] − JacobiCN[2x EllipticK[0.1s]/Pi , 0.1s])}, {s, −10,10}], {x, −2Pi, 2Pi}]]	ParametricPlot3D[{x, 3(0.1Cosh[x/3 − ArcSin[0.1sSin[x/3]]] − JacobiCN[2x EllipticK[0.1s]/Pi , 0.1s]),0.2s}, {s, −10,10}, {x, −2Pi, 2Pi}]]
	

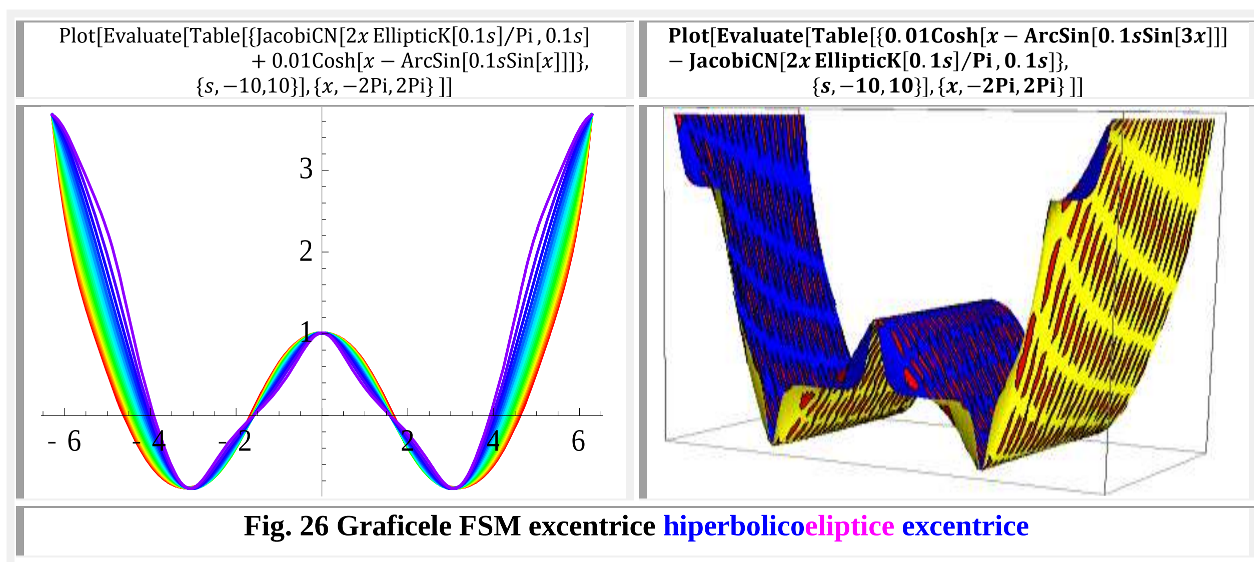
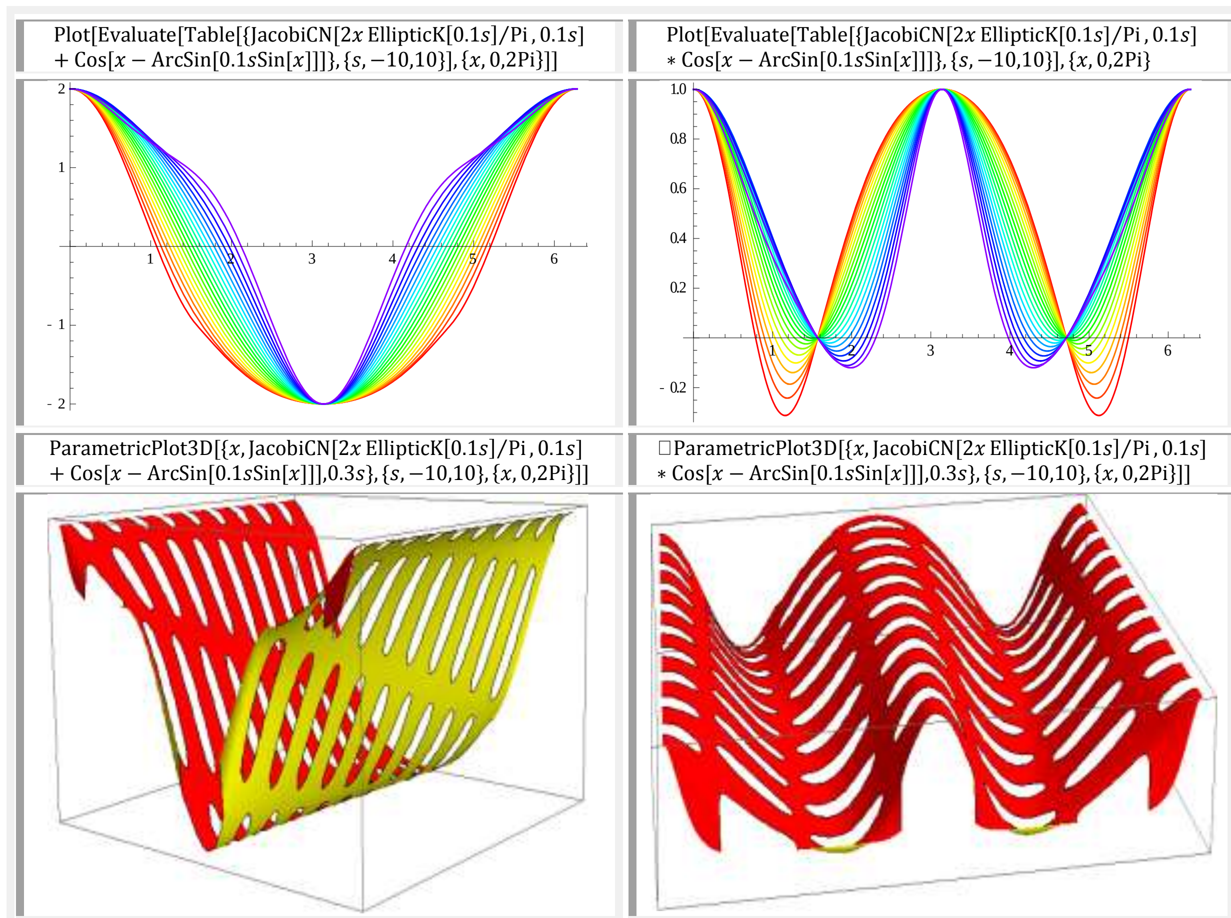
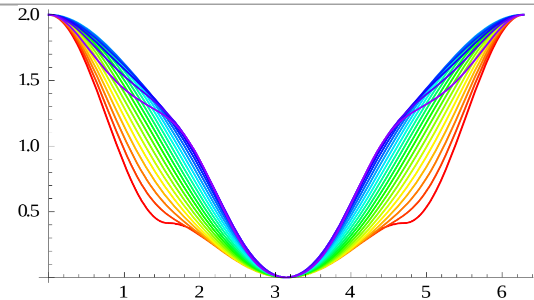
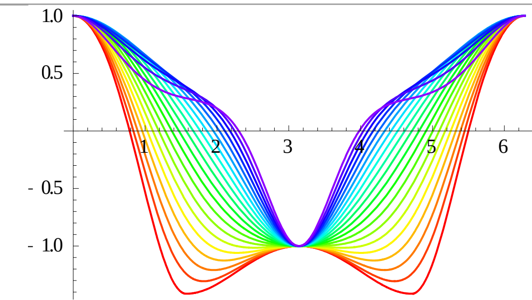
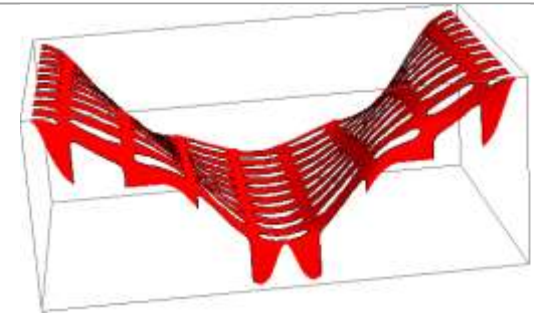
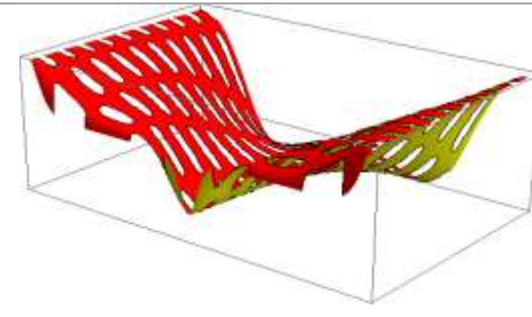
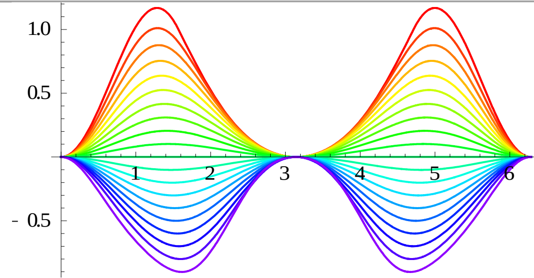
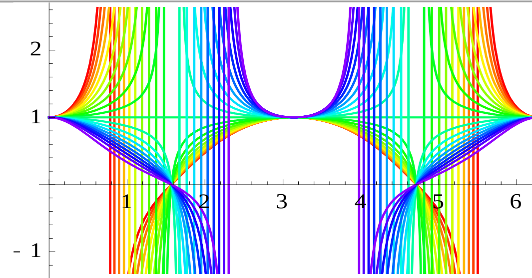
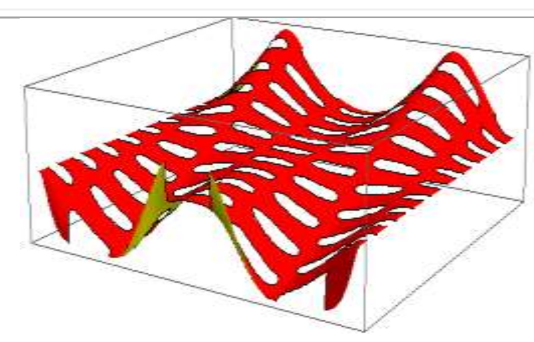
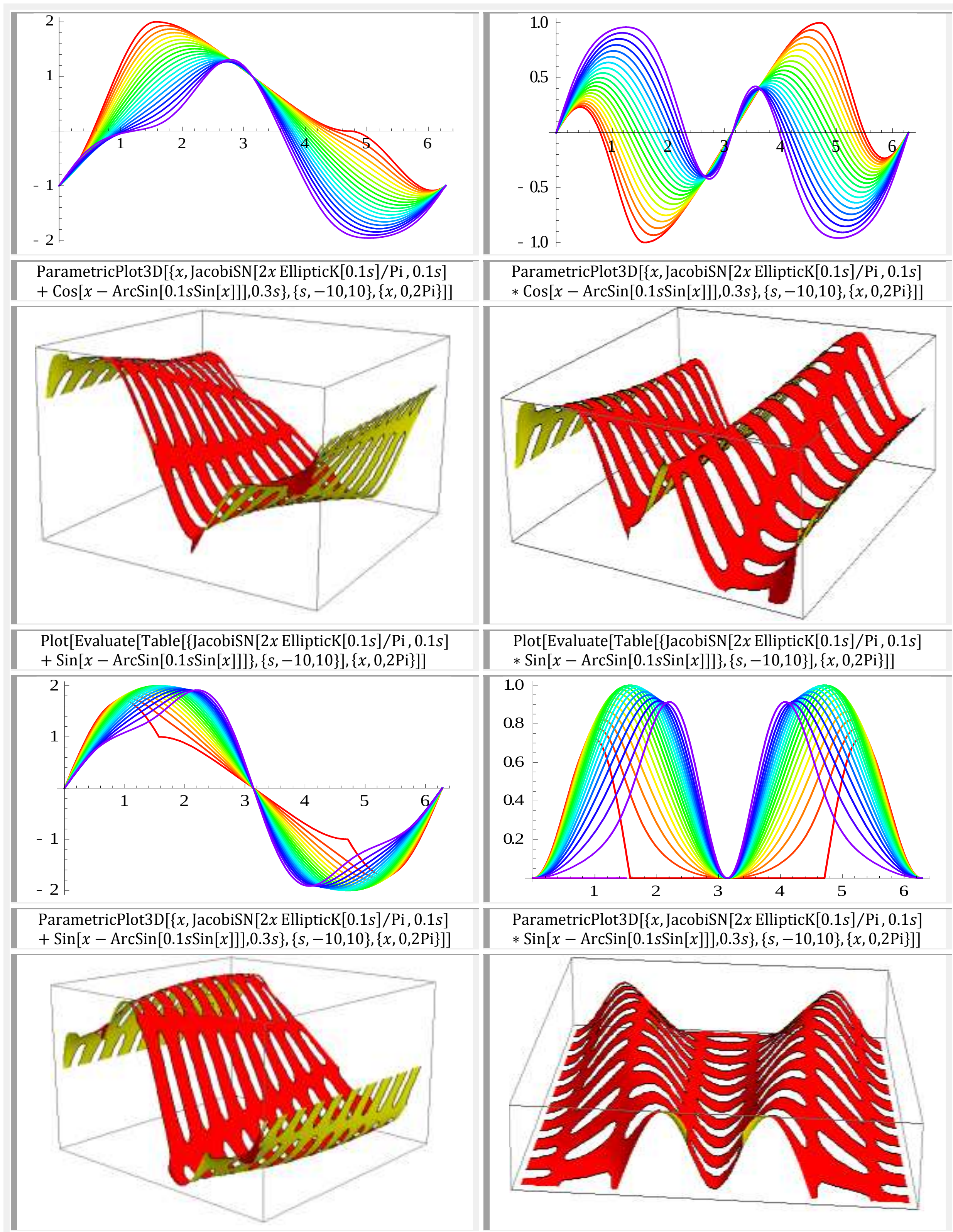


Fig. 26 Graficele FSM excentrice hiperbolicoeliptice excentrice

11. FSM ELIPTICOCIRCULARE EXCENTRICE



Plot[Evaluate[Table[{JacobiDN[2x EllipticK[0.1s]/Pi , 0.1s] + Cos[x − ArcSin[0.1sSin[x]]]}, {s, −10,10}], {x, 0,2Pi}]]	Plot[Evaluate[Table[{JacobiDN[2x EllipticK[0.1s]/Pi , 0.1s] ∗ Cos[x − ArcSin[0.1sSin[x]]]}, {s, −10,10}], {x, 0,2Pi}]]
	
ParametricPlot3D[{x, JacobiDN[2x EllipticK[0.1s]/Pi , 0.1s] + Cos[x − ArcSin[0.1sSin[x]]],0.2s}, {s, −10,10}, {x, 0,2Pi}]]	ParametricPlot3D[{x, JacobiDN[2x EllipticK[0.1s]/Pi , 0.1s] ∗ Cos[x − ArcSin[0.1sSin[x]]],0.2s}, {s, −10,10}, {x, 0,2Pi},]]
	
Plot[Evaluate[Table[{JacobiCN[2x EllipticK[0.1s]/Pi , 0.1s] − Cos[x − ArcSin[0.1sSin[x]]]}, {s, −10,10}], {x, 0,2Pi}	Plot[Evaluate[Table[{JacobiCN[2x EllipticK[0.1s]/Pi , 0.1s] Cos[x − ArcSin[0.1sSin[x]]]}, {s, −10,10}], {x, 0,2Pi}]]
	
ParametricPlot3D[{x, JacobiCN[2x EllipticK[0.1s]/Pi, 0.1s] − Cos[x − ArcSin[0.1sSin[x]]],0.3s}, {s, −10,10}, {x, 0,2Pi}]]	ParametricPlot3D[{x, JacobiCN[2x EllipticK[0.1s]/Pi, 0.1s]/Cos[x − ArcSin[0.1sSin[x]]], 0.3s}, {s, −10,10}, {x, 0,2Pi}]]
	
Plot[Evaluate[Table[{JacobiSN[2x EllipticK[0.1s]/Pi , 0.1s] − Cos[x − ArcSin[0.1sSin[x]]]}, {s, −10,10}], {x, 0,2Pi}]]	Plot[Evaluate[Table[{JacobiSN[2x EllipticK[0.1s]/Pi , 0.1s] ∗ Cos[x − ArcSin[0.1sSin[x]]]}, {s, −10,10}], {x, 0,2Pi}]]


ParametricPlot3D[{x, JacobiSN[2x EllipticK[0.1s]/Pi , 0.1s]
+ Cos[x − ArcSin[0.1sSin[x]]],0.3s}, {s, −10,10}, {x, 0,2Pi}]]
ParametricPlot3D[{x, JacobiSN[2x EllipticK[0.1s]/Pi , 0.1s]
∗ Cos[x − ArcSin[0.1sSin[x]]],0.3s}, {s, −10,10}, {x, 0,2Pi}]]
Plot[Evaluate[Table[{JacobiSN[2x EllipticK[0.1s]/Pi , 0.1s]
+ Sin[x − ArcSin[0.1sSin[x]]]}, {s, −10,10}], {x, 0,2Pi}]]
Plot[Evaluate[Table[{JacobiSN[2x EllipticK[0.1s]/Pi , 0.1s]
∗ Sin[x − ArcSin[0.1sSin[x]]]}, {s, −10,10}], {x, 0,2Pi}]]
ParametricPlot3D[{x, JacobiSN[2x EllipticK[0.1s]/Pi , 0.1s]
+ Sin[x − ArcSin[0.1sSin[x]]],0.3s}, {s, −10,10}, {x, 0,2Pi}]]
ParametricPlot3D[{x, JacobiSN[2x EllipticK[0.1s]/Pi , 0.1s]
∗ Sin[x − ArcSin[0.1sSin[x]]],0.3s}, {s, −10,10}, {x, 0,2Pi}]]

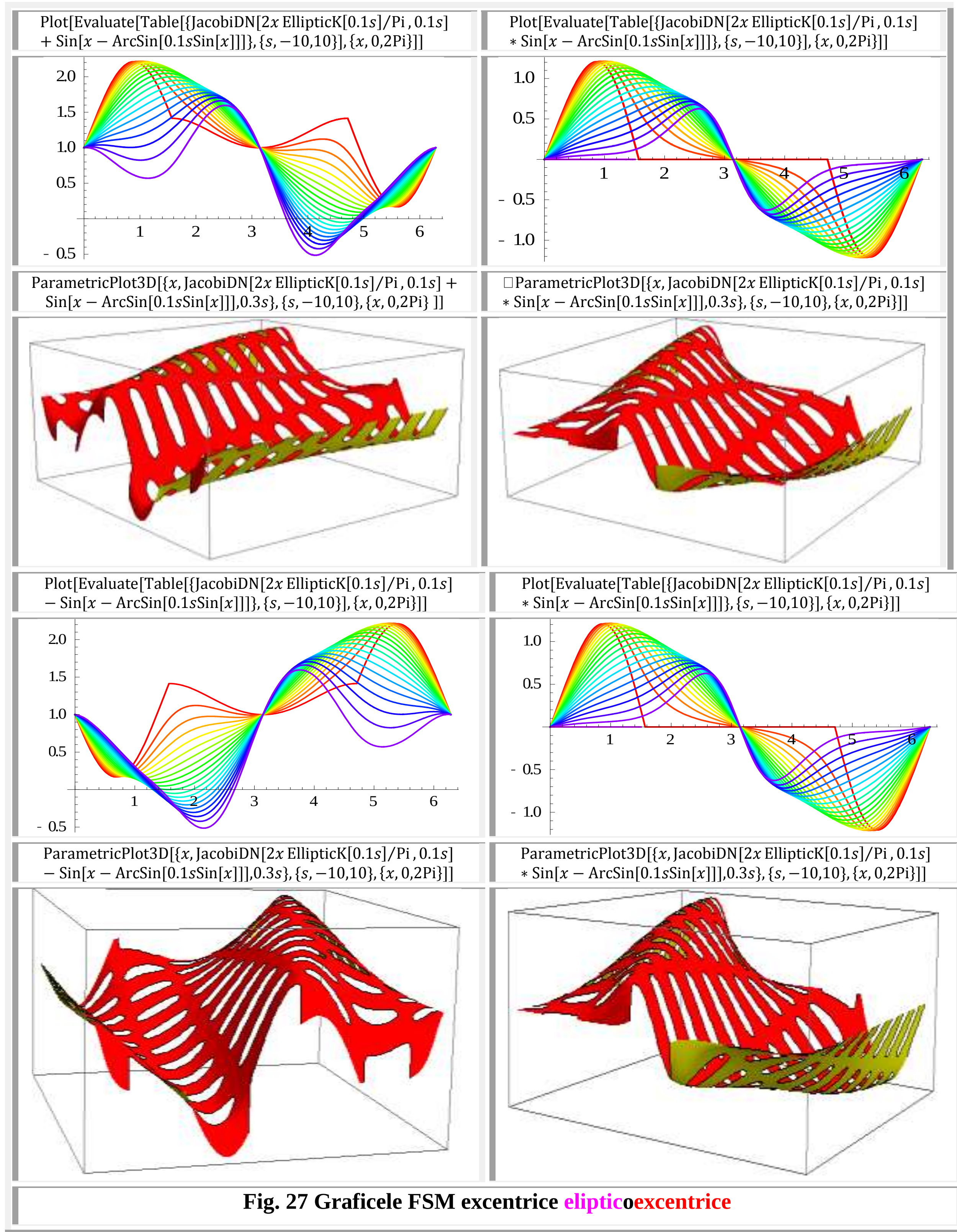


Fig. 27 Graficele FSM excentrice elipticoexcentrice

În fiecare dintre capitolele următoare ale lucrării vor fi reluate diversele asociaţii de curbe şi pentru fiecare asociere vor fi ilustrate sumele, diferenţele, produsul şi câtul acestora, fie ele centrice sau excentrice, elevate şi exotice.

În plus vor fi tratate şi asocerile cu funcţiile induse şi autoinduse (funcţii de funcţie), centrice şi excentrice.

Motto:" *Matematica e o ştiinţă interminabilă (şi neterminată n.n), ea evoluează permanent cu un pas înaintea altor ştiinţe*"
David Boia
*O dovedeşte şi **supermatematica** care este ea însăşi nemărginită, din mai multe puncte de vedere, unul prezentata în continuare*
Autorul SM

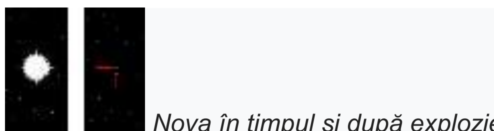
CAPITOLUL I DESPRE FUNCŢII SUPERNOVE

1 I N T R O D U C E R E

Ce este o **nouă** găsim explicit pe enciclopedia **Wikipedia**, din care redăm:

*"**Nova** este o explozie a unei stele care face ca steaua respectivă să devină mai strălucitoare apoi să revină la forma iniţială.*

***Novele** fac parte din **sisteme binare**, sau duble, care se numesc variabile cataclismice. Mai demult astronomii foloseau termenul de **nova** (în latină **nova**, plural **novae – nouă, noi - s.n.**) pentru a descrie toate corpurile cereşti care deveneau brusc vizibile cu ochiul liber. Astăzi, astronomii pot să deosebească novele de supernove (asemenea novelor dar care își schimba forma inițială) cu o tehnologie numită spectroscopie.*


Nova în timpul şi după explozie

O explozie nova este produsă în interacţiunea a două stele care sunt foarte apropiate una de cealaltă. Forța gravitațională a unei stele atrage atmosfera altei stele în propria atmosferă. Când atmosfera devine destul de densă, explodează, strălucirea fiind vizibilă cu ochiul liber. Apoi, stelele revin la forma lor inițială, relativ neschimbată. Timpul necesar unei nove pentru a ajunge la maximul de strălucire iar apoi pentru a revini la forma inițială este variabil. Există nove rapide care ajung la maximul de strălucire în câteva zile păstrându-și strălucirea de la câteva ore la o săptămână și nove lente (de obicei cele mai strălucitoare) care strălucesc luni de zile sau chiar ani."

O denumire mai bună pentru ***noile*** funcţii supermatematice (**FSM**), rezultate prin combinarea simultană a **două** curbe generatoare (***sisteme binare***), autorul n-a fost în stare să găsească.

Ele, **funcţiile supernove**, sunt funcţii complet ***noi*** introduse în matematică, ***binare***, definite pe două curbe matematice sau supermatematice simultan, ***apărând brusc*** şi având o "***strălucire***" ieşită din comun, având similitudini evidente cu ***stelele supernove*** !

Perechile de funcţiile supermatematice (**FSM**) utilizate şi prezentate în volumele anterioare erau definite / reprezentate pe ***cercul*** trigonometric sau unitate, deci pot fi denumite ***funcţii circulare centrice*** (**FCC**), respectiv ***funcţii circulare***: **excentrice**, **elevate** sau **exotice**. Ele au fost denumite funcţii **centrico**excentrice, **centrico**elevate, **centrico**exotice, **excentrico**elevate, **elevato**exotice ş.a.m.d.(Vol. III).

În prezentul volum se vor studia succint ***combinaţii de funcţii*** defnite pe ***diverse curbe*** precum **cerc**, **hiperbolă**, **elipsă**, **parabolă**, **trilobă**, **quadrilobă** / cvadrilobă ş.m.a.

Problemele greu de surmontat consistă în ***denumirea*** noilor funcţii obţinute prin astfel de combinaţii. De exemplu, dacă împărţim sinusul circular centric (**sinα**) cu sinusul centric eliptic **sn(u,k),** modificat la perioada de 2π [sn(u,k) → K(k).sn(u,k) $\frac{\pi}{2}$], se obţin funcţiile supermatematice (**FSM**) "***raport de sinusuri circularoeliptice***" [**sinx**/**sn(u.k)**]cu graficele din **figura 8**, sau "***raportul amplitudinilor elipticoexcentric***" [**am(u,k)** /**aex(s,θ)**] cu graficele din **figura 9**.

2 R E M E M B E R

Fiind convinşi că "***repetiţia este mama învăţăturii***", mai ales când o serie de noţiuni sunt complet noi şi extrem de importante, cum sunt cele ***supermatematice*** (**SM**), prezentăm o parte dintre tipurile de funcţii supermatematice cu care se va opera în continuare.

În **figura 1** sunt prezentate în paralel funcţiile trigonometrice şi cele circulare centrice (**Euler**) cunoscute cu indicarea modului în care funcţiile cosinus (cosα) şi sinus (sinα) centrice de variabilă centrică ± α, $\frac{\pi}{2} \pm \alpha$, π ± α ş.m.a. pot fi determinate simplu fără necesitatea memorării relaţiilor lor. Un singur exemplu este prezentat pentru x = cos(π/2 +α) = ─ sinα şi y = sin(π/2 +α) = cosα pentru a nu "încărca" figura, restul fiind doar sugerate.

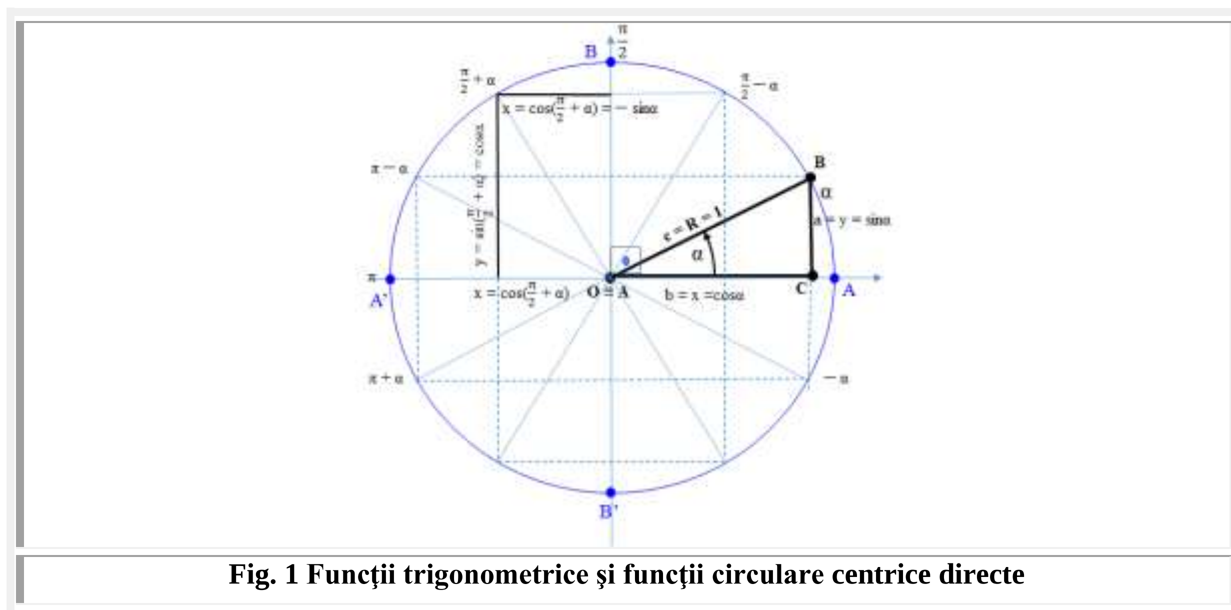


Fig. 1 Funcţii trigonometrice şi funcţii circulare centrice directe

Se observă, fără dificultate că, în ***Matematica Centrică*** (**MC**), vârful **A** al triunghiului şi totodată polul **P(0,0) ≡ O** al unei semidrepte centrice **AB**, centrul cercului trigonometric **C(0,0)**, azi cerc unitate şi originea **O(0,0)** a sistemului de axe rectangular drept **xOy** sunt ***3 puncte esenţiale confundate*** ale Matematicii. Trei puncte confundate, dispuse astfel de marele **Euler**, care au sărăcit matematica reducând-o la câte o singură funcţie cosinis (cosα), o singură funcţie sinus (sinα), o singură funcţie tangentă (tgα sau tanα) ş.a.m.d. şi, mai deosebit, se considera până de curând că două forme geometrice centrice esenţiale ***cercul*** şi ***pătratul*** ca fiind ***ireconciliabile.***

Descoperirea ***supermatematicii*** (**SM**), sau mai precis inventarea ei, ***a spulberat graniţele*** dintre liniar şi neliniar, dintre ideal şi real, dintre perfecţiune şi imperfecţiune, dintre cerc şi pătrat, dintre cerc şi triunghi, dintre sferă şi cub, dintre piramidă şi con, dintre cilindru şi prisma ş.m.a. S-a demonstrat că cercul şi pătratul, cercul şi triunghiul ca şi sfera şi cubul, cilindrul şi prisma ş.m.a. obiecte geometrice, au aceleaşi ecuaţii parametrice şi, prin modificarea excentricităţii, ele se pot transforma continuu şi exact unele în altele. Formele geometrice intermediare ale transformării continue a cercului (**s** = 0) în pătrat (**s** = ± 1) şi invers sunt denumite **quadrilobe** / cvadrilobe, deoarece dispun de patru lobi; pentru **s** = 0,98 se obţin pătrate cu colţurile uşor rotunjite / teşite.

Funcţiile supermatematice circulare excentrice (**FSM─CE**) sunt prentate în **figura 2**. În stânga ◀ cele de excentricitate liniară numerică **s** ≤ 1 şi în dreapta ▶ cele de **s** > 1. In **supermatematică** (**SM**) intersecţiile nu se fac cu semidrepta pozitivă, ci cu drepte, de aceea apar câte două determinări: una

principală, de ***indice 1***, din intersecţia cercului unitate CU(O,1) cu semidreapta pozitivă şi una secundară, de ***indice 2***, pentru **s** < 1, iar în cazul **s** > 1 apar patru determinari, câte două pentru fiecare semidreaptă.

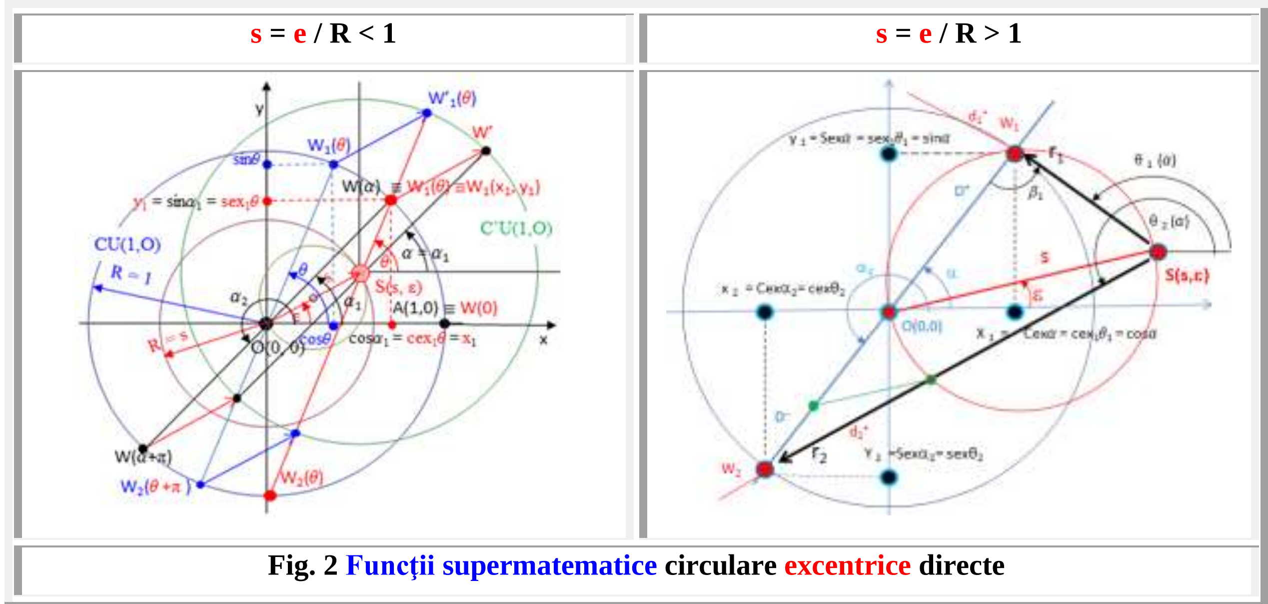


Fig. 2 Funcţii supermatematice circulare excentrice directe

In domeniul **SM** ***excentric*** prin deplasarea pe direcţia **ε** a originii **S**(**s**, **ε**) (în **MC**-pol) a dreptei excentriece **d** = $d^+ \cup d^-$ s-au obţinut ***funcţiile SM circulare excentrice*** propriu-zise (**FSM-CE**).

Prin deplasarea simultană a polului **P** (sau originea **S**(**s**, **ε**) dreptei **d**) şi a originii O(**s**, **ε**) a reperului se obţin ***funcţiile supermatematice*** (***excentrice***) ***elevate*** (**FSM—EL**), deoarece graficele funcţiilor se deplasează pe verticală (elevează) odată cu modificarea excentricităţii liniare **s**.

În fine, prin anularea / evitarea coincidenţei punctelor esenţiale(**O**, S ≡ P şi **C)** se obţin ***funcţiile supermatematice*** (***excentrice***) ***exotice*** (**FSM— Exo**).

Numai după apariţia acestor noi funcţii (**FSM)** s-a constatat că nu cosinusul şi sinusul sunt funcţii matematice elementare, aşa cum s-a crezut până atunci, ci ***noile*** **FSM-CE** ***amplitudine excentrică*** **$aex_{1,2}\theta$** şi **$Aex\alpha_{1,2}$**, precum şi ***beta excentrice*** **$bex_{1,2}\theta$** şi **$Bex\ \alpha_{1,2}$** deoarece cu ajutorul lor pot fi definite şi exprimate toate celelalte funcţii **SM**.

Pe lângă aceste funcţii noi au mai apărut **FSM-CE** denumite **derivate excentrice** (**$dex_{1,2}\theta$** şi **$Dex\alpha_{1,2}$**), ***radial excentrice*** (**$rex_{1,2}\theta$** şi **$Rex\alpha_{1,2}$**) ş.a. funcţii care în mecanică exprimă funcţii de transmitere de diverse ordine a tuturor mecanismelor plane, aşa cum s-a arătat în vol. I şi în vol. II al acestei lucrări, în care sunt prezentate şi multe alte detalii ale noilor funcţii **SM**.

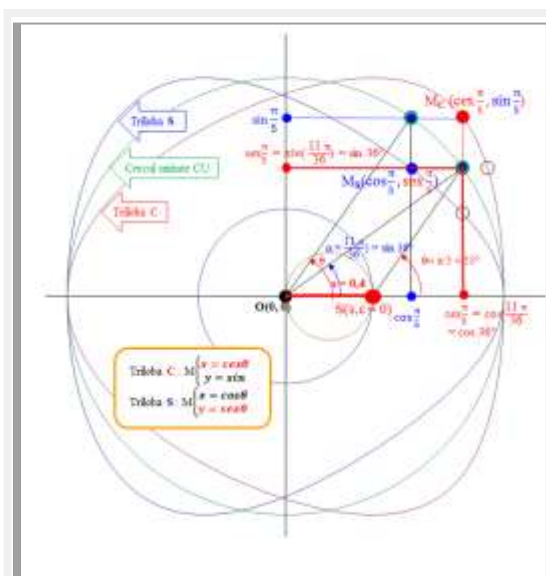
Deoarece funcţile circulare centrice **Euler** şi cele pătratice **Valeriu Alaci** sunt deja cunoscute, s-a trecut la definirea **FSM** ***trilobice excentrice*** (**FSM—TE**) şi ***quadrilobice*** / cvadrilobice ***excentrice*** (**FSM—QE**), definite pe formele geometrice (curbe inchise cu trei şi, respectiv, cu patru lobi) intermediare obţinute la transformarea continua a cerc în triunghi perfect şi, respectiv, a cercului în pătrat perfect.

Schema generării şi definirii unor funcţii trilibice pe o trilobă de excentricitate liniară numerica **s** = **0,4** este rdată în **figura 3**, iar a funcţiilor **quadrilobice** în **figura 4**.

Prin intersectarea unei semidrepte cu polul în centrul C(0, 0) şi de direcţie centrică **α** se obţin coordonatele **x** şi **y** ale punctelor de intersecţie cu triloba sau cu quadriloba care sunt **funcţiile trilobice** şi, respectiv, **quadrilobice centrice** (**FTC**), iar prin intersectarea trilobei sau a quadrilobei cu o dreaptă dusă prin ***excentrul*** **S**(**s**, **ε**) se obţin coordonatele **x** şi **y** ale funcţiilor trilobice şi, respectiv quadrilobice,

excentrice. Trilobele pot fi de cosinus (cu indicele **C**) sau de sinus (cu indicele **S**) aşa cu este ilustrat în **figura 3**, în care sunt indicate şi ecuaţiile parametrice ale acestor trilobe.

În **figura 4** sunt indicate construcţia unei quadrilobe de excentricitate **s** = 0,8 precum şi funcţiile quadrilobice centrice ***cosinus cvadrilobic* coqθ** şi ***sinus quadrilobic* siqθ**.



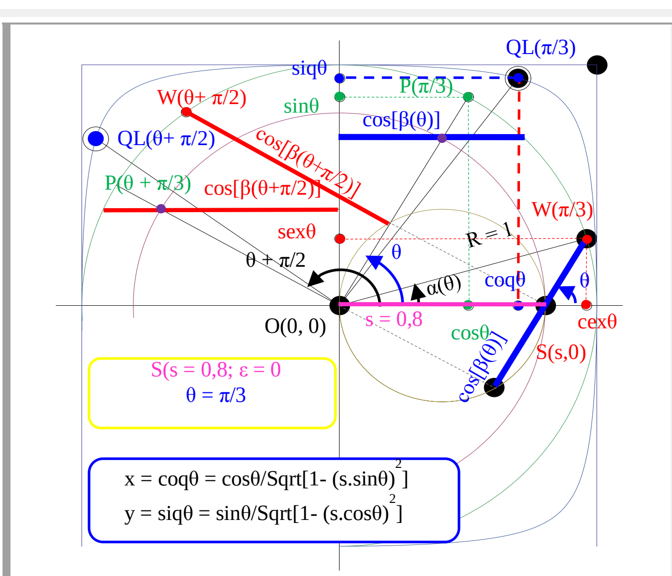
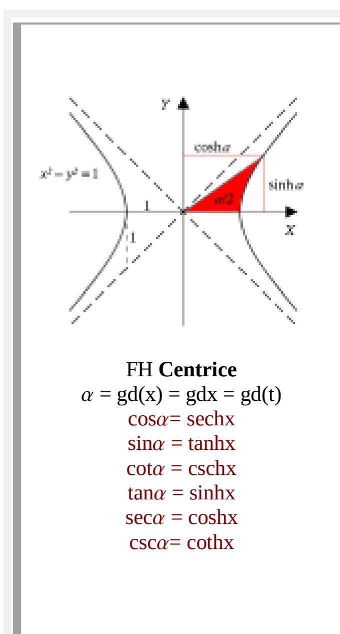
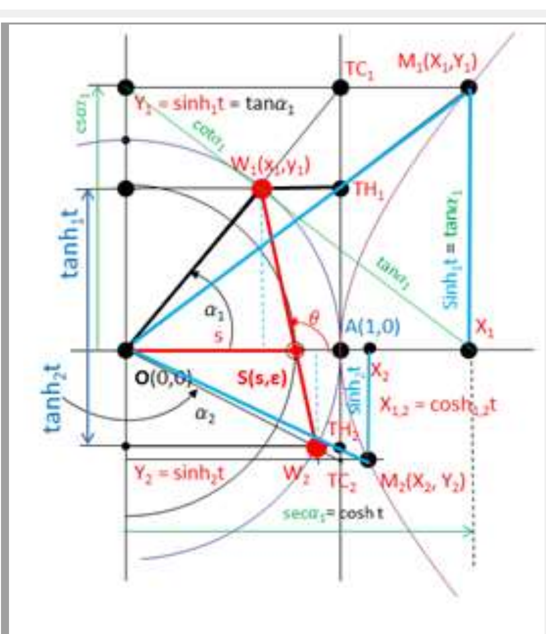


Fig. 3 Funcţii supermatematice trilobice

Fig. 4 Funcţii supermatematice quadrilobice / cvadrilobice directe





FSM-HE de θ

$\alpha(x) = \mathrm{gdex}\alpha = 2\mathrm{arctane}^{\alpha(\theta)} - \pi/2 = \mathrm{aexh}[\theta, S(s, \varepsilon)]$

$X_{1,2} = \mathrm{cosht}_{1,2} = \mathrm{cht}_{1,2} = \sec \alpha_{1,2}$

$Y_{1,2} = \mathrm{sinht}_{1,2} = \mathrm{sht}_{1,2} = \tan\alpha_{1,2}$

$\frac{X_{1,2}}{Y_{1,2}} = \mathrm{cotht}_{1,2} = \mathrm{ctht}_{1,2} = \csc \propto_{1,2} = \mathrm{cscexh}_{1,2}\theta$

$A\,TH_{1,2} = \frac{Y_{1,2}}{X_{1,2}} = \tanh \propto_{1,2} = \mathrm{tht}_{1,2} = \sin \propto_{1,2} = \mathrm{tanexh}_{1,2}\theta$

$\frac{1}{X_{1,2}} = \mathrm{secht}_{1,2} = \cos \propto_{1,2} = \mathrm{secexh}_{1,2}\theta$

$\frac{1}{Y_{1,2}} = \mathrm{cscht}_{1,2} = \cot \propto_{1,2} = \mathrm{cscexh}_{1,2}\theta$

Fig. 5 Funcţii hiperblice centrice ◀ şi FSM- hiperbolice excentrice ▶

Funcţiile hiperbolice centrice sunt reprezentate schematic în stânga **figurii 5**, iar cele excentrice în centrul şi în dreapta figurii.

În **figura 6** sunt prezentate funcţiile eliptice centrice pe elipsa unitate pe – direcţia - x (E_{Ux}).

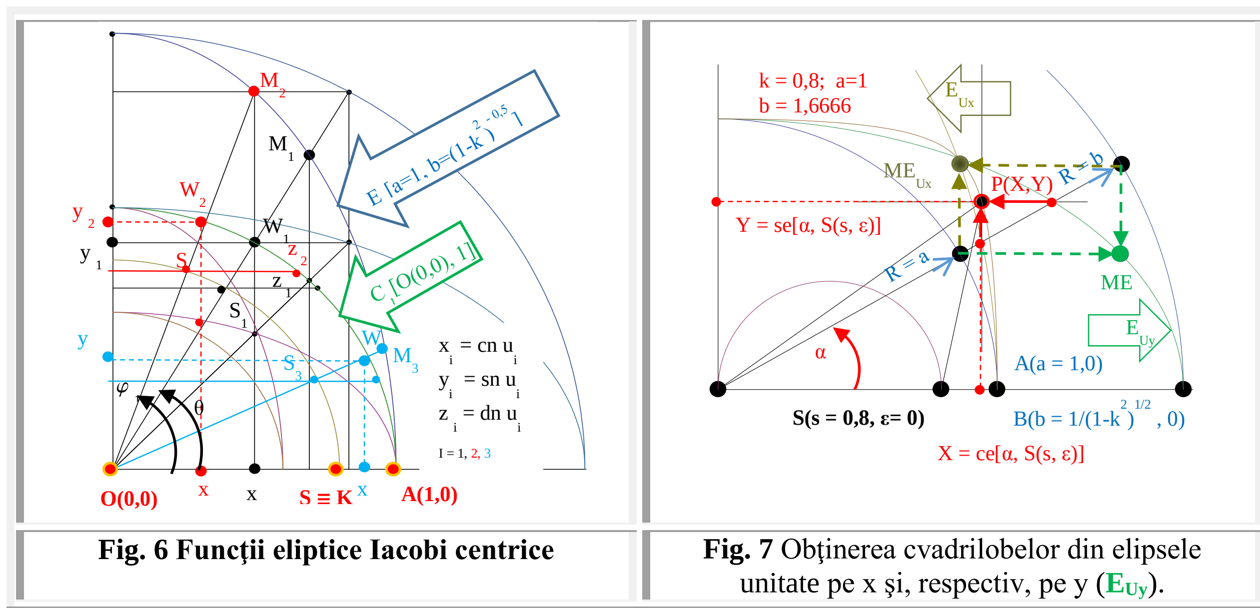


Fig. 6 Funcţii eliptice Iacobi centrice

Fig. 7 Obţinerea cvadrilobelor din elipsele unitate pe x şi, respectiv, pe y (**E_{Uy}**).

Funcţiile eliptice centrice **Jacobi** sunt funcţii de perioada **4K** şi pot fi aduse la perioada de **T = 2π** prin multiplicarea variabilei cu 2**K**(**k**)/Pi, aşa cum s-a procedat la ridicarea graficelor **funcţiilor supernove** (**FSN**) circularoeliptice şi elipticocirculare din paragraful următor. În acest fel ambele ***tipuri*** de funcţii devin de aceeaşi perioada **2π**. Prezentăm în continuare foar câteva exemple de funcţii supernove.

3 FSM CIRCULAROELIPTICE ŞI ELIPTICOCIRCULARE

În **figura 8** sunt prezentate în 2D◀ şi în 3D▶ primele funcţii supernove ale câtului sinusurilor circular centric şi eliptic centric modificat, adică: **sinx / sn(u,k) * K(k) $\frac{\pi}{2}$.**

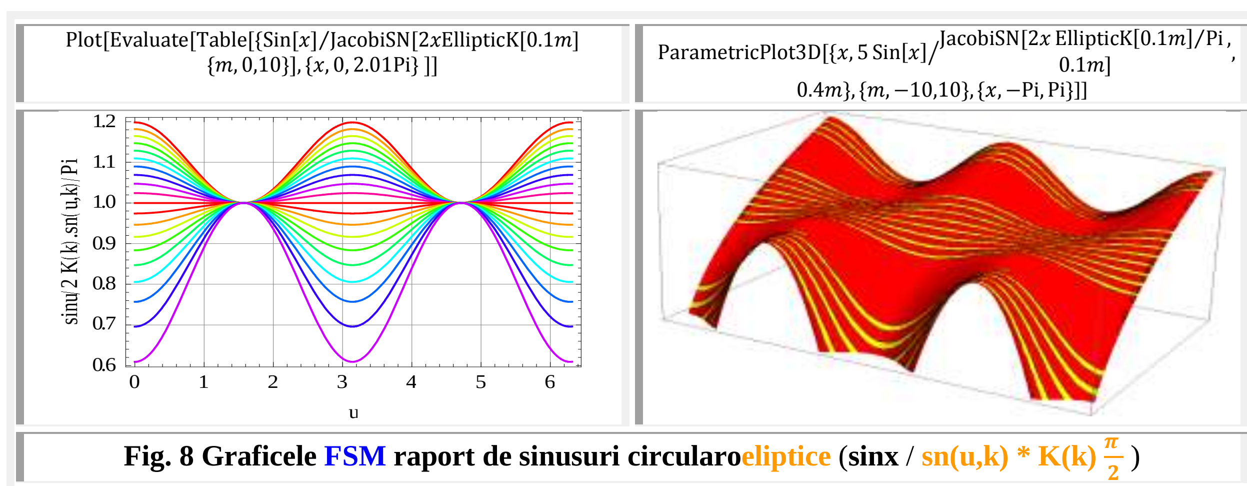


Fig. 8 Graficele FSM raport de sinusuri circularoeliptice (sinx / sn(u,k) * K(k) $\frac{\pi}{2}$)

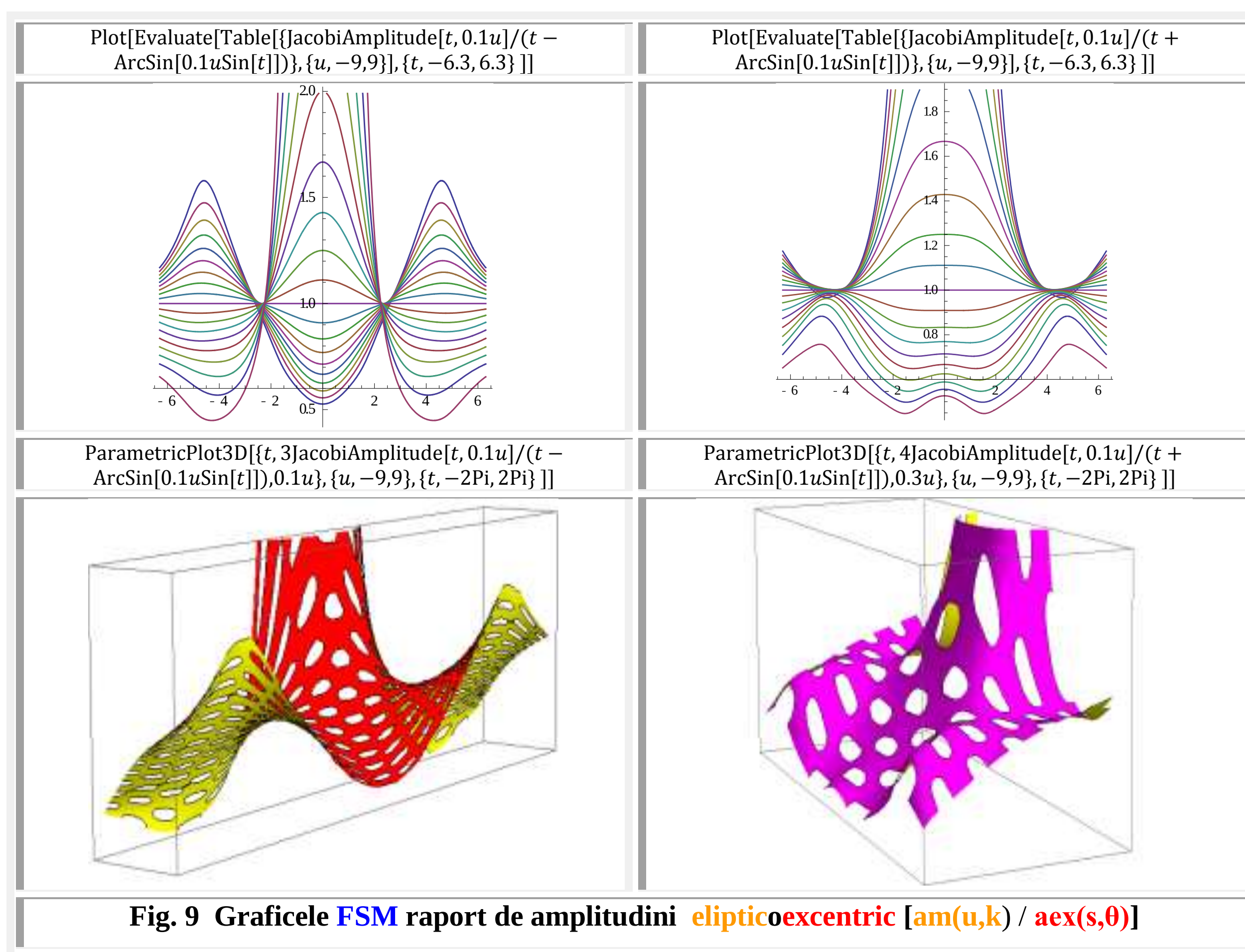
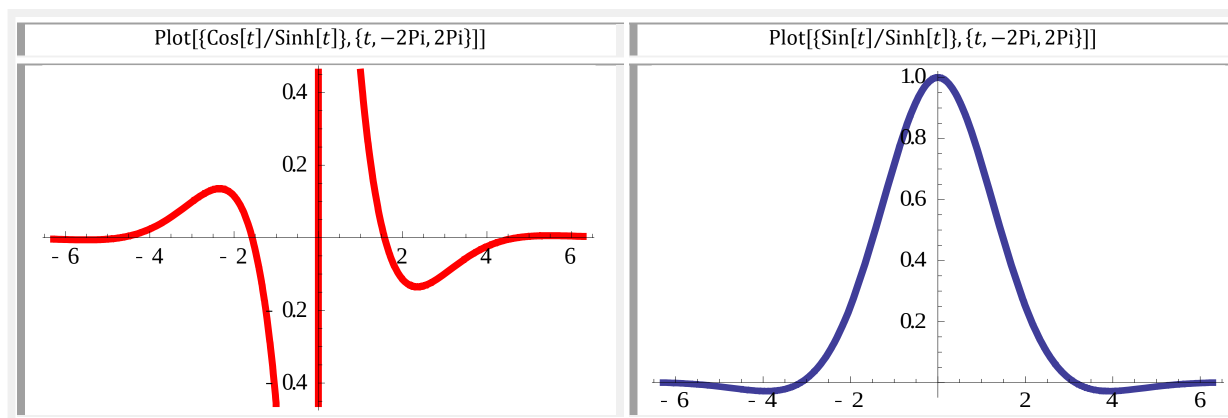


Fig. 9 Graficele FSM raport de amplitudini elipticoexcentric [am(u,k) / aex(s,θ)]

4 FSM CIRCULAROHIPERBOLICE ŞI HIPERBOLICOCIRCULARE

FSM definite pe cercul unitate şi, respectiv, pe hiperbola echilaterală [**hiperbolicocirculare]** (**Fig. 10**) sau pe cercul unitate şi hiperbola excentrică [**circularohiperbolice**] sunt unice / unicate (**Fig. 11**), aşa cum rezultă şi din figurile anterior prezentate, dacă hiperbolele sunt ***centrice***.



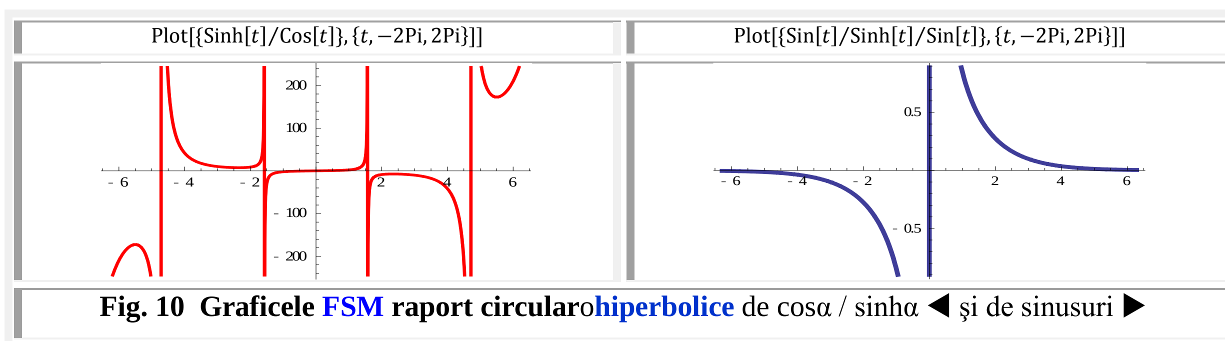


Fig. 10 Graficele FSM raport circularohiperbolice de cosα / sinhα ◀ şi de sinusuri ▶

Plot[Evaluate[Table[{Cos[t]/Sinh[t − ArcSin[0.1sSin[t]]]}, {s, −9, +9}], {t, −2Pi, 2Pi}]]

Plot[Evaluate[Table[{Sin[t]/Sinh[t − ArcSin[0.1sSin[t]]]}, {s, −9, +9}], {t, −2Pi, 2Pi}]]

Plot[Evaluate[Table[{Sinh[t − ArcSin[0.1sSin[t]]]/Cos[t]}, {s, −9, + 9}], {t, −2Pi, 2Pi}]]

Plot[Evaluate[Table[{Sinh[t − ArcSin[0.1sSin[t]]]/Sin[t]}, {s, −9, +9}], {t, −2Pi, 2Pi}]]

Fig. 11 Graficele FSM raport circularohiperbolice excentrice de cosα / sexhα ◀ şi de sinusuri ▶

În **figura 10** graficele sunt unice, deoarece atât funcţiile circulare ***centrice*** (**FCC**) cât şi cele hiperbolice ***centrice*** (**FHC**) sunt unice. Funcţiile hiperbolice ***excentrice*** (**FHE**) fiind multiple, în funcţie de excentricitatea numerică **s** ∈ [— 0,9; + 0,9] sau **s** ∈ [— ∞, + ∞] şi graficele acestora sunt multiplicate de la unu la infinit (**Fig. 11** şi **Fig. 12**), precum şi la toate celelalte **FSM excentrice**, **elevate** şi **exotice**.

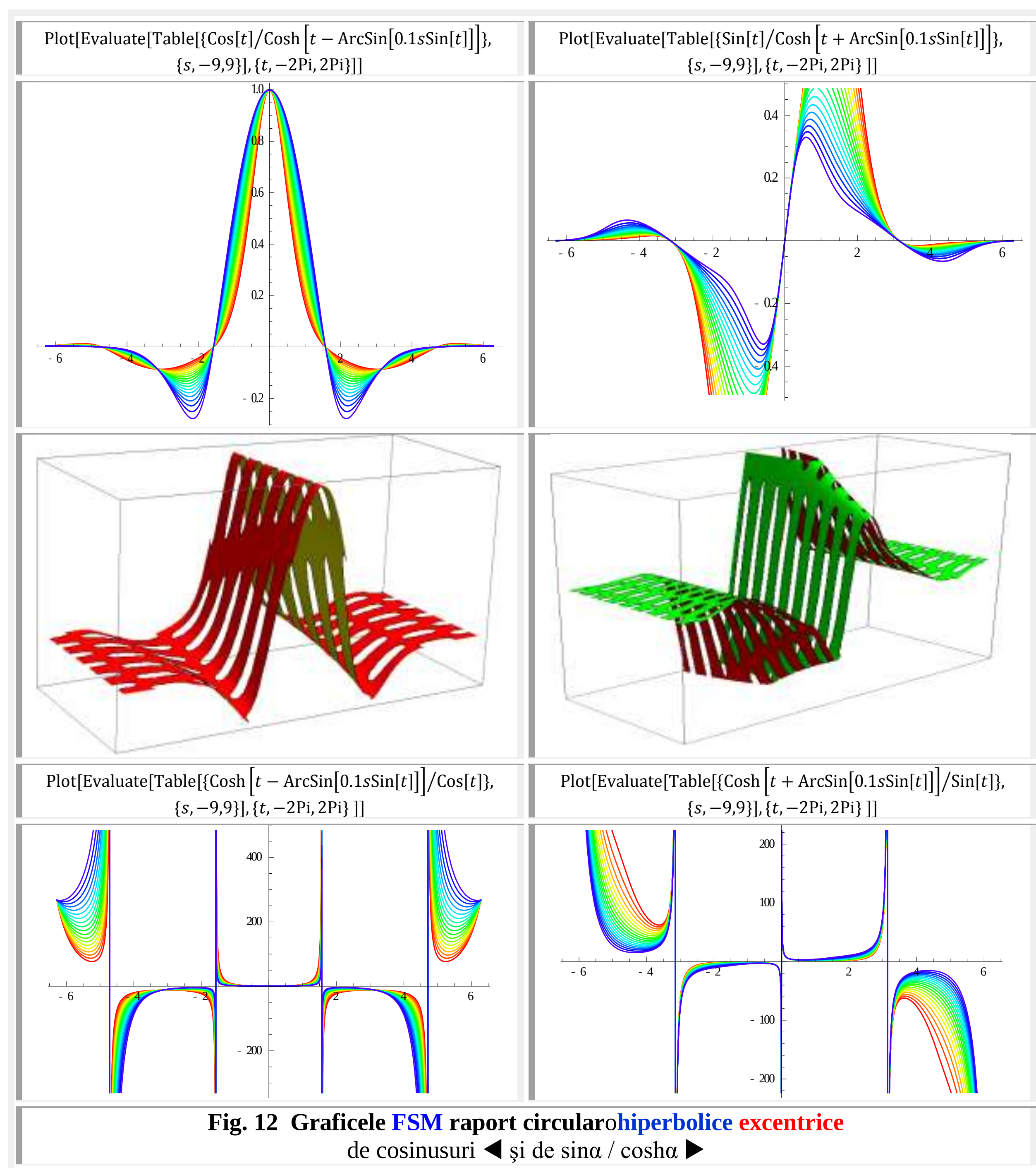
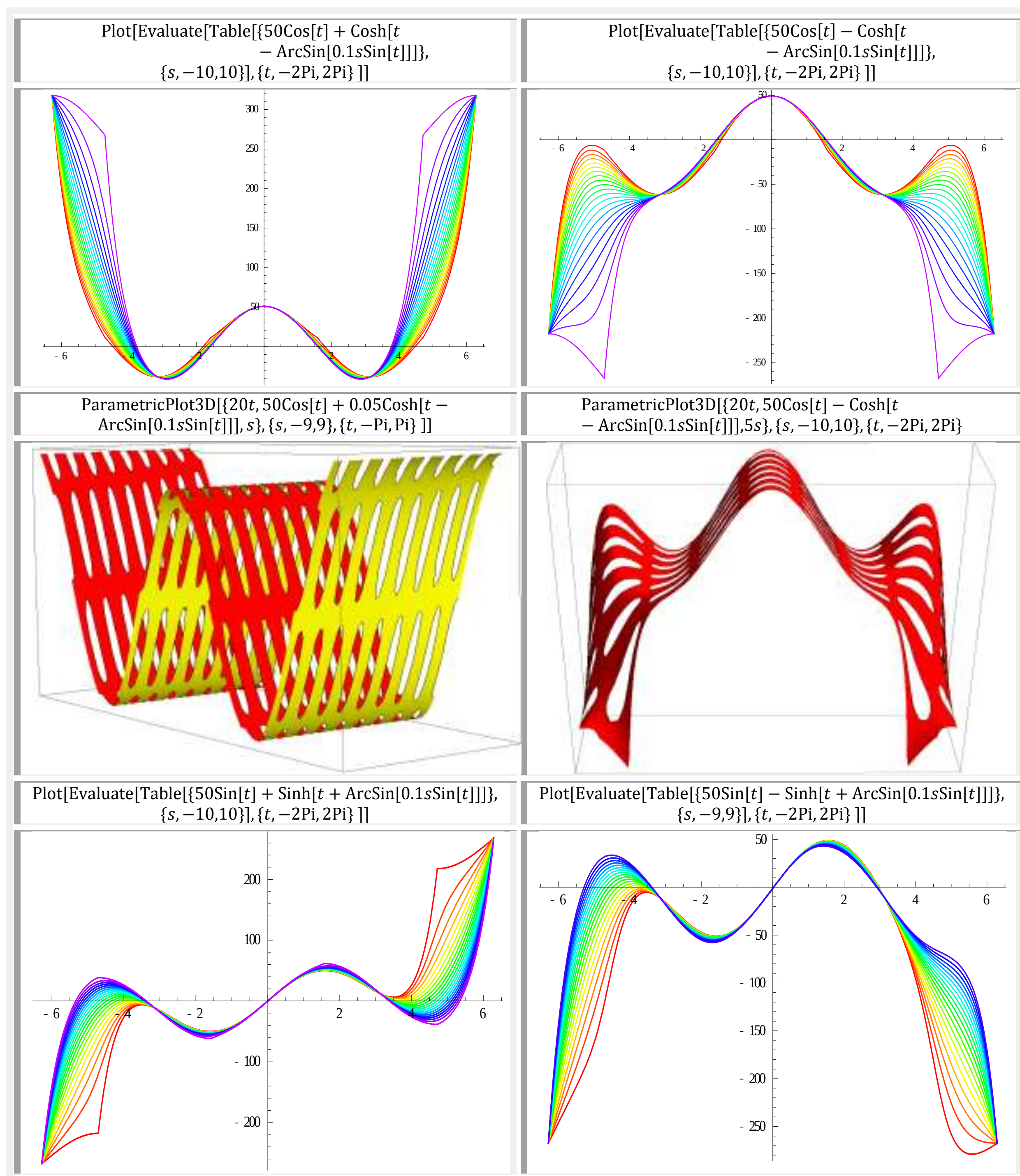


Fig. 12 Graficele FSM raport circularohiperbolice excentrice
de cosinusuri ◀ şi de sinα / coshα ▶

Până aici au fost prezentate doar produse şi rapoarte ale acestor funcţii. În continuare se vor prezenta şi sume şi diferenţe ale acestora.

Deoarece funcţiile hiperbolice iau valori foarte mari, în domeniul α ∈ [−2π, 2π], iar cele circulare pe cercul unitate au maximele pozitive şi negative de **± 1**, acestea din urmă au fost multiplicate pentru ca influenţa lor în cuplu să fie mai evidentă.



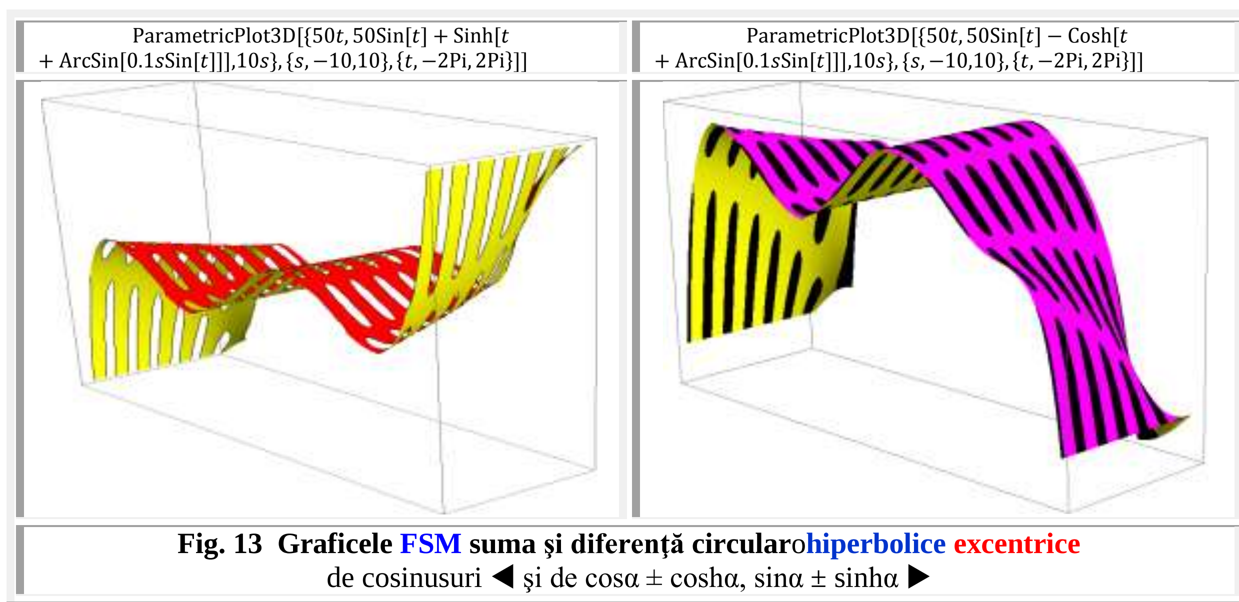


Fig. 13 Graficele FSM suma şi diferenţă circularohiperbolice excentrice
de cosinusuri ◀ şi de cosα ± coshα, sinα ± sinhα ▶

Plot[Evaluate[Table[{50Cos[t] + Sinh[t − ArcSin[0.1sSin[t]]]}, {s, −10,10}], {t, −2Pi, 2Pi}]]	Plot[Evaluate[Table[{50Cos[t] − Sinh[t − ArcSin[0.1sSin[t]]]}, {s, −10,10}], {t, −2Pi, 2Pi}]]
ParametricPlot3D[{20t, 60Cos[t] + 0.5Sinh[t − ArcSin[0.1sSin[t]]],5s}, {s, −10,10}, {t, −2Pi, 2Pi}]]	ParametricPlot3D[{20t, 60Cos[t] − 0.5Sinh[t − ArcSin[0.1sSin[t]]],5s}, {s, −10,10}, {t, −2Pi, 2Pi}]]

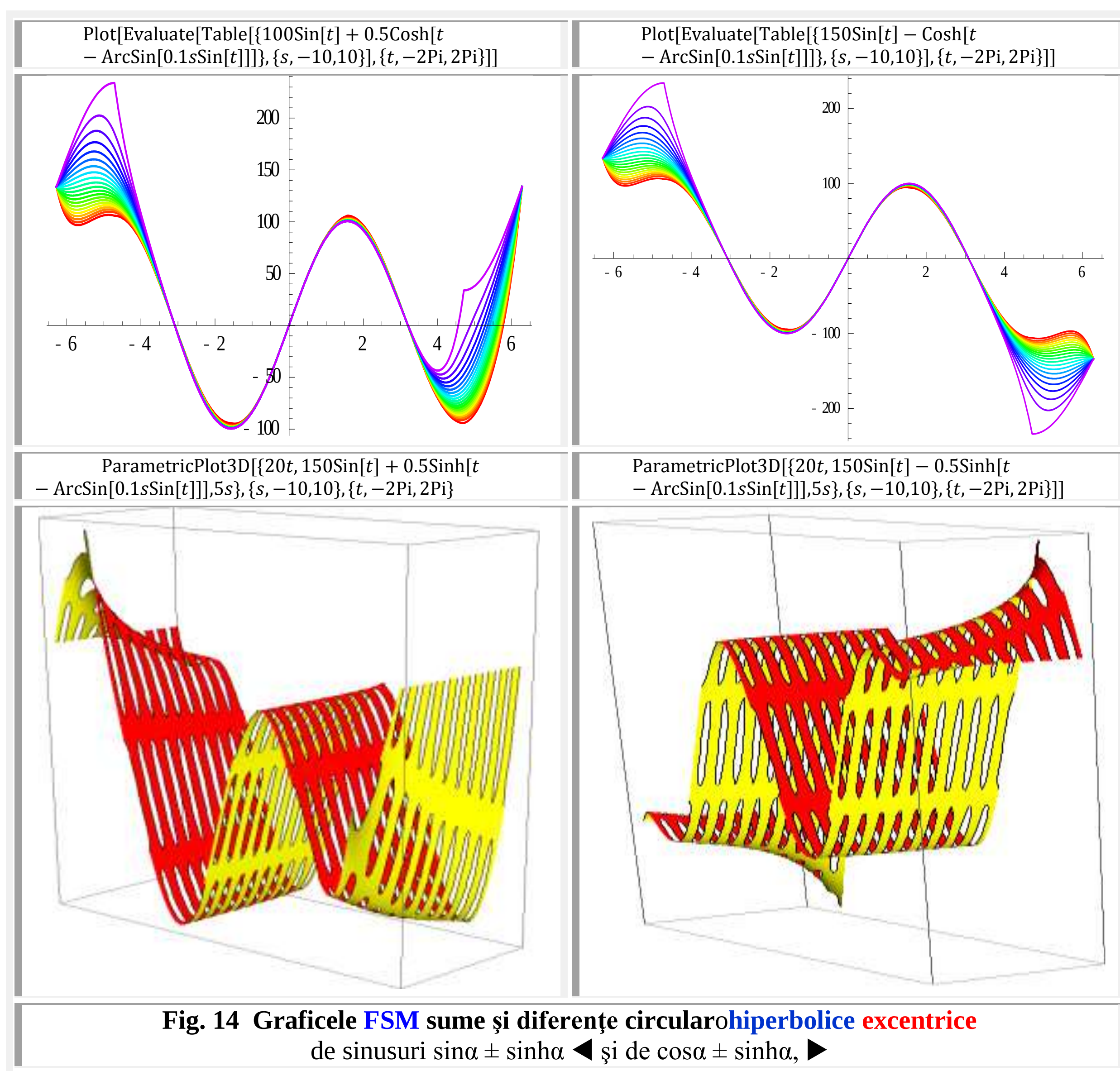


Fig. 14 Graficele FSM sume şi diferenţe circularohiperbolice excentrice
de sinusuri sinα ± sinhα ◀ şi de cosα ± sinhα, ▶

Dintre funcţiile ***centrice*** numai cele ***eliptice*** [cn, sn, dn] sunt multiple, în funcţie de ***modulul k*** care este aceeaşi adică tocmai ***excentricitatea numerică s*** a **funcţiilor supermatematice** ***excentrice*** (**FSM—E**).

Se vor prezenta în continuare **FSM** ca o combinaţie dintre funcţiile hiperbolice ***centrice*** şi cele ***eliptice*** ***centrice***.

5 FSM HIPERBOLICOELIPTICE ŞI ELIPTICOHIPERBOLICE

În acest paragraf sunt prezentate la început **funcţiile *hiperbolice* *centrice*** (cosh / ch, sinh / sh) în combinaţie (de sume, diferenţe, produse şi rapoarte) cu ***funcţiile eliptice* *centrice*** **Jacobi** (cn, sn, dn), iar în paragraful următor vor fi prezentate aceleaşi funcţii dar ***excentrice***. Cele două tipuri de funcţii sunt prezentate comparativ în **figurile 8** şi **9.**

		Tabelul 1 ISTORIA UNOR CURBE
		C U R B E G R E C E Ş T I
CERCUL LUI APOLLONIUS		Se consideră segmentul $\|AB\|$ şi un număr real pozitiv k = $\frac{d_1}{d_2} \neq 1$ Atunci mulţimea punctelor: $C_A = \{P \backslash \overline{AP} : \overline{PB} = k\}$ este cercul lui **Apollonius**.
ELIPSA LUI APOLLONIUS		Se dau: cercul **C(M,r)** şi punctul **G** în interiorul cercului. Atunci, locul geometric al punctelor aflate la aceeaşi distanţă de cercul **C(M,r)** şi de punctul fix **G** este o **elipsă**.
PARABOLA LUI APOLLONIUS		**Parabola** este locul geometric al punctelor, din planul euclidian , egal depărtate de un punct fix **F** (*focar*) şi o **dreaptă** fixă **D** (***directoare***).
HIPERBOLA LUI APOLLONIUS VĂZUTA DE UN ROMÂN		Se dau: **cercul unitate C(O, r = 1)** şi punctul **A(1,0)** pe cercul unitate şi tangenta **τ** în acest punct. Atunci, locul geometric al punctelor **P(x, y)** pentru care $\frac{x}{a} = \frac{tan\alpha}{sin\alpha} = \frac{1}{cos\alpha}$ = secα → x = $\frac{a}{cos\alpha}$ şi y = b.tanα= **sinht**, adică **P(x, y)** $\begin{cases} x = \frac{a}{cos\alpha} \\ y = b.tan\alpha \end{cases}$ este o **hiperbolă**.

În prealabil se va prezenta succint istoricul unor curbe vechi denumite greceşti şi a unora noi întitulate româneşti, în Tabelul **1** şi în **Tabelul 2**.

		Tabelul 2 ISTORIA UNOR CURBE
		C U R B E R O M Â N E Ş T I
BILOBA ROMÂNILOR		$\begin{cases} x = R.\cos\{\theta - \arcsin[s_x.\sin(\theta - \varepsilon)]\} \\ y = R.\sin\{\theta - \arcsin[s_y.\sin(\theta - \varepsilon)]\} \end{cases}$

TRILOBA ROMÂNILOR		$\begin{cases} x = R.\cos\{\theta - \arcsin[s_x.\sin(\theta-\varepsilon)]\} \\ y = R.\sin\{\theta - \arcsin[s_y.\sin(\theta-\varepsilon)]\} \end{cases}$
QUADRILOBA ROMÂNILOR		$\begin{cases} x = \frac{R.\cos(\theta-\varepsilon)}{\sqrt{1 - {s_x}^2.sin^2(\theta-\varepsilon)}} \\ y = \frac{R.\sin(\theta-\varepsilon)}{\sqrt{1 - {s_y}^2.cos^2(\theta-\varepsilon)}} \end{cases}$
POLILOBA ROMÂNILOR		ParametricPlot[Evaluate[Table[{ {$v(x$ − ArcSin[0.2sSin[x]]), vSqrt[36 − x^2]}, {$v(x$ − ArcSin[0.2sSin[x]]), −vSqrt[36 − x^2]}}, {s, 5,5}], {x, −6,6}, {v, 0,1}
www.SuperMathematica.org	www.SuperMathematica.com	www.SuperMathematica.Ro

Studiul conicelor nu a mai evoluat timp de un mileniu şi jumătate, până la Renaştere, când s-a reluat studiul acestora. La grecii antici, **cercul** era **simbolul perfecţiunii**. De aceea l-au hulit pe **Apollonius,** când din cerc a "făcut" conicele, pentru că a distrus imaginea perfecţiunii cu aceste noi curbe urâte şi l-au lovit cu pietre, confirmă istoria.

Ce va păţi românul care le-a multiplicat pe fiecare dintre ele la infinit şi a mai introdus în matematică o infinitate de alte entităţi matematice noi ? E greu de închipuit ! Deocamdată este linişte ... mormântală.

Ca să-l parafrazez pe **Mahatma Gandhi: "**Mai întâi ***te ignoră***, apoi ***râd de tine***, apoi ***se luptă cu tine*** şi apoi ***tu invingi*** ". Prima etapă pare că s-a epuizat, urmează a doua, cea cu ... râsul…

Din cerc, **Apolonius** a inventat / descoperit o infinitate de alte curbe, iar din acestea, din fiecare în parte, un român a descoperit o altă infinitate de curbe ! Şi procesul ar putea continua.

Cum ? Înlocuind, în ecuaţia oricărei centrice, abscisa sau variabila (**x, t, α, u,** etc) cu o funcţie denumită, prin similitudine cu funcţia eliptică, amplitudine (amplitudinus) **am(u,k)**, **amplitudine excentrică aexθ** şi /sau **Aexα**, deoarece cos[**am(u,k)**] = cn(u,k) iar sin[**am(u,k)**] = sn(u,k).

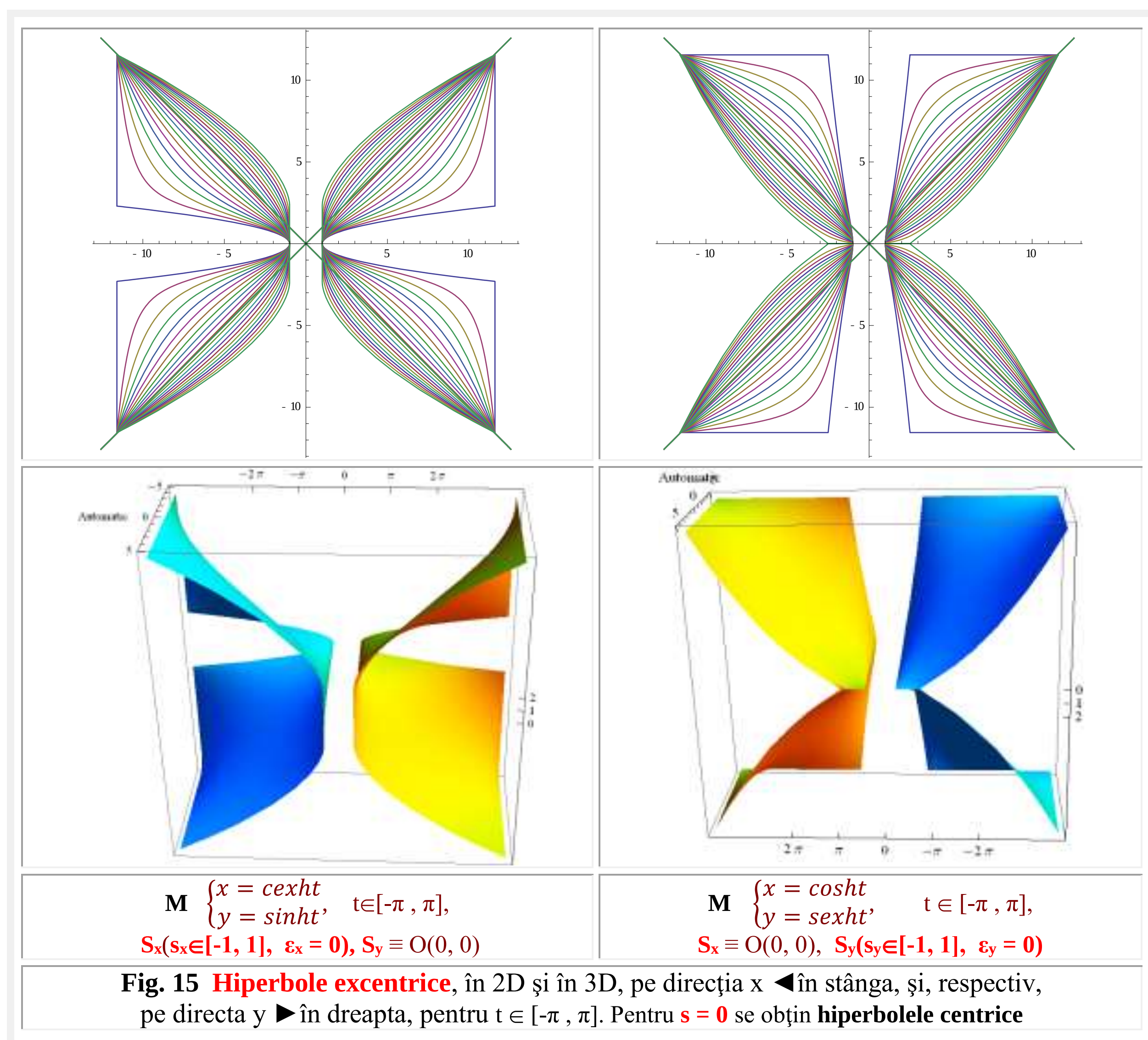
Astfel, **funcţia supermatematică circulară excentrică** (**FSM-CE**) **amplitudine excentrică aexθ** de variabilă **excentrică θ** şi **Aexα**, de variabilă **centrică α**, devin cele mai importante **funcţii supermatematice**, deoarece ele fac trecerea din domeniul **MC** în cel al domeniului mult mai vast, chiar infinit, al **ME**.

În astronomie, **Apollonius** a introdus şi dezvoltat teoria mişcării circulare uniforme a corpurilor cereşti în jurul Pământului considerat imobil.

Un **român** a generalizat această mişcare şi a introdus, a studiat şi a dezvoltat **mişcarea circulară excentrică** (**MCE**) de **excentru E(e, ε)** punct fix, apoi şi pe cea de **excentru** punct mobil, adică **e** şi **ε** sunt funcţii şi nu constante, ca în **MCE** de **E** fix [**Mircea Eugen Şelariu**, MIŞCAREA CIRCULARĂ EXCENTRICĂ DE EXCENTRU PUNCT MOBIL, **www.cartiaz.ro**].

De asemenea, **Apollonius** a introdus noţiunile de ***excentric*** şi ***epiciclu*** pentru a explica mersul planetelor.

A lăsat pentru posteritate, adică pentru **român şi români**, introducerea noţiunilor de **excentru E(e, ε)** şi/sau **S(s, ε)**, **excentricitate** (**liniară reală e** şi **liniară numerică s**, **unghiulară ε**, excentricităţi constante sau variabile / funcţii), "**excentricizare**" (v. în continuare), **excentrice** (curbe provenite din curbele centrice, ordinare, cunoscute), permiţându-i **românului** să afirme şi să demonstreze [**Mircea Eugen Şelariu**, MULTIPLICAREA DIMENSIONALĂ A SPAŢIILOR, www.cartiaz.ro, pag.5] că excentricitatea este o nouă dimensiune a spaţiului, ***dimensiunea de formare şi de deformare a acestuia*** (a spaţiului) şi, totodată, a obiectelor cuprinse / circumscrise în acesta. Am spus-o şi am scris-o de nenumărate ori şi ..? Silentium !



M $\begin{cases} x = cexht \\ y = sinht \end{cases}$, t∈[-π , π], **$S_x(s_x \in [-1, 1], \varepsilon_x = 0)$, S_y** ≡ O(0, 0)

M $\begin{cases} x = cosht \\ y = sexht \end{cases}$, t ∈ [-π , π], S_x ≡ O(0, 0), **$S_y(s_y \in [-1, 1], \varepsilon_y = 0)$**

Fig. 15 **Hiperbole excentrice**, în 2D şi în 3D, pe direcţia x ◄în stânga, şi, respectiv, pe directa y ►în dreapta, pentru t ∈ [-π , π]. Pentru **s = 0** se obţin **hiperbolele centrice**

FSM excentrice, **elevate** şi **exotice** pot fi de simplă, dublă sau multiplă excentricitate, iar excentricitatea poate fi o constantă sau o funcţie care descrie traiectoria excentrului **S**(**s**, **ε**) în planul cercului unitate.

Funcţiile supermatematice hiperbolice excentrice (**FSM-HE**) se exprimă prin cele hiperbolice centrice (**HC**) în care variabila **t** se înlocuieşte cu funcţia **aex**t, adică

(1) $$\begin{cases} cosht = \frac{e^t+e^{-t}}{2} \\ sinht = \frac{e^t-e^{-t}}{2} \\ tanht = \frac{e^t-e^{-t}}{e^t+e^{-t}} \\ ş.a.m.d \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} cexht = \cosh[\boldsymbol{aext}] = \frac{e^{aext}+e^{-aext}}{2} \\ sexht = \sinh[\boldsymbol{aext}] = \frac{e^{aext}-e^{-aext}}{2} \\ texht = \tanh[\boldsymbol{aext}] = \frac{e^{aext}-e^{-aext}}{e^{aext}+e^{-aext}} \\ ş.a.m.d \end{cases}$$

Ecuaţii parametrice ale hiperborelor **excentrice** (**HE**) sunt

(2) $$\begin{cases} x = \boldsymbol{cexht} = cexh[t = \theta, \boldsymbol{S_x}(s_x, \varepsilon_x)] \\ y = \boldsymbol{sexht} = sexht[t = \theta, \boldsymbol{S_y}(s_y, \varepsilon_y)] \end{cases},$$ cu unele grafice prezentate în **figura 8**.

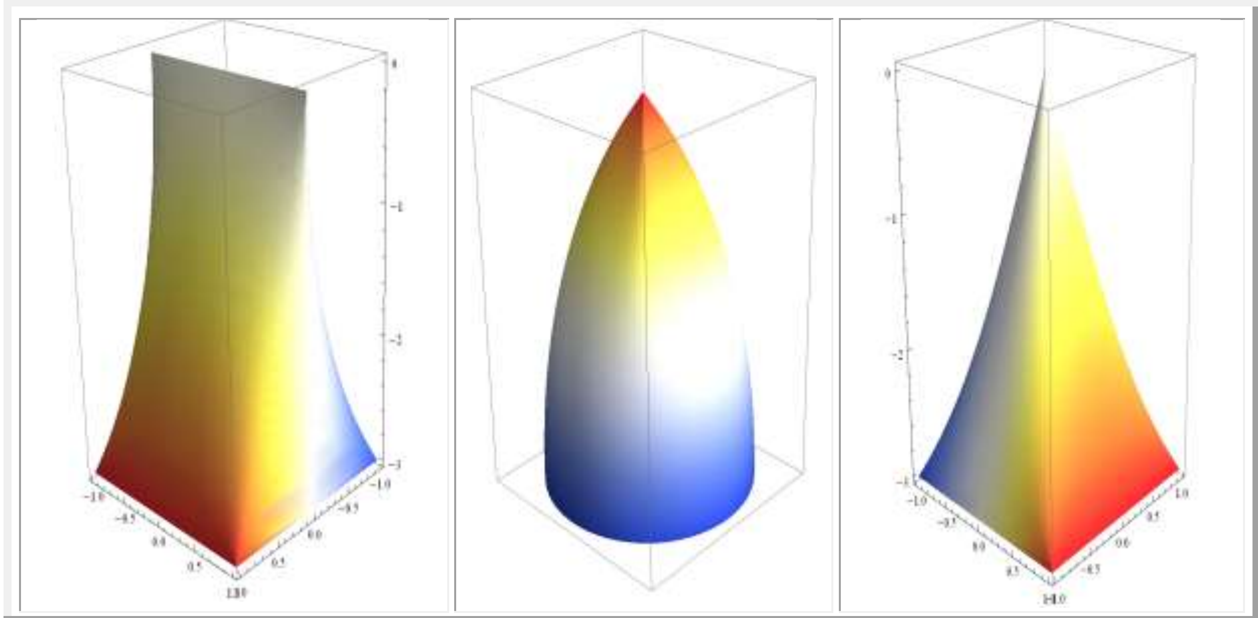
O altă posibilitate de reprezentare a hiperbolelor centrice şi, respectiv, excentrice, constă în utilizarea ecuaţiilor parametrice (3)

(3) $$\begin{cases} x = a\frac{1+t^2}{1-t^2} \\ y = b\frac{2t}{1-t^2} \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x = a\frac{1+t^2}{1-t^2} \\ y = b\frac{2t}{1-t^2} \end{cases} \rightarrow \text{t = aext = t - arcsin[s.sint]} \rightarrow \begin{cases} x = a\frac{1+(t-\arcsin[s.sint])^2}{(1-(t-\arcsin[s.sint])^2} \\ y = b\frac{2(t-\arcsin[s.sint])}{1-(t-\arcsin[s.sint])^2} \end{cases}$$

În **figura 8** sunt prezentate graficele unor hiperbole excentrice pe direcţia **x** (**HEx**), denumite astfel, deoarece, în ecuaţiile parametrice ale unei hiperbole centrice (**HC**), doar în parametrul / variabila / coordonata **x** s-a făcut trecerea din centric în excentric, în sensul că, funcţia hiperbolică **centrică** (**FHC**) **cosht** a fost înlocuită cu funcţia hiperbolică **excentrică** (**FHE**), adică **cosht** → **cexht**. Altfel spus, excentrul $S_x \neq O(0,0)$, iar $S_y \equiv O(0, 0)$ în ecuaţiile parametrice (2) (**Fig. 8** ◄).

În cazul în care $S_y \neq O(0,0)$ şi $S_y \equiv O(0, 0)$ → $s_y = 0$ se obţin hiperbole excentrice doar pe direcţia y (**HEy**), ca cele prezentate în **figura 8**►dreapta.

Câteva exemple de obiecte geometrice noi, hibride, datorate variaţiei excentricităţii în limitele **s ∈ [0, 1],** sunt prezenate în **figura 9**. Ele au fost denumite **conopiramidă**, piramidocon, **sferocub**, **sferoprisma** ş.m.a. pentru care autorul lor, un **român**, a fost admis ca MEMBRU DE ONOARE cu diplomă de PARADOXIST al clubului exclusivist **INTERNATIONAL ASSOCIASION OF PARADOXISM**.



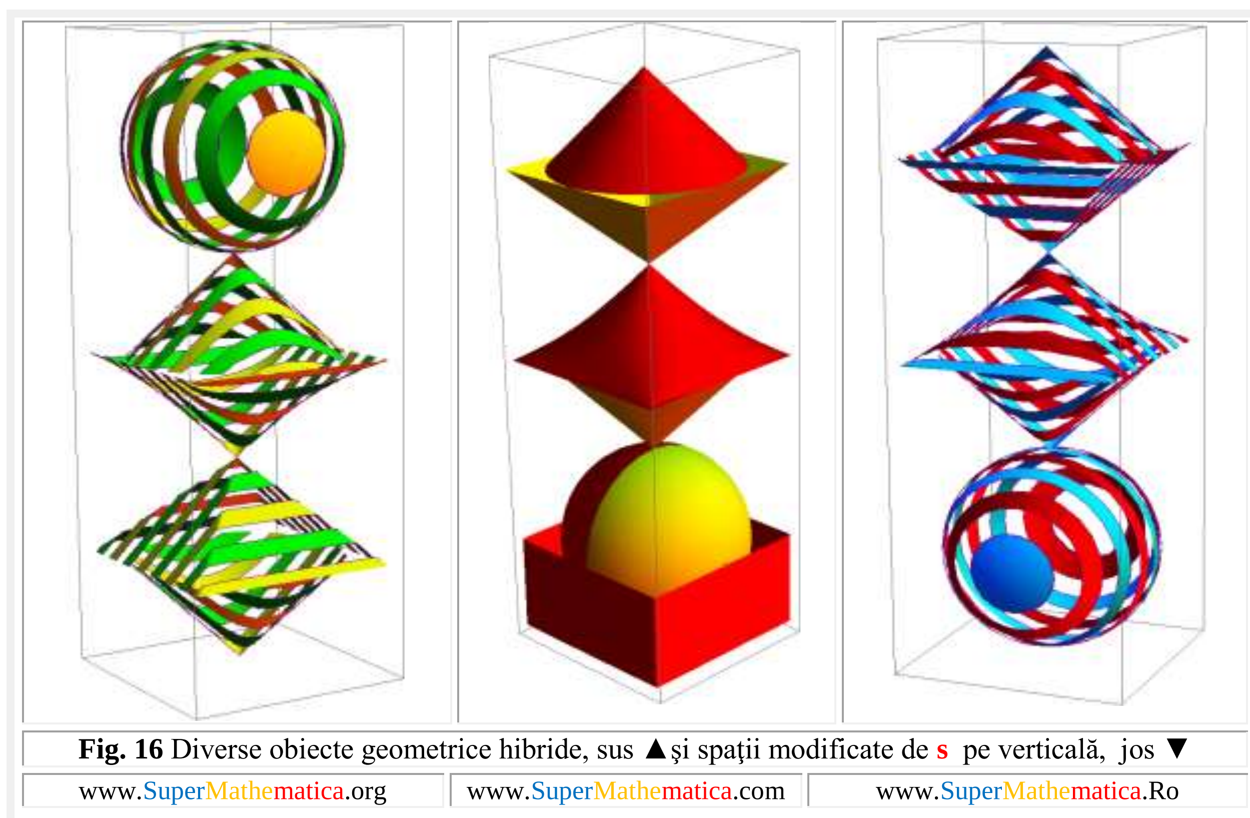
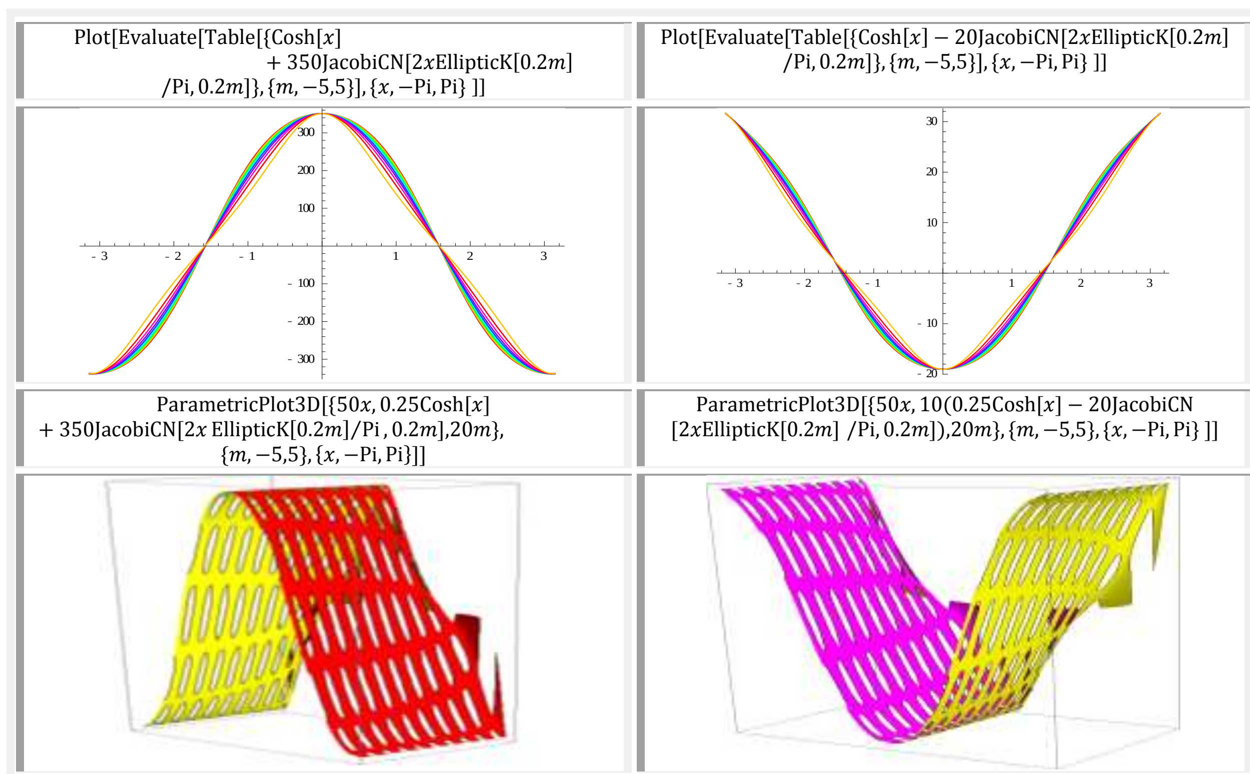


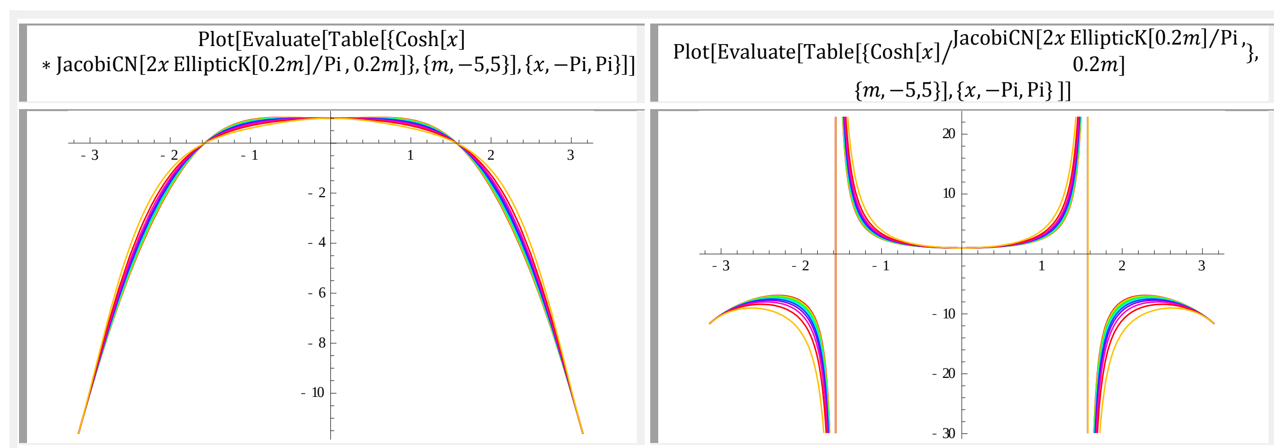
Fig. 16 Diverse obiecte geometrice hibride, sus ▲şi spaţii modificate de **s** pe verticală, jos ▼

www.SuperMathematica.org www.SuperMathematica.com www.SuperMathematica.Ro



Plot[Evaluate[Table[{Sinh[*x*] + 350JacobiSN[2*x* EllipticK[0.2*m*]/Pi , 0.2*m*]}, {*m*, −5,5}], {*x*, −Pi, Pi}]]	Plot[Evaluate[Table[{Sinh[*x*] − 20JacobiSN[2*x* EllipticK[0.2*m*]/Pi , 0.2*m*]}, {*m*, −5,5}], {*x*, −Pi, Pi}]]
ParametricPlot3D[{50*x*, 0.25Sinh[*x*] + 350JacobiSN[2*x* EllipticK[0.2*m*]/Pi , 0.2*m*],20*m*}, {*m*, −5,5}, {*x*, −Pi, Pi}]]	ParametricPlot3D[{50*x*, 10(0.25Sinh[*x*] − 20JacobiSN[2*x* EllipticK[0.2*m*]/Pi , 0.2*m*]),20*m*}, {*m*, −5,5}, {*x*, −Pi, Pi}]]

Fig. 17 Graficele FSM sume şi diferenţe hiperbolicoeliptice **excentrice**
de sinusuri coshα ± cnα ◀ şi de sinhα ± snα, ▶



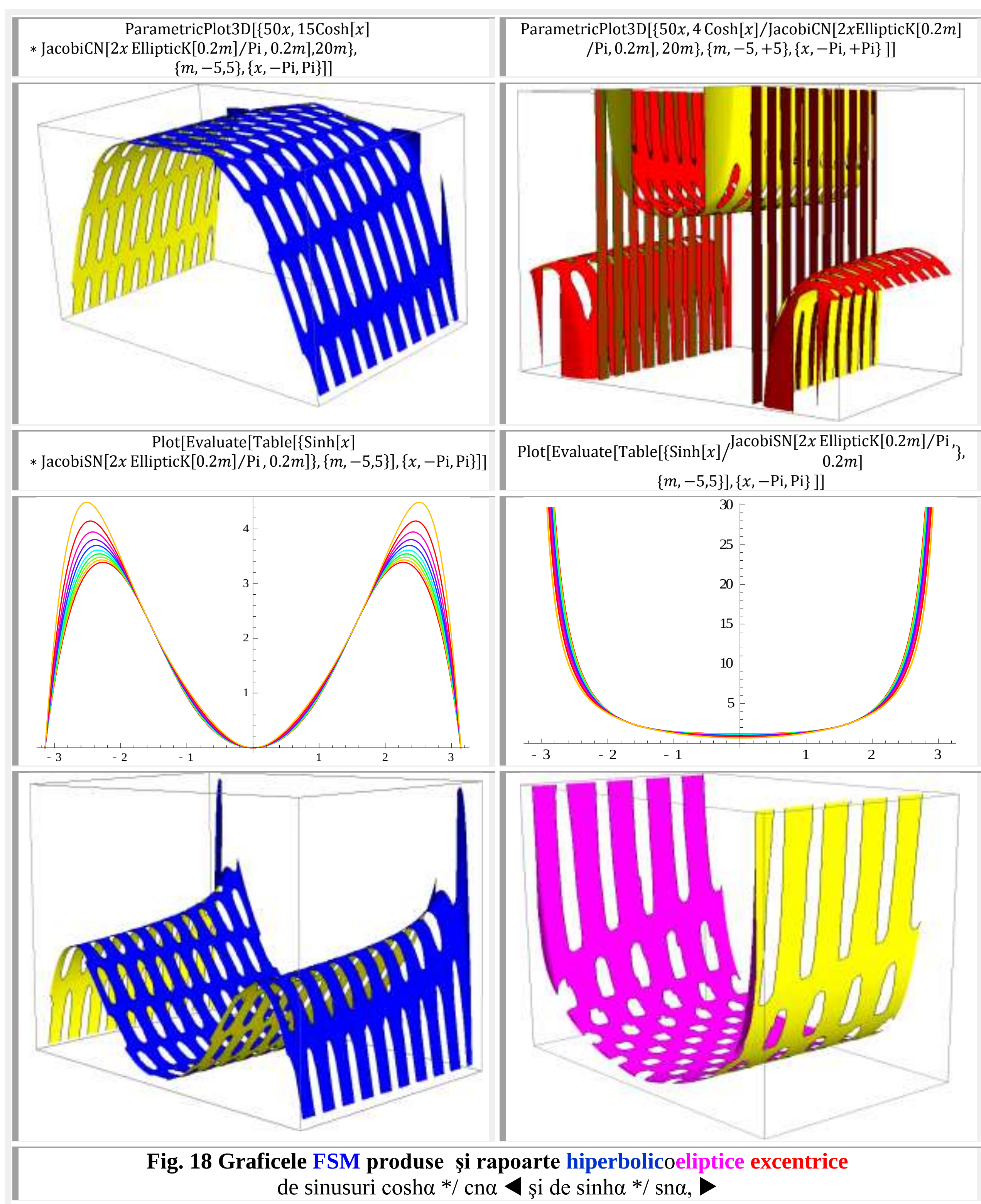


Fig. 18 Graficele FSM produse și rapoarte hiperbolicoeliptice excentrice
de sinusuri coshα */ cnα ◀ şi de sinhα */ snα, ▶

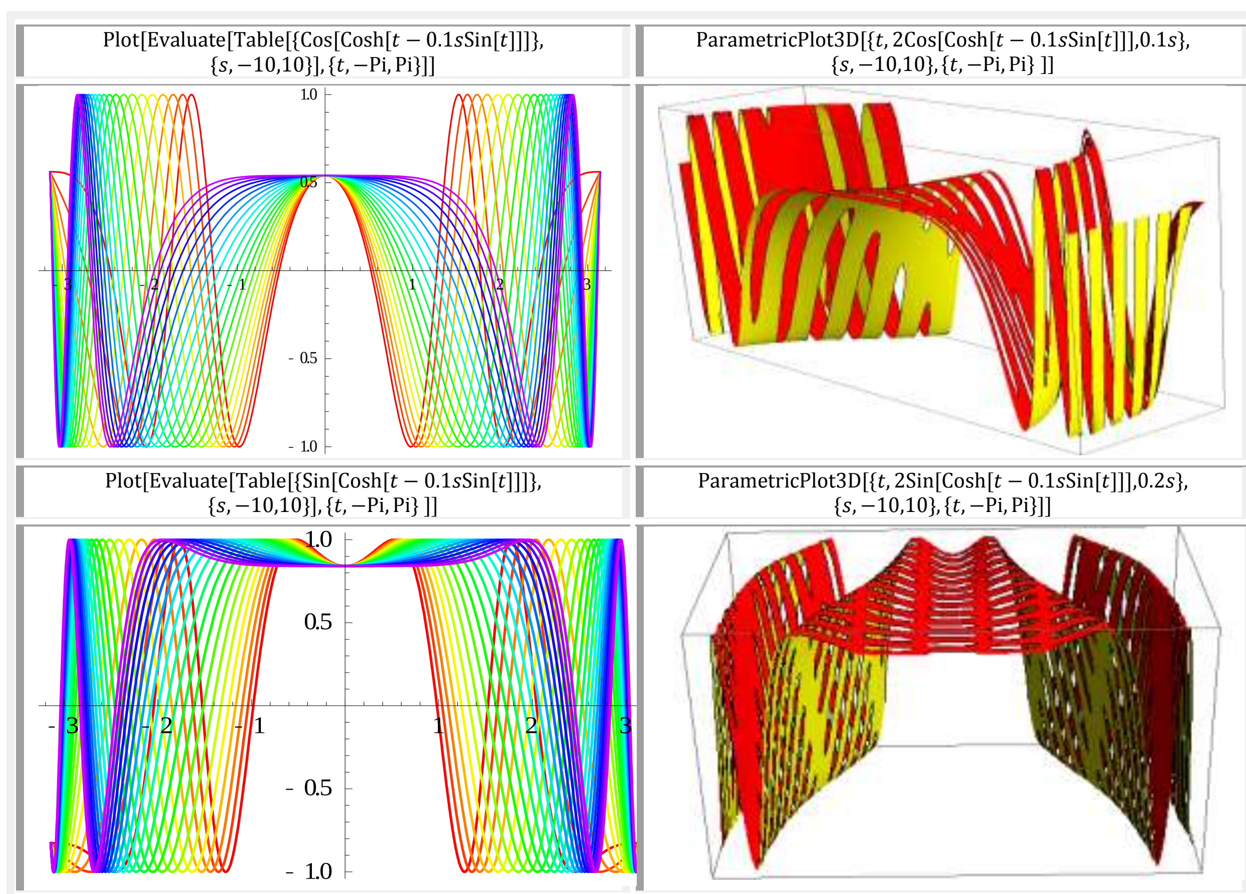
Motto:" ***Când Eminescu se năştea Pe plaiul tău, Moldovă,***
O stea pe cer se aprindea:Era o... supernovă!"
Madrigal de **David Boia**

CAPITOLUL II

FUNCŢII SUPERNOVE INDUSE ŞI AUTOINDUSE

1 INTRODUCERE: FUNCŢII INDUSE ŞI FUNCŢII AUTOINDUSE.

Cele circulare centrice sunt cunoscute în literatura matematică (**Rîjik I.M., Gradştein I.S**. "**Tabele de INTEGRALE, SUME SERII ŞI PRODUSE**", Ed. Tehnică, 1955,) sub denumirea de **funcţii de funcţie** (**3.47** Funcţii trigonometrice de funcţii hiperbolice, pag.183; **3.48** Funcţii trigonometrice de funcţii trigonometrice pag.184; **3.49** Funcţii trigonometrice de funcţii tigonometrice inverse, pag.185), dintre care, ***funcţiile trigonometrice de funcţii hierbolice*** sunt acum denumite ***funcţii supernove*** **(FSN) circularohiperbolice (circulare centrice** şi **hiperbolice excentrice),** precum cele prezentate în **figura 1**: cos[cexhθ], sin[cexhθ], sin[sexhθ] şi cos[sexhθ].



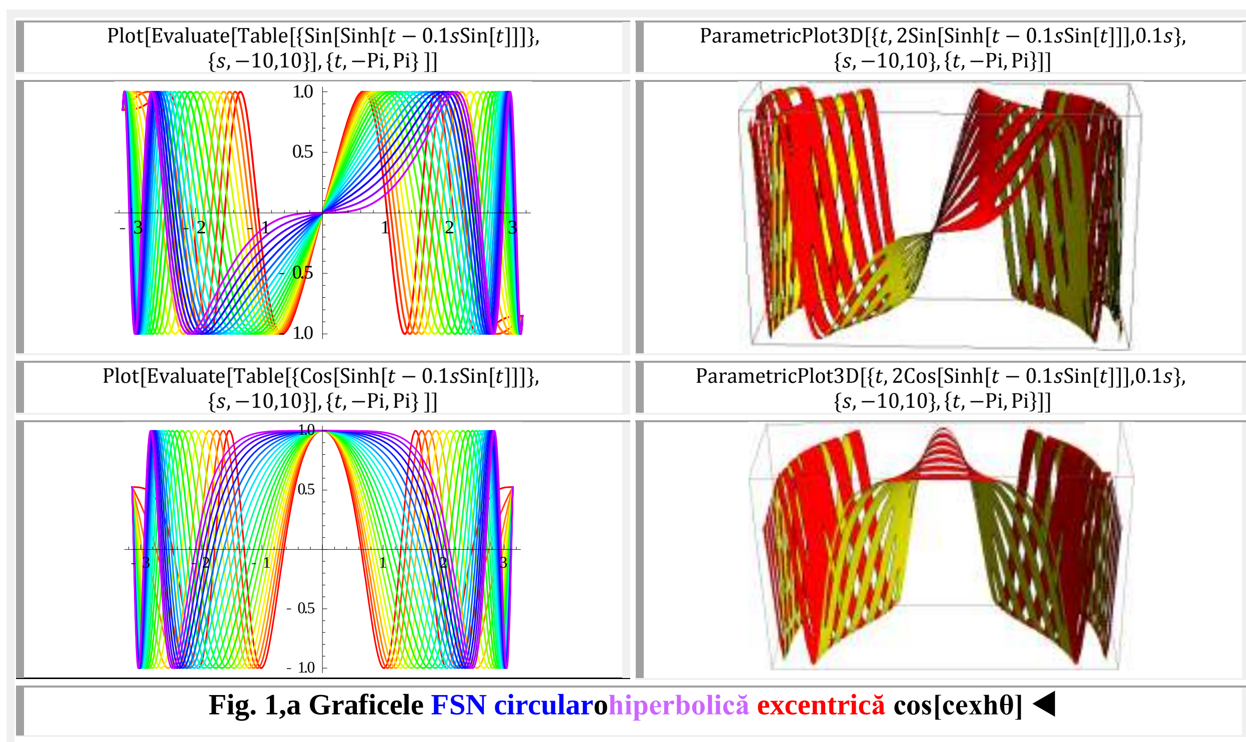
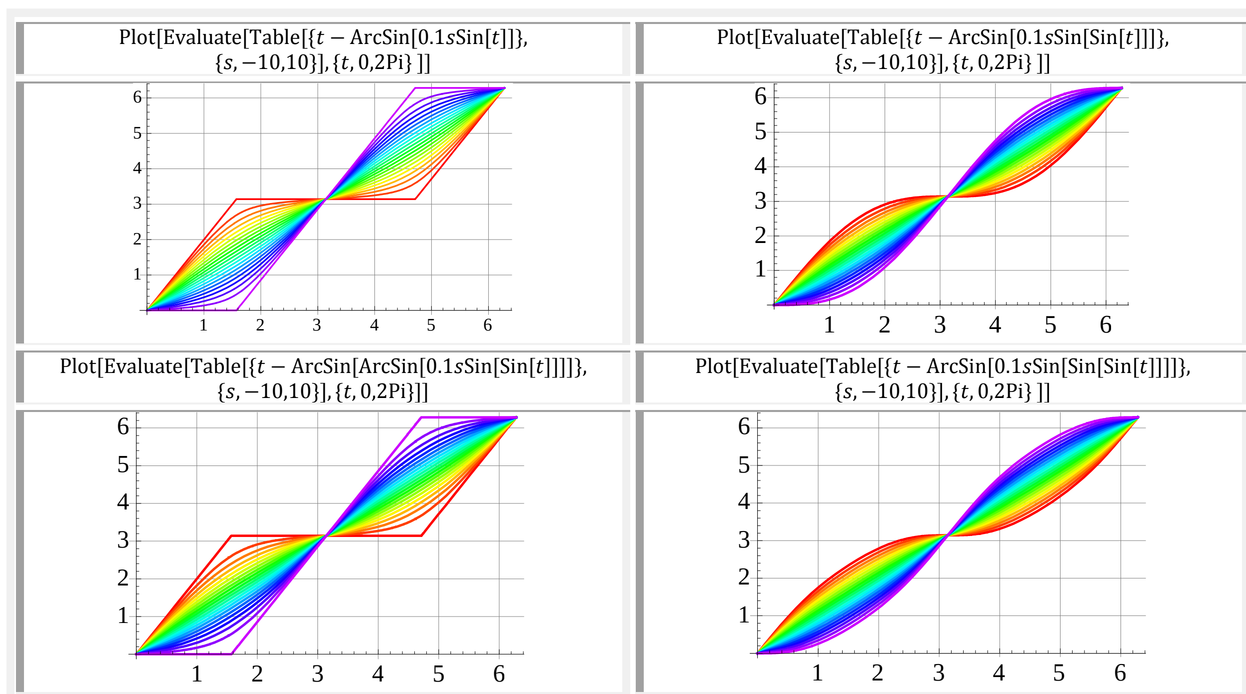


Fig. 1,a Graficele FSN circularohiperbolică excentrică cos[cexhθ] ◀

Unele funcţii, precum funcţia supermatematică circulară excentrică (**FSM—CE**) de variabilă excentrică **aexθ**, sunt invariante la autoinducerea simultană a tuturor funcţiilor componente, aşa cum rezultă din **figuara 2,a ◀**, nu şi la autoinducerea numai a anumitor funcţii componente (**figuara 2,a ▶**).



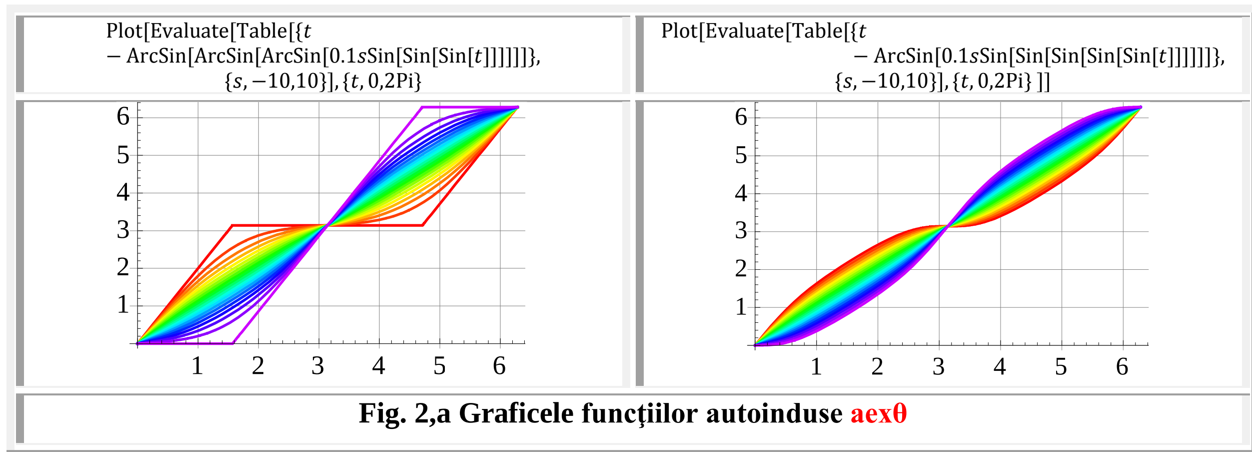


Fig. 2,a Graficele funcţiilor autoinduse aexθ

Diferenţele apar în special pentru excentricităţi liniare **s** de valori absolute marei (**s ± 1**) aşa cum rezultă şi din **figura 2,b**.

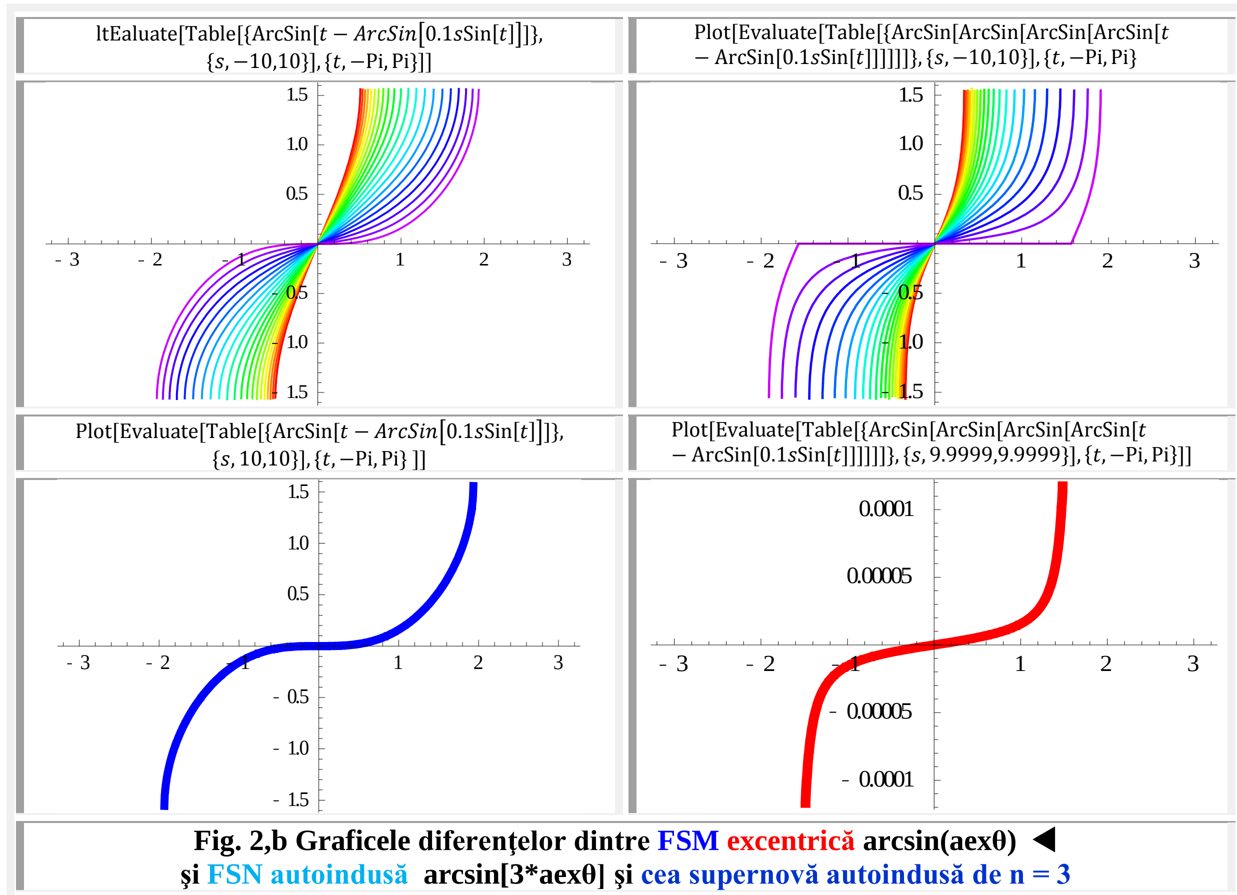


Fig. 2,b Graficele diferenţelor dintre FSM excentrică arcsin(aexθ) ◄
şi FSN autoindusă arcsin[3*aexθ] şi cea supernovă autoindusă de n = 3

Diferenţa dintre o funcţie excentrică simplă (arcsexθ) şi una autoindusaă de ordin **n = 3** de auto-inducere este ilustrată în **figura 2,b ▲ sus** . Se poate observa că diferenţele mai pregnante apar pentru valori mai ridicate ale excentricităţii (**s ≅ 1**) în **figura 2,b ▼ jos** .

2 FUNCŢII INDUSE (FI) ŞI FUNCŢII AUTOINDUSE (FAI). DEFINIŢII ŞI PROPRIETĂŢI

O operaţie care se poate efectua asupra a două funcţii este cea de compunere sau de obţinerea a unei noi funcţii, denumită şi **funcţie de funcţie h** ≡ **y** = **f**(**g**(x)), în care **h** este funcţia **rezultantă indusă**, **f** este **funcţia inductoare** şi **g** este **funcţia de bază / iniţială "de indus"**.

Fie **X**, **Y**, **Z** mulţimi nevide şi **f** : **X**→**Y**, **g** : **Y** → **Z** funcţii sau aplicaţii.

Denumim în continuare

(1) $$\begin{cases} g = g(\mathbf{f}) \Rightarrow \text{funcţia de } \dfrac{\textbf{bază}}{\textbf{iniţială}} \text{ de indus} \\ \mathbf{f} = f(\mathbf{x}) \Longrightarrow \text{funcţia } \textbf{inductoare} \\ h = \mathbf{g}(\mathbf{f}(\mathbf{x})) = \mathbf{f} \circ \mathbf{g} \Longrightarrow \text{funcţia } \textbf{indusă} \end{cases}$$

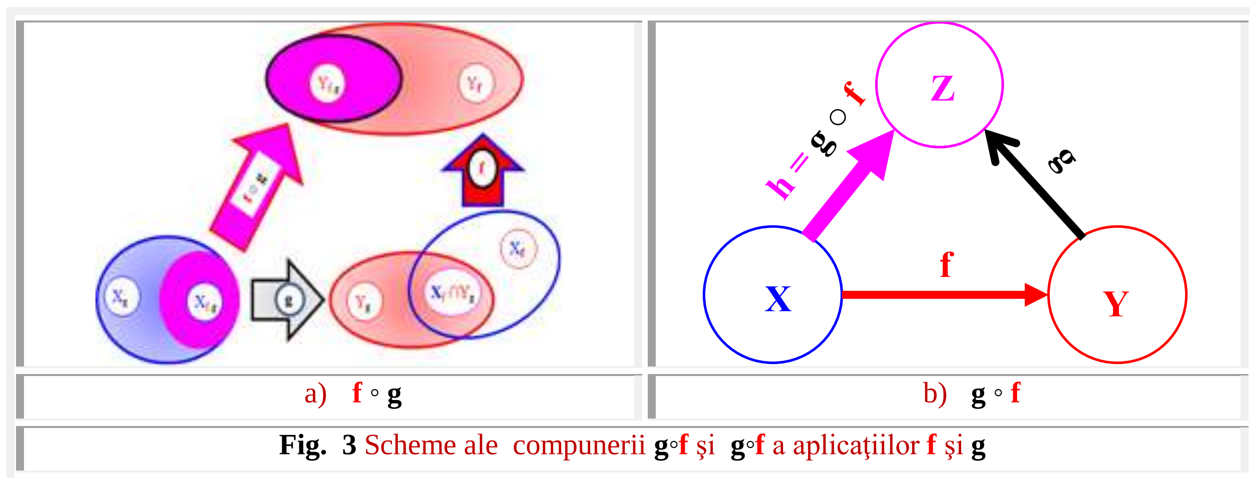
Din definiţia funcţiei **f** deducem că pentru orice element **x** ∈ **X** există un unic element notat **f(x)** din **Y**. Cum **f(x)** ∈ **Y** din definiţia funcţiei **g** deducem că există un unic element notat **h** = **y**(x) = **g(f (x))** din **Z**.

Prin urmare, perechii de funcţii (**f** → **inductoare** şi **g** →**bază**) îi corespunde o nouă funcţie notată **h** = **g∘f** = **y**(**x**) şi numită funcţia compusă sau **indusă** a lui **f** prin **g** sau a funcţiei **inductoare** prin cea de **bază**, care aplică pe **X** în **Z**.

Definiţie:

Funcţia **g∘f**: **X**→**Z** se defineşte prin (**g∘f**)(**x**) = **h**(**x**) = **g**(**f** (**x**)) = **y**(**x**) , ∀ **x** ∈ **X**.

Schematic funcţia **g∘f** şi funcţia **f∘ g** pot fi reprezentată cu ajutorul diagramelor din **figura 3**.



a) **f ∘ g** b) **g ∘ f**

Fig. 3 Scheme ale compunerii **g∘f** şi **g∘f** a aplicaţiilor **f** şi **g**

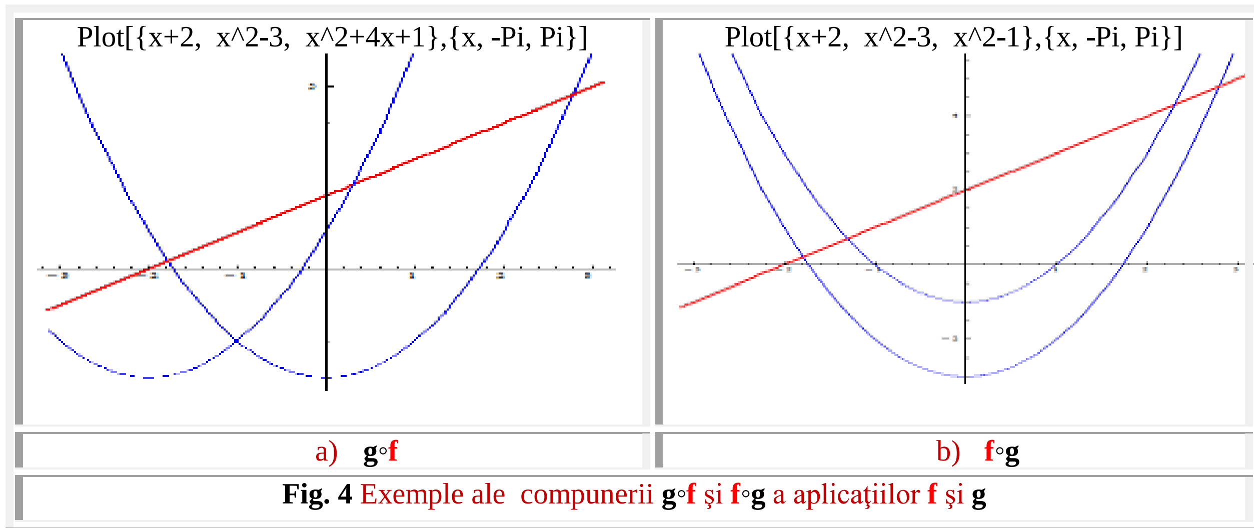
Exemplu. Dacă f:R→R şi g:R→R sunt definite prin f(x) = x + 2 şi g(x) = x^2 −3 atunci g∘f:R→R se defineşte prin (g∘f)(x) = g(f(x)) = $(x + 2)^2$ − 3 = x^2 + 4 x + 1, iar atunci f∘g:R→R se defineşte prin (f∘g)(x) = f(g(x)) = (x^2 -3) + 2 = x^2 −1, cu graficele din **figura 4**.

Observaţie 1. Dacă notăm cu u argumentul funcţiei g, iar funcţia însăşi cu g(u), atunci funcţia compusă se obţine substituind argumentul u prin f (x), deci g(u) = g(f (x)) = (g∘f)(x) = y(x).

Practic, variabila x din f(x) se înlocueşte cu funcţia g(x).

Observaţie 2. Dacă g∘f are sens nu rezultă că şi f∘g are sens. Dacă g∘f, f∘g au sens, atunci, în general f∘g ≠ g∘f ;

Teoremă: Compunerea funcţiilor este asociativă, adică pentru orice funcţii f:X → Y, g:Y → Z şi h:Z → V avem (h∘g)∘f = h ∘ (g∘f).



a) **g∘f** b) **f∘g**

Fig. 4 Exemple ale compunerii **g∘f** şi **f∘g** a aplicaţiilor **f** şi **g**

OBSERVAŢII.

1) Funcţia compusă **g** o***f*** a două funcţii ***f***, **g** nu poate fi definită decât dacă codomeniul lui ***f*** coincide cu domeniul de definiţie a lui **g**, ceea ce nu este cazul funcţiilor induse şi autoinduse.

În **figura 5,a** sunt reprezentate o funcţie compusă şi, totodată, indusă, în care, funcţia de indus este **g** = sinx, iar funcţia **inductoare** este **f** = π cosx, astfel încât codomeniul lui ***f*** (f ∈ [-π , π]) să coincidă cu domeniul de definiţie a lui **g = sinx** → **g** ∈[0, 2 π] sau **g** ∈[- π, π]. A rezultat astfel codomeniul lui **h** ∈ [-1, 1].

Dacă **f** = sinx cu codomeniul f ∈ [-1 , 1]), atunci funcţia de indus **g = sinx** va fi reprezentată doar în intervalul / domeniul **g** ∈ [-1, 1] şi codomeniul funţiei induse va fi **h** ∈ [−sin1= – 0.8414709848 , sin1= 0.8414709848], aşa cum rezulţa şi din graficele din **figura 5,a**.

Dacă, în ambele cazuri, se obţine câte o funcţie indusă, numai în primul caz rezulta şi o compunere a celor două funcţii, caz în care se respectă observaţia anterioară 1.

În **figura 5,b** sunt reprezentate o funcţie compusă şi, totodată, **autoindusă**, în care, funcţia de indus este **g** = sinx, iar funcţia **inductoare** este tot o funţie sinus, **f** = π sinx, astfel încât, codomeniul lui ***f*** (f ∈ [-π , π]) să coincidă cu domeniul de definiţie a lui **g = sinx** → **g** ∈[0, 2 π] sau **g** ∈[- π, π]. A rezultat astfel, codomeniul lui **h** ∈ [-1, 1]. Deoarece, funcţia de indus şi funcţia inductoare sunt identice, denumim această compunere ca **autoindusă.**

Tot în **figura 5,b** este prezentat şi graficul funcţiei sinus autoindus care nu mai este o funcţie compusă. O familie de funcţii sinus autoinduse, notate sinaix, în care, autoinducerea este repetata de la 1 până la de 13 ori, sunt prezentate în **figura 5,c**. Aici, n ∈ [1, 13] este numărul de autoinduceri. Pentru n = 0, inducţia nu are loc şi se obţine funcţia (**ne**)indusă identică cu funcţia de indus.

2) D a c ă **g**: X → Y, **f**: Y → X, atunci are sens **f** ○ **g** şi **g** ○**f**. În general însă **f** ○ **g** ≠ **g** ○ **f** (**Fig.4**).

Câteva proprietăţi ale acestor funcţii induse atestă rolul preponderent / hotărâtor al funcţiei **inductoare** în cadrul funcţiilor de funcţie:

1) Dacă funcţia inductoare este **periodică**, de perioadă **T**, atunci, indiferent de tipul funcţiei de bază (periodică sau nepriodică), funcţia indusă este **periodică**, de aceeaşi perioadă **T**.
2) Dacă funcţia inductoare este **neperiodică**, atunci, indiferent de tipul funcţiei de bază (periodică sau nepriodică), funcţia indusă este **neperiodică**.
3) Dacă funcţia inductoare este **periodică**, de perioadă T, şi funcţia de bază este tot periodică, de aceeaşi periodă T, atunci funcţia indusă este **periodică**.

3.1) Dacă *f* → funcţia indusă, g → funcţia inductoare sunt funcţii **pare**, atunci g o *f* este o funcţie pară, deoarece compunerea adouă funcţii pare este o funcţie pară.

3.2) Dacă f → funcţia indusă şi g → funcţia inductoare sunt funcţii **impare**, atunci g o f este funcţie impară, deoarece compunearea a două funcţii impare este o funcţie impară.

3.3) Dacă f → funcţia indusă şi g → funcţia inductoare au aceiaşi monotonie, atunci g o f este crescătoare, deoarece compunearea a două funcţii de aceiaşi monotonie este o funcţie crescătoare.

3.4) Dacă f → funcţia indusă şi g → funcţia inductoare au monotonii diferite, atunci g o f este descrescătoare, deoarece compunerea a două funcţii de monotonie diferită este o funcţie descrescătoare.

Plot[{Sin[Pi Cos[t]], Sin[Cos[t]]}, {t, −2Pi, 2Pi}]	Plot[{Sin[Pi Sin[t]], Sin[Sin[t]]}, {t, −2Pi, 2Pi}]
Plot[{Sin[PiCos[PiCos[t]]], Sin[PiSin[Sin[t]]]}, {t, −2Pi, 2Pi}]	Plot[{Sin[PiSin[PiSin[t]]], Sin[Sin[Sin[t]]]}, {t, −2Pi, 2Pi}]
Plot[{Sin[PiSin[PiSin[PiSin[t]]]], Sin[Sin[Sin[Sin[t]]]]}, {t, −2Pi, 2Pi}]	Plot[{Sin[PiSin[PiSin[PiSin[PiSin[t]]]]], Sin[Sin[Sin[Sin[Sin[Sin[t]]]]]]}, {t, −2Pi, 2Pi}]
a) Funcţia sinus indusă	b) Funcţia sinus autoindusă

Fig. 5,a şi 5,b Funcţia compusă sau funcţia de funcţie sinus

```
Plot[{Sin[x], Sin[Sin[x]], Sin[Sin[Sin[x]]], Sin[Sin[Sin[Sin[x]]]], Sin[Sin[Sin[Sin[Sin[x]]]]], Sin[Sin[Sin[Sin[Sin[Sin[x]]]]]],
Sin[Sin[Sin[Sin[Sin[Sin[Sin[x]]]]]]], Sin[Sin[Sin[Sin[Sin[Sin[Sin[Sin[x]]]]]]]], Sin[Sin[Sin[Sin[Sin[Sin[Sin[Sin[Sin[x]]]]]]]]],
Sin[Sin[Sin[Sin[Sin[Sin[Sin[Sin[Sin[Sin[x]]]]]]]]]], Sin[Sin[Sin[Sin[Sin[Sin[Sin[Sin[Sin[Sin[Sin[x]]]]]]]]]]],
Sin[Sin[Sin[Sin[Sin[Sin[Sin[Sin[Sin[Sin[Sin[Sin[x]]]]]]]]]]]], Sin[Sin[Sin[Sin[Sin[Sin[Sin[Sin[Sin[Sin[Sin[Sin[Sin[x]]]]]]]]]]]]],
Sin[Sin[Sin[Sin[Sin[Sin[Sin[Sin[Sin[Sin[Sin[Sin[Sin[Sin[x]]]]]]]]]]]]]]},{x, 0, 2 Pi}]
```

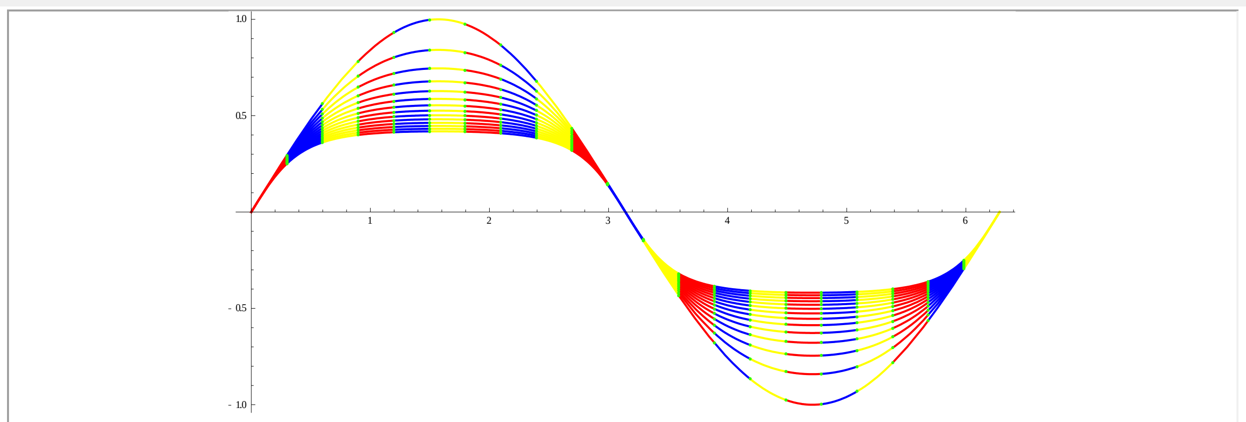


Fig. 5,c Familie de 14 funcţii trigonometrice centrice dintre care 13 **sinusuri autoinduse sinai[x]** precum şi **FCC** sinx pentru A_i = 1, n = 0, …, 13

3.5) Dacă *f* → funcţia indusă şi g → funcţia inductoare sunt bijective, atunci g o *f* este bijectivă, deoarece compunerea a două funcţii bijectiveeste o funcţie bijectivă.
Compunerea a doua funcţii inversabile *f* → funcţia indusă şi g → funcţia inductoare este o funcţiela rândul ei inversabilă.

4) Dacă funcţia inductoare este **periodică**, de perioadă T, şi funcţia de bază este tot periodică, de altă perioadă decât T, ca de exemplu, T' = 2T sau T' = T/2, atunci funcţia indusă este **periodică**, având perioada funcţiei inductoare T.

Dacă funcţia indusă şi funcţia inductoare este aceeaşi, atunci apar **funcţiile autoinduse** ca, de exemplu, f = sin[sin[sin[sin…sin[x]]]]]]], cu graficele, foarte interesante şi utile, prezentate în lucrare.

Singura **FSM**-**CE** autentică **autoindusă** posibilă este funcţia f = aex[aex[aex[aex[…aex[θ]]]]]]], de variabilă excentrică, ca şi F = Aex[Aex[Aex[Aex[…Aex[α]]]]]]], în care variabilele **θ** şi, respectiv, **α** sunt înlocuite, repetat, câte o singură dată, în funcţiile aex**θ** şi, respectiv, Aex**α**.

Toate celelalte **FSM**-**CE** pot fi combinate, ca să genereze **FSM**-**CE** **induse** şi **autoinduse** de tipul f = sex[sex[sex[sex[… sex[**θ**]]]]]]], ş.m.a., în care funcţia sex**θ** este înlocuită, repetat, de câte două ori, în expresia funcţiei sex**θ** = sin[**θ** -arcsin[s.sin **θ**]], în cele două poziţii / locuri ale variabilei **θ**.

Fie *f* : A → B, g : B → C, două funcţi cu următoarea particularitate: codomeniul lui *f* este egal cu domeniul lui g.

PROPRIETĂŢI ALE COMPUNERII FUNCŢIILOR.

1. **Asociativitatea**

∀ *f*, g , h ∈ ℑ avem f o (g o h) = (f o g) o h

2. **Comutativitatea**

∃ *f*, g ∈ ℑ a.î. *f* o g ≠ g o *f*

3. **Element neutru**

∃ o funcţie 1_A ∈ ℑ a.î. (astfel înât) ∀ *f*∈ ℑ avem *f* o1_A = 1_A o *f* = *f*; 1_A: A → A; 1_A (x) = x (funcţie identică)

4. **Elemente simetrizabile**

Nu toate funcţiile admit inverse!

Funcţia inversă: *f*: A→ B, g : B→ C; g s.n (se numeşte) inversa lui *f* dacă f o g = 1B; g o *f* = 1_A (notaţie : g = f^{-1})

Proprietăţi:

a) g = f^{-1} ⇔ (g o *f*)(x) = x (*f* o g)(x) = x;

b) $f^{-1}(f(x)) = x \ \forall \ x \in A \quad f(f^{-1}(x)) = x \quad \forall x \in B$;
c) f inversabilă $\Leftrightarrow$ f injecţie

TEOREME.

1) Dacă f, g sunt funcţii pare, atunci g o f este o funcţie pară (Compunerea adouă funcţii pare este o funcţie pară).

2) Dacă f şi g sunt funcţii impare, atunci g o f este funcţie impară. (Compunearea a două funcţii impare este o funcţie impară).

3) Dacă f şi g au parităţi diferite, atunci g o f este o funcţie pară.

4) Dacă f şi g au aceiaşi monotonie, atunci g o f este crescătoare. (Compunearea a două funcţii de aceiaşi monotonie este o funcţie crescătoare).

5) Dacăf şi g au monotonii diferite, atunci g o f este descrescătoare. (Compunerea a douăfuncţii de monotonie diferită este o funcţie descrescătoare).

6) Dacă f şi g sunt bijective, atunci g o f este bijectivă. (Compunerea a două funcţii bijectiveeste o funcţie bijectivă).

7) Compunerea a doua funcţii inversabile f şi g este o funcţie inversabilă.

Generarea ecuaţiilor de definiţie ale acestor **FSM-CE** a fost deja schiţată în **figura 2,b**, comparativ cu generarea ecuaţiilor de definiţie ale funcţiilor eliptice corespondente, iar în **figura 3** este prezentată generarea acestora ca funcţii compuse, sau, mai corect, ca funcţii de funcţie şi absolut corect, ca **funcţii induse**.

În **figura 5** este prezentată o primă inducţie a **FCC** (cos, sin, tan, ctan,) cu **FSM-CE** amplitudine excentrică (**aex** şi, respectiv Aex) rezultând **FSM-CE** de o singură excentricitate. Dacă procesul de inducţie cos[aexθ] = **cexθ** se repetă, adică, dacă se induce aex în cex, de exemplu, **cex**[**aexθ**] = **c2exθ**, se obţin **FSM-CE** de dublă excentricitate, notate **c2exθ**. Continuându-se procesul de inducţie, se obţin **FSM-CE** de triplă, cvadruplă şi, pentru n inducţii, n-uplă sau de n - multiplă excentricitate. Procedeul inducţiei este posibil şi între **FCC** ca, de exemplu, f = **cos**[sin[sin[sin…sin[x]]]]]]], în care f este denumită **funcţia indusă, cos** este **funcţia de bază**, iar **sin** sunt **funcţii inductoare**.

Câteva proprietăţi ale acestor funcţii induse sunt subliniate în lucrare şi ele atestă rolul preponderent / hotărâtor al funcţiei inductoare în cadrul funcţiilor de funcţie:

5) Dacă funcţia inductoare este **periodică**, de perioadă T, atunci, indiferent de tipul funcţiei de bază (periodică sau nepriodică), funcţia indusă este **periodică**, de aceeaşi perioadă T.
6) Dacă funcţia inductoare este **neperiodică**, atunci, indiferent de tipul funcţiei de bază (periodică sau nepriodică), funcţia indusă este **neperiodică**.
7) Dacă funcţia inductoare este **periodică**, de perioadă T, şi funcţia de bază este tot periodică, de aceeaşi periodă T, atunci funcţia indusă este **periodică**, de aceeaşi perioada T.
8) Dacă funcţia inductoare este **periodică**, de perioadă T, şi funcţia de bază este tot periodică, de altă perioadă decât T, ca de exemplu, T’ = 2T sau T’ = T/2, atunci funcţia indusă este **periodică**, având perioada funcţiei inductoare T.

Dacă funcţia indusă şi funcţia inductoare este aceeaşi, atunci apar **funcţiile autoinduse** ca, de exemplu, f = sin[sin[sin[sin…sin[x]]]]]]], cu graficele, foarte interesante şi utile, prezentate în lucrare.

Singura **FSM-CE** autentică **autoindusă** posibilă este funcţia f = aex[aex[aex[aex[…aex[θ]]]]]]], de variabilă excentrică, ca şi F = Aex[Aex[Aex[Aex[…Aex[α]]]]]]], în care variabilele **θ** şi, respectiv, **α** sunt înlocuite, repetat, câte o singură dată, în funcţiile aex**θ** şi, respectiv, Aex**α**.

Toate celelalte **FSM-CE** pot fi combinate, ca să genereze **FSM-CE** **induse** şi **autoinduse** de tipul f = sex[sex[sex[sex[… sex[**θ**]]]]]]], ş.m.a., în care funcţia sex**θ** este înlocuită, repetat, de câte două ori, în expresia funcţiei sex**θ** = sin[**θ** − arcsin[s.sin **θ**]], în cele două poziţii / locuri ale variabilei **θ**.

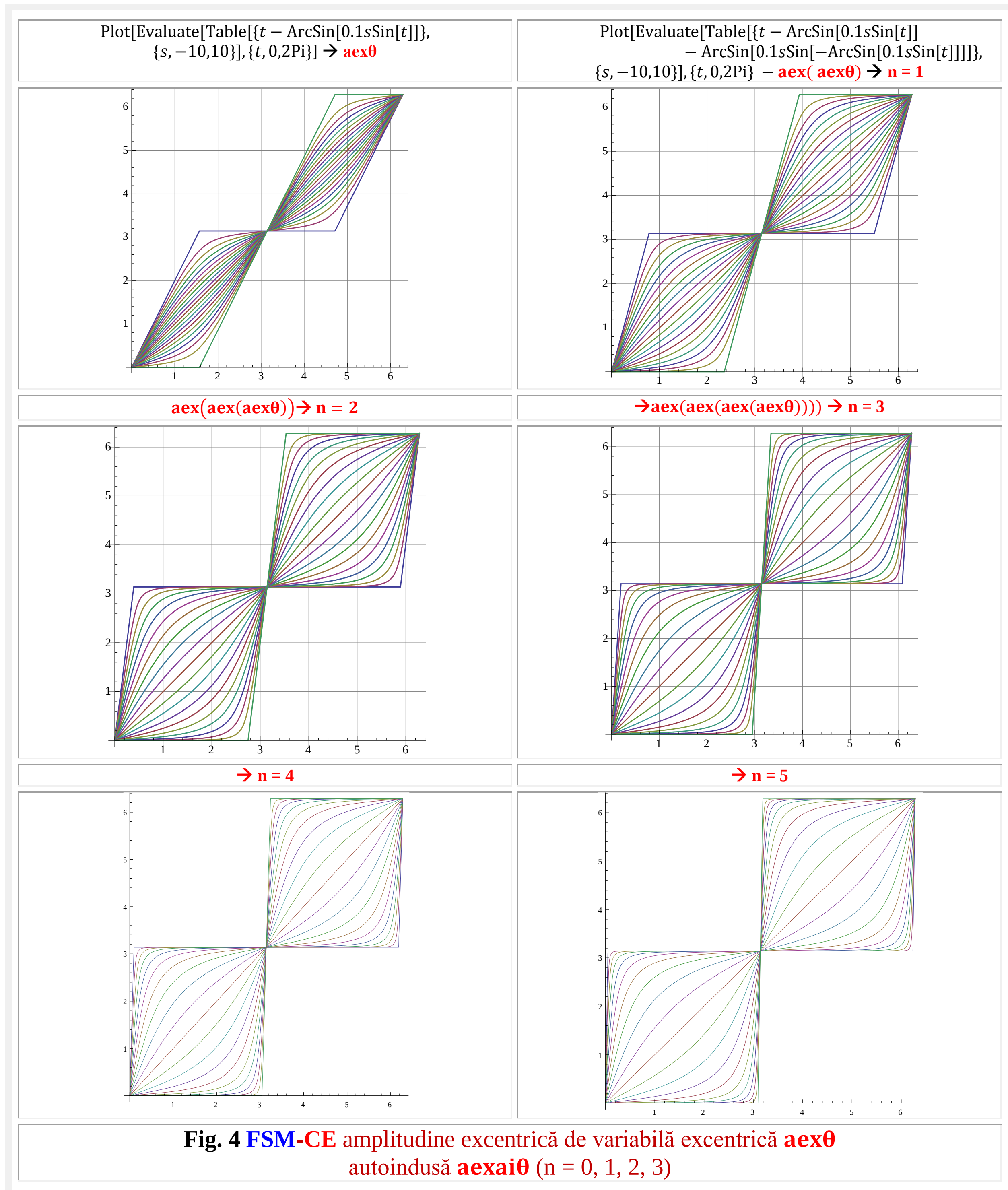


Fig. 4 **FSM-CE** amplitudine excentrică de variabilă excentrică **aexθ** autoindusă **aexaiθ** (n = 0, 1, 2, 3)

Fără ca subiectul **FAI** centrice să fi fost epuizat, din condiţi de spaţiu /volum se va reveni în continuare la **FAI** excentrice, începând cu **FSM-CE** sinus excentric de variabilă excentrică $\theta \equiv$ x.

FAI cex(x) şi sex(x) se notează asemănător cu **FAI** circulare centrice, adică,

(2) $\begin{cases} \text{cexai1,2}[x] = \text{cexai1,2}[\text{Ai}, n, \text{cex}[x, S(s, \varepsilon)]] \\ \text{sexai1,2}[x] = \text{sexai1,2}[\text{Ai}, n, \text{sex}[x, S(s, \varepsilon)]] \end{cases}$

şi au graficele din **figura 5**. Aşa cum rezultă din figură FAI sinus excentrice îşi păstrează forma şi-şi reduc amplitudinilee în timp ce cosinusul îşi schimba forma, îşi micşorează amplitudinea şi-şi modifică (micşoreaza la jumătate) perioada T = 2π → T = 4π.

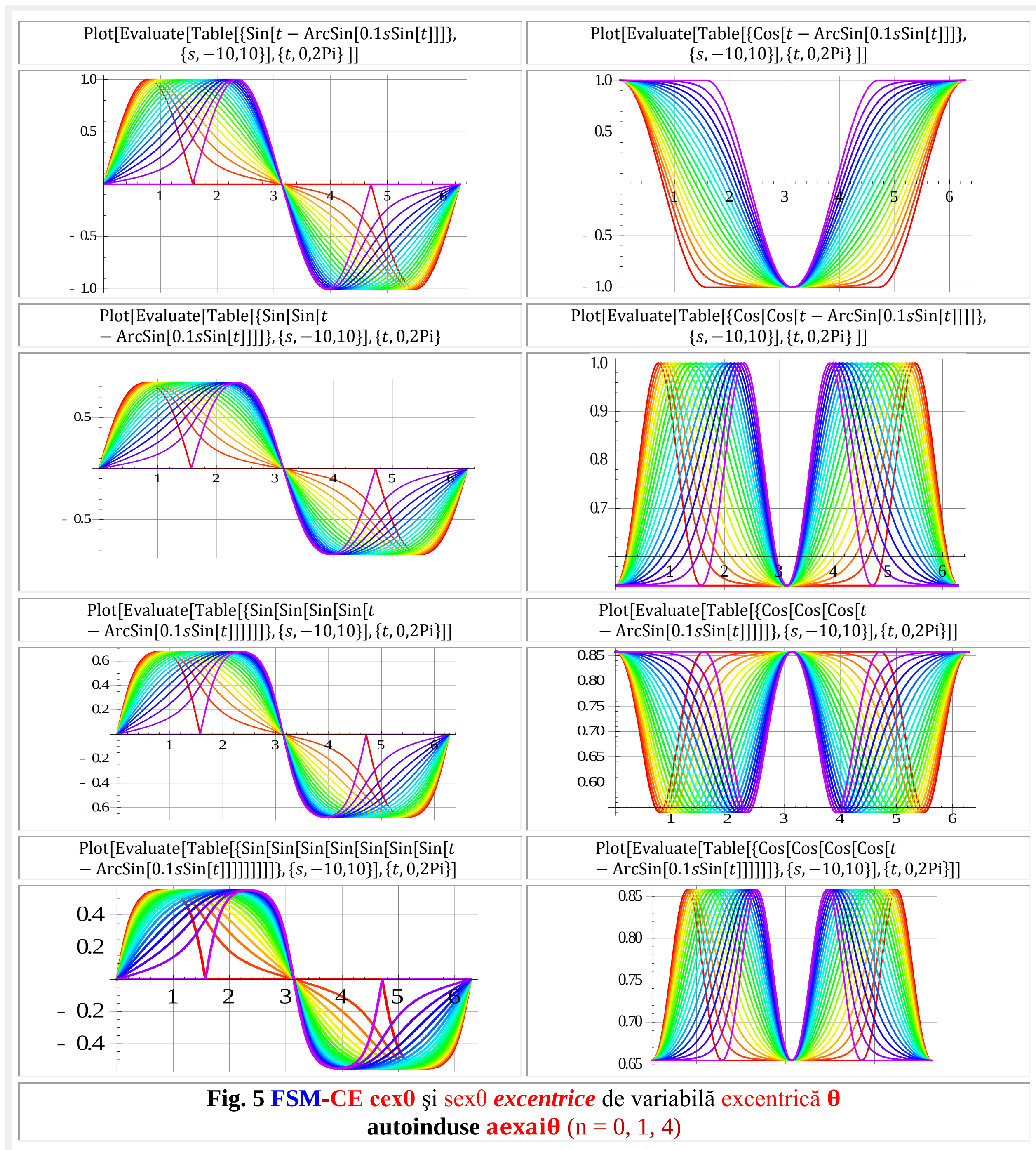


Fig. 5 FSM-CE cexθ şi sexθ ***excentrice*** de variabilă excentrică **θ**
autoinduse aexaiθ (n = 0, 1, 4)

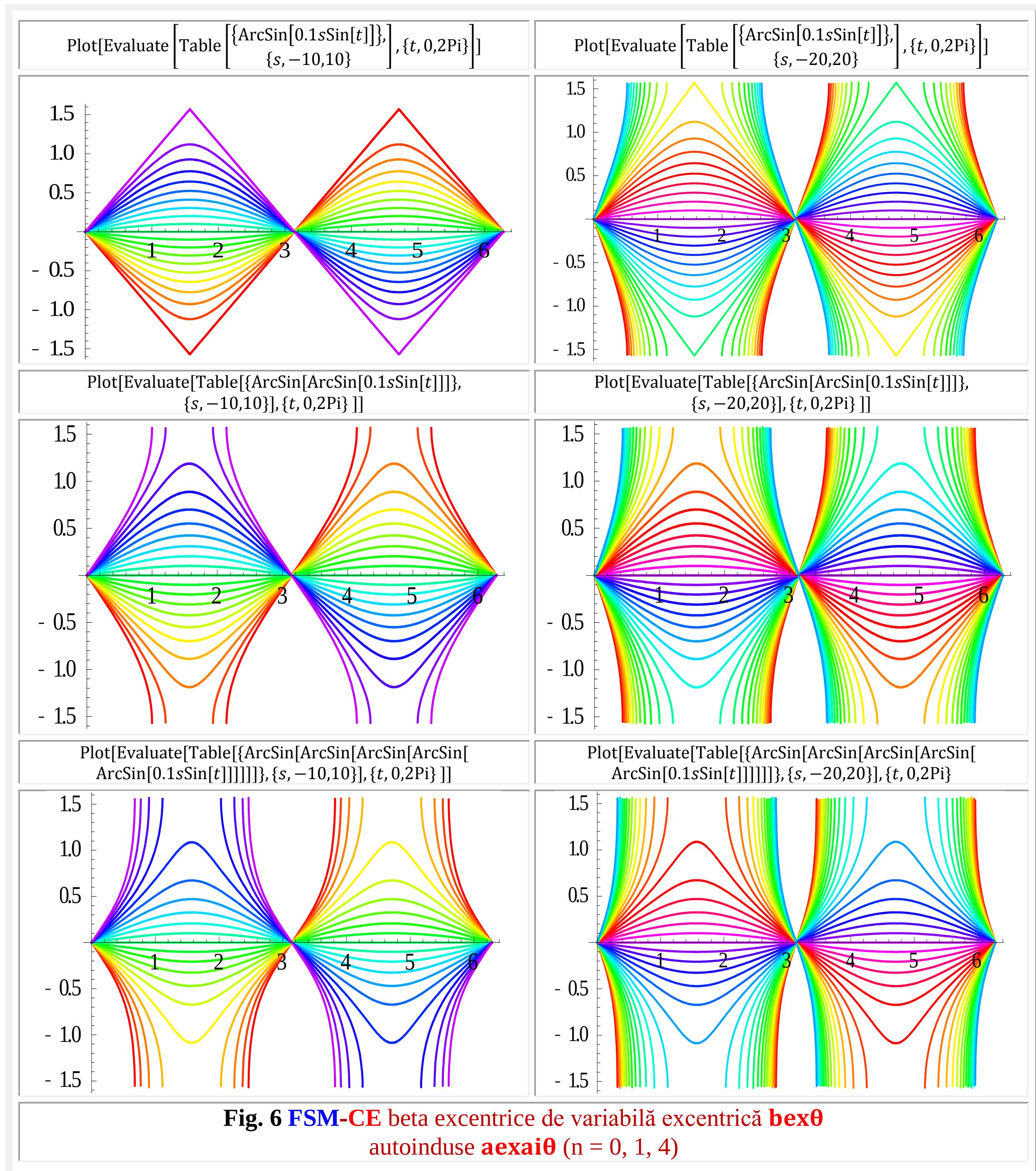


Fig. 6 FSM-CE beta excentrice de variabilă excentrică **bexθ** autoinduse **aexaiθ** (n = 0, 1, 4)

În **figura 6** sunt prezentate **FAI** beta excentrice **bexθ** de variabilă **excentrică θ.** La prima autoinducţie funcţia îşi schimbă brusc aspectul, apoi la autoinducţiile următoare forma funcţiilor se păstrează, nu şi valorile.

FAI radial excentrice de variabila excentrica rexaiθ sunt prezentate în **figura 7** iar cele derivate excentrice **AI** în **figura 8**.

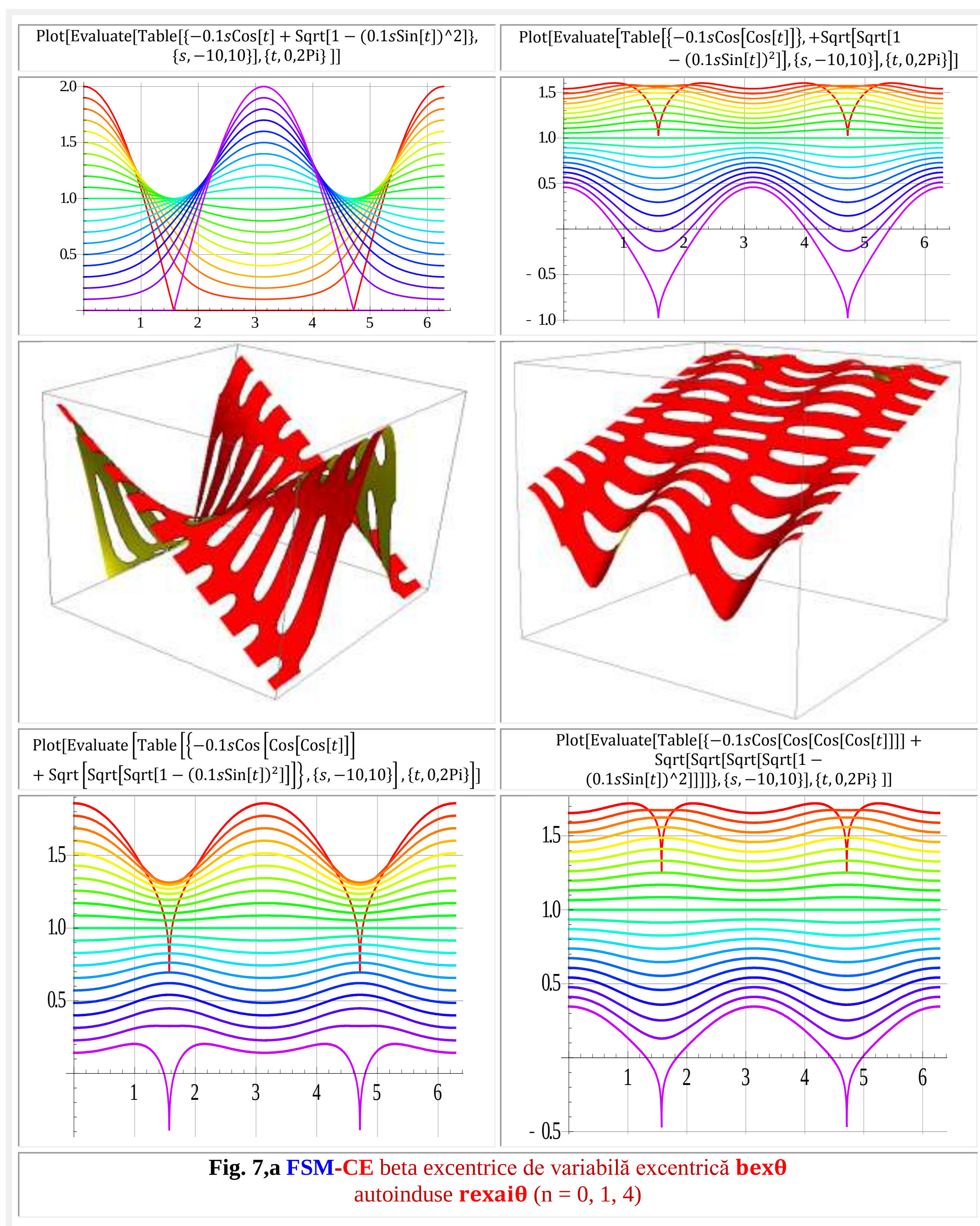


Fig. 7,a FSM-CE beta excentrice de variabilă excentrică **bexθ** autoinduse **rexaiθ** (n = 0, 1, 4)

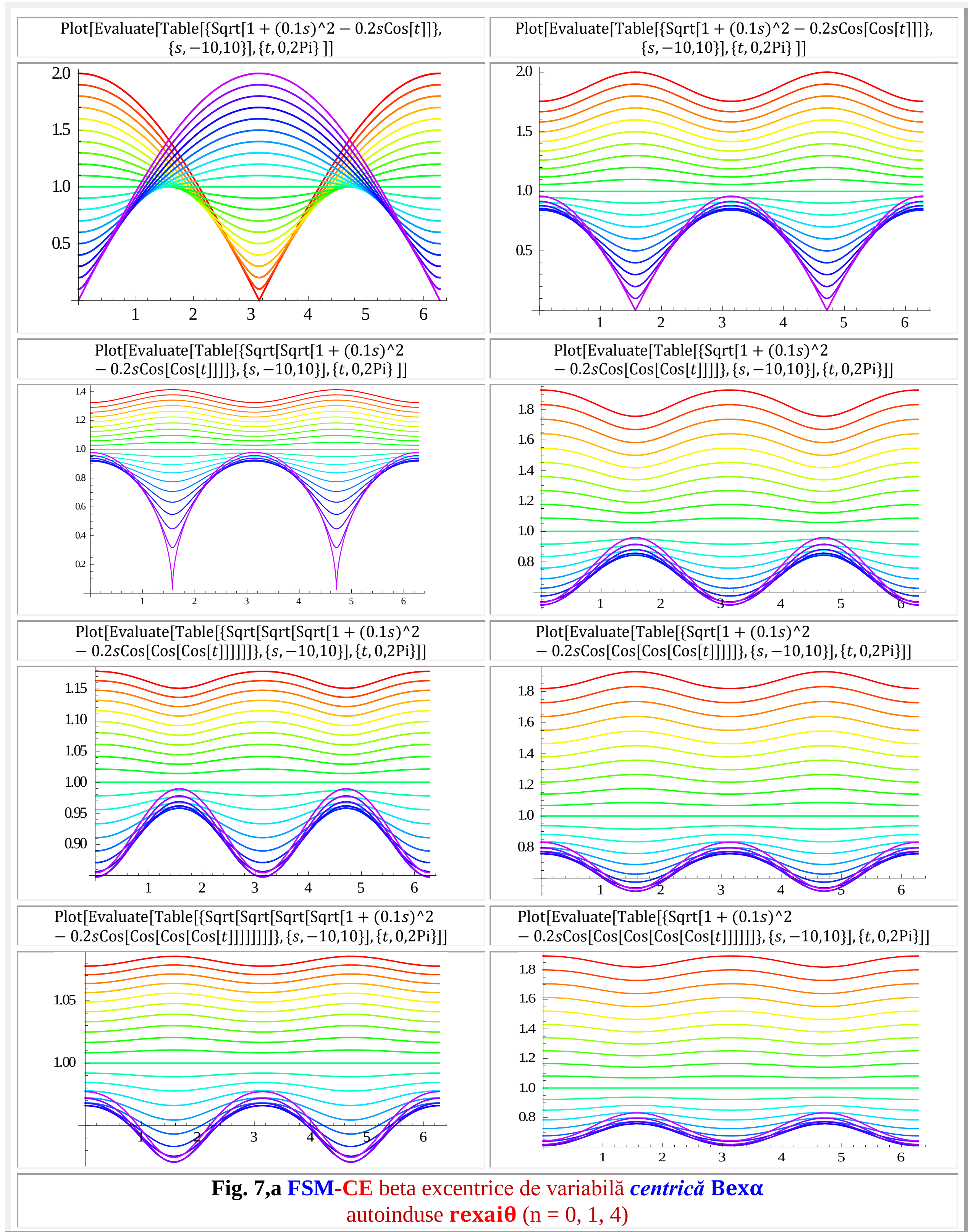


Fig. 7,a FSM-CE beta excentrice de variabilă ***centrică*** **Bexα** autoinduse **rexaiθ** (n = 0, 1, 4)

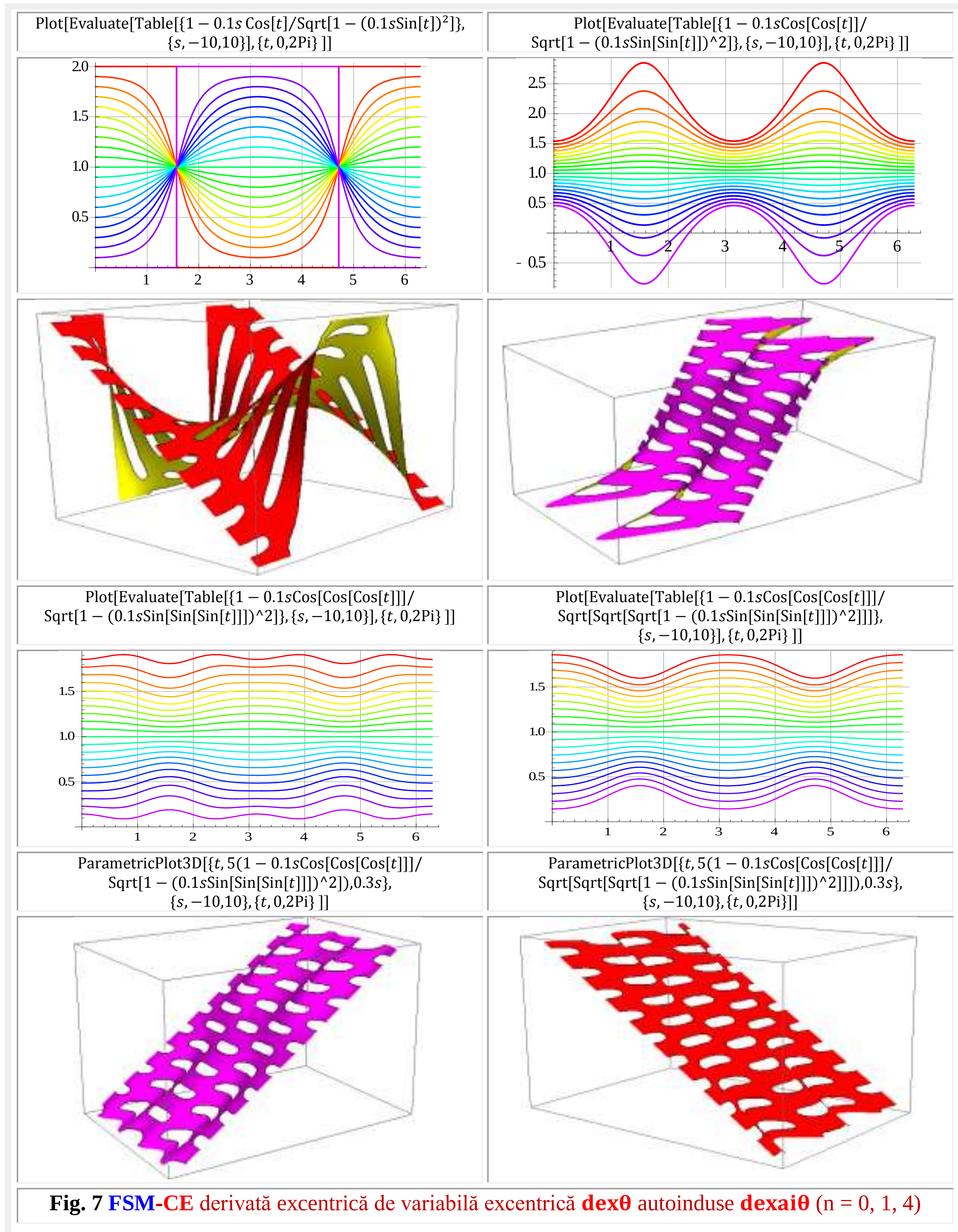


Fig. 7 FSM-CE derivată excentrică de variabilă excentrică **dexθ** autoinduse **dexaiθ** (n = 0, 1, 4)

MOTTO:" Matematica constă în a dovedi ceea ce este evident în cel mai puţin evident mod posibil"
George Polya

CAPITOLUL III

FUNCŢII SUPERNOVE INDUSE CA FUNCŢII SPECIALE

1. INTRODUCERE

Funcţiile supermatematice circulare excentrice (FSM − CE) autoinduse şi induse, atât pentru **funcţiile circulare centrice** (FCC) **cosα, sinα** etc, cât şi pentru cele excentrice (**cexθ**, **Cexα**, **sexθ**, **Sexα** etc), cu excepţia celor care au fost prezentate într-un alt articol (**bexθ**, **Bexα**, **aexθ**, **Aexα**, **dexθ**, **Dexα**, **rexθ**, **Rexα** etc**)** au făcut obiectul unor capitole din lucrarea autorului **SUPERMATEMATICA**, Vol I şi Vol II, ediţia a 3-a, revizuită şi îmbunătăţită, din Editura Matrix Rom, Buc. 2015 şi ediţiile a 1-a şi a 2-a în Editura Politehnica din Timişoara.

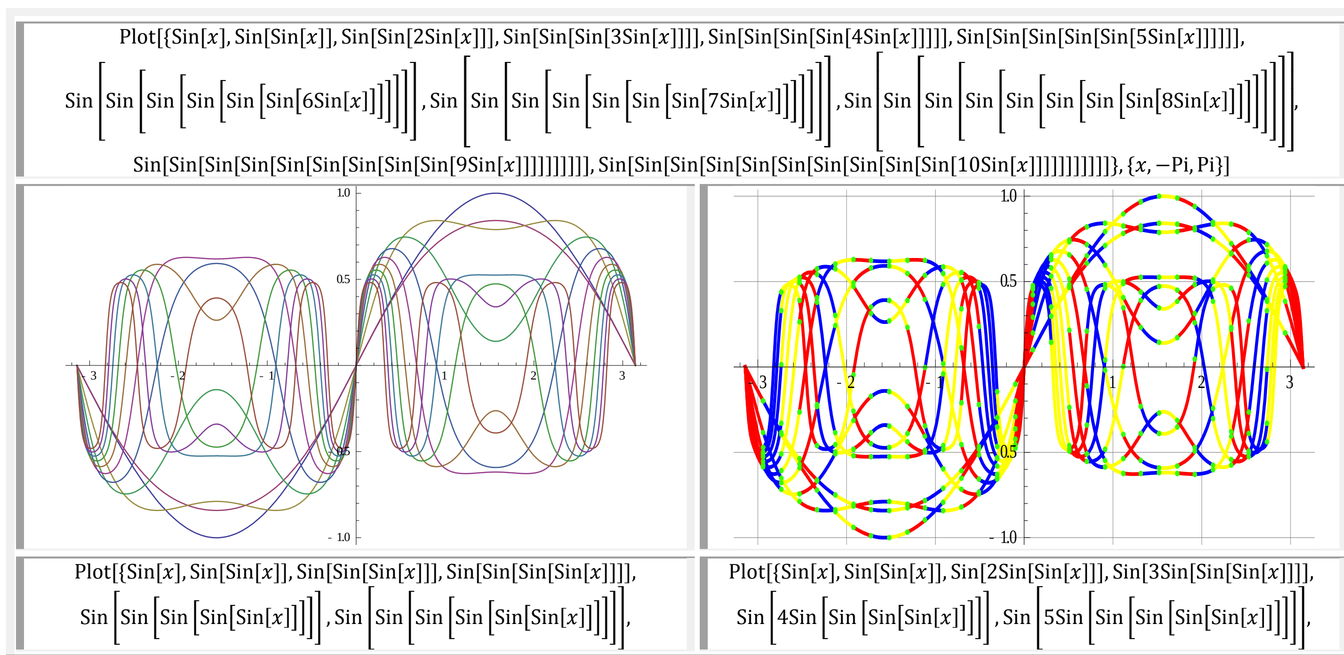
Funcţiile ***autoinduse*** ***centrice*** sunt de forma **A.sin(B.sin(C.sin(… …U.sin(α))…)))**, de exemplu, iar cele ***induse*** de forma **A.cos(B.sin(C.cos(D.tan(… …V.cosα**))…)))), în care amplitudinile A, B, C, … U, V pot fi şi toate unitare.

În **matematica centrică** (**MC**) şi în literatura ei de specialitate (v. **Rîjik / Ryzhik**, **I.M,, Gradştein / Gradshteyn I.S.**, "**Tabele de INTEGRALE, SUME, SERII ŞI PRODUSE**", Ed.Tehnică, Buc. 1955) funcţiile autoinduse sunt cunoscute sub denumirea de "Funcţii trigonometrice de funcţii trigonometrice" - sin(z.sinx), pag.184 - şi cele induse, sub denumirea de "Funcţii trigonometrice de funcţii trigonometrice inverse" - cos(arctanx), pag.185-.

Exemple de funcţii circulare centrice ***autoinduse*** au graficele din **figura 1**, în funcţie de ***gradul* n *de autoinducţie***. Astfel, **sinx** este de grad 0, **sin(sinx)** are gradul **1**, iar **sin(sin(sin(sinx)))** este de gradul **n** = **3**.

În **figura 1**, gradul de autoinducţie este cuprins în intervalul **n** ∈ [0, 10] şi se obsevă că, prin creşterea lui **n**, amplitudinile funcţiilor scad treptat.

Funcţiile supermatematice circulare excentrice (**FSM − CE**), prezentate în continuare, sunt acelea care nu au echivalente în matematica centrică **(MC),** aşa cum au **cosx → cex, sinx → sex ş.m.a.**



Sin[Sin[Sin[Sin[Sin[Sin[Sin[x]]]]]]], Sin[Sin[Sin[Sin[Sin[Sin[Sin[Sin[x]]]]]]]]}, {x, 0,2Pi}]]	Sin[6Sin[Sin[Sin[Sin[Sin[Sin[x]]]]]]], Sin[7Sin[Sin[Sin[Sin[Sin[Sin[Sin[x]]]]]]]]}, {x, 0,2Pi}
ParametricPlot3D[{x, 4Sin[Sin[Sin[Sin[Sin[Sin[Sin[0.1sSin[x]]]]]]]], 0.3s}, {s, −10,10}, {x, 0,2Pi}]]	ParametricPlot3D[{x, 4Sin[Sin[2Sin[Sin[4Sin[Sin[6Sin[0.1sSin[x]]]]]]]],0.6s}, {s, 0,5}, {x, 0,2Pi}]]
ParametricPlot3D[{x, 4Sin[Sin[2Sin[Sin[4Sin[Sin[6Sin[0.1sSin[x]]]]]]]], 0.6s}, {s, −5,5}, {x, 0,2Pi}]]	ParametricPlot3D[{x, 8Sin[0.1sSin[Sin[0.1sSin[Sin[0.1sSin[Sin[0.1sSin[x]]]]]]]],0.6s}, {s, −10,10}, {x, 0,2Pi}

Fig.1 Funcţii sinus autoinduse de tipul : sin(sin(… sin(n.sinx)…))

www.supermathematica.com www.supermatematica.ro

2. POLINOAME CEBÎŞEV EXCENTRICE DE PRIMA SPEŢĂ

Polinoamele lui **Cebîşev** de speţa întâi, notate $T_n(x)$ sau T(n, x), reprezintă o mulţime de polinoame ortogonale care sunt soluţiile ecuaţiilor diferenţiale de tip **Cebîşev**:

(1) $(1-x^2)\frac{d^2w}{dx^2} - x\frac{dw}{dx} + n^2 w = 0$

Primele 10 polinoame **Cebîşev** sunt reprezentate grafic în **figura 1:n ∈ [1, 5] 🡅 , n ∈ [5, 7] 🡇 ◀ şi n ∈ [7, 10] 🡇 ▶.**

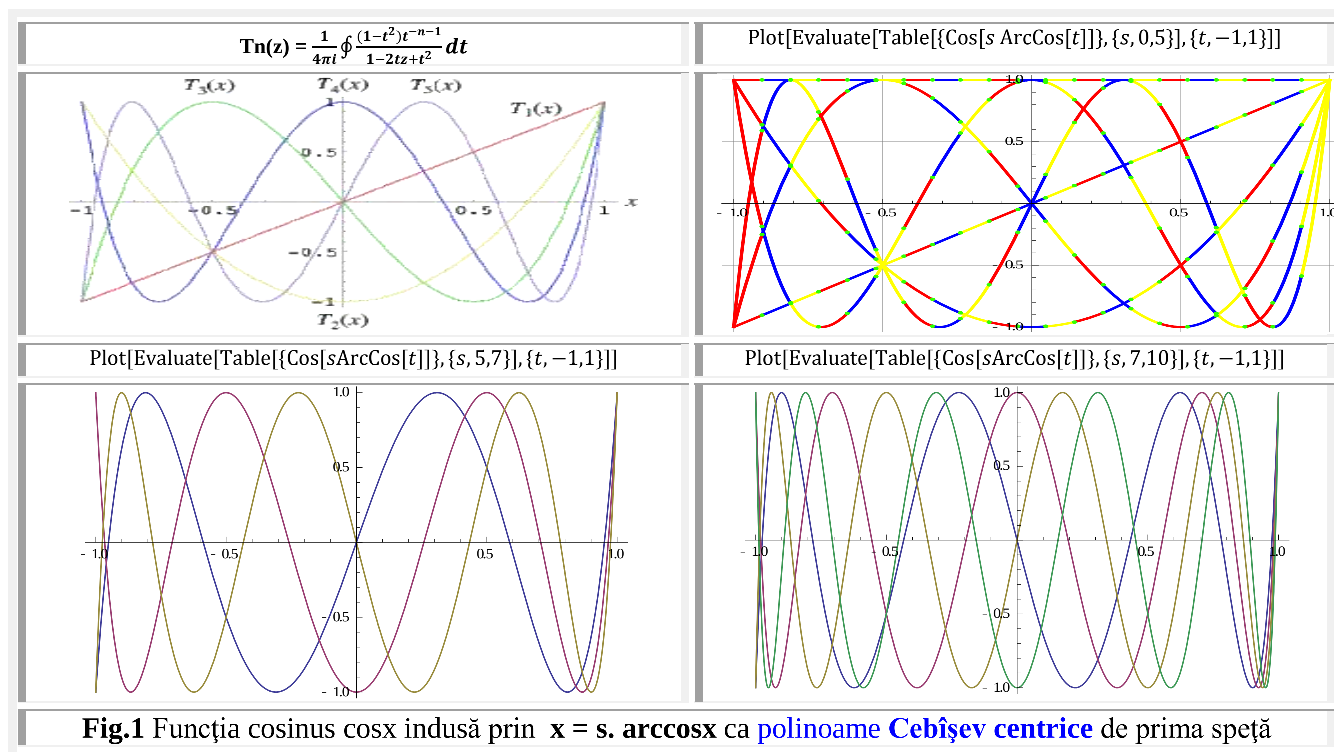


Fig.1 Funcţia cosinus cosx indusă prin **x = s. arccosx** ca polinoame **Cebîşev centrice** de prima speţă

Polinoamele **Cebîşev** pot fi exprimate prin urmatoarele ecuaţii de definiţie

(2)
$$\begin{cases} \mathrm{T_n(z)} = \frac{1}{4\pi i}\oint \frac{(1-t^2)t^{-n-1}}{1-2tz+t^2}dt \\ \mathrm{T_n(z)} = \\ T_n(x) = \frac{(-2)^n n!}{(2n)!}\sqrt{1-x^2}\frac{d^n}{dx^n}(1-x^2)^{n-\frac{1}{2}} \\ T_n(x) = 2^{n-1}\prod_{k=1}^{n}\left\{x - \cos\left[\frac{(2k-1)\pi}{2n}\right]\right\} \\ T_n(x) = \frac{1}{2}z^2\left[\left(\sqrt{1-\frac{1}{z^2}}+1\right)^n + \left(\sqrt{1-\frac{1}{z^2}}\right)^n\right] \end{cases}$$

dar şi cu ajutorul **funcţiilor induse** (2')

(2') $T_n(\cos\theta) = \cos(n.\theta)$ → $\mathbf{T_n(x) = \cos[n.\arccos x]}$ = $\frac{\left(x+i\sqrt{1-x^2}\right)^n + \left(x-i\sqrt{1-x^2}\right)^n}{2} = \sum_{m=0}^{\frac{n}{2}}\binom{n}{2m}(x^2-1)^m$
$= x^n - \binom{n}{2}x^{n-2}(1-x^2) + \binom{n}{4}x^{n-4}(1-x^2)^2 - \binom{n}{6}x^{n-6}(1-x^2)^3 + \ldots$

cu proprietăţile:

(3) $$\int_{-1}^{+1}\frac{T_n(x).T_m(x)dx}{\sqrt{1-x^2}} = \begin{cases} 0, m \neq n \\ \frac{\pi}{2},\ m = n \neq 0 \\ \pi, m = n = 0 \end{cases}$$

Ecuaţiile (2') permit multiplicarea polinoamelor **Cebîşev** de la câte unu pentru fiecare **n** la o infinitate de polinoame excentrice pentru fiecare n, prin trecerea din **centric** în **excentric**, adică, prin trecerea de la funcţiile circulare centrice (**FCC**) **cosα** şi **sinα** la **funcţiile supermatematice circulare excentrice** (**FSM−CE**) corespondente **cexθ** şi **sexθ**, exprimate de ecuaţiile de definiţie, pentru un **excentru** punct fix sau mobil în planul cercului unitate **CU[R = 1 ,O(0,0]** de coordonate polare **S**(**s**, ε):

$$(4)\quad \begin{cases} \boldsymbol{cex\theta} = cos\boldsymbol{\alpha}(\boldsymbol{\theta}) = \cos[\theta - \arcsin[\boldsymbol{s}.\sin(\theta - \varepsilon)]] \\ \boldsymbol{sex\theta} = sin\boldsymbol{\alpha}(\boldsymbol{\theta}) = \sin[\theta - \arcsin[\boldsymbol{s}.\sin(\theta - \varepsilon)]] \end{cases}$$

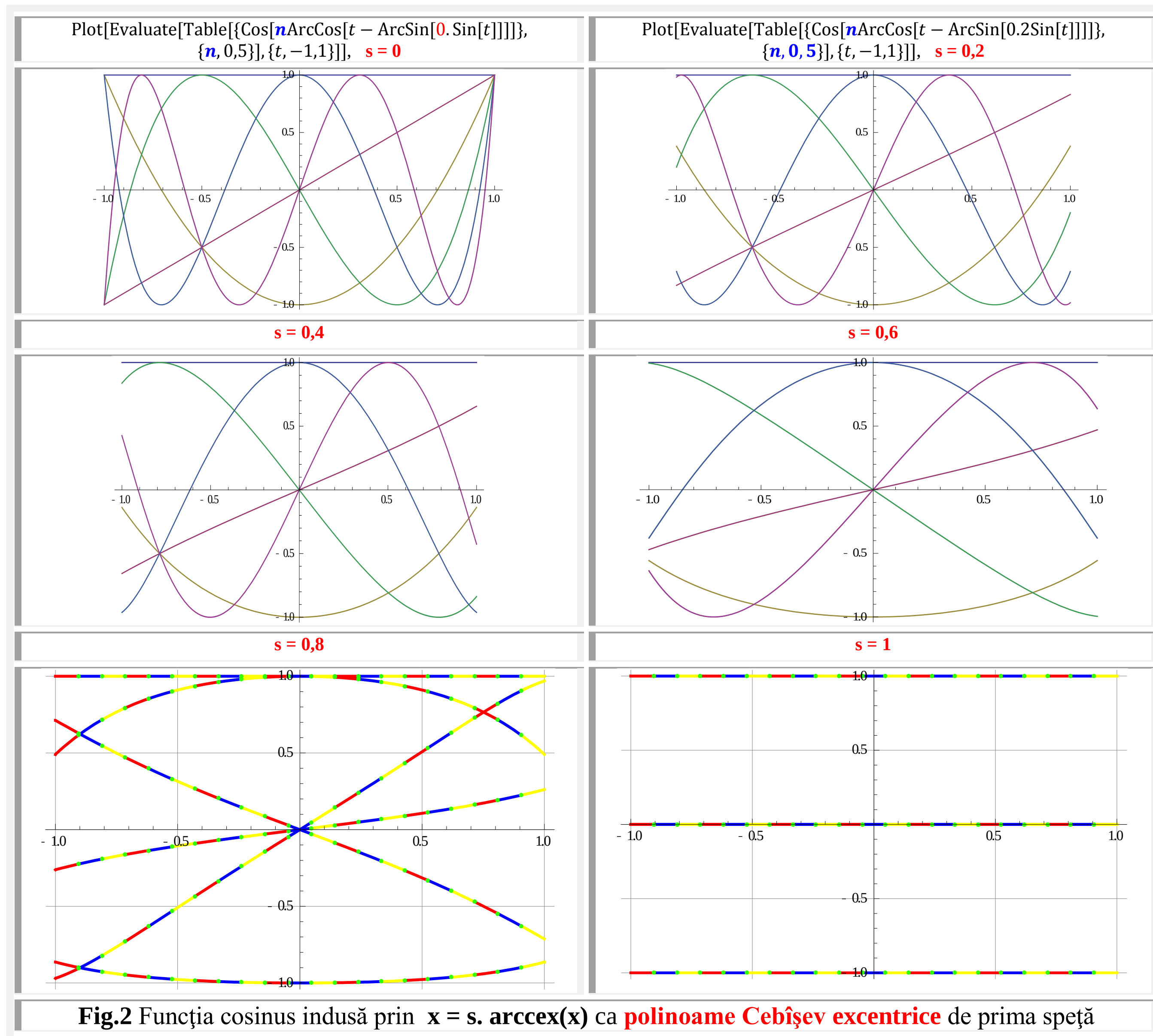


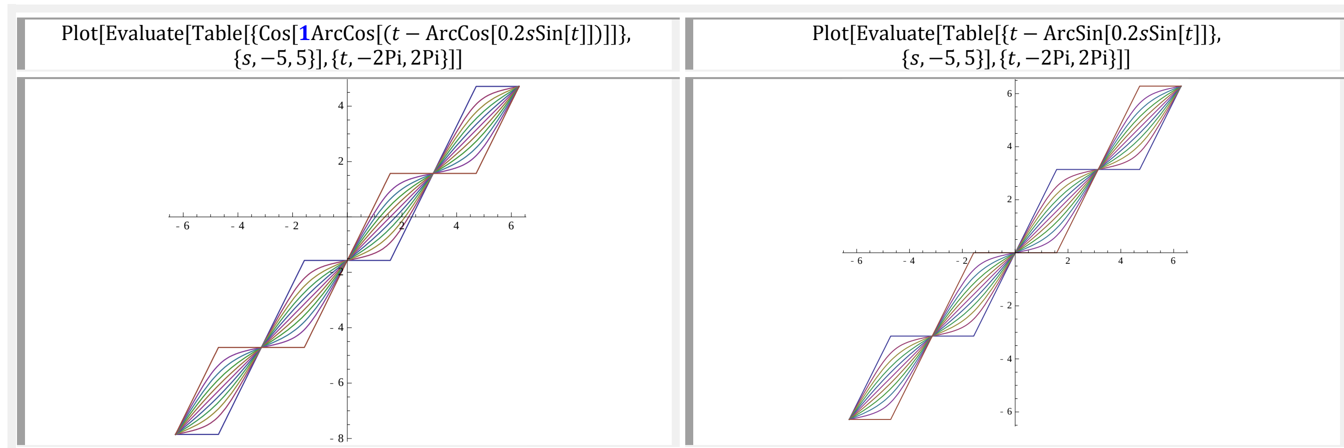
Fig.2 Funcţia cosinus indusă prin **x = s. arccex(x)** ca **polinoame Cebîşev excentrice** de prima speţă

Pentru **s = 0**, **polinoamele Cebîşev supermatematice** (**PCSM**) degenerează în cele centrice, aşa cum rezultă din **figura 2** 🡩◀, iar pentru n ∈ **[0, 5]** şi **s = 0,2n** ∈ **[0, 1]** graficele sunt prezentate sus- dreapta 🡩▶ .

Din **figura 2** se constată că prin creşterea **excentricităţii liniare numerice s**, apare o deplasare / fugă a punctelor curbelor spre cele două extremităţi ale axei x ∈ [− 1, +1], astfel că unele segmente / porţiuni de curbă sunt exterioare domeniului. De aceea, în **figurile 3**, şi **4** sunt prezentate curbele şi în afara acestui domeniu

Plot[Evaluate[Table[{Cos[**0**ArcCos[t − ArcSin[0.2sSin[t]]]]}, {s, −5,5}], {t, −Pi/2.5 , Pi/2.5}]], **n = 0**	Plot[Evaluate[Table[{Cos[1ArcCos[t − ArcSin[0.2sSin[t]]]]}, {s, −5,5}], {t, −Pi/2.5 , Pi/2.5}]], **n = 1**
n = 2,	**n = 3**
n = 4,	**n =5**

Fig.3 Polinoame Cebîşev excentrice de prima speţă de n ∈ [0,5] în domeniul x ∈$[-\frac{\pi}{2.2}, +\frac{\pi}{2.2}]$



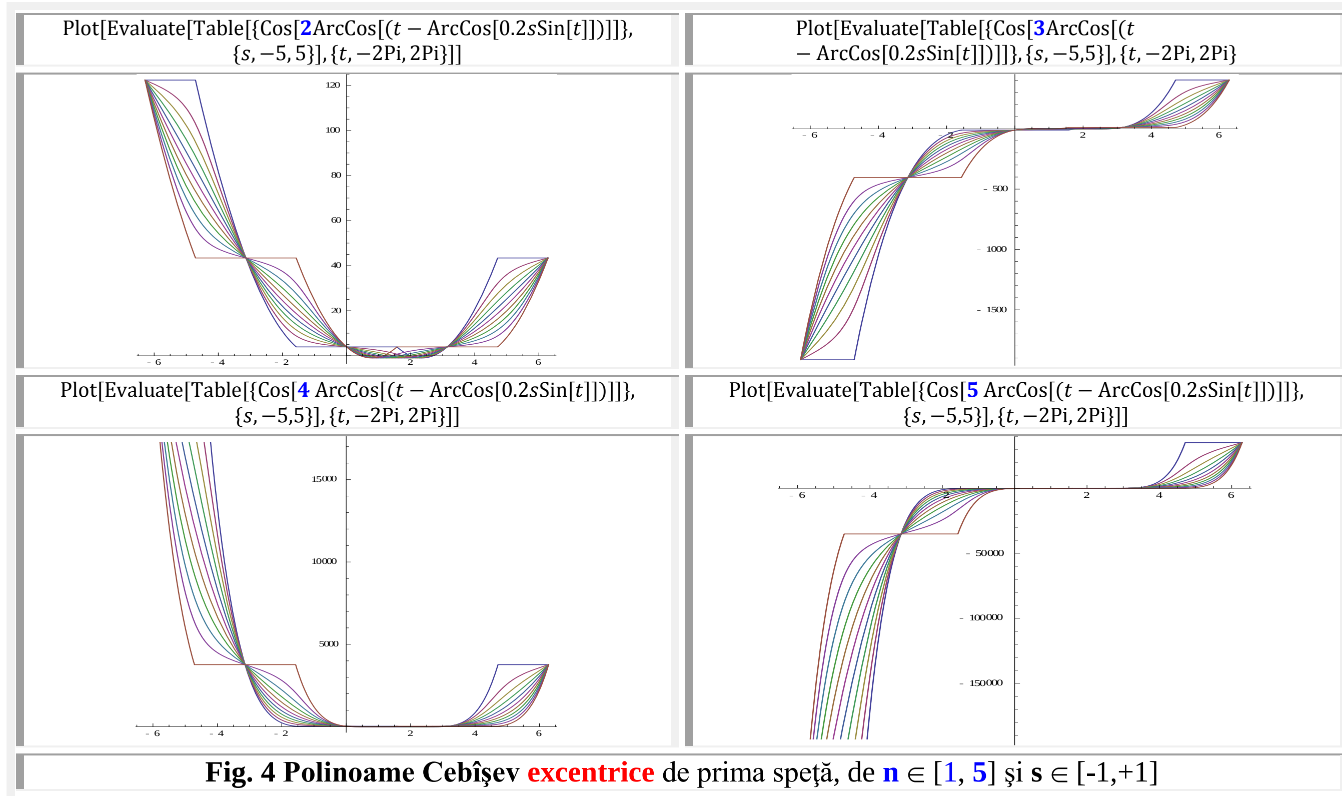


Fig. 4 Polinoame Cebîşev excentrice de prima speţă, de **n** ∈ [1, **5**] şi **s** ∈ [-1,+1]

În **figura 4** ↑▶ au fost reprezentate şi **FSM**-CE **amplitudine excentrică aexθ = θ – arcsin[s.sin(θ− ε),** faţă de care, **polinoamele Cebîşev excentrice** de **n = 1** sunt translatate paralel, în sensul negativ, al axei **Oy**.

3. POLINOAME CEBÎŞEV EXCENTRICE DE SPEŢA A DOUA

Polinoamele **Cebîşev centrice** de speţa a doua, notate **$U_n(x)$** pot avea ecuaţia exprimată şi de funcţia circulară centrică indusă:

(5) **$U_n(x)$ = sin[n.arccosx]**

iar cele excentrice se obţin, ca şi în cazul anterior, prin înlocuirea funcţiei **CC cosx cu FSM-CE cexθ** şi rezultă :

(6) **$Ue_n(x)$ = sin[n.arccexθ] = = sin[n.arccos(θ – arcsin(s.sin(θ − ε))]**

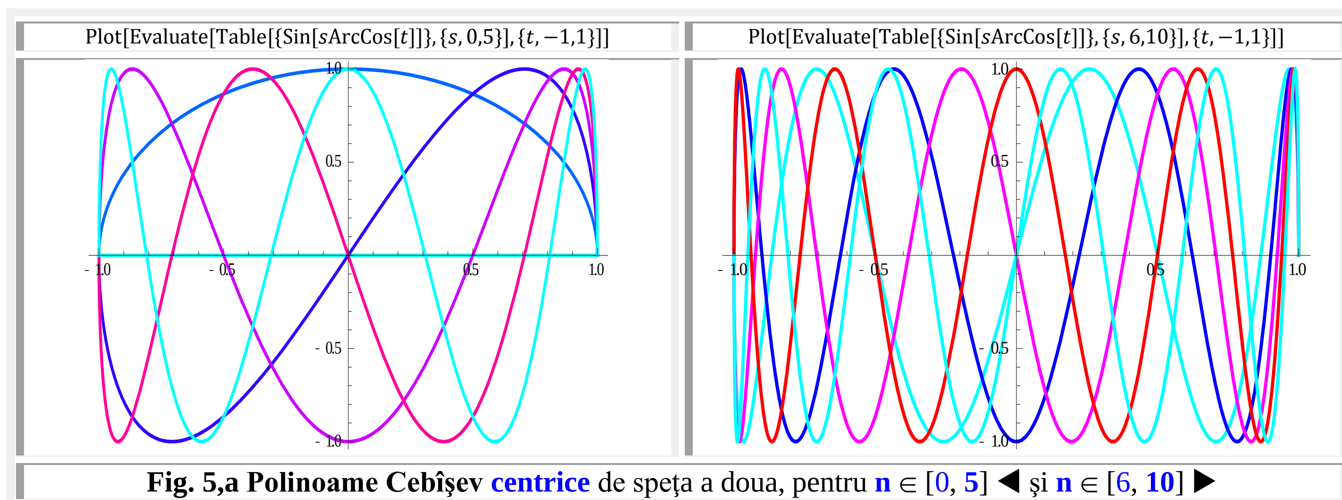
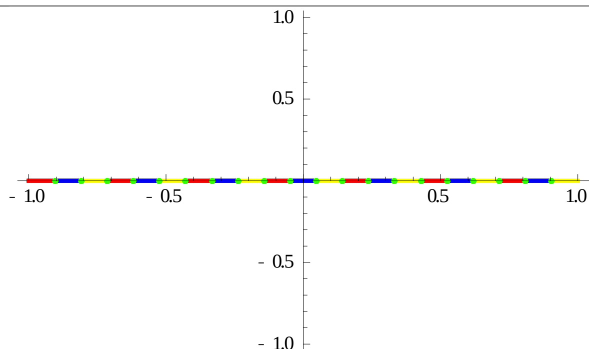
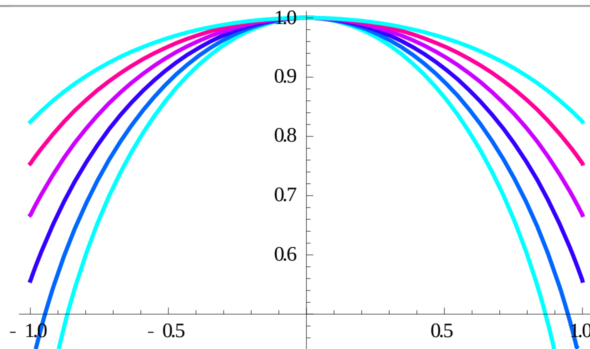


Fig. 5,a Polinoame Cebîşev centrice de speţa a doua, pentru **n** ∈ [0, 5] ◀ şi **n** ∈ [6, **10**] ▶

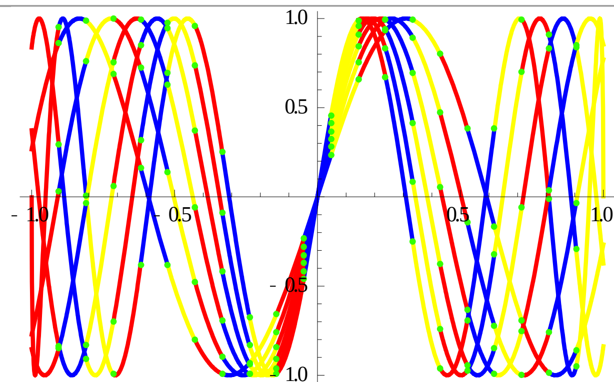
Plot[Evaluate[Table[{Sin[**0** ArcCos[*t* − ArcSin[0.1*s*Sin[*t*]]]]}, {*s*, 0,5}], {*t*, −1,1}]], **n = 0**



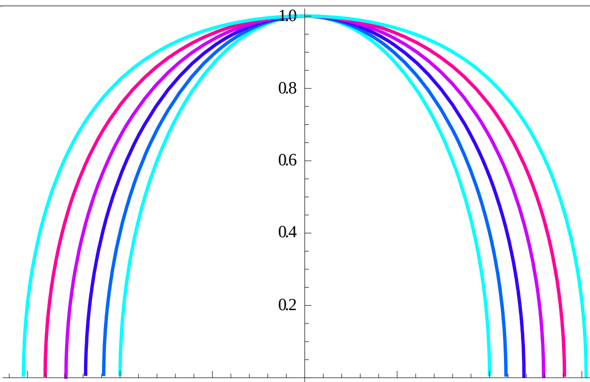
Plot[Evaluate[Table[{Sin[**1** ArcCos[*t* − ArcSin[0.1*s*Sin[*t*]]]]}, {*s*, 0,5}], {*t*, −1,1}]], **n = 1**



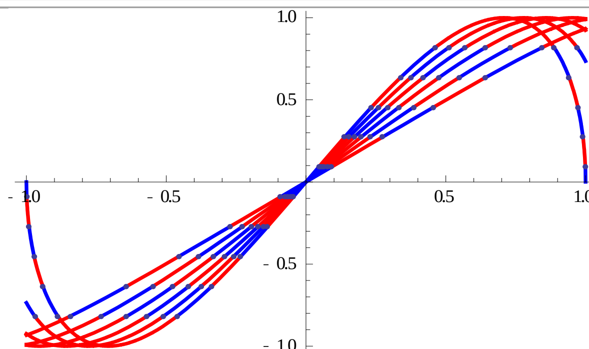
Plot[Evaluate[Table[{Sin[**7** ArcCos[*t* − ArcSin[0.1*s*Sin[*t*]]]]}, {*s*, 0, 5}], {*t*, −Pi/2 , Pi/2}]]



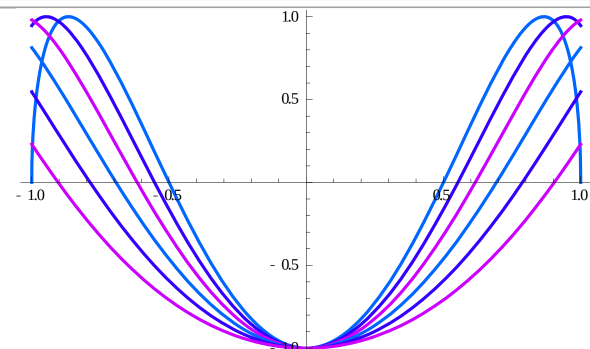
Plot[Evaluate[Table[{Sin[**1** ArcCos[*t* − ArcSin[0.1*s*Sin[*t*]]]]}, {*s*, 0,5}], {*t*, −Pi/2 , Pi/2}]]



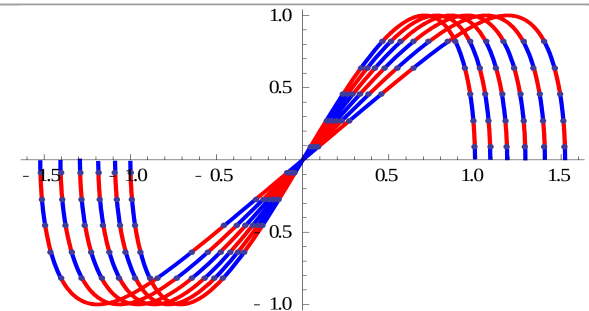
Plot[Evaluate[Table[{Sin[**2** ArcCos[*t* − ArcSin[0.1*s*Sin[*t*]]]]}, {*s*, 0,5}], {*t*, −1,1}]], **n = 2**



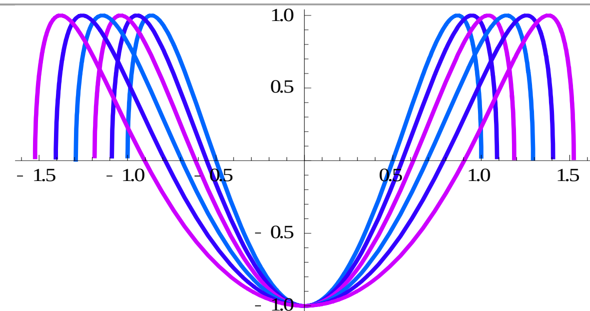
Plot[Evaluate[Table[{Sin[**3** ArcCos[*t* − ArcSin[0.1*s*Sin[*t*]]]]}, {*s*, 0,5}], {*t*, −1,1}]]



Plot[Evaluate[Table[{Sin[**2** ArcCos[*t* − ArcSin[0.1*s*Sin[*t*]]]]}, {*s*, 0,5}], {*t*, −Pi/2 , Pi/2}]]



Plot[Evaluate[Table[{Sin[**3** ArcCos[*t* − ArcSin[0.1*s*Sin[*t*]]]]}, {*s*, 0,5}], {*t*, −Pi/2 , Pi/2}]]



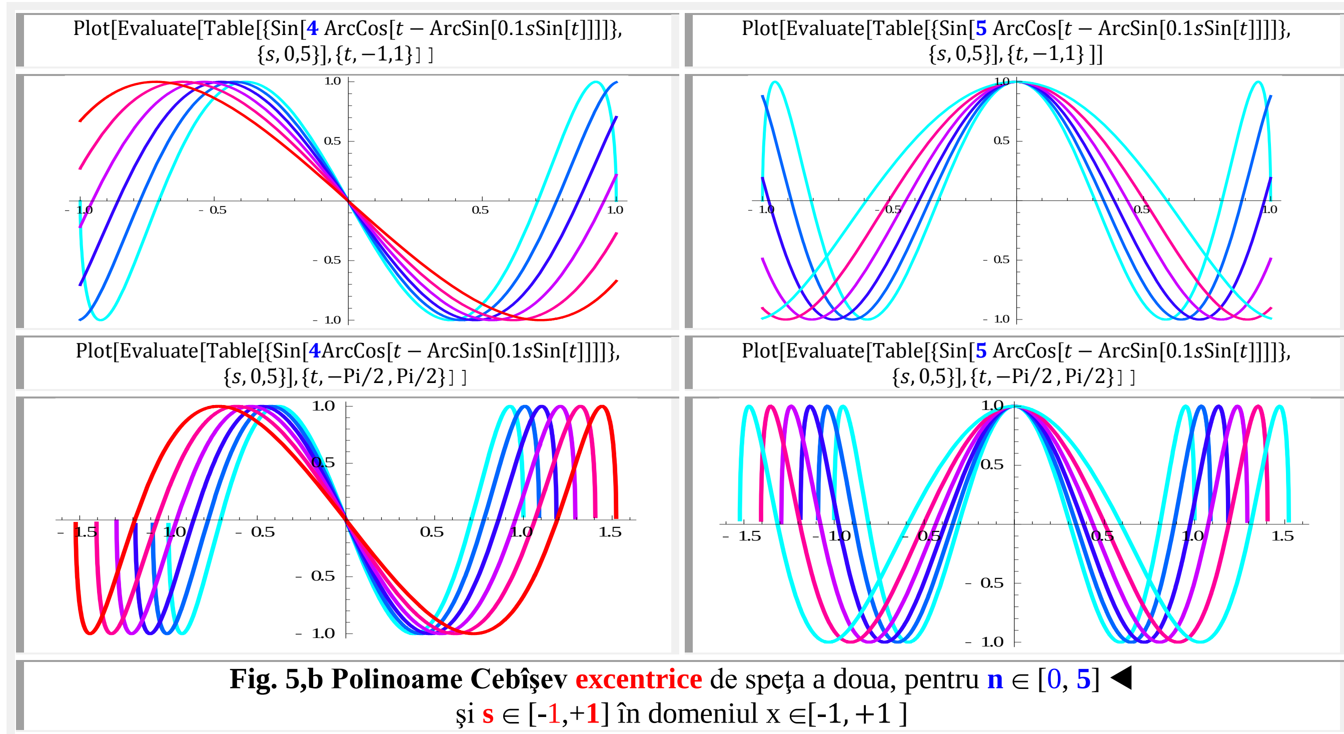


Fig. 5,b Polinoame Cebîşev excentrice de speţa a doua, pentru **n** ∈ [0, 5] ◄
şi **s** ∈ [-1,+1] în domeniul x ∈[-1, +1]

Dacă polinoamele **Cebîşev** de speţa a 2-a **centrice** (**Fig. 5,a**) există doar în domeniul x ∈ [-1, +1] cele **excentrice** există şi în domeniul mai extins x ∈ [$-\frac{\pi}{2}$, $+\frac{\pi}{2}$] (**Fig. 5,b**).

4. FUNCŢIILE GENERATOARE ALE POLINOAMELOR CEBÎŞEV

Câteva funcţii generatoare sunt prezentate în lucrarea lui **Gh. Mocica** ”**PROBLEME DE FUNCŢII SPECIALE**” EDP, Buc. 1988, la care s-au adăugat şi expresiile echivalente exprimate cu **funcţii supermate-matice circulare excentrice** (**FSM- CE**) de variabilă **centrică α**, (**Dexα** şi **Rexα**) au expresiile :

(7)
$$\begin{cases} \dfrac{1-s.\cos\alpha}{1+s^2-2s\cos\alpha}=\dfrac{1-sx}{1+s^2-2sx}=\sum\limits_{n=0}^{\infty}T_n\,(x=\cos\alpha).s^n=Dex\alpha \\ \dfrac{1}{1+s^2-2s\cos\alpha}=\dfrac{1}{1+s^2-2sx}=\sum\limits_{n=0}^{\infty}U_n(x=\cos\alpha)s^n=\dfrac{1}{\operatorname{Re}x^2\alpha} \\ \dfrac{1-s^2}{1+s\ \ -2s\cos\alpha}=\dfrac{1-s^2}{1+s^2-2sx}=T_0(x)+2\sum\limits_{n=1}^{\infty}T_n(x=\cos\alpha)=2Dex\alpha-1 \\ \ln(1+s^2-2s\cos\alpha)=\ln(1+s^2-2sx)=-2\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{T_n(x=\cos\alpha)}{n}s^n=2\ln(\operatorname{Re}x\alpha) \\ \ln\dfrac{1+s^2+2s.\cos\alpha}{1+s^2-2s\cos\alpha}=\ln\dfrac{1+s\ \ +2sx}{1+s\ \ -2sx}=4\sum\limits_{n=0}^{\infty}\dfrac{T_{2n+1}(x=\cos\alpha)}{2n+1}=2\ln\left|\dfrac{\operatorname{Re}x_2\alpha}{\operatorname{Re}x_1\alpha}\right| \end{cases}$$

în care, polinoamele **Cebîşev** de primul gen / speţă T_n şi de speţa / genul a doua U_n sunt date de expresiile:

(8)
$$\begin{cases} T_n(x=\cos[n.\arccos(x=\cos\alpha)]=\cos n\alpha, n\in Z_+ \\ U_n(x=\cos\alpha)=\dfrac{\sin[(n+1).\arccos(x=\cos\alpha)]}{\sin[\arccos(x=\cos\alpha)]}=\dfrac{\sin[(n+1)\alpha]}{\sin\alpha}, n\in Z_+ \end{cases}$$

şi formează un şir ortogonal pe intervalul [-1, 1] în raport cu ponderea

(9) $$\rho=\sqrt{1-x^2}=\sqrt{1-\cos^2\alpha}=\pm\sin\alpha$$

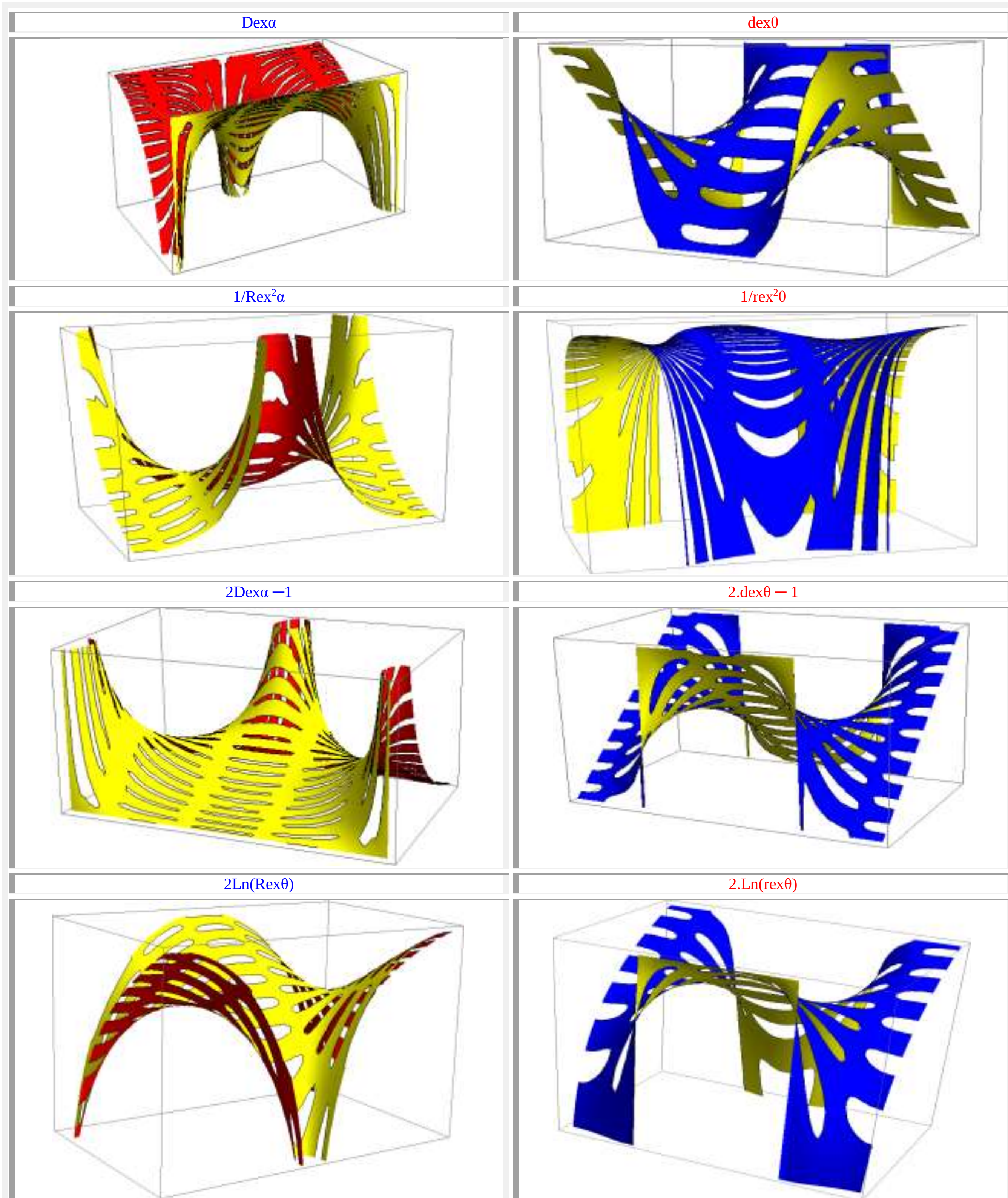


Fig. 6,a Graficele funcţiilor generatoare ale polinoamelor **Cebîşev** exprimate cu **funcţii supermatematice circulare excentrice de variabila centrică α ◀ si de variabile excentrice θ ▶** de speţa întâi în **3D**

Graficele funcţiilor generatoare ale polinoamelor **Cebîşev centrice** de prima speţă, ca funcţii de x au expresiile (http://ro.math.wikia.com/wiki/Polinom_Cebîşev_de_speţa_întâi):

$$(10)\qquad \begin{cases} g_1(t,x) \equiv \frac{1-t^2}{1+t^2-2xt} = T_0(x) + 2\sum_{n=1}^{\infty} T_n(x).t^n \\ g_2(t,x) \equiv \frac{1-x.t^2}{1+t^2-2xt} = \sum_{n=0}^{\infty} T_n(x).t^n \end{cases}$$

cu ajutorul cărora au fost reprezentate $g_1(t,x)$ 🡅 ◀ şi $g_2(t,x)$ 🡇 ◀ ca funcţii de x în stânga ◀ **figurii 6** şi ca funcţii de **α** → **x = coaα** din ecuaţiile (7) - în dreapta.

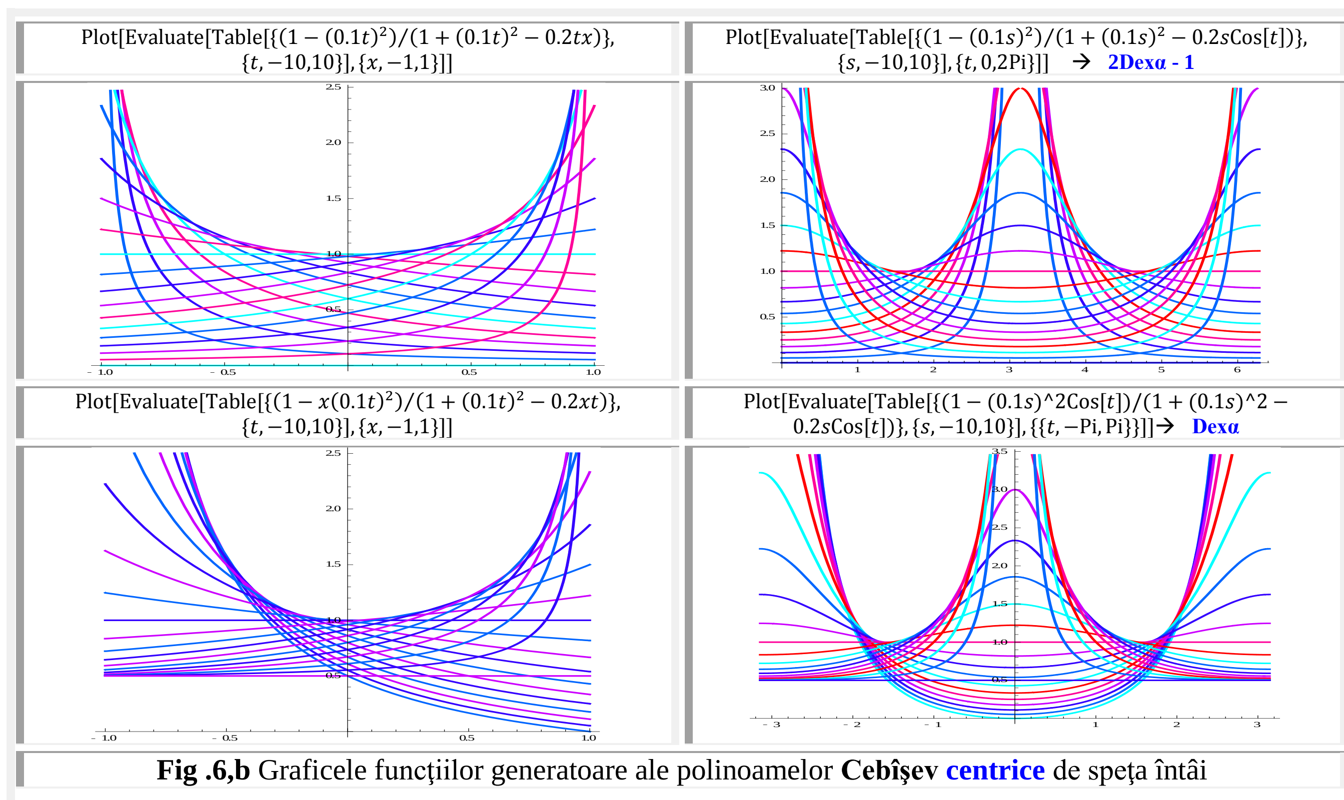


Fig .6,b Graficele funcţiilor generatoare ale polinoamelor **Cebîşev centrice** de speţa întâi

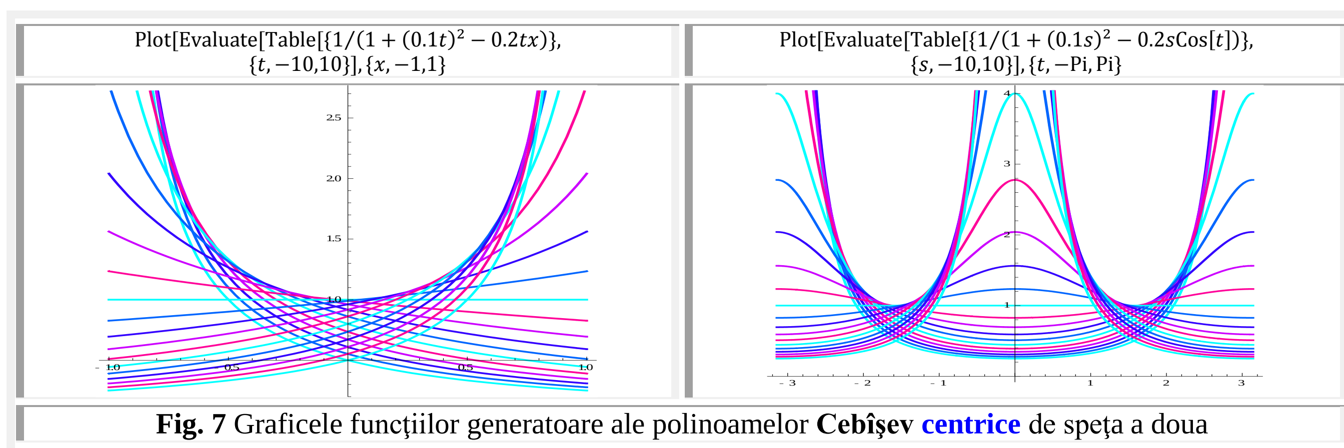


Fig. 7 Graficele funcţiilor generatoare ale polinoamelor **Cebîşev centrice** de speţa a doua

În **figura 7** sunt prezentate graficele funcţiilor generatoare ale polinoamelor **Cebîşev centrice** de speţa a doua.

Motto:" Geometria este ştiinţa care restaurează situaţia dinainte de creaţia lumii şi încearcă să umple "golul" renunţând la oficiile materiei **"**
Lucian Blaga, *Discobolul*

CAPITOLUL IV

FUNCŢII TRILOBOQUDRILBICE

0 INTRODUCERE

În domeniul tehnic, **loba** a apărut ca o proeminenţă alungită a unui arbore cu came, apoi ca rotoare de pompe cu 2, 3 sau 4 lobi (**Fig. 01**) şi de foarte curând şi în matematică, şi mai precis în **supermatematică** (**SM**), odată cu descoperirea funcţiilor supermatematice circulare excentrice (**FSM─CE**).

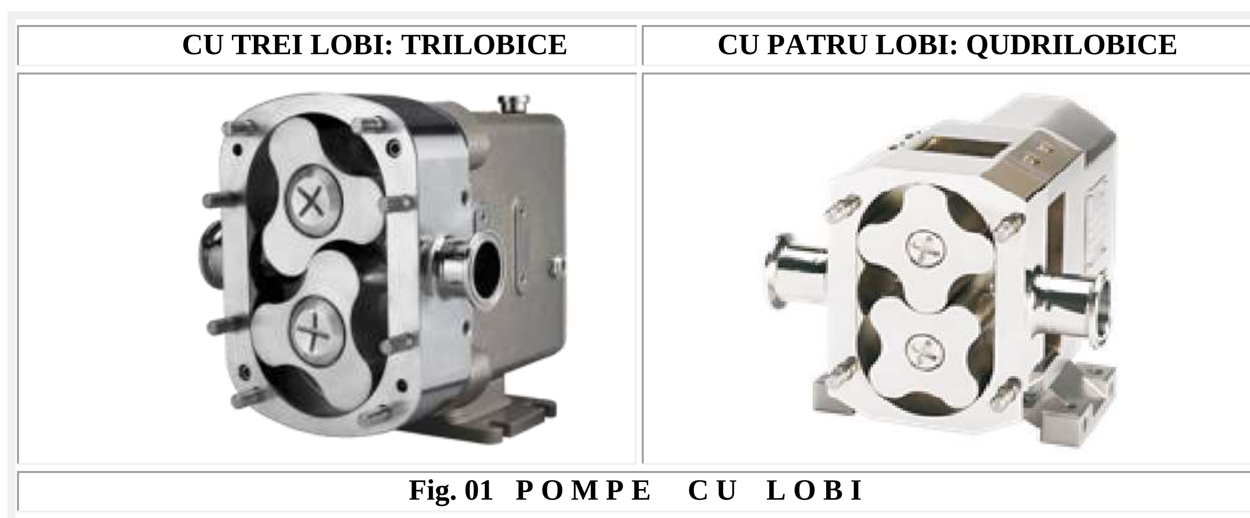
CU TREI LOBI: TRILOBICE	CU PATRU LOBI: QUDRILOBICE
	

Fig. 01 P O M P E C U L O B I

Lobele n-au apărut din senin ci, la transformarea continuă a cercului în pătrat şi invers, s-a observat că există o serie de forme intermediare între cerc şi pătrat care prezintă curbe închise cu patru lobi din care cauză au fost denumite quadrilobe (cvadrilobe). Deci primele lobe apărute în **SM** au fost quadrilobele.

Ele s-au dovedit eficiente la soluţionarea unor vibraţii neliniare, denumite vibraţii qudrilobice, descrise de mişcarea unui punct pe o quadrilobă, iar după susţinerea şi publicarea lucrării (Şelariu Mircea, "QUADRILOBIC VIBRATION SYSTEMS" The 11 –th International Conference on Vibration Engineering, Timişoara, Sept. 27-30, 2005, pag. 77 … 82) mi s-a comunicat printr-un e-mail că denumirea de quadrilobic (şi nu cvadrilobic) a fost introdusă în dicţionarul internaţional de matematică.

Se poate afirma că cercul este o quadrilobă de excentricitate numerică **s = 0**, iar pătratul o quadrilobă de excentricitate numerică **s = ± 1**. La transformarea continuă a sferei în cub şi invers au apărut cilindri cu secţiuni variabile între cerc (**s = 0**) şi pătrat (**s = ± 1**). Au fost denumiţi ***cilindrii quadrilobici***. Aşa cum rezultă din centrul **figurii 02,** laturile lobelor au raza de curbură care variază de la R = 1, pentru cercul unitate CU(O,1), la R= ∞ pentru pătratul perfect. Pentru **s = 0,98** se obţine un pătrat cu colţurile rotunjite / racordate.

Cvadrilobele (în limba engleză quadrilobes) exterioare cercului unitate sau trigonometric (**Fig. 1**), de raza R = 1, au fost introduse în matematică în anul 2005, ca şi trilobele şi polilobele, prin lucrarea anterior

amintită, simultan cu funcţiile periodice cvadrilobe cosinus cvadrilob **coqθ** şi sinus cvadrilob **siqθ** a căror expresii de definiţie sunt:

$$(1)\quad \begin{cases} coq\theta = coq[\theta, S(s,\varepsilon)] = \frac{\cos(\theta-\varepsilon)}{\sqrt{1-s^2 sin^2(\theta-\varepsilon)}} \\ siq\theta = siq[\theta, S(s,\varepsilon)] = \frac{\sin(\theta-\varepsilon)}{\sqrt{1-s^2 cos^2(\theta-\varepsilon)}} \end{cases},$$

în care **s** şi **ε** sunt coordonatele polare radiale şi, respectiv, unghiulare ale **excentrului** sau polului **S**(s, ε): raza polară **s**, sau **excentricitatea numerică** liniară şi unghiul polar sau azimutul **ε**, sau **excentricitatea unghiulară**.

O serie de discuri lobice sunt prezentate în **figura 02**.

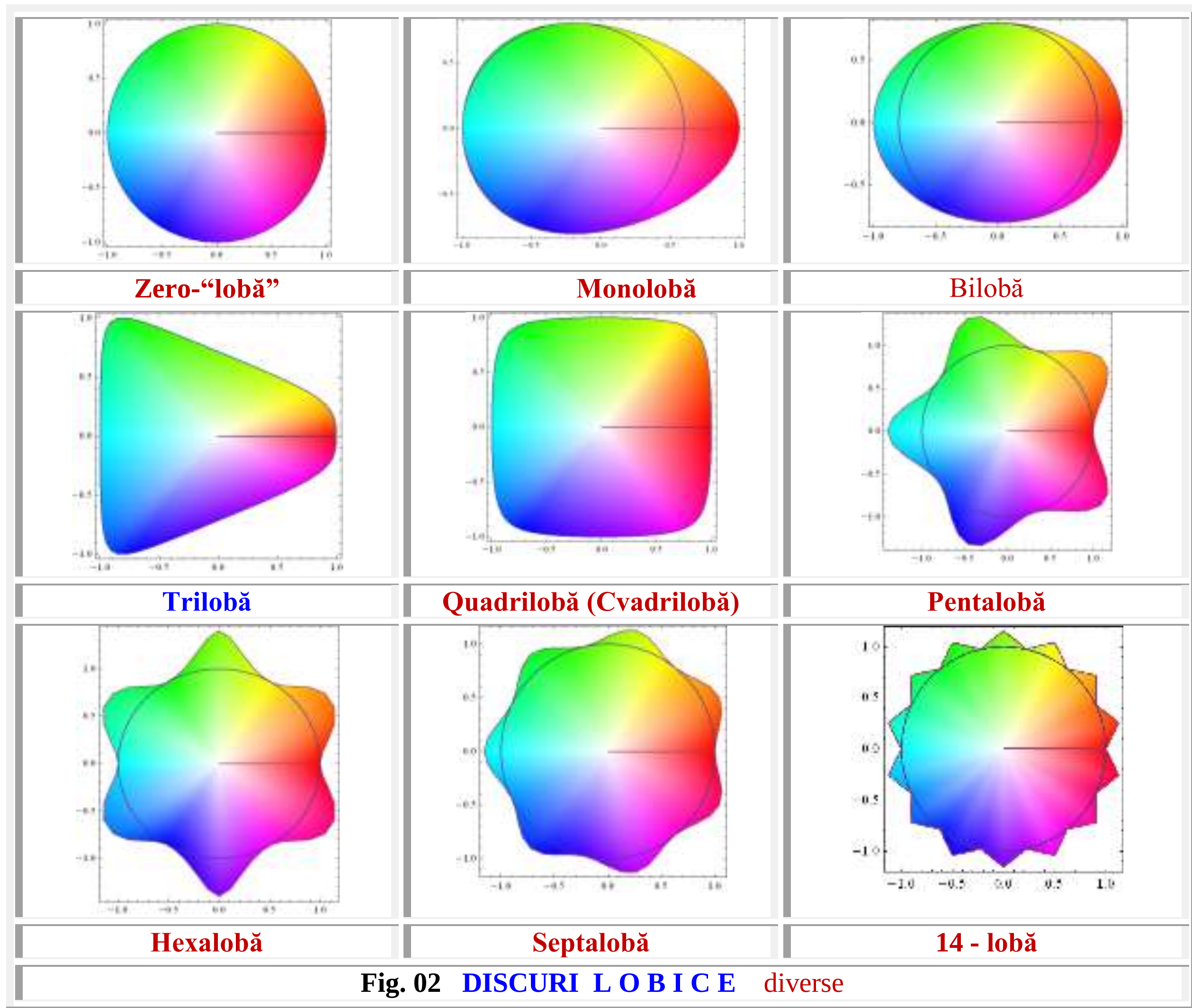


Fig. 02 DISCURI L O B I C E diverse

Pentru **s** = ± 1 cvadriloba degenerează într-un pătrat perfect, circumscris cercului unitate (**Fig. 1,a** şi **Fig. 2**), denumit şi **pătrat supermatematic** (SM) pentru a se distinge de pătratul **Alaci**, înscris în cercul unitate şi rotit cu ± π/4 (**Fig. 1,b** , **Fig. 3** şi **Fig. 4**).

În lucrarea amintită, au fost prezentate şi aplicaţiile acestor funcţii, la descrierea unor sisteme oscilante de caracteristică elastică statică (**CES**) neliniară de forma **CES Duffing** şi de forţă elastică F_e

(2) $F_e = kx \pm \mu x^3$

cu un termen în plus, de ordinul 5, faţă de CES **Duffing**, adică de forma

(3) $F_e = ax + bx^3 + cx^5$,

a căror formă explicită, la proiectarea mişcării circulare de viteză unghiulară constanta Ω, în jurul excentrului punct fix S(**s** ≡ k, ε = 0), adică **s** şi **ε** → constante, a unui punct de masă m = 1, pe cvadriloba exterioară, mişcare proiectată pe axa x şi, respectiv, y este [9]

(4)
$$\begin{cases} F_e(x) = \dfrac{\Omega^2}{1-k^2}[(1-2k^2)x + 2k^2(2+k^2)x^3 + 3k^4x^5] \\ F_e(y) = \dfrac{\Omega^2}{1-k_2}[(1+2k^2)y - 2k^2(2+k^2)y^3 + 3k^4y^5] \end{cases}$$

în care k ≡ **s**.

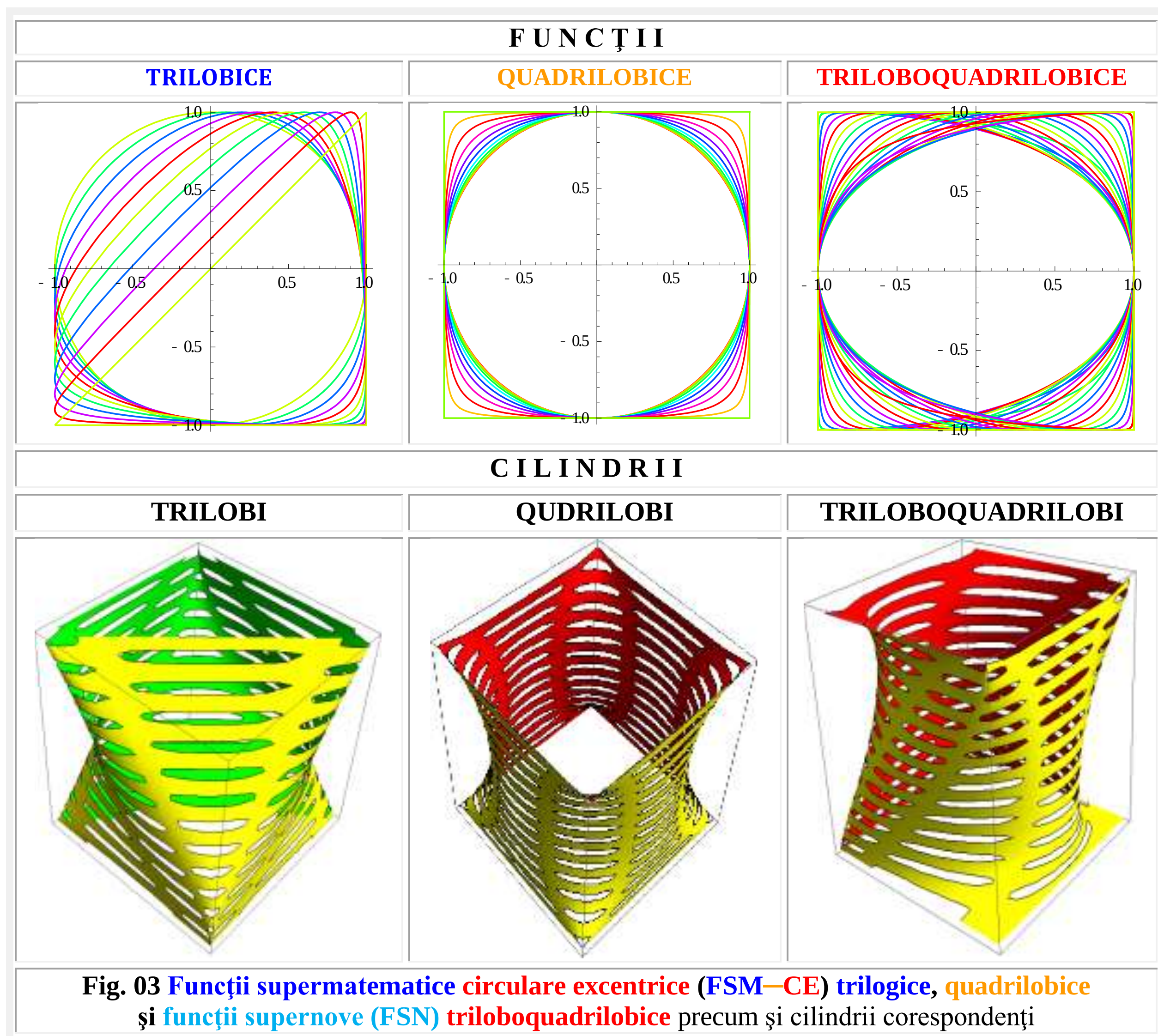


Fig. 03 Funcţii supermatematice circulare excentrice (FSM─CE) trilogice, quadrilobice şi funcţii supernove (FSN) triloboquadrilobice precum şi cilindrii corespondenţi

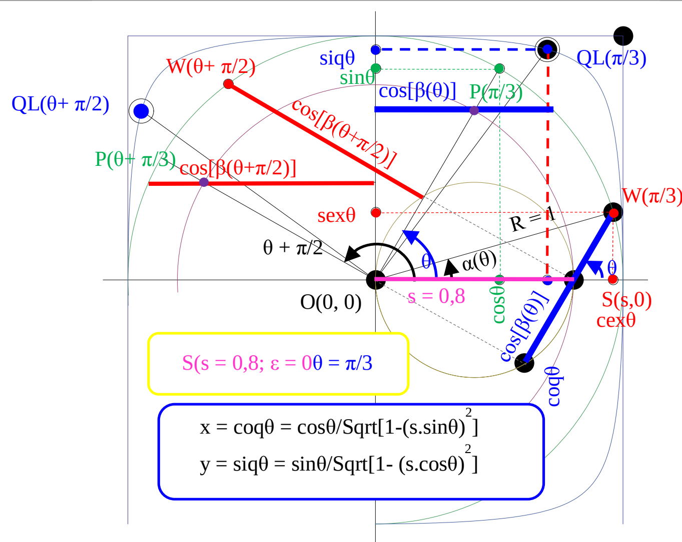


Fig. 1,a Reprezentarea grafică a cvadrilobelor interioare de s = 0,8 şi θ = π/3 şi a funcţiilor cosinus şi sinus:○ centrice (**cosθ, sinθ**), ●excentrice (**cexθ, sexθ**) şi ◙cvadrilobe (**coqθ, siqθ**)

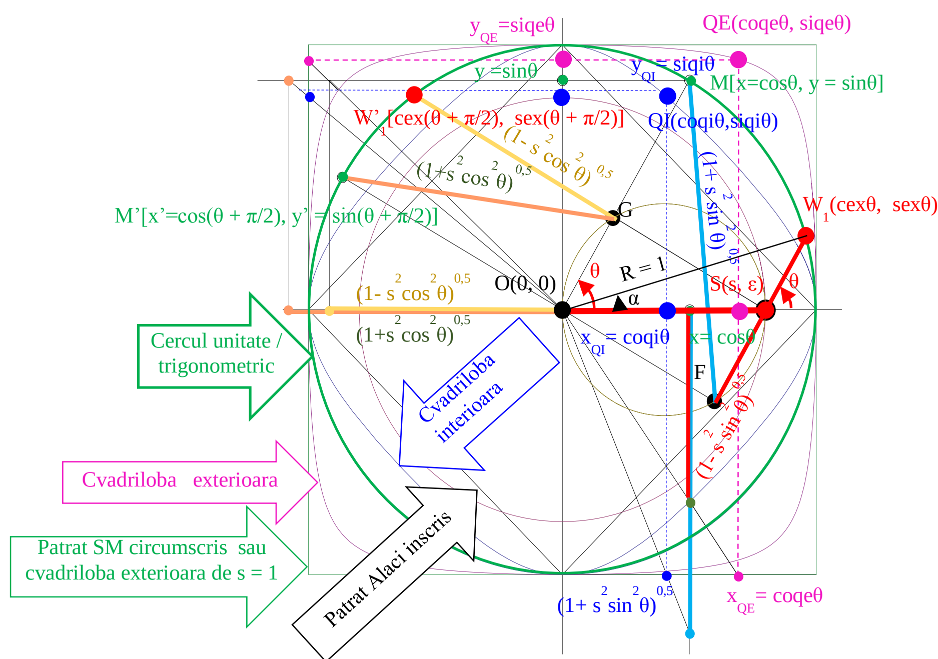


Fig. 1,b Reprezentarea grafica a cvadrilobelor interioare şi a cvadrilobelor exterioare cercului unitate/trigonometric şi a funcţiilor cosinus şi sinus cvadrilobe

www.SuperMathematica.com	www.SuperMatematica.Ro

Odată cu apariţia şi a cvazicvadrilobelor interioare cercului unitate, cosinusul şi sinusul cvadrilobice exterioare se notează ca şi până în prezent, adică **coqθ** şi **siqθ**, iar cele interioare se vor nota cu un **q** (cvazi

/ quasi) suplimentar, adică **qcoqθ** şi **qsiqθ**, pentru diferenţierea lor şi pentru evitarea confuziilor, altfel posibile.

Pentru ca o curbă să fie din **familia lobelor** (bi-, tri-, cvadri-, ş.a.m.d) ea trebuie să îndeplinească următoarele condiţii:

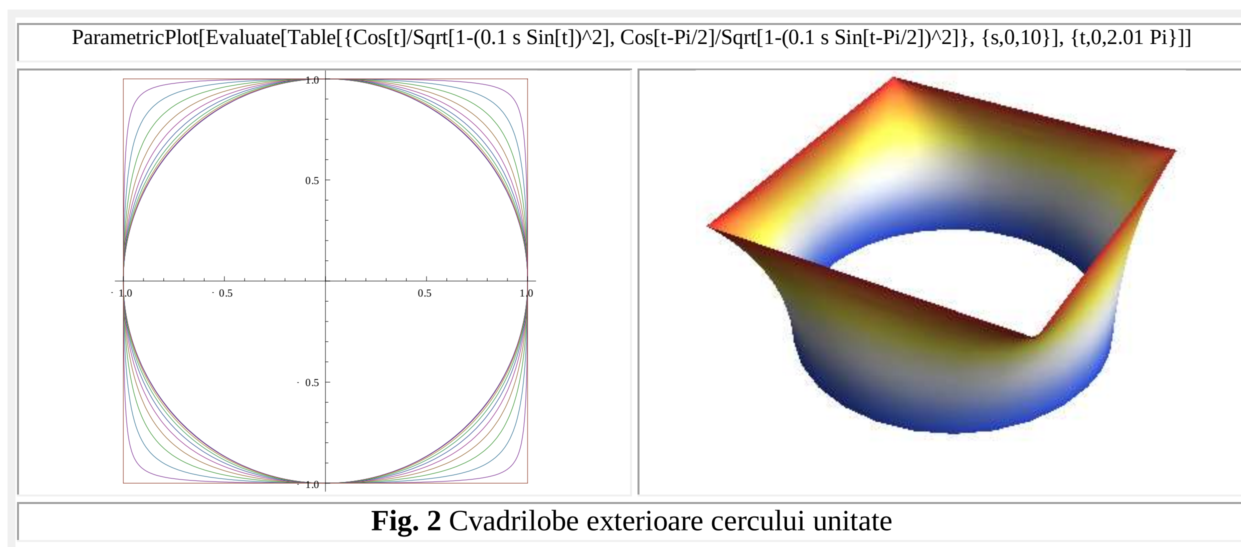


Fig. 2 Cvadrilobe exterioare cercului unitate

1) Să fie o curbă închisă, pentru toate valorile date excentricităţii numerice liniare **s** în domeniul **s** ∈[0, 1] → **S**(**s** ∈[0, 1]; **ε** = 0);
2) Pentru **s** = 0 să degenereze într-un cerc perfect;
3) Pentru **s** = 1 să degenereze într-un poligon perfect, regulat sau neregulat.

Se spune că "degenereză" pentru că, plecând de la **s** = 0, care este domeniul matematicii centrice (**MC**), la **s = 1**, se ajunge la un poligon, adică, din nou la o figură comună matematicii ordinare. Ambele poligoane, sau pătrate, de exemplu, sunt identice **ca formă**, şi totuşi, diferenţele dintre poligoanele sau pătratul **MC** şi poligoanele sau pătratul matematicii excentrice (**ME**) sunt **colosale**.

Pătratul **MC** nu are ecuaţii sau, mai precis, nu avea ca cercul, de exemplu, el compunându-se din patru segmente de dreaptă congruente şi paralele, două câte două, pe când pătratul **ME** are ecuaţiile parametrice (1), obţinute pentru **s** = **± 1** în ecuaţiile (1) sau cu ajutorul funcţiei supermatematice circulare excentrice (**FSM-CE**) derivată excentrică de variabilă excentrică dex**θ**

(5) $$\begin{cases} x = R\ dex[\theta, S(s,\varepsilon)] \\ y = R\ dex[\theta \pm \frac{\pi}{2}, S(s,\varepsilon)] \end{cases}, \qquad \text{dex}\theta = 1 - \frac{s.\cos(\theta-\varepsilon)}{\sqrt{1-s^2\cos^2(\theta-\varepsilon)}}$$

Cvazicvadrilobele, prezentate în **figura 3,a**, respectă doar două din cele trei condiţii; ele degenerând, pentru **s** = 1, într-un pătrat cu colţuri rotunjite, care nu este un pătrat perfect, iar pentru **s** > 1 ia forma astroidelor din **figura 3,b**.

1. CVAZICVADRILOBE (QQL) INTERIOARE CERCULUI UNITATE

S-a constatat că, prin schimbarea semnului minus cu semnul plus, în radicalul de la numitorul relaţiilor (1), de definiţie a cvadrilobelor exterioare, se obţin cvazicvadrilobe interioare cercului unitate, rotite cu π/4 ca şi pătratul **Alaci Valeriu** (**Fig. 3,a, Fig. 3,b** şi **Fig. 4**).

În consecinţă, relaţiile parametrice, de definiţie ale cvazicvadrilobelor interioare cercului unitate, vor avea următoarele relaţii de definiţie

(5) $$\begin{cases} qcoq\theta = \dfrac{\cos(\theta-\varepsilon)}{\sqrt{1+s^2 sin^2(\theta-\varepsilon)}} \\ qsiq\theta = \dfrac{\sin(\theta-\varepsilon)}{\sqrt{1+s^2 cos^2(\theta-\varepsilon)}} \end{cases}$$

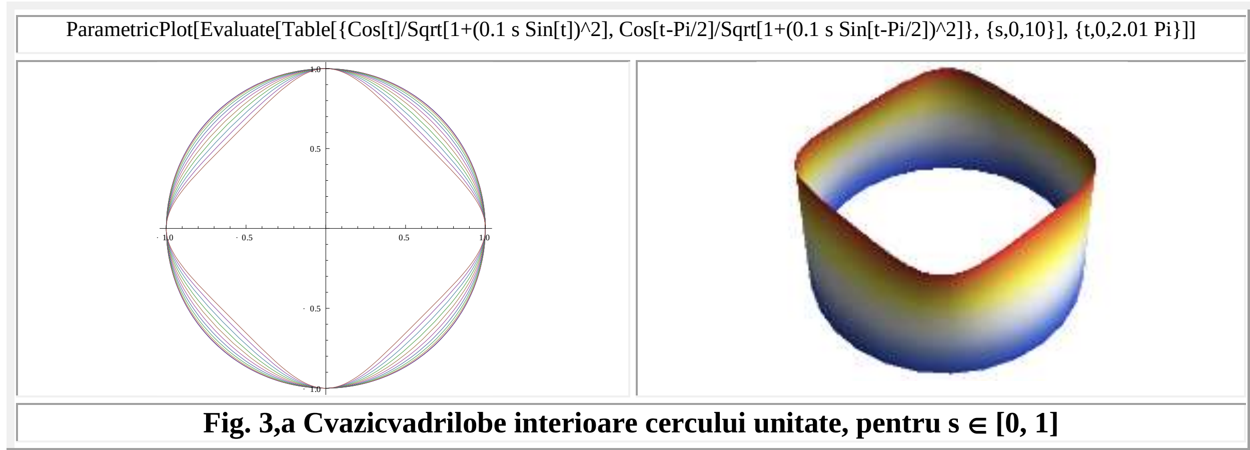


Fig. 3,a Cvazicvadrilobe interioare cercului unitate, pentru s ∈ [0, 1]

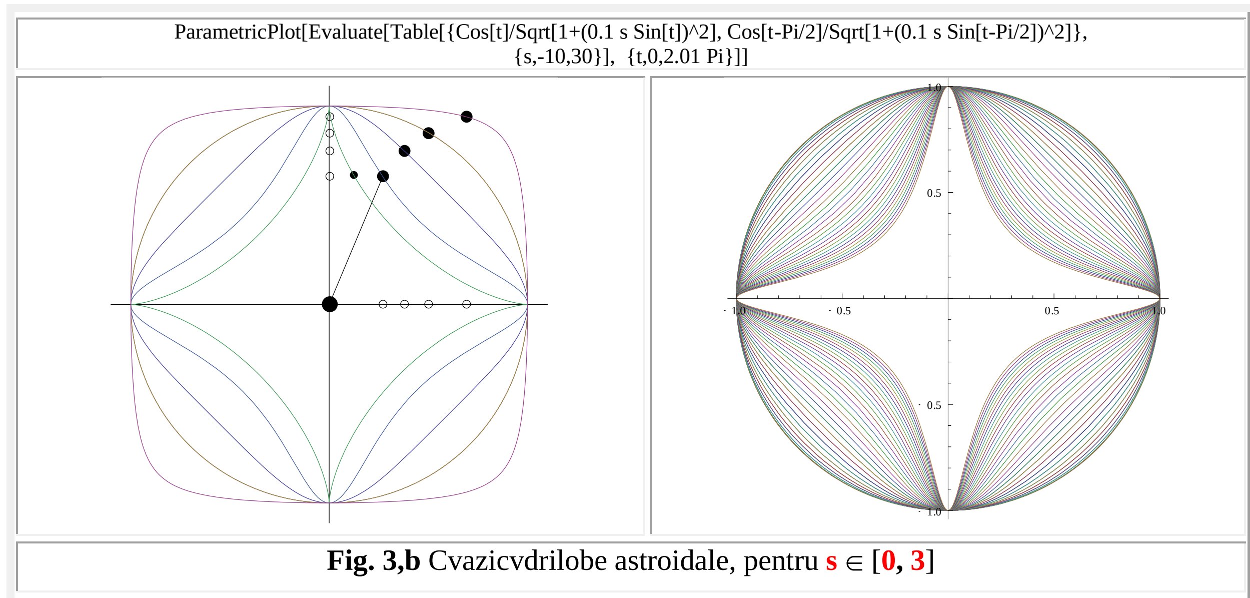


Fig. 3,b Cvazicvdrilobe astroidale, pentru **s** ∈ [**0**, **3**]

Se ştie că radicalul, din expresia lui siqθ, este, totodată, funcţia specială delθ ca şi funcţia eliptică **Jacobi** dn(u,k), pentru k = s (**Fig. 5**) , adică

(6) $del\theta = \sqrt{1 - s^2 sin^2\theta}$

Punctul generator **P** a **FCC** sinθ şi cosθ pe cercul unitate CU(1, O) este de coordonate polare centrice **P**(1, θ) şi, în figura 1, este la **θ** = $\frac{\pi}{3}$, în timp ce, punctul generator **W**$_1$ al **FSM-CE cex**$_1$**θ** şi **sex**$_1$**θ** apare pe CU(1, O) la un unghi **α** la centrul O dat de relaţia sau **FSM-CE amplitudine excentrică aex θ**

(7) **α** = **aexθ** = θ – arcsin[**s**.sin(**θ** - **ε**)],

care, pentru $\theta = \frac{\pi}{3}$ şi **s** = 0,8 (**Fig. 1,a**), are valoarea de α = 0,28180472497614373 radiani, cea ce corespunde la α = 16,146221387977935^0 , adică 16^0 8' 46,397".

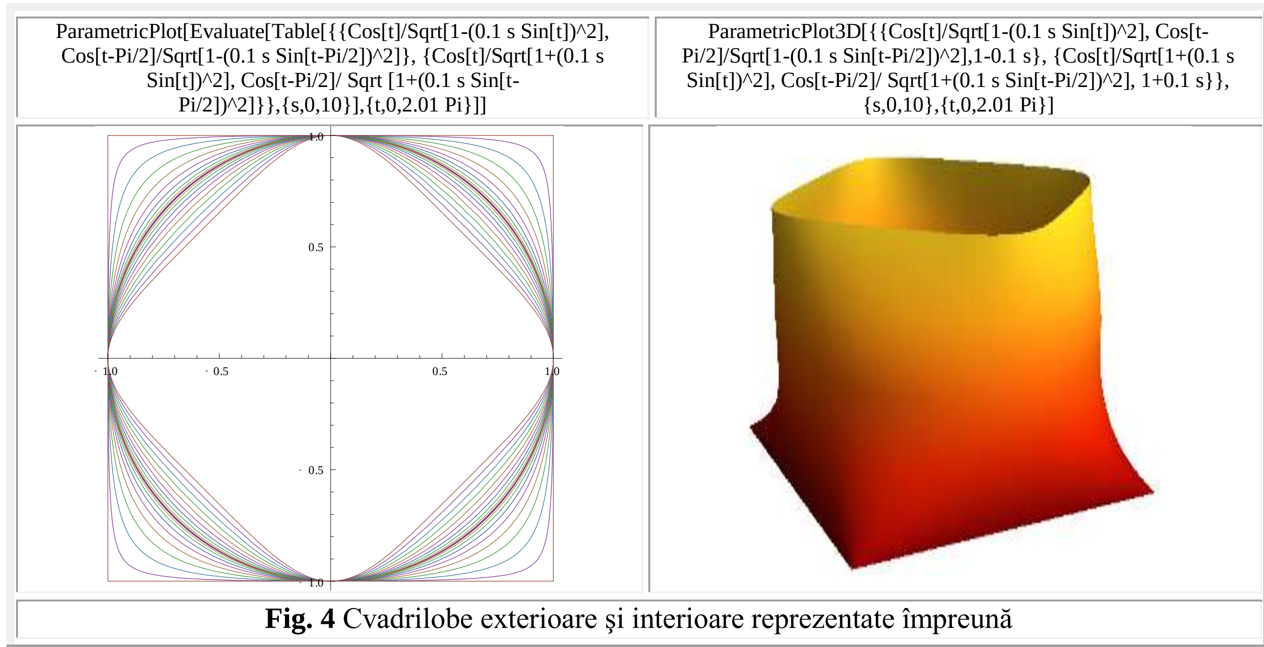


Fig. 4 Cvadrilobe exterioare şi interioare reprezentate împreună

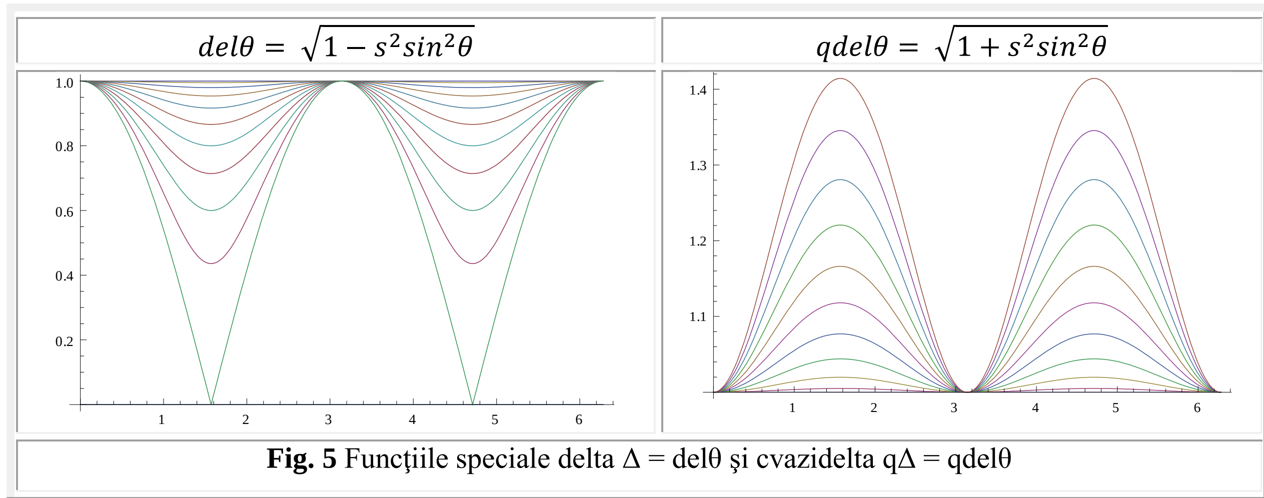


Fig. 5 Funcţiile speciale delta Δ = delθ şi cvazidelta qΔ = qdelθ

Graficele de variaţie ale unghiului la centru $\alpha(\theta)$ sunt date în **figura 7.**

Unghiul α mai poate fi exprimat/obţinut şi prin relaţiile din **MC**

$$(8') \quad \begin{cases} \alpha = \arcsin[sex\theta] = \arcsin\{\sin[\theta - \arcsin[s.\sin(\theta - \varepsilon)]]\} \\ \alpha = \arccos[cex\theta] = \arccos\{\cos[\theta - \arcsin[s.\sin(\theta - \varepsilon)]]\} \\ \alpha = \arctan[tex\theta] = arctan\frac{sex\theta}{cex\theta} \end{cases}$$

Cele patru variante, de exprimare a unghiului $\alpha(\theta)$, din relaţiile (8) şi (8'), sunt toate corecte, dar se evidenţiază superioritatea utilizării **FSM-CE** în acest scop, deoarece numai prin relaţia (**8**), a **FSM-CE** amplitudine excentrică **aexθ**, de variabilă excentrică, unghiul poate fi exprimat corect, în întreg domeniul,

de la zero la 2π, aşa cum se poate deduce din **figura 6,a**. Celelalte expresii, care utilizează **FCC,** pot exprima corect variaţia acestui unghi doar în domeniile de definiţie al acestor funcţii, care sunt **θ** ∈ [— π/2, + π/2] pentru arctan**α** → **Fig. 6,b** şi arcsin**α** → **Fig. 6,c** şi **θ** ∈ [0, π] pentru arccos**α** → **Fig. 6,d**.

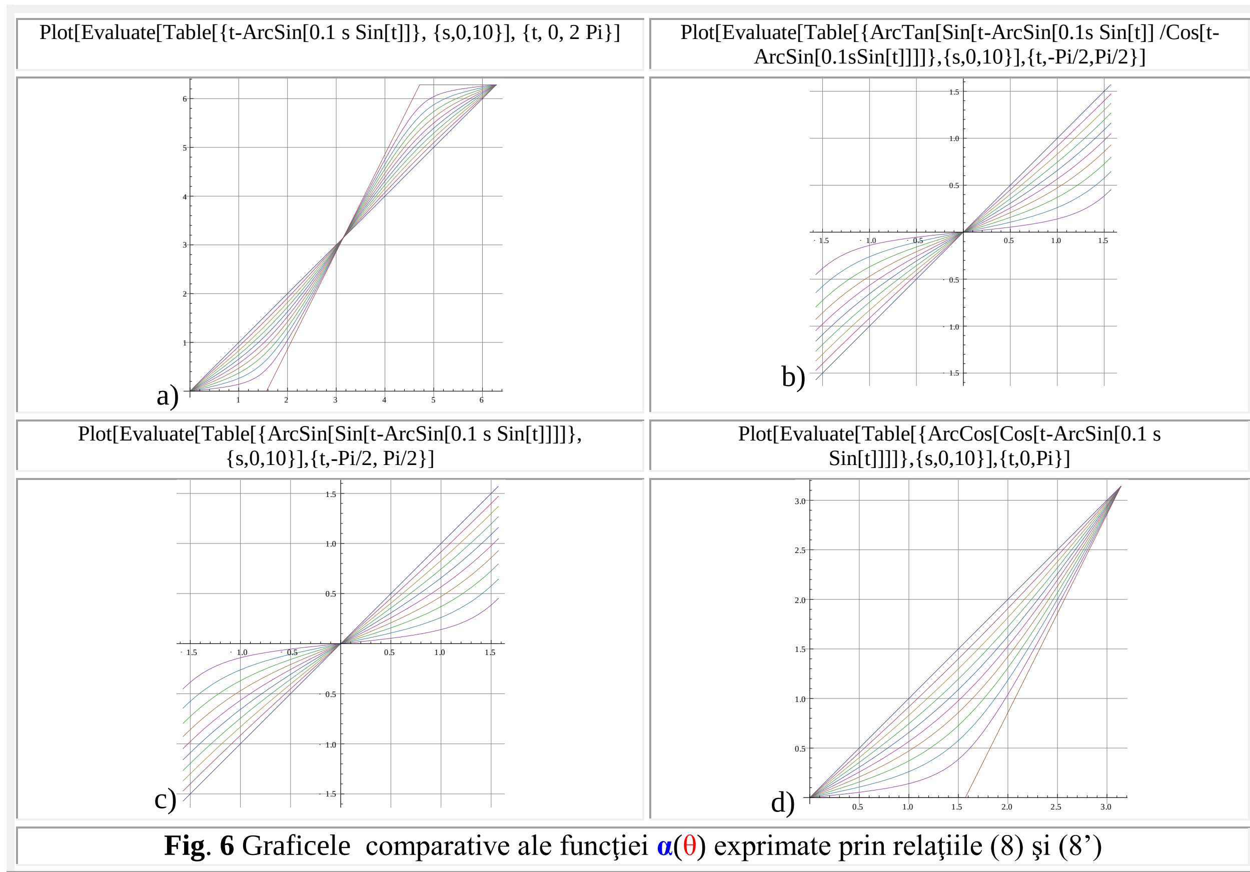


Fig. 6 Graficele comparative ale funcţiei **α**(θ) exprimate prin relaţiile (8) şi (8')

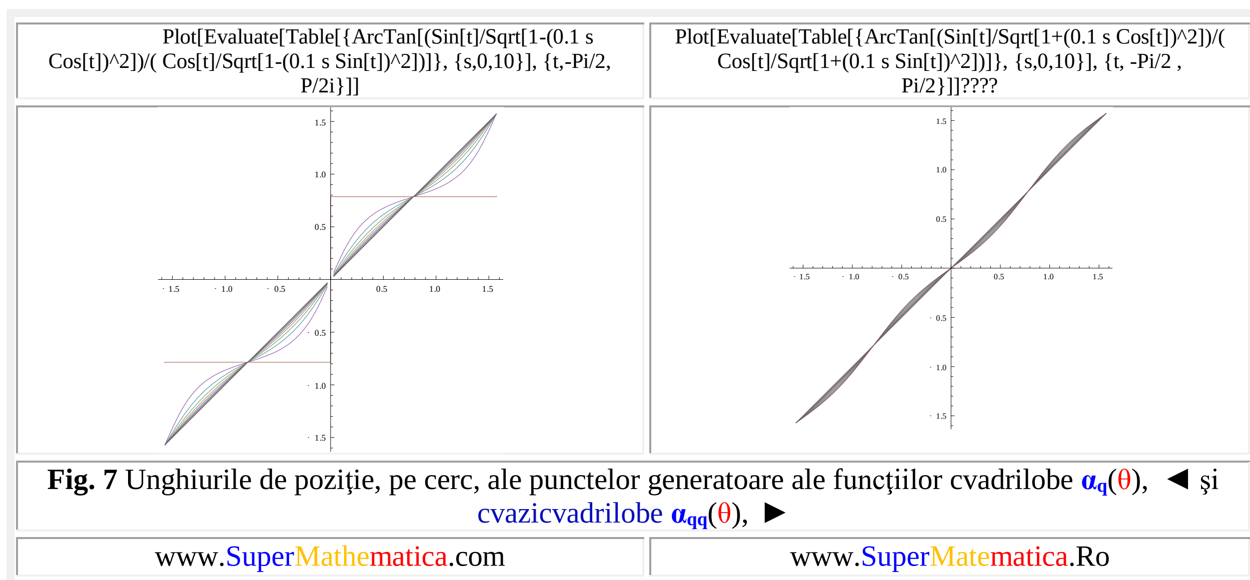


Fig. 7 Unghiurile de poziţie, pe cerc, ale punctelor generatoare ale funcţiilor cvadrilobe $\boldsymbol{\alpha_q}$(θ), ◄ şi cvazicvadrilobe $\boldsymbol{\alpha_{qq}}$(θ), ►

Faţă de punctul **P**(1, θ), punctele generatoare ale **FQL** interne sunt defazate în minus şi cele exterioare **FQQL** sunt defazate în plus/avans (**Fig. 1,b** şi **Fig. 6**).

Din păcate nu s-a gasit, **încă**, şi pentru cvadrilobe, o relaţie asemănătoare relaţiei (8), aşa că s-a recurs la clasicele **FCC**, cu ajutorul cărora s-au ridicat graficele din **figura 7**.

2. RAZELE POLARE ALE CVADRILOBELOR (QL) ŞI ALE CVAZICVADRILOBELOR (QQL)

Ca oricare altă rază polară şi acestea se pot obţin prin însumarea vectorială a proiecţiilor razei pe cele două axe ale reperului cartezian drept, adică

$$(8)\qquad \begin{cases} r_{ql} = \sqrt{coq^2\theta + siq^2\theta} = \sqrt{\frac{sin^2 t}{1-s^2 cos^2 t} + \frac{cos^2 t}{1-s^2 sin^2 t}} \\ r_{qql} = \sqrt{qcoq^2\theta + qsiq^2\theta} = \sqrt{\frac{sin^2 t}{1+s^2 cos^2 t} + \frac{cos^2 t}{1+s^2 sin^2 t}} \end{cases}$$

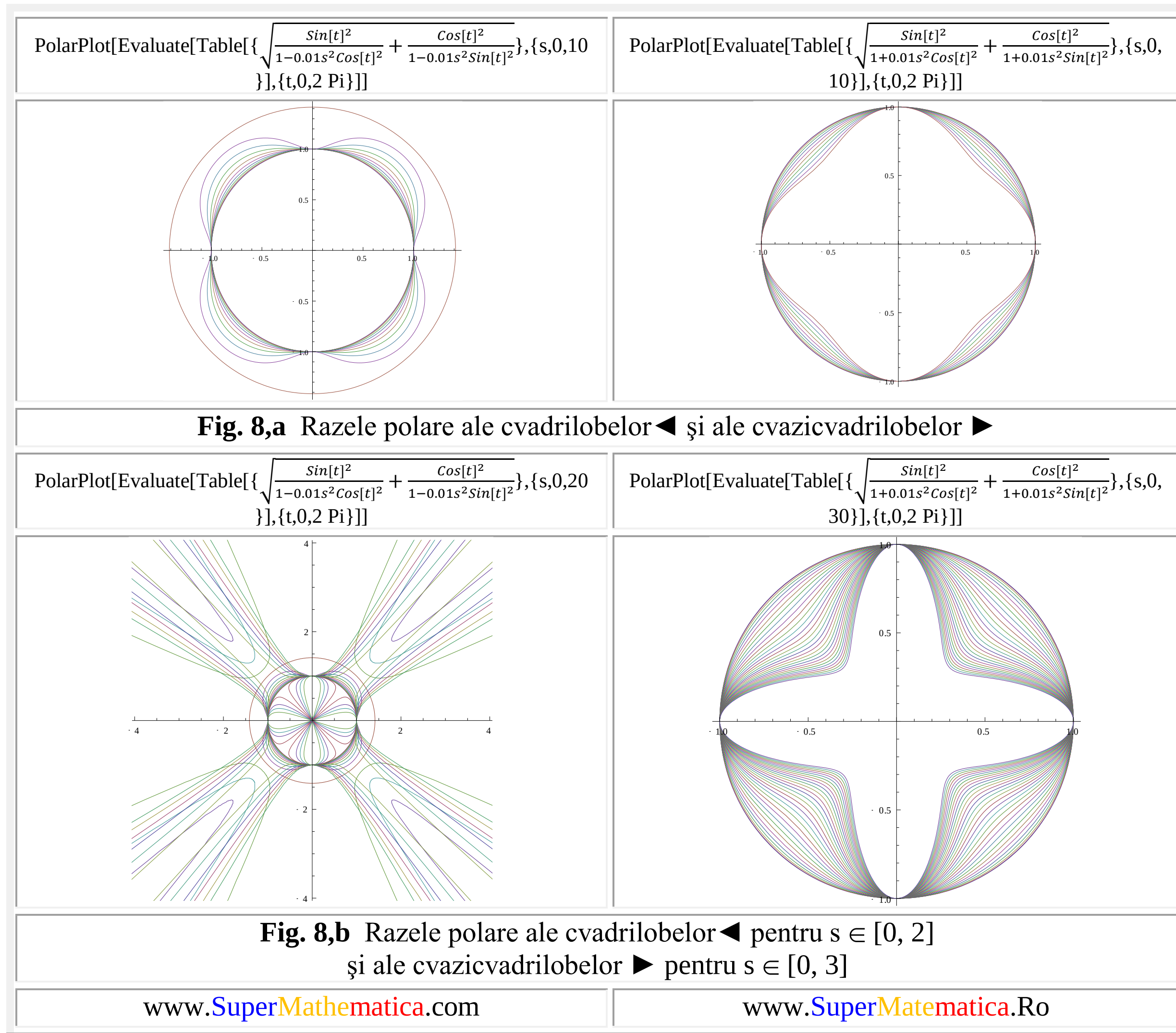


Fig. 8,a Razele polare ale cvadrilobelor◄ şi ale cvazicvadrilobelor ►

Fig. 8,b Razele polare ale cvadrilobelor◄ pentru s ∈ [0, 2] şi ale cvazicvadrilobelor ► pentru s ∈ [0, 3]

cu graficele, în coordonate polare centrice, din figura **8**,**a,** pentru cele două tipuri de cvadrilobe, de excentricitatea numerică sbunitară şi, în figura **8,b** şi pentru excentricităţi liniare spraunitare.

3. TRILOBELE CONVEXE ALE CERCULUI UNITATE

Trilobele sunt curbe plane închise, cu 3 lobi, care pentru excentricitatea numerică liniară **s** = 0 reprezintă un **cerc** iar, pentru **s** = ± 1, reprezintă un **triunghi isoscel dreptunghic perfect** (**Fig. 9**).

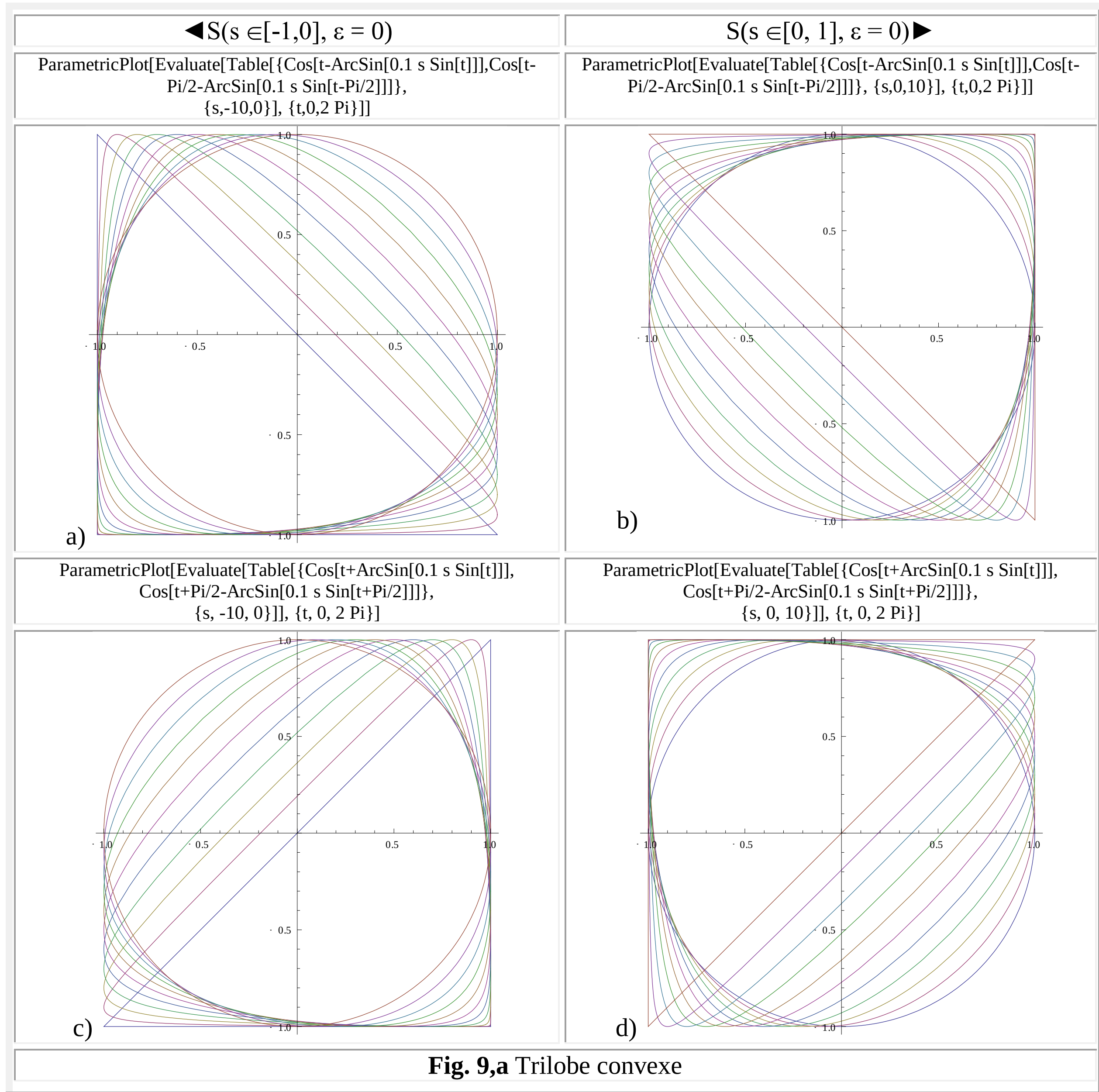


Fig. 9,a Trilobe convexe

Ecuaţiile parametrice, de definiţie ale trilobelor convexe, sunt exprimate de **FSM-CE** cosinus excentric de variabilă excentrică θ prin următoarele relaţii

$$(9)\ \begin{cases} x = cex[\theta, S(s,\varepsilon)] = cex\theta = \cos[\theta - \arcsin[s.\sin(\theta - \varepsilon)]] \\ y = cex\left[\theta \pm \frac{\pi}{2}, S(s,\varepsilon)\right] = cex\left(\theta \pm \frac{\pi}{2}\right) = \\ = \cos[\theta \pm \pi/2 - \arcsin[s.\sin(\theta \pm \pi/2 - \varepsilon)]] \end{cases}$$

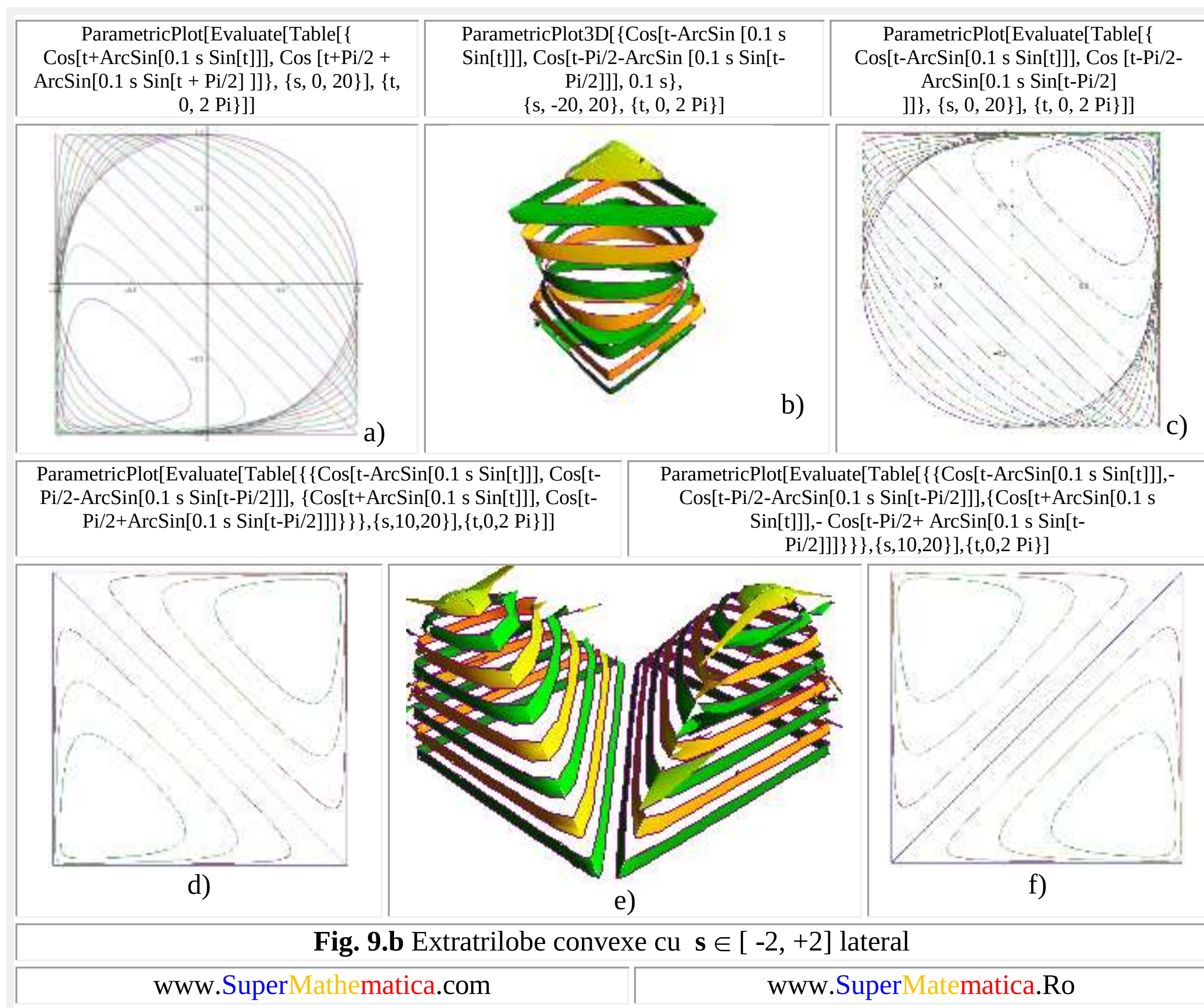


Fig. 9.b Extratrilobe convexe cu **s** $\in$ [-2, +2] lateral

În cercul unitate, cele două laturi congruente/egale ale triunghiului isoscel au valoarea $L_{1,2} = 2$, iar latura de baza L_3 este diagonala patratului de $L_{\sharp} = 2$, adică, $L_3 = 2\sqrt{2}$. Pentru $\theta - \frac{\pi}{2}$ din relaţiile de definiţie (10), diagonala L_3 se obţine pe direcţia NV-SE (**Fig. 9,a** şi **Fig. 9,b**), iar pentru $\theta + \frac{\pi}{2}$ diagonala L_3 se va obţine pe direcţia NE-SV (**Fig. 9,c** şi **Fig. 9,d**).

Pentru excentricităţi numerice supraunitare (**Fig. 9,b**) se obţin triunghiuri cu laturi rotunjite, care vor fi denumite **extratrilobe**.

Prin utilizarea funcţiilor trilobe, se pot obţine transformări continue ale cercului într-un triunghi sau, în **3D**, se poate obţine un cilindru circular-triunghiular, adică, circular la o extremitate şi triunghiular la celălat capăt, aşa cum se poate observa în **figura 9,c**.

Pentru excentricităţi numerice de semne contrare, în ecuaţiile parametrice ale funcţiilor supermatematice circulare excentrice (**FSM-CE**) cexθ

(11) $\begin{cases} x = cex[\theta, S(s,\varepsilon)] = cex\theta = \cos[\theta \mp \arcsin[s.\sin(\theta - \varepsilon)]] \\ y = \pm\, cex[\theta\,, S(\pm\, s,\varepsilon)] = \pm\cos[\theta \pm \arcsin[s.\sin(\theta - \varepsilon)]] \end{cases}$

se obţine o transformare continuă a diagonalei unui pătrat în două dintre laturile sale, aşa cum se poate observa în figurile **10,a** şi **10,b**.

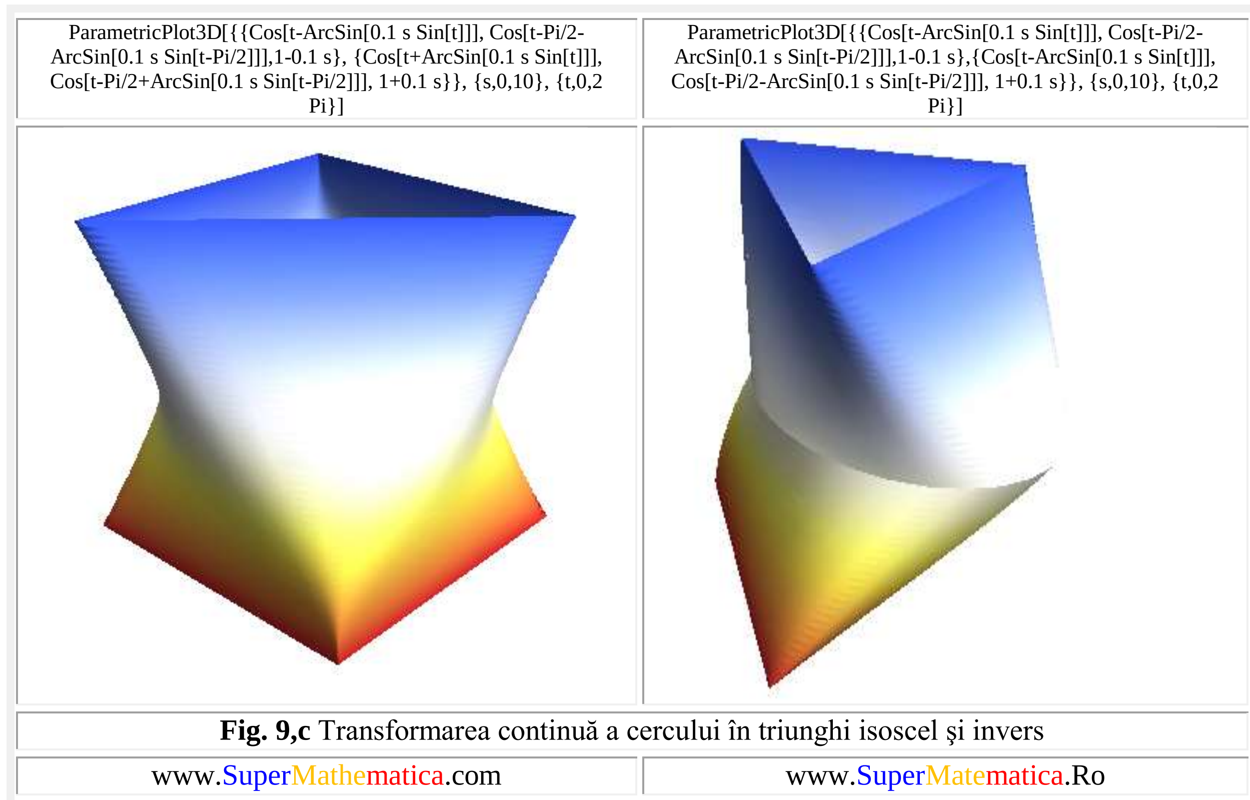


Fig. 9,c Transformarea continuă a cercului în triunghi isoscel şi invers

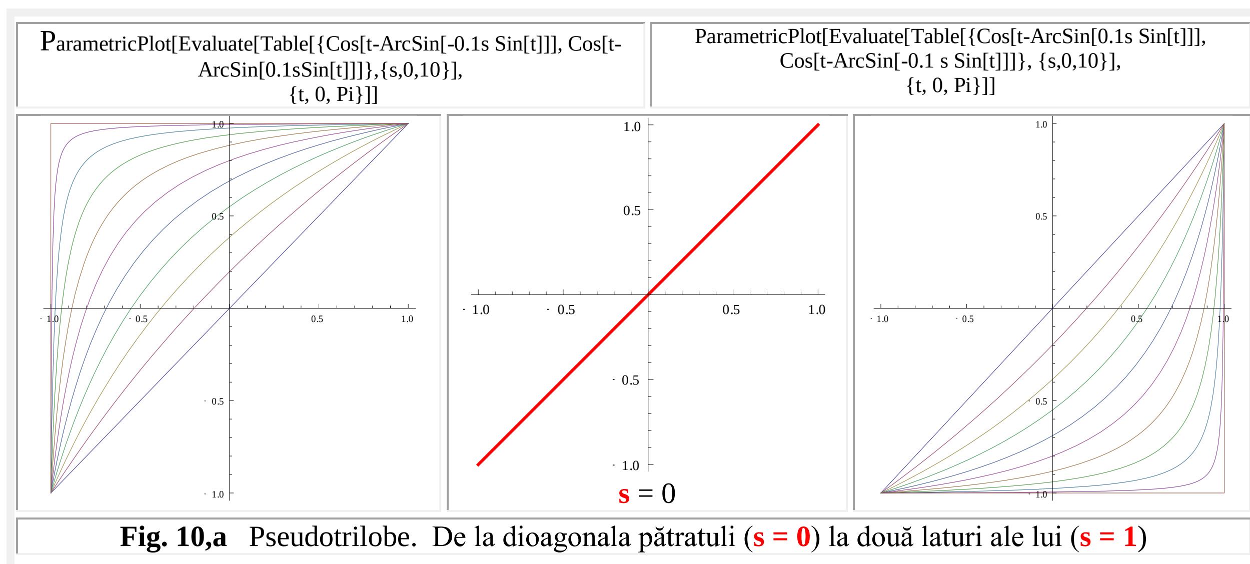


Fig. 10,a Pseudotrilobe. De la dioagonala pătratuli (**s = 0**) la două laturi ale lui (**s = 1**)

Orientarea diagonalelor, pentru **s = 0**, depinde de semnul lui y din relaţia (11): SV-NE pentru semnul plus şi NV-SE pentru semnul minus.

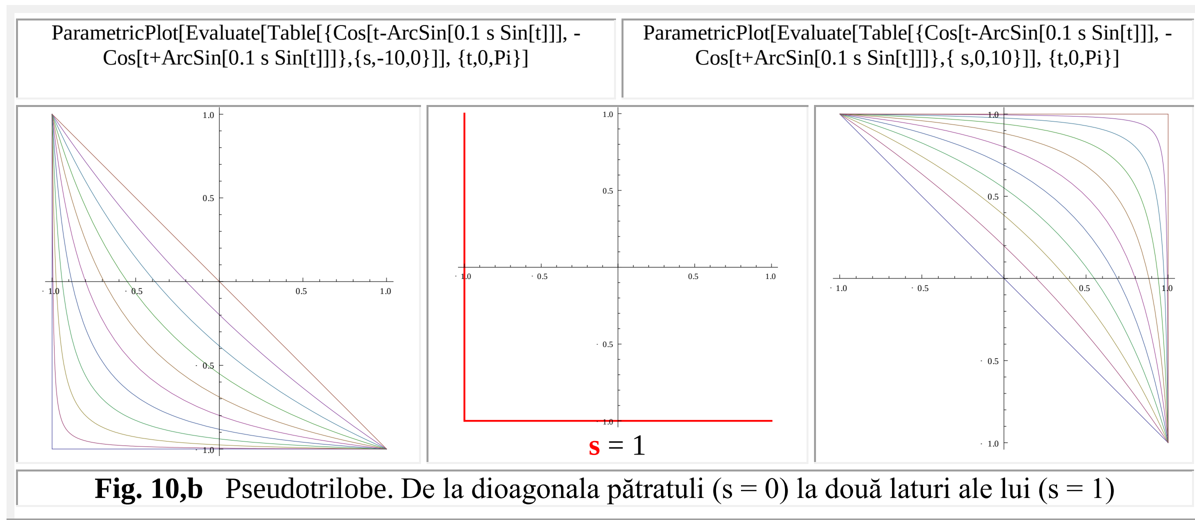


Fig. 10,b Pseudotrilobe. De la dioagonala pătratuli (s = 0) la două laturi ale lui (s = 1)

4. TRILOBELE CONCAVE ALE CERCULUI UNITATE

Prin înlocuirea funcţiilor supermatematice circulare excentrice (**FSM-CE**) cexθ cu **FSM-CE** **sex**θ, în ecuaţiile parametrice (11), se obţin **trilobele concave**, de ecuaţii

$$(12)\quad \begin{cases} x = sex[\theta, S(s,\varepsilon)] = sex\theta = \sin[\theta \mp \arcsin[s.\sin(\theta - \varepsilon)]] \\ y = \pm\, sex[\theta \mp \pi/2, S(s,\varepsilon)] = \pm\sin[\theta \mp \pi/2 \pm \arcsin[s.\sin(\theta \mp \pi/2 - \varepsilon)]] \end{cases}$$

prezentate în **figura11**.

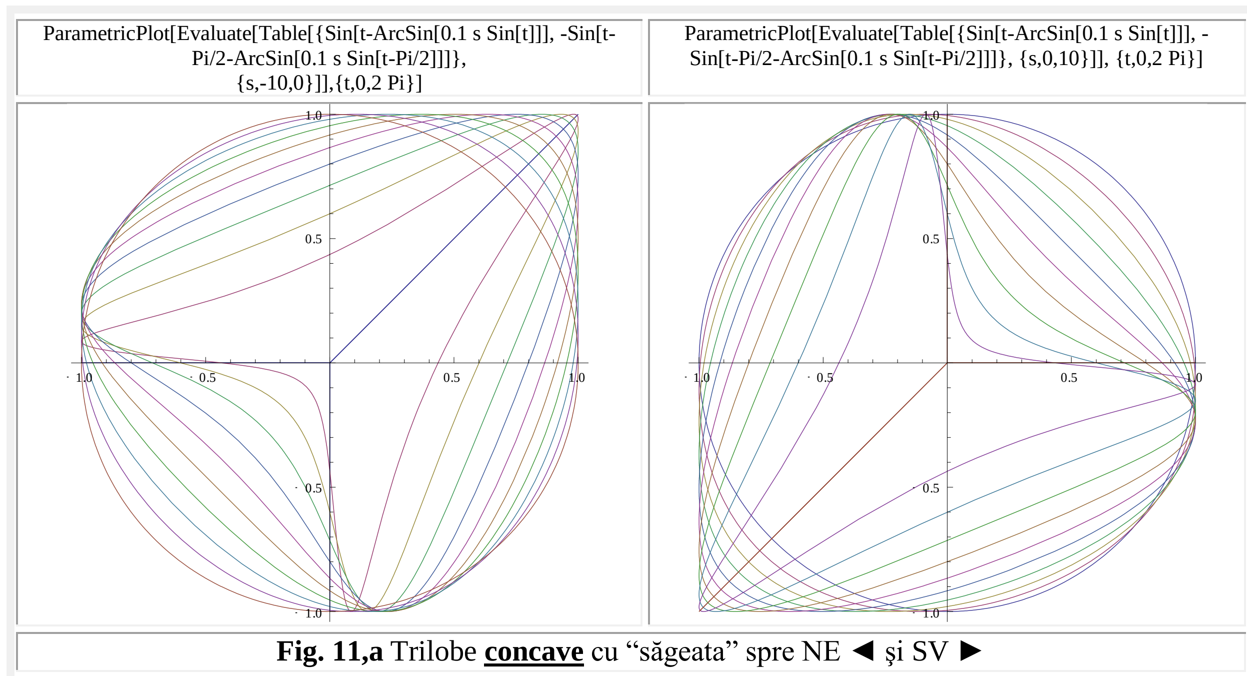


Fig. 11,a Trilobe **concave** cu "săgeata" spre NE ◄ şi SV ►

Direcţia semidiagonalei, numita aici şi “săgeată” , datorită formei trilobei de s = 0,9, depinde de semnul lui y din relaţiile (11). Pentru y < 0 şi argumentul $\theta - \pi/2$ orientarea este pe direcţia primei bisectoare (**Fig. 11,a**), iar pentru y > 0 şi argumentul $\theta + \pi/2$, orientarea este pe direcţia celei de a doua bisectoare (**Fig. 11,b**).

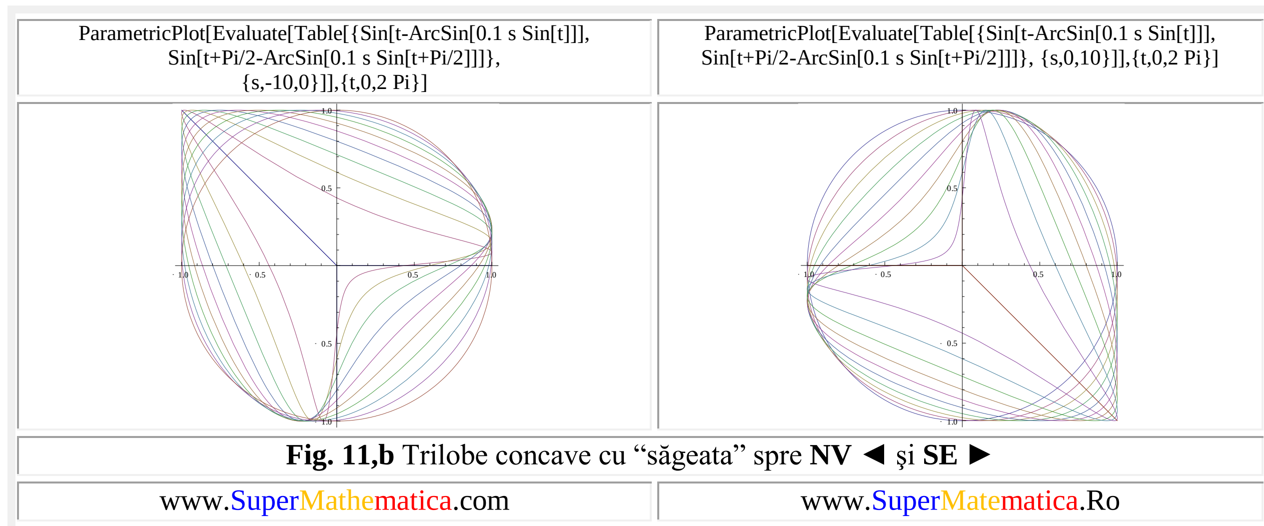


Fig. 11,b Trilobe concave cu “săgeata” spre **NV** ◄ şi **SE** ►

www.SuperMathematica.com www.SuperMatematica.Ro

5. TRIUNGHIURI DREPTUNGHICE ISOSCELE CONCAVE

Trilobele concave scot în evidenţă existenţa unor **triunghiuri concave**, necunoscute în literatura matematică, care se obţin din ecuaţiile (11) pentru excentricitate liniară **s = ± 1**.

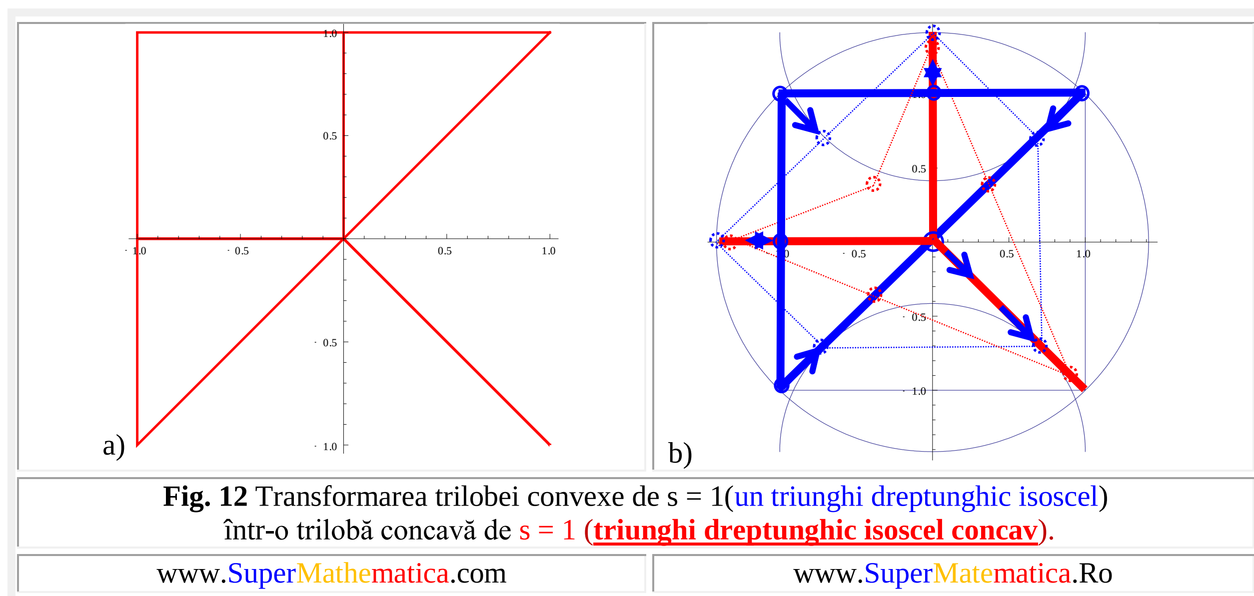


Fig. 12 Transformarea trilobei convexe de s = 1(un triunghi dreptunghic isoscel) într-o trilobă concavă de s = 1 (**triunghi dreptunghic isoscel concav**).

www.SuperMathematica.com www.SuperMatematica.Ro

Problema este dacă aceaste figuri, denumite **triunghiuri dreptunghice isoscele concave**, obţinute pentru **s = ± 1**, pot fi denumite triunghiuri ?

Aceste figuri plane au **trei laturi**, dintre care două sunt egale între ele, de unde provine denumirea de **isoscel**, şi egale cu unitatea

(13) $L_1 = L_2 = 1$,

orientate pe direcţia axelor reperului / sistemului de coordonate carteziene drepte xOy, iar a treia "latură" este egală cu suma pătratelor (Vă spune ceva ?) celorlalte două, adică o relaţie arhicunoscută dintr-un triunghi dreptunghic, conform celei mai cunoscute şi mai demonstrate (370 de demonstraţii !) teoreme din geometria plană, denumită teorema lui **Pitagora**, adică

(14) $L_3 = \sqrt{L_1^2 + L_2^2} = \sqrt{2}$, pentru R = 1.

Aşa cum se observă în **figura 12,b**, în care se indică modul de transformare a triunghiurilor, prin două faze intermediare, rezultă că, în final, toate laturile triunghiului dreptunghic isoscel convex se injumătăţesc, în momentul în care el se transformă într-un **triunghi dreptunghic isoscel concav**. În acest moment, între cele trei laturi se formează trei unghiuri în jurul originii O(0, 0), dintre care unul este de măs(⊾ A) = $\frac{\pi}{2}$, între L_1 şi L_2, aceeaşi ca şi în triunghiul dreptunghic isoscel convex, de unde provine denumirea de **dreptunghic**, iar două unghiuri sunt de câte o măs($\measuredangle B$) = măs ($\measuredangle C$) = $3\frac{\pi}{4}$, între L_1, L_2 şi L_3, astfel că suma lor este

(15) măs(⊾ A) + măs($\measuredangle B$) + măs ($\measuredangle C$) = $\frac{\pi}{2} + 2 * 3\frac{\pi}{4} = \pi$,

ca în oricare alt triunghi !.

Rezultă că suma celor 3 unghiuri este de π, aceeaşi ca în oricare triunghi clasic şi unghiul din A are aceeaşi măsură de $\frac{\pi}{2}$ în ambele triunghiuri.

În concluzie, se poate afirma cu temei, că această nouă figură geometrică poate fi denumită **triunghi dreptunghic isoscel concav** al cărui ecuaţii parametrice sunt

(16) $$\begin{cases} x = sex[\theta, S(s = \pm 1, \varepsilon)] = sex\theta = \sin[\theta \mp \arcsin[\sin(\theta - \varepsilon)]] \\ y = \pm\, sex[\theta \mp \pi/2, S(s = \pm 1, \varepsilon)] = \pm \sin[\theta \mp \pi/2 \pm \arcsin[\sin(\theta \mp \pi/2 - \varepsilon)]] \end{cases}$$

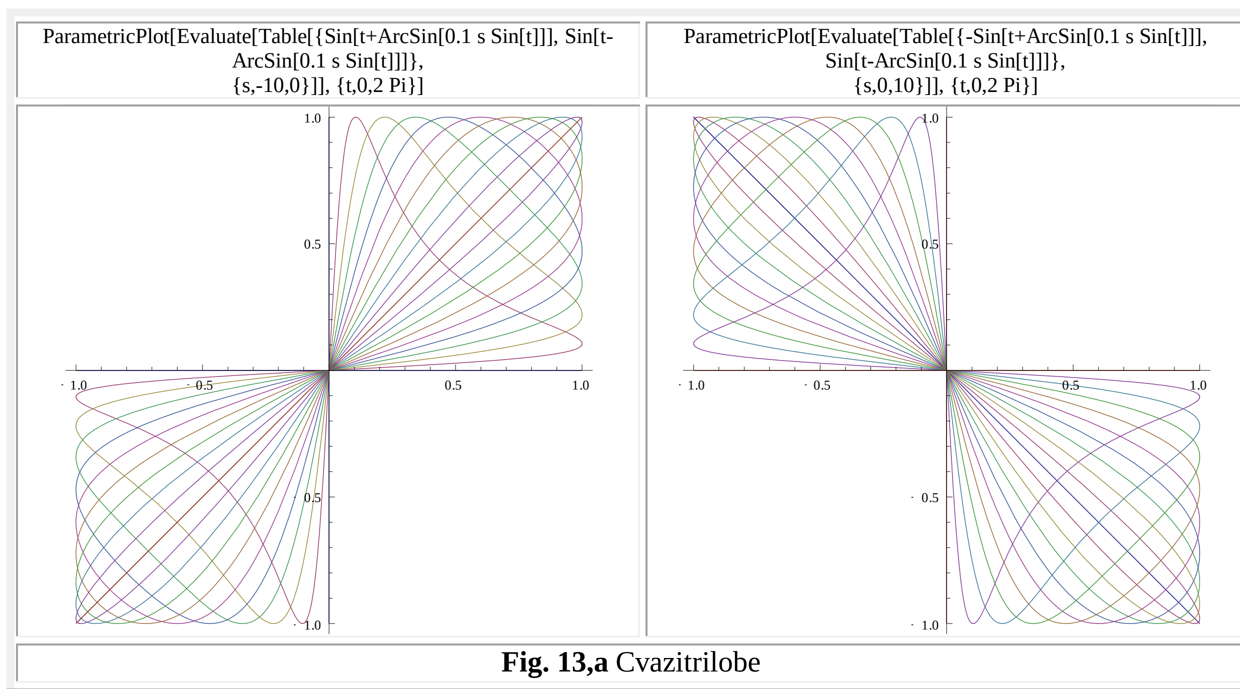


Fig. 13,a Cvazitrilobe

Pentru funcţii de acelaşi argument **θ**, pentru x şi pentru y în relaţiile (16), se obţin cvazitrilobele cu graficele din **figura 13,a**. La valorile **s** = 0 şi **s** = 1 se obţin dreptele din **figura 13,b**, care constitue o transformare a segmentului de bisectoare în cele două segmente ale axe de coordonate ale sistemului cartezian drept x şi y.

Pentru valori supraunitare ale excentricitaţii numerice **s** se obţin cvazitrilobele cu graficele artistice din **figura 14**.

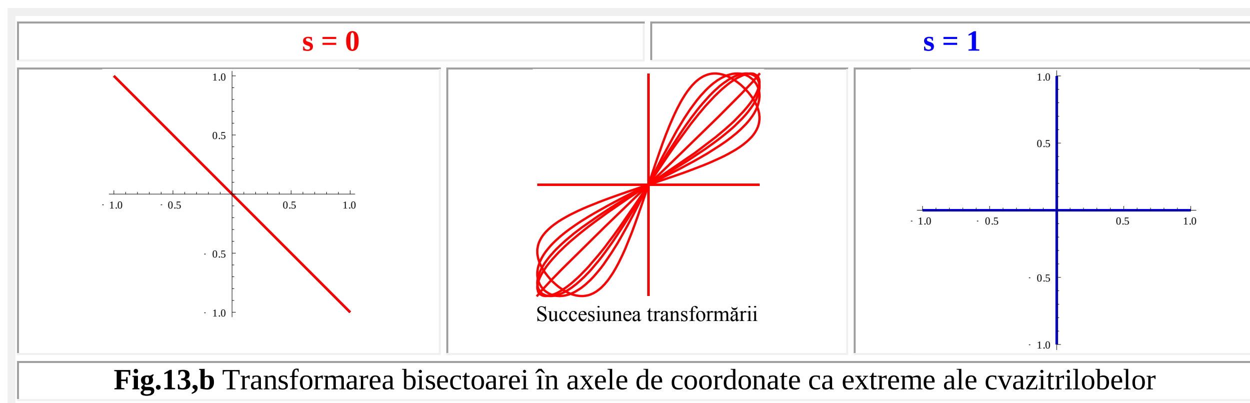


Fig.13,b Transformarea bisectoarei în axele de coordonate ca extreme ale cvazitrilobelor

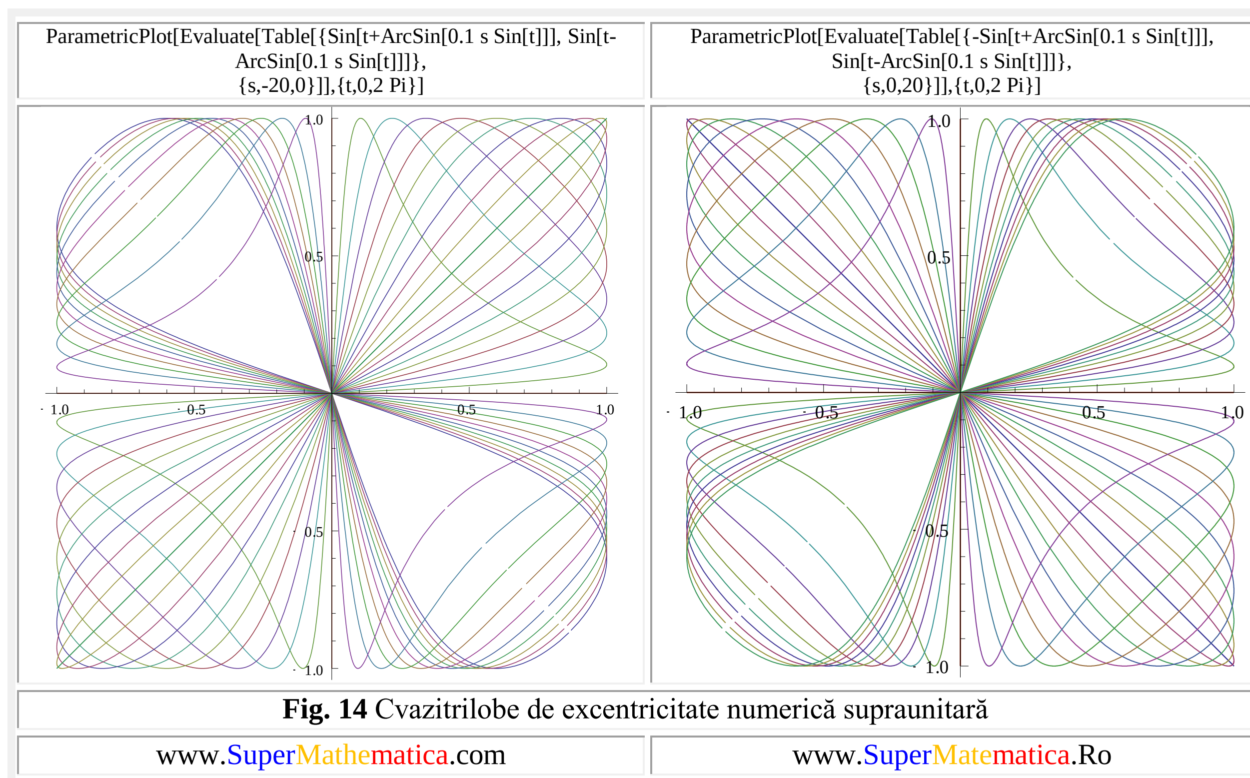


Fig. 14 Cvazitrilobe de excentricitate numerică supraunitară

www.SuperMathematica.com www.SuperMatematica.Ro

Motto : ”Trecutul este, uneori, midificat numai în istorie;
viitorul poate fi modificat dacă ştii istoria ***reală*** a trecutului“
Autorul

CAPITOLUL V

FUNCŢII SUPERNOVE EXCENTRICE MODIFICATE

Funcţiile supermatematice circulare excentrice (**FSM─CE**) cosinus excentric (cex şi Cex) şi sinusul excentrice (sex şi Sex) au ecuaţiile cunoscute ca funcţii de variabila excentrica θ:

$$(1)\quad \begin{cases} cex\theta = \cos[aex\theta] = \cos[\theta - bex\theta] = \cos\{\theta - \arcsin[s.\sin(\theta-\varepsilon)]\} \\ sex\theta = \sin[aex\theta] = \sin[\theta - bex\theta] = \sin\{\theta - \arcsin[s.\sin(\theta-\varepsilon)]\} \end{cases}$$

şi ca funcţii de variabila centrică α au ecuaţiile :

$$(2)\quad \begin{cases} Cex\alpha = \cos(Aex\alpha) = \cos\{\alpha - \arcsin[\frac{s.\sin(\alpha-\varepsilon)}{\sqrt{1+s^2-2s\cos(\alpha-\varepsilon)}}]\} \\ Sex\alpha = \sin(Aex\alpha) = \sin\{\alpha - \arcsin[\frac{s.\sin(\alpha-\varepsilon)}{\sqrt{1+s^2-2s\cos(\alpha-\varepsilon)}}]\} \end{cases}$$

Folosite drept ecuaţii parametrice, ele generează un cerc ale căror puncte sunt distribuite neuniform, aşa cum se poate constata în **figura 1,a** şi, pentru a se sesiza distribuţia neuniformă a punctelor pe cercuri, s-au reprezentat şi cercuri de diverse diametre (**Fig. 1,b**).

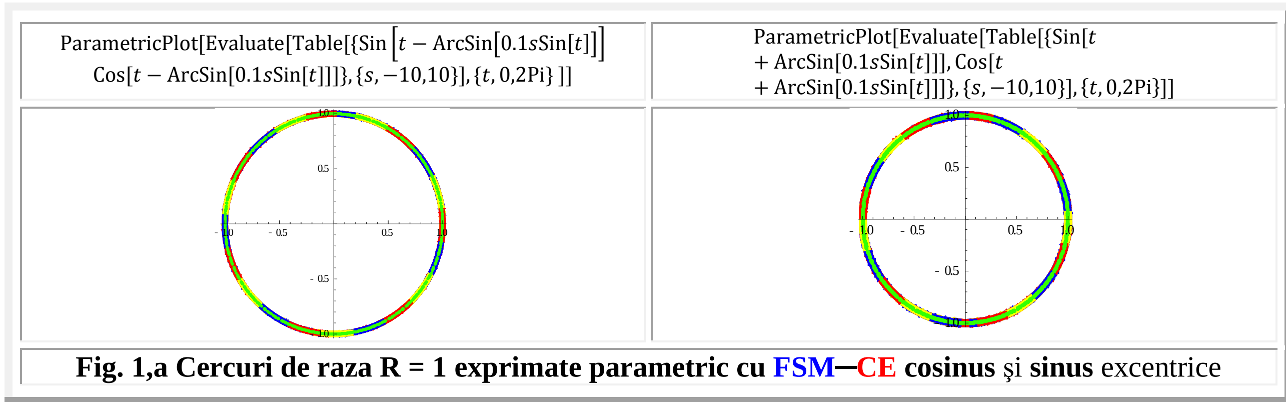
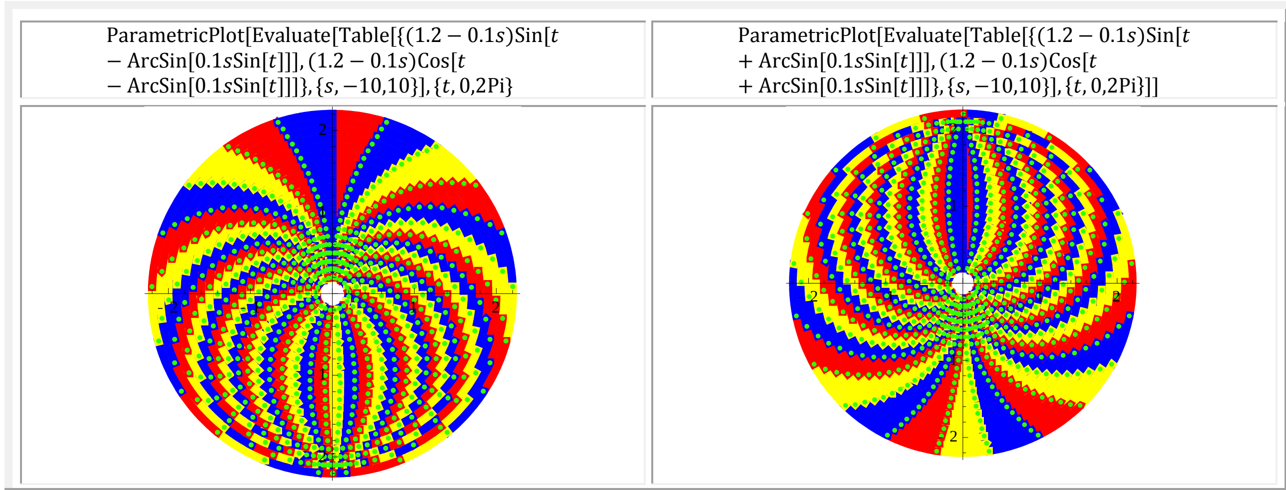


Fig. 1,a Cercuri de raza R = 1 exprimate parametric cu FSM─CE cosinus şi **sinus** excentrice



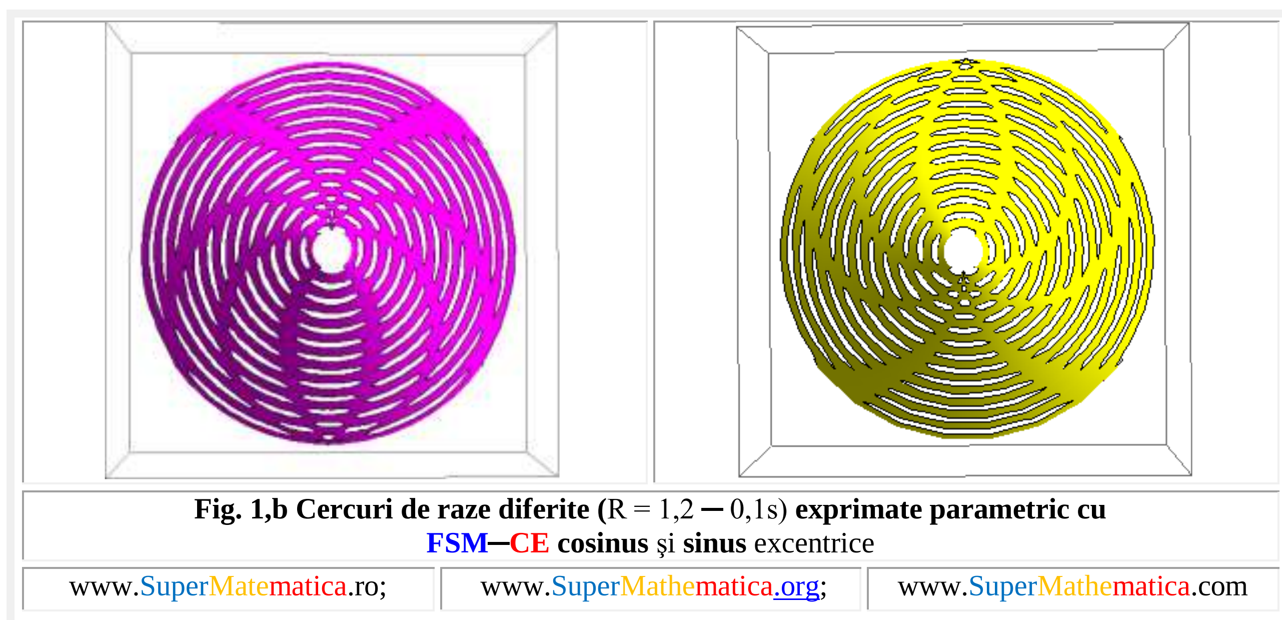


Fig. 1,b Cercuri de raze diferite (R = 1,2 ─ 0,1s) **exprimate parametric cu FSM─CE cosinus** şi **sinus** excentrice

Modificările acestora se por realiza în multiple moduri şi, în primul rând, prin schimbarea semnelor funcţiilor beta excentrice bex şi Bex. Schimbarea simultană a semnelor **FSM─CE** beta excentrice nu modifica natura curbelor care rămân tot cercuri, chiar dacă excentricitatea liniară numerică **s** se modifică, numai că punctul caracteristic care parcurge cercul se deplasează pe un anumit cerc de eceeaşi rază R = 1 cu viteze diferite în funcţie de **s**. De aceea, în **figura 1,b** s-au ales cercuri de raze diferite (R = 1,2 ─ 0,1s), astfel că figura din **3 D** rezultă un trunchi de con de rază R_b = 1,2 la bază şi r_v = 0,2 la vârf.

În cazul în care numi în una din cele două ecuaţii parametrice se schimbă semnul situaţia se modifică radical şi funcţiile astfel obţinute sunt continue şi diferite în funcţie de excentricitatea liniară numerică **s** fiind reprezentate în **figura 2** în **2D** şi în **figura 3** în **3D**.

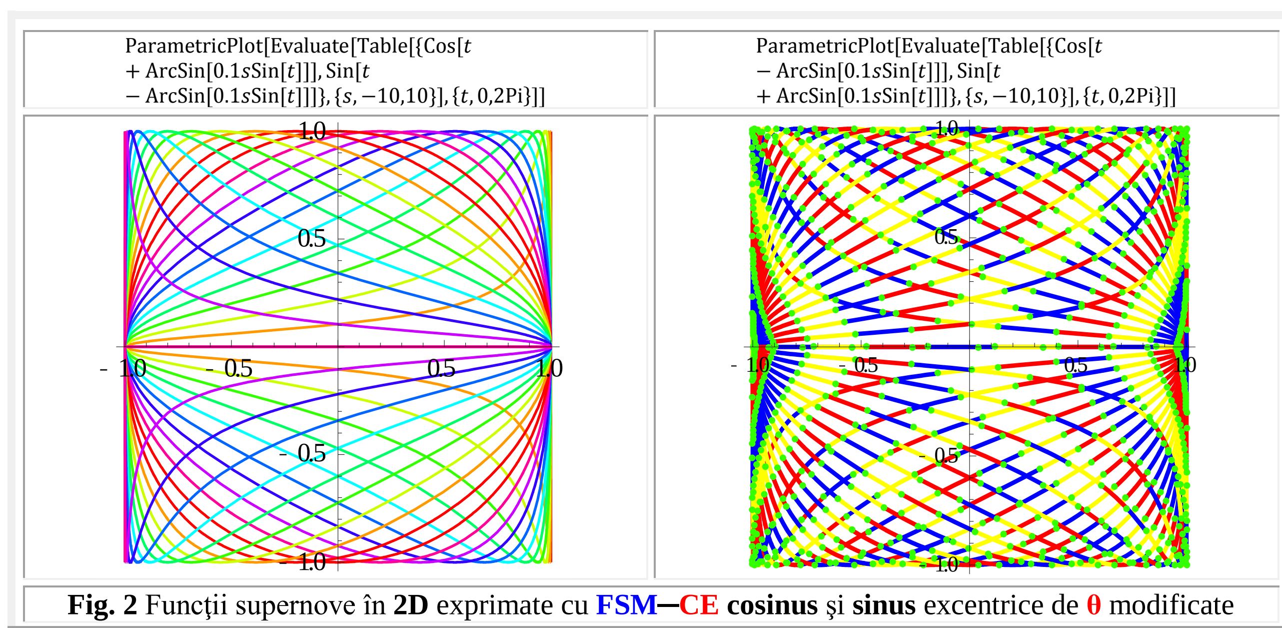
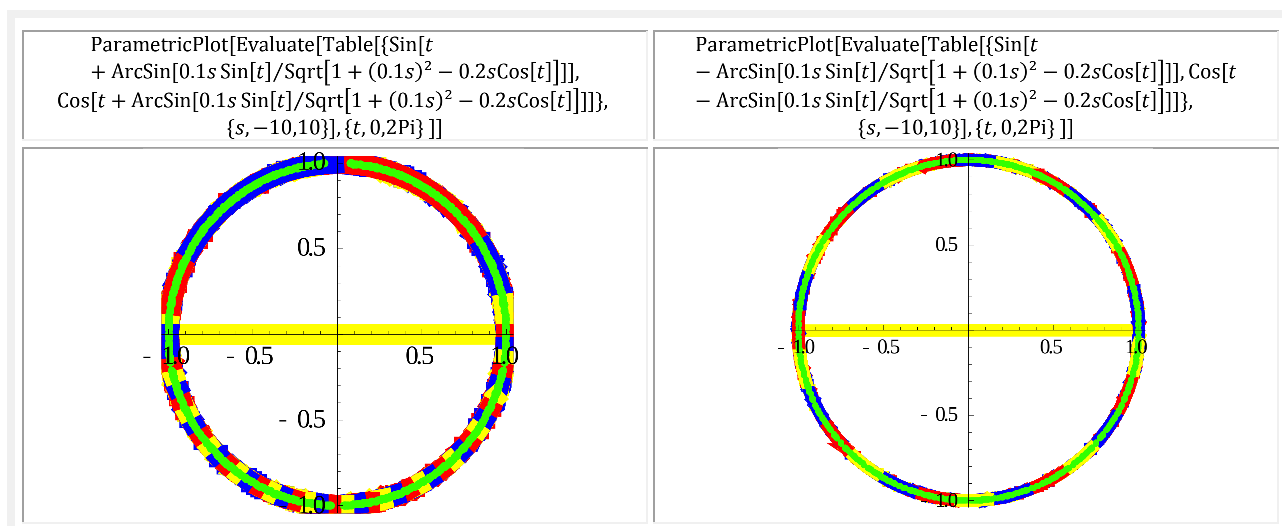


Fig. 2 Funcţii supernove în **2D** exprimate cu **FSM─CE cosinus** şi **sinus** excentrice de **θ** modificate

ParametricPlot3D[{Cos[t + ArcSin[0.1sSin[t]]], Sin[t − ArcSin[0.1sSin[t]]],0.2s}, {s, −10,10}, {t, 0,2Pi}]]	ParametricPlot3D[{Cos[t − ArcSin[0.1sSin[t]]], Sin[t + ArcSin[0.1sSin[t]]],0.2s}, {s, −10,10}, {t, 0,2Pi}]]

Fig. 3 Funcţii supernove în **3D** exprimate cu **FSM−CE cosinus** şi **sinus** excentrice de **θ** modificate

www.SuperMatematica.ro;	www.SuperMathematica.org;	www.SuperMathematica.com



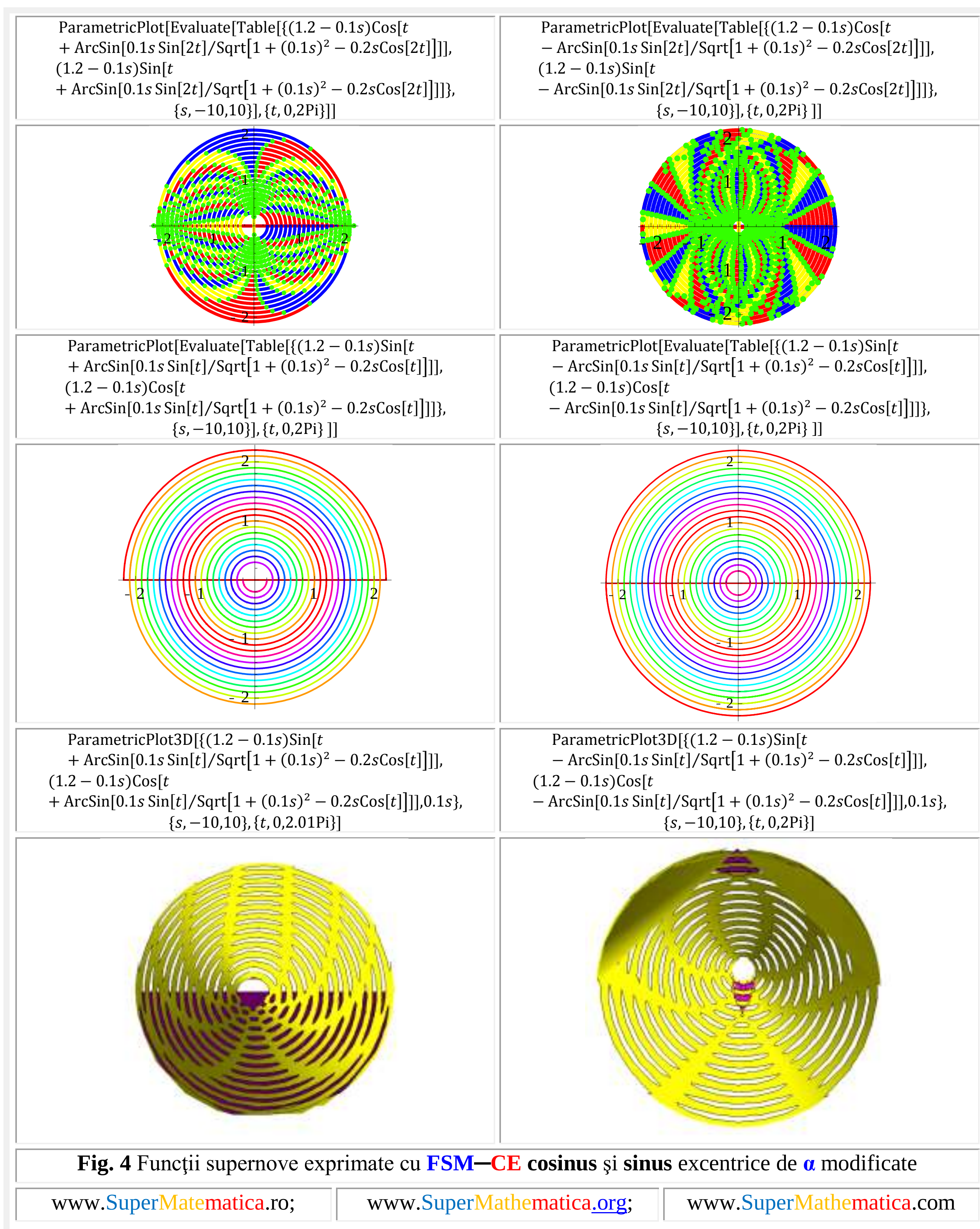


Fig. 4 Funcţii supernove exprimate cu **FSM─CE cosinus** şi **sinus** excentrice de **α** modificate

www.SuperMatematica.ro; www.SuperMathematica.org; www.SuperMathematica.com

Situaţia este asemănătoare şi în funcţie de **variabila centrică α**. Astfel pentru s ∈ [− 0.9; + 0.9] se obţin tot cercuri, însă pentru **s = ± 1** cercurile degenerează într-un diametru, aşa cum se poate constata în **figura 4**.

O altă modificare constă în dublarea sau triplarea variabilelor **θ** şi, respectiv **α** aşa cum este cazul prezetat în **figura 5**, ca funcţii de variabila **excentrică** θ.

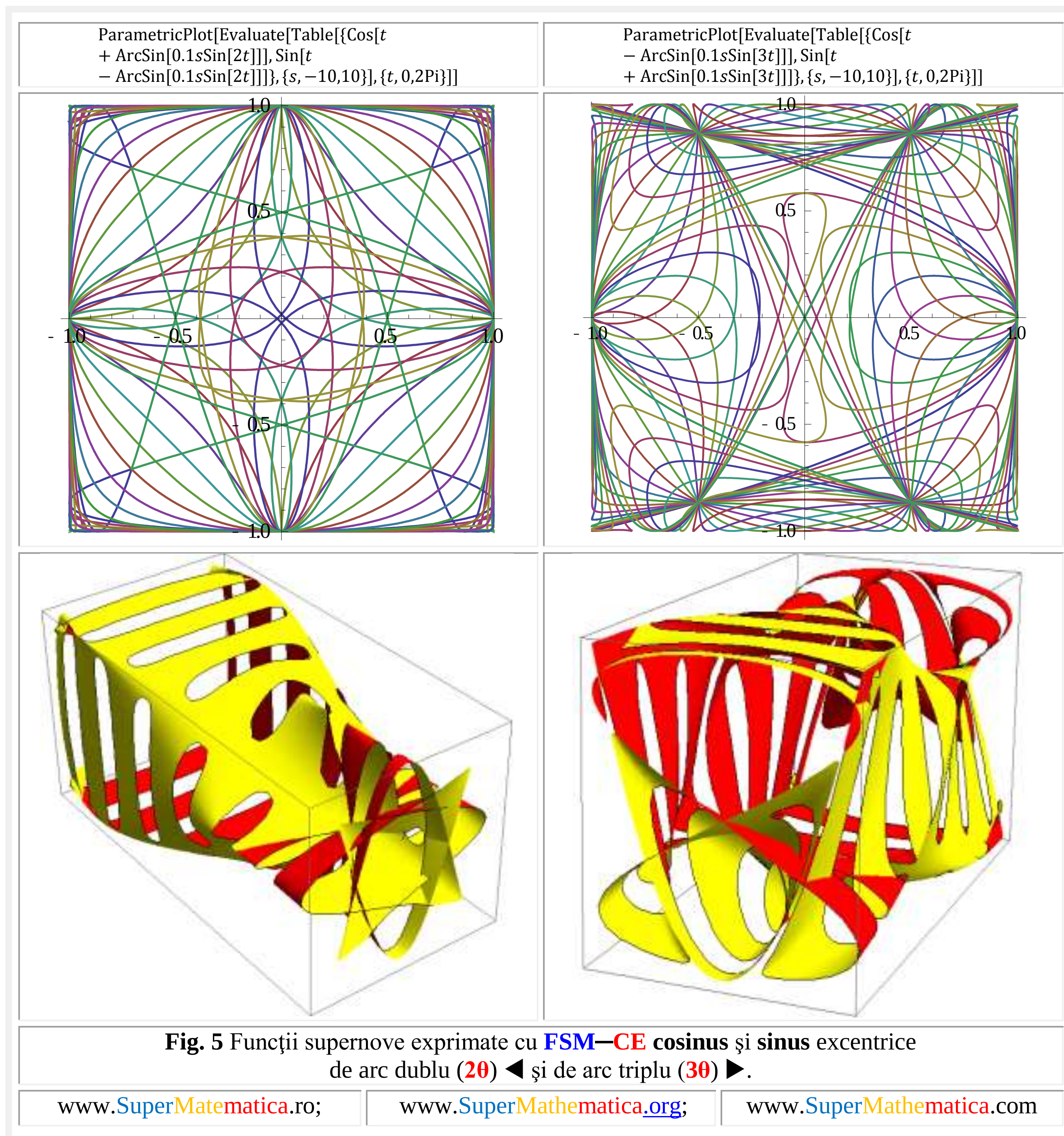
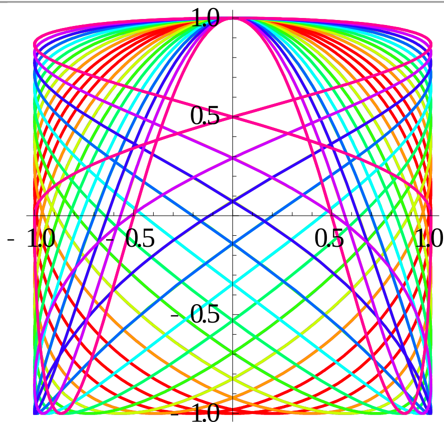


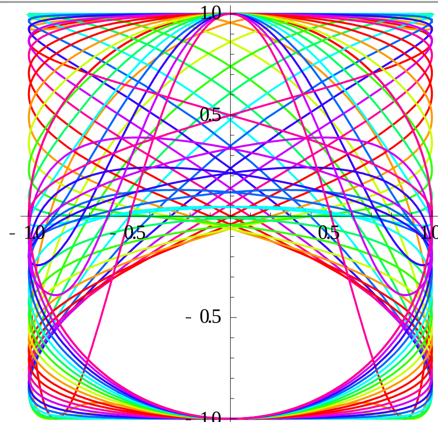
Fig. 5 Funcţii supernove exprimate cu **FSM−CE cosinus** şi **sinus** excentrice de arc dublu (**2θ**) ◀ şi de arc triplu (**3θ**) ▶.

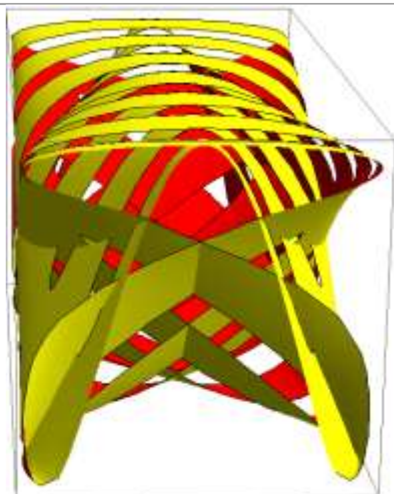
www.SuperMatematica.ro; www.SuperMathematica.org; www.SuperMathematica.com

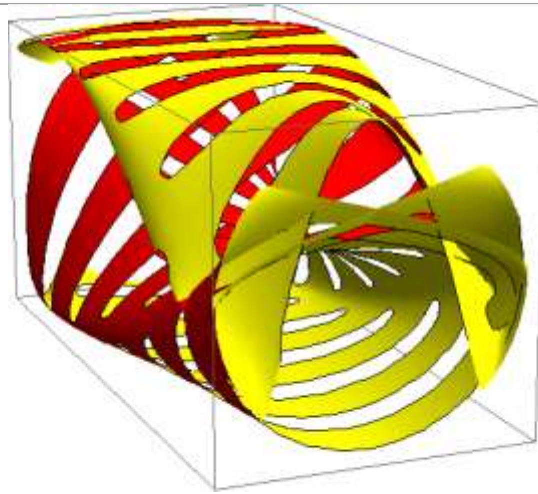
ParametricPlot[Evaluate[Table[{Sin[2t − ArcSin[0.1sSin[t]]],
Cos[2t + ArcSin[0.1sSin[t]]]},
{s, −10,10}], {t, 0,2Pi}]]



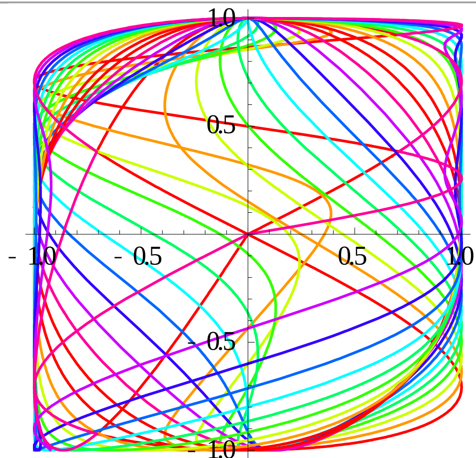
ParametricPlot[Evaluate[Table[{Sin[2t − ArcSin[0.1sSin[t]]],
Cos[t + ArcSin[0.1sSin[2t]]]},
{s, −10,10}], {t, 0,2Pi}]]



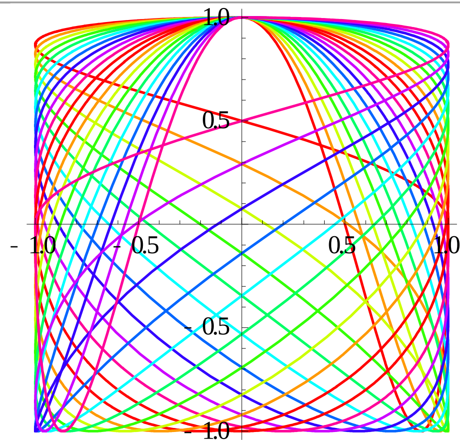




ParametricPlot[Evaluate[Table[{Sin[t + ArcSin[0.1sSin[2t]]],
Cos[t − ArcSin[0.1sSin[0.5t]]]},
{s, −10,10}], {t, 0,2Pi}]]



ParametricPlot[Evaluate[Table[{Sin[t + ArcSin[0.1sSin[0.5t]]],
Cos[t − ArcSin[0.1sSin[0.5t]]]},
{s, −10,10}], {t, 0,2Pi}]]



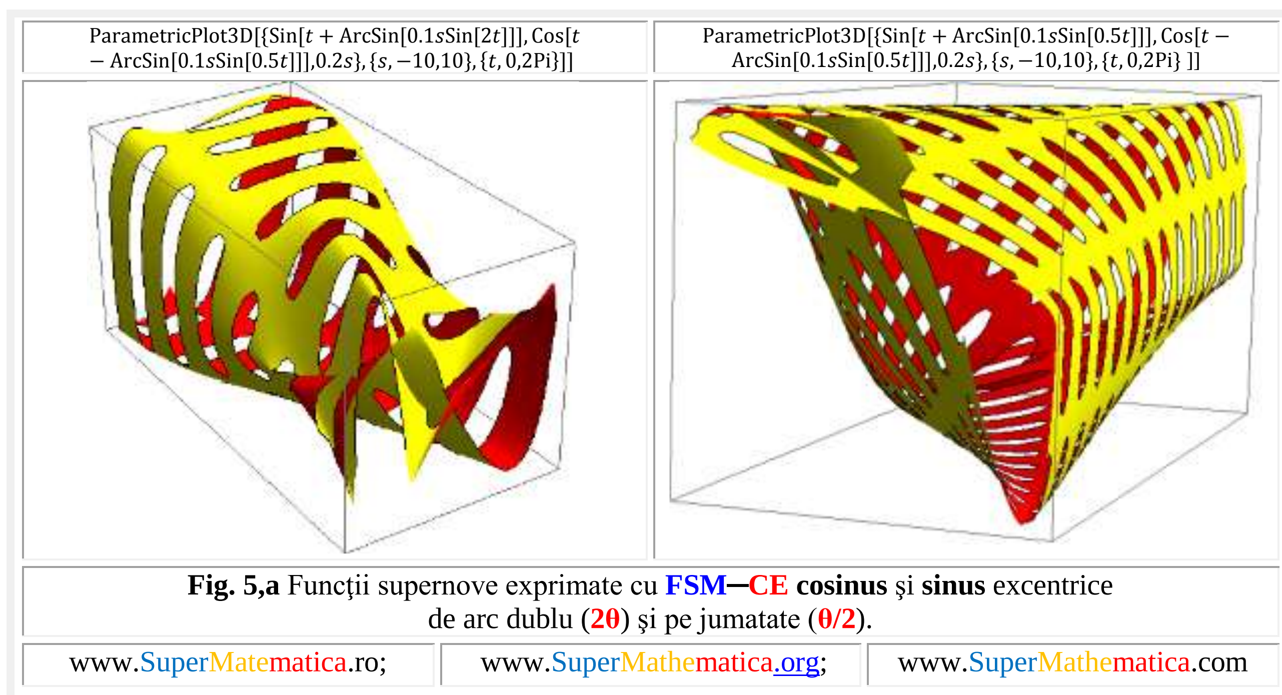
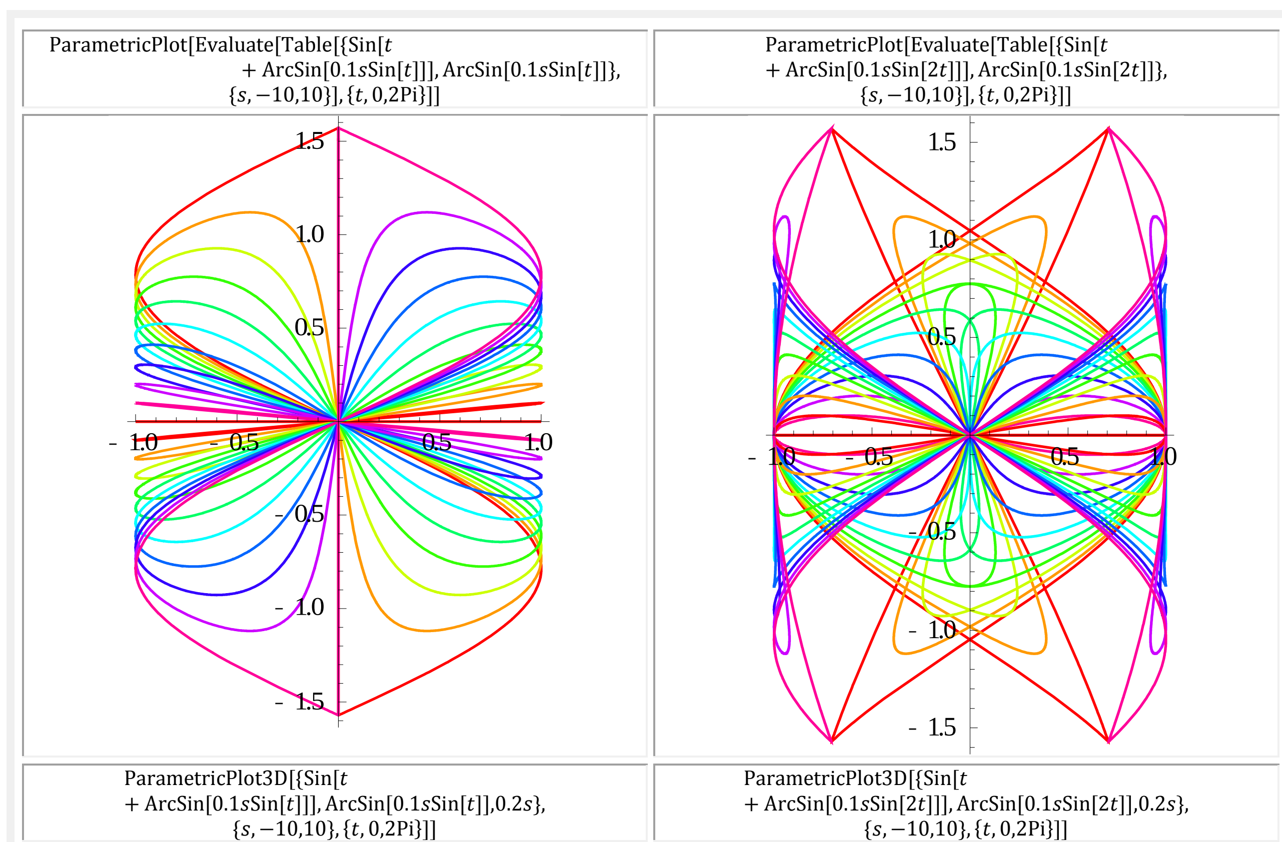


Fig. 5,a Funcţii supernove exprimate cu **FSM─CE cosinus** şi **sinus** excentrice de arc dublu (**2θ**) şi pe jumatate (**θ/2**).



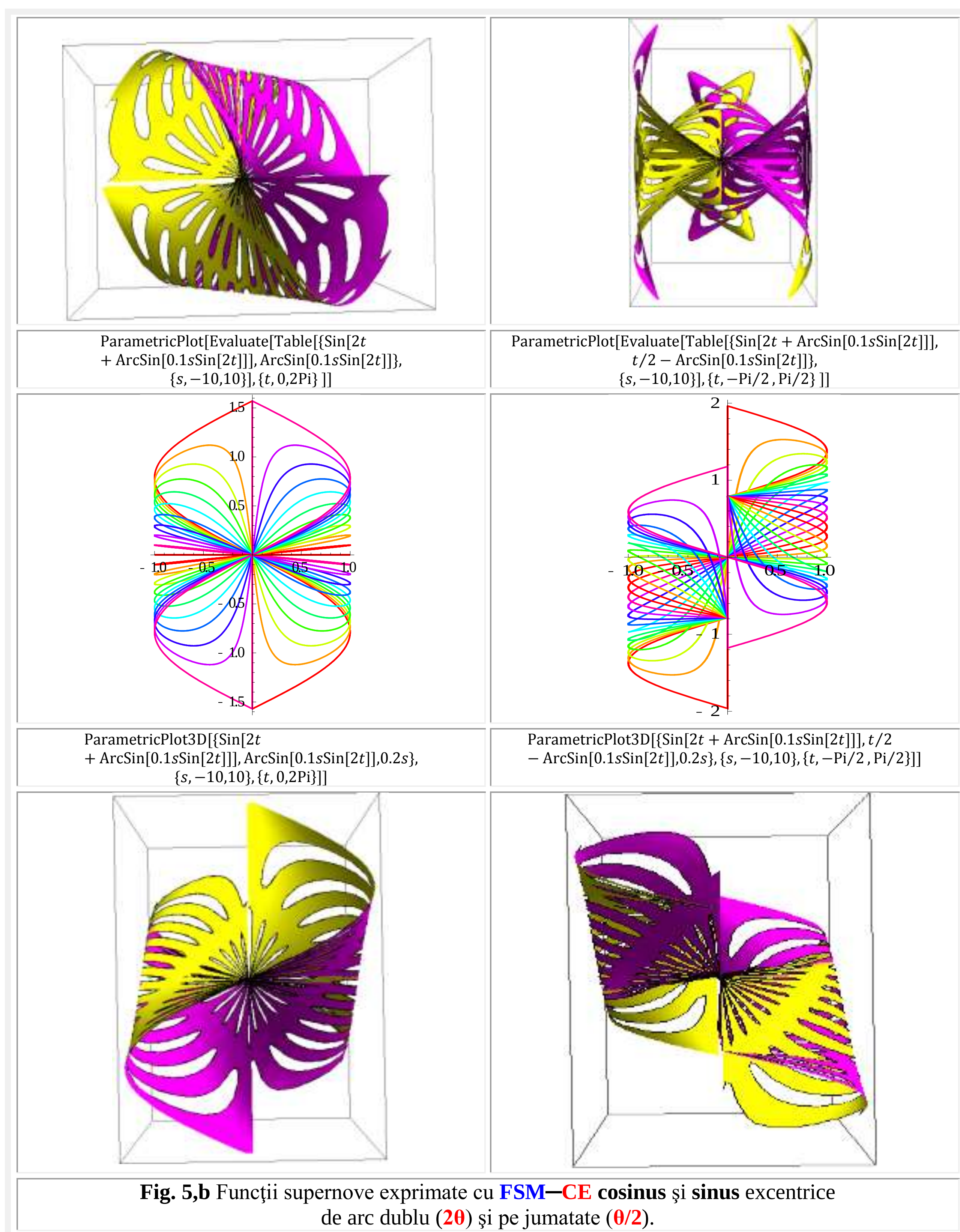
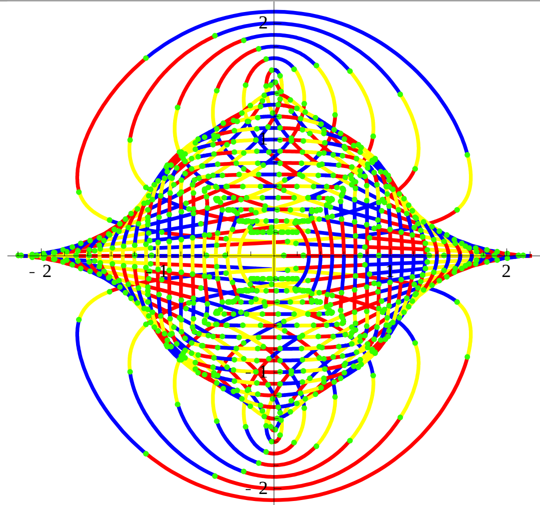
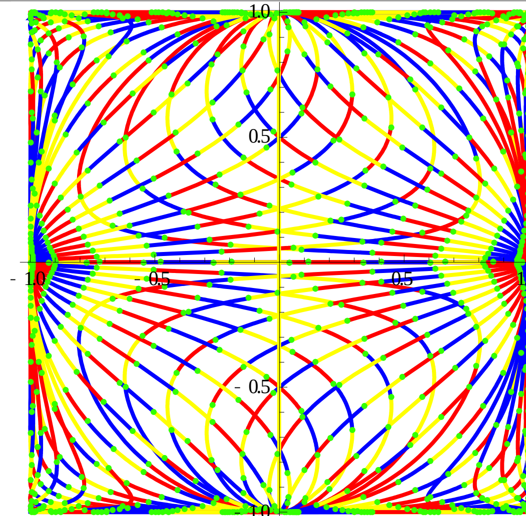
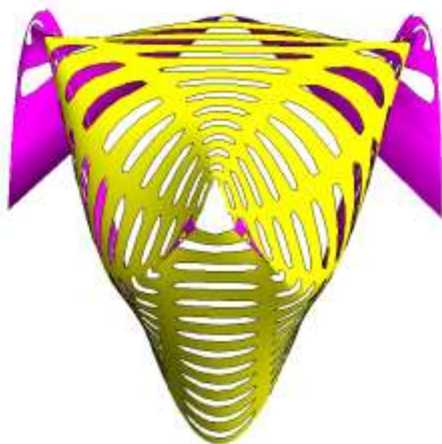
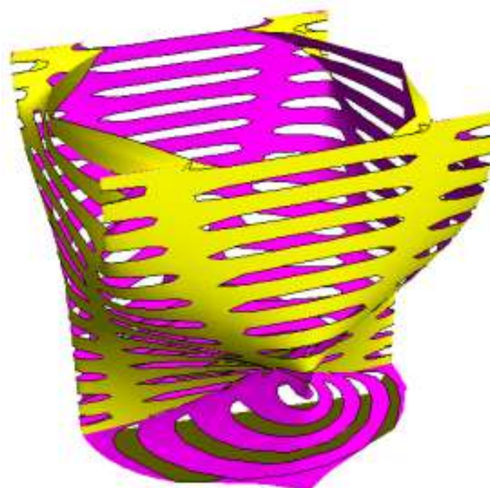


Fig. 5,b Funcţii supernove exprimate cu **FSM─CE cosinus** şi **sinus** excentrice de arc dublu (**2θ**) şi pe jumatate (**θ/2**).

ParametricPlot[Evaluate[Table[{(1.2 − 0.1s)Cos[t − ArcSin[0.1s Sin[2t]/Sqrt[1 + $(0.1s)^2$ − 0.2sCos[2t]]]], (1.2 − 0.1s)Sin[t + ArcSin[0.1s Sin[2t]/Sqrt[1 + $(0.1s)^2$ − 0.2sCos[2t]]]]}, {s, −10,10}], {t, 0,2Pi}]]	ParametricPlot[Evaluate[Table[{Cos[t − ArcSin[0.1s Sin[2t]/Sqrt[1 + $(0.1s)^2$ − 0.2sCos[2t]]]], Sin[t + ArcSin[0.1s Sin[2t]/Sqrt[1 + $(0.1s)^2$ − 0.2sCos[2t]]]]}, {s, −10,10}], {t, 0,2Pi}]]
	
ParametricPlot3D[{(1.2 − 0.1s)Cos[t − ArcSin[0.1s Sin[t]/Sqrt[1 + $(0.1s)^2$ − 0.2sCos[t]]]], (1.2 − 0.1s)Sin[t + ArcSin[0.1s Sin[t]/Sqrt[1 + $(0.1s)^2$ − 0.2sCos[t]]]],0.1s}, {s, −10,10}, {t, 0,2Pi}]]	ParametricPlot3D[{Cos[t − ArcSin[0.1s Sin[2t]/Sqrt[1 + $(0.1s)^2$ − 0.2sCos[2t]]]], Sin[t + ArcSin[0.1s Sin[2t]/Sqrt[1 + $(0.1s)^2$ − 0.2sCos[2t]]]],0.1s}, {s, −10,10}, {t, 0,2Pi}]]
	
ParametricPlot[Evaluate[Table[{Cos[t − ArcSin[0.1s Sin[2t]/Sqrt[1 + $(0.1s)^2$ − 0.2sCos[2t]]]], Sin[t + ArcSin[0.1s Sin[2t]/Sqrt[1 + $(0.1s)^2$ − 0.2sCos[2t]]]]}, {s, −10,10}], {t, 0,2Pi}]]	□ParametricPlot[Evaluate[Table[{Cos[t + ArcSin[0.1s Sin[2t]/Sqrt[1 + $(0.1s)^2$ − 0.2sCos[2t]]]], Sin[t − ArcSin[0.1s Sin[2t]/Sqrt[1 + $(0.1s)^2$ − 0.2sCos[2t]]]]}, {s, −10,10}], {t, 0,2Pi}]]

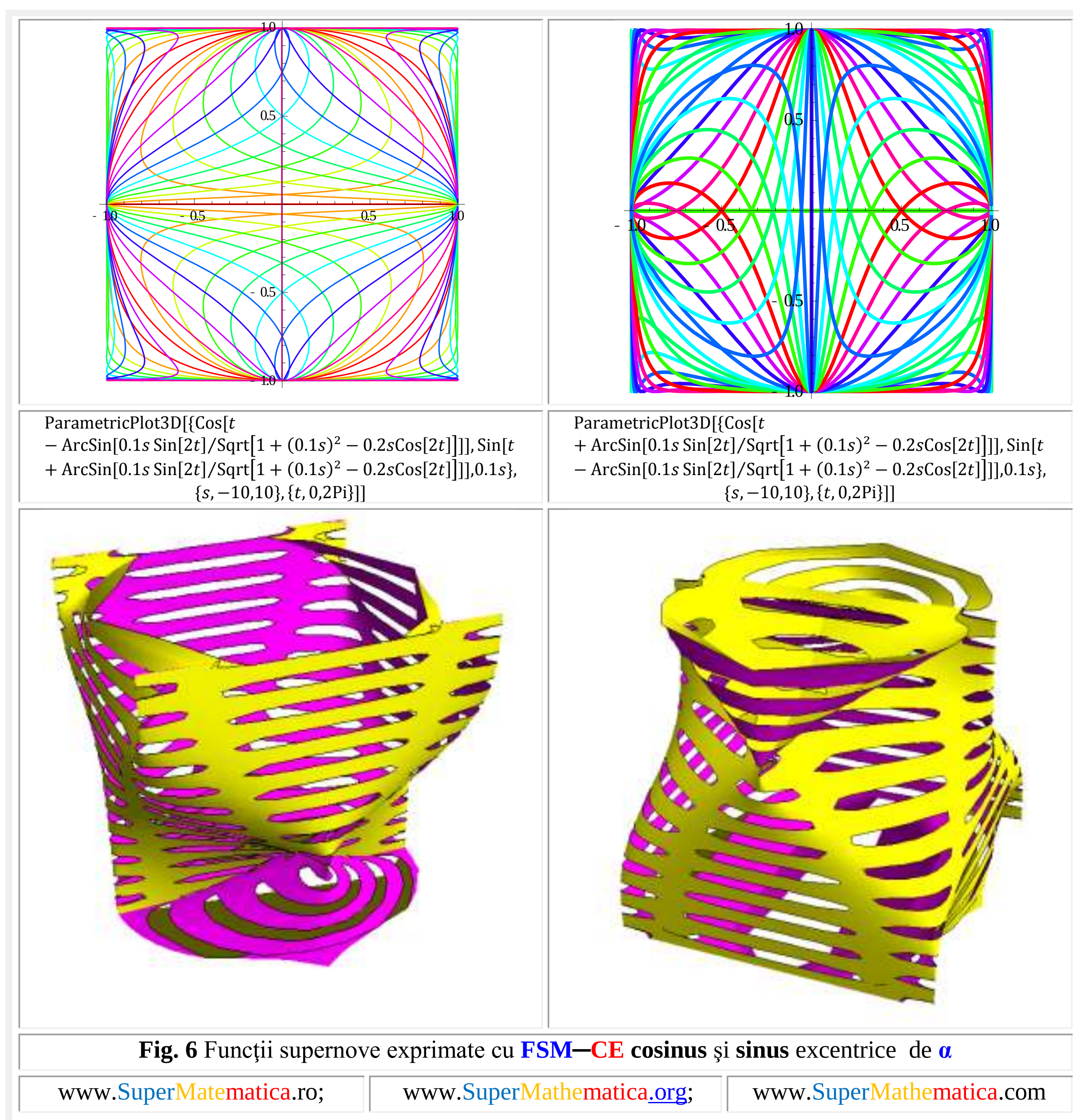


Fig. 6 Funcţii supernove exprimate cu **FSM─CE cosinus** şi **sinus** excentrice de **α**

www.SuperMatematica.ro; www.SuperMathematica.org; www.SuperMathematica.com

8 FUNCŢII TRILOBOQUDRILBICE CONCAVE

Funcţiile trilobice concave sunt prezentate în **figurile 11,a** şi **11.b**. Coordonatele polare ale acestora se obţin prin alegerea lui x din ecuaţiile parametrice ale trilobelor concave şi a lui y din ecuaţiile parametrice ale quadrilobelor. Graficele lor sunt redate în **figura 19**.

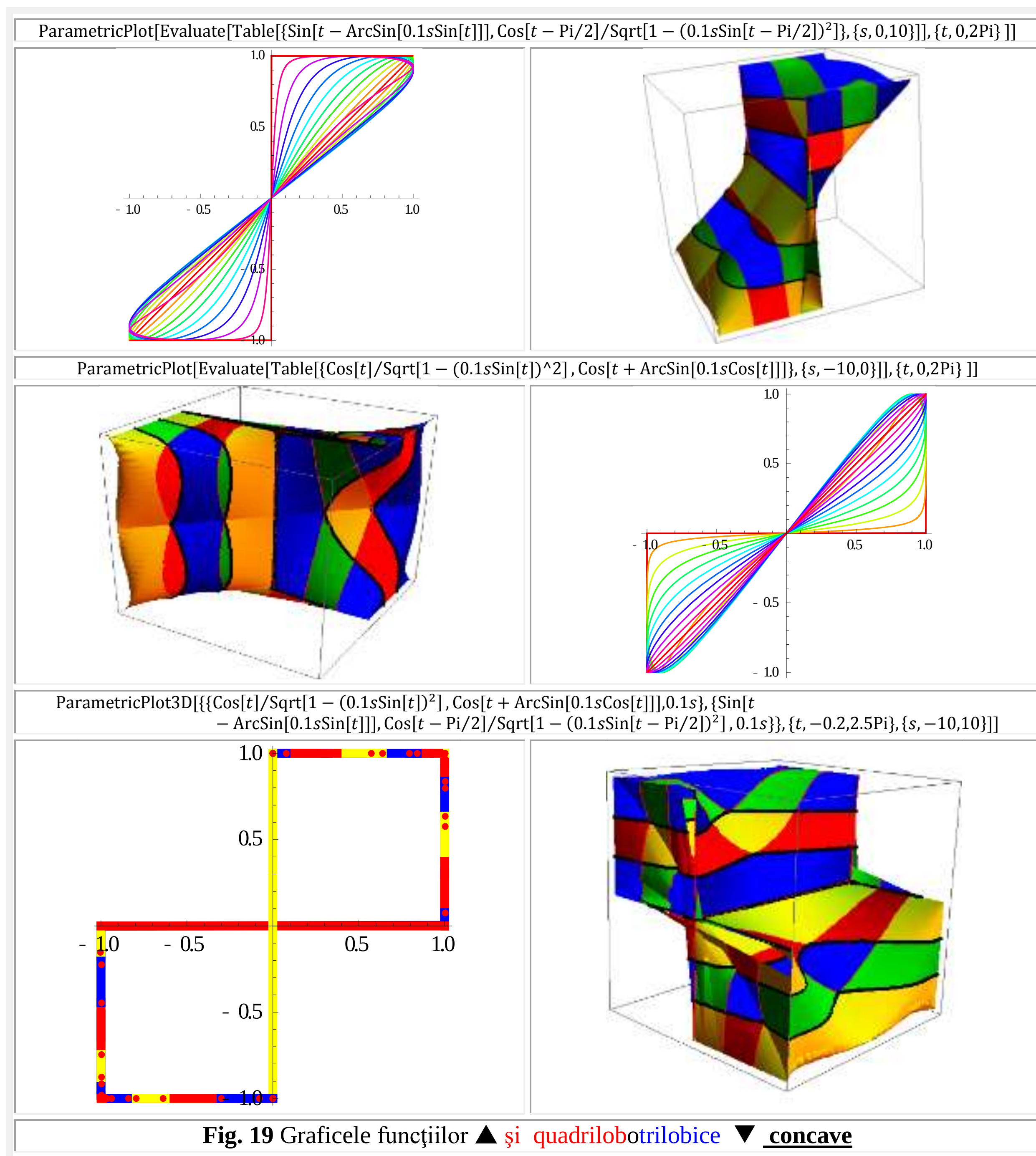


Fig. 19 Graficele funcţiilor ▲ şi quadrilobotrilobice ▼ **concave**

9 FUNCŢII TRILOBOCIRCULARE CONCAVE

Funcţiile trilobocirculare concave e obţin prin utilizarea lui x = cos din ecuaţiile parametrice ale cercului unitate şi a lui y din ecuaţiile parametrice ale quadrilobelot exterioare cercului unitate $y = \frac{sin\theta}{\sqrt{1-s.cos^2\theta}}$.

Graficele acestora sunt prezentate în **figura 20** în **2D** şi în **3D.** Gaficele acestora sunt asemanatoare cu cele ale trilobelor concave, în special pentru valorile mici ale excentricităţii numeroce **s** şi asemănarea este mult mai redusă pentru valorile mai mari ale excentricitaţii numerice s, numai că sunt rotite cu -120 ^{0} sau 120^0 în sens dextrogin sau dextrorum.

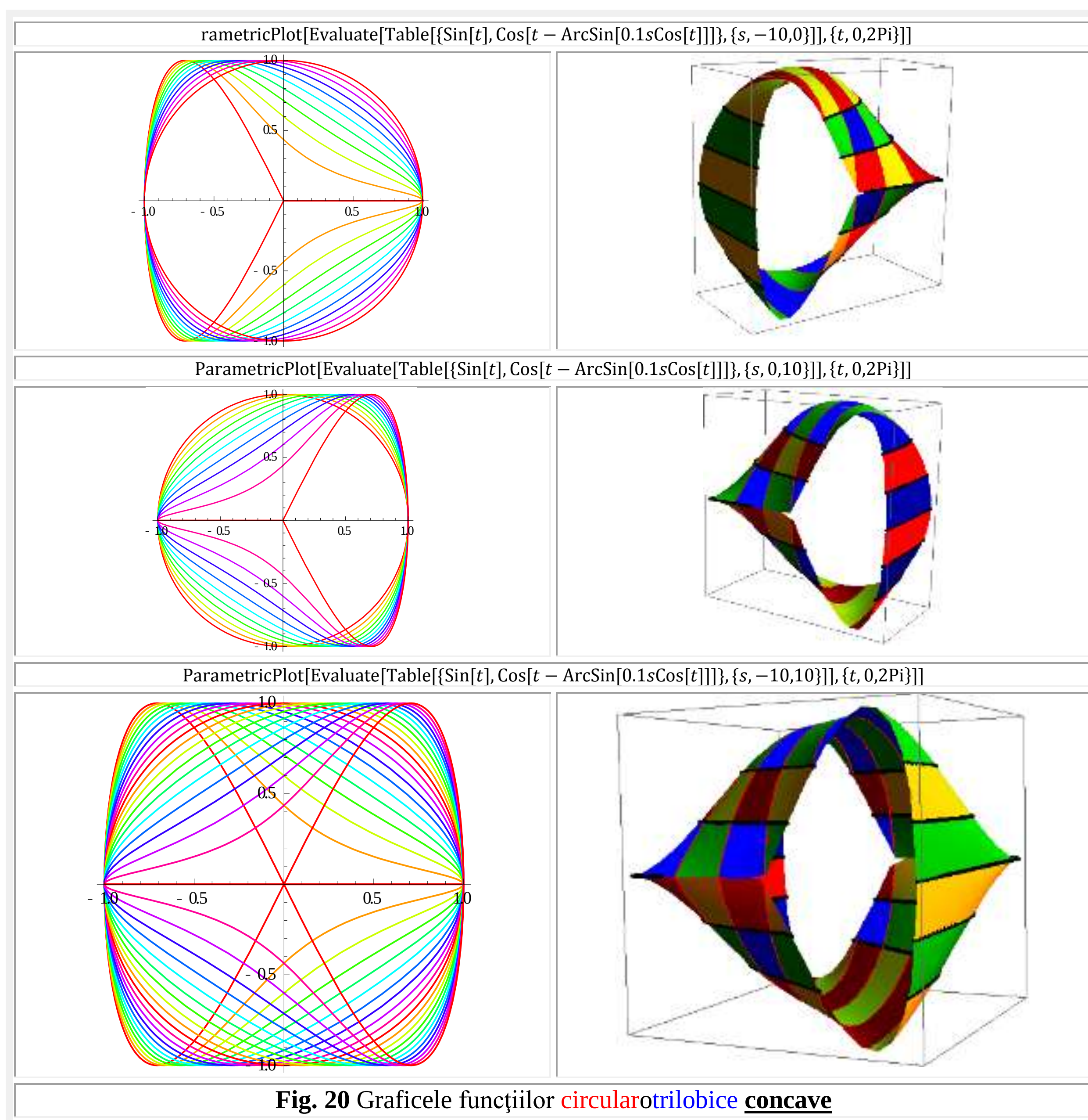


Fig. 20 Graficele funcţiilor circularotrilobice **concave**

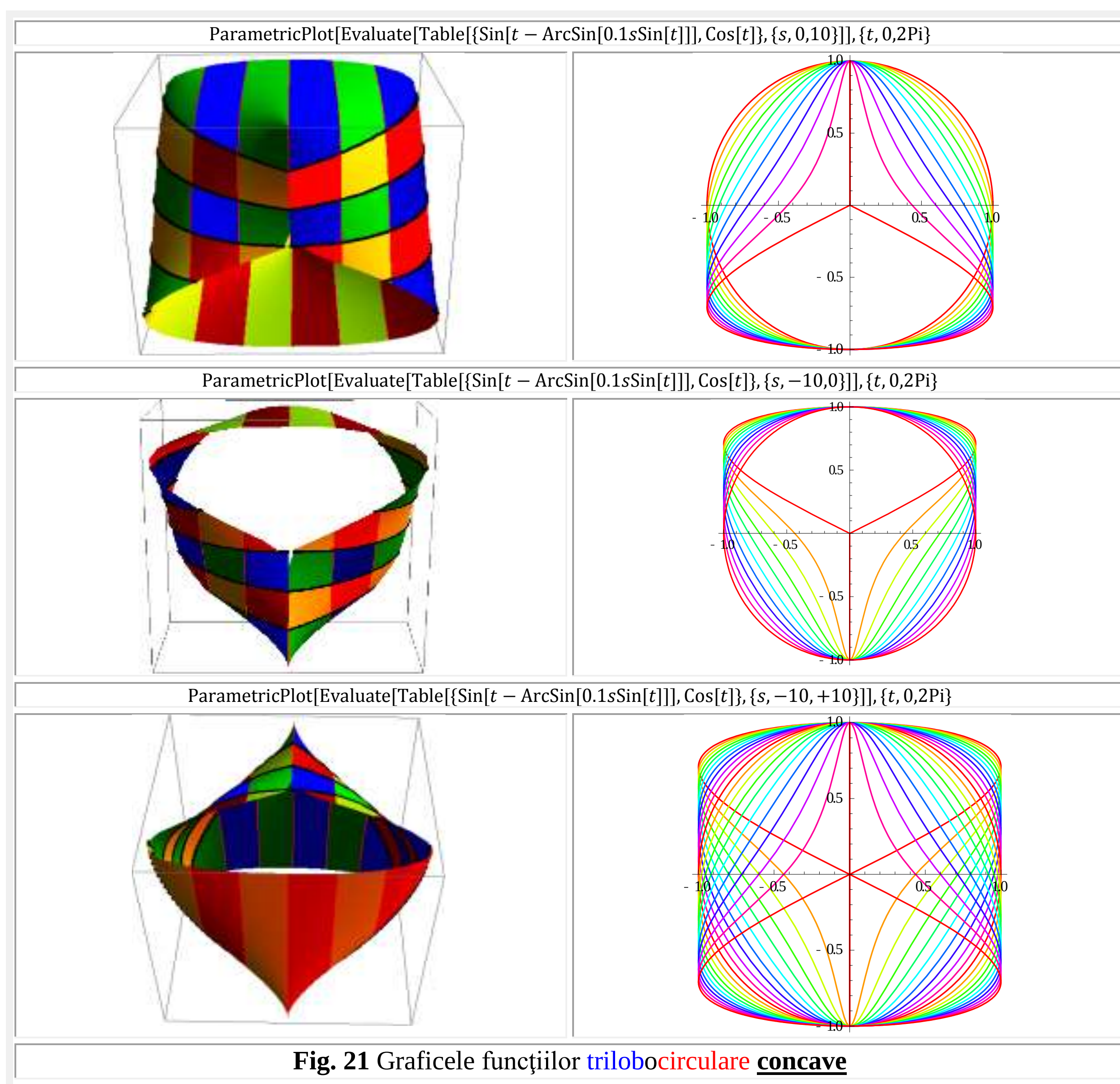
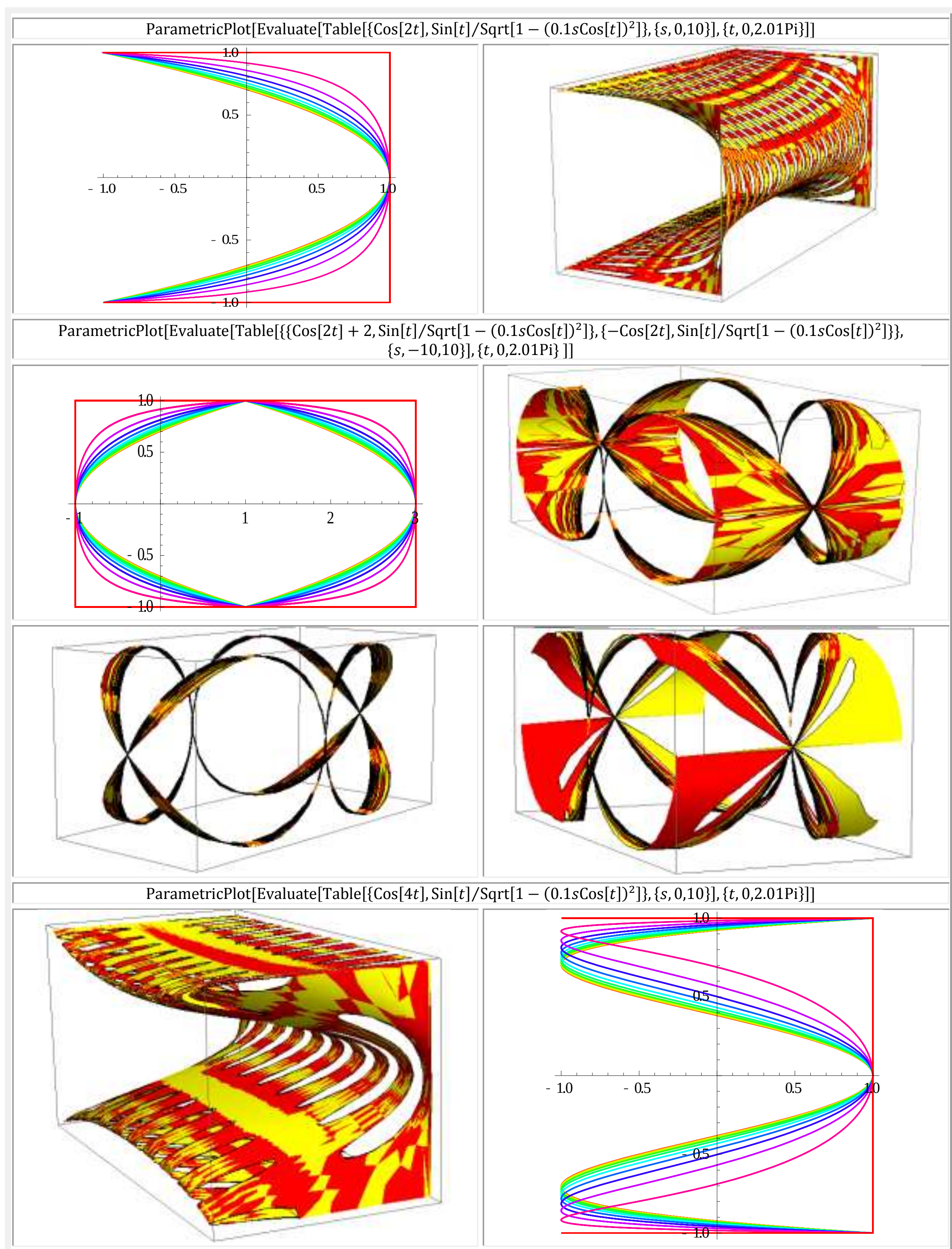


Fig. 21 Graficele funcţiilor trilobocirculare **concave**

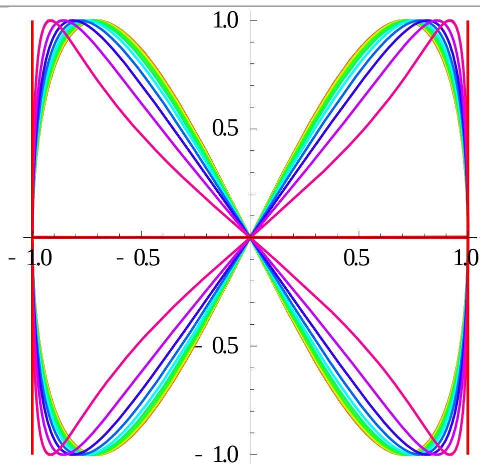
10 FUNCŢII CIRCULAROQUADRILOBICE MODIFICATE

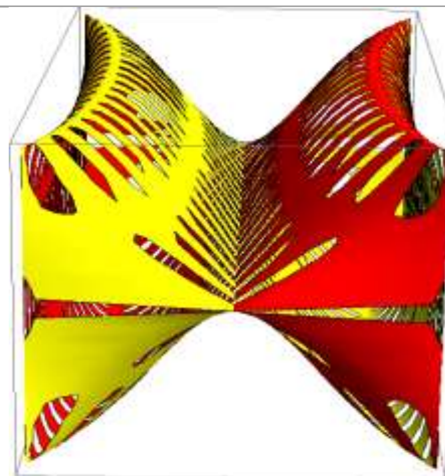
Funcţiile circularoquadrilobice modificate sunt funcţii circulare cu x = cos2θ sau x = cos4θ şi de parametru y functii quadrilobe ne schimbate (y = seqθ) sau invers.

Câteva exemple sunt prezentate în graficele din **figura 22** în 2 D şi în 3D. În prima figură, pentru o excentricitate liniară numerică **s = 1**, se obţin trei laturi ale unui pătrat. Dacă se adaugă şi simetrica, deplasată cu x = −2, se va obţine un dreptunghi precum în figura urmatoare dar numai în 2D. În 3D, dreptunghiul fiind doar o linie dreaptă, de grosime zero, nu apare în figură. S-a incercat şi cu s = 0,9 şi cu s = 0, 8 si cu s = 1,1 dar s-au obţinut cu totul alte figuri în 3D, interesante, motiv pentru care au fost ataşate în **figura 22**.

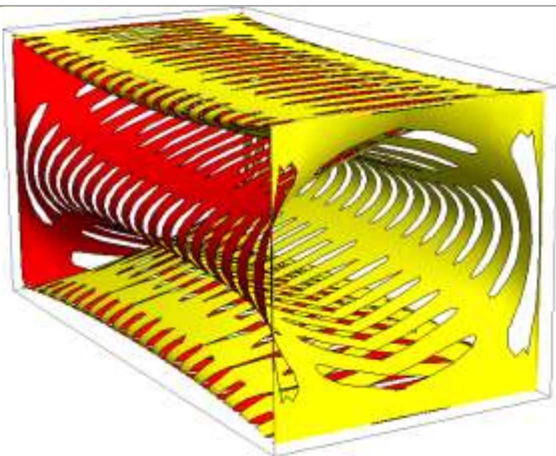

ParametricPlot[Evaluate[Table[{Cos[2t], Sin[t]/Sqrt[1 − (0.1sCos[t])^2]}, {s, 0,10}], {t, 0,2.01Pi}]]
1.0
0.5
- 1.0
- 0.5
0.5
1.0
- 0.5
- 1.0
ParametricPlot[Evaluate[Table[{{Cos[2t] + 2, Sin[t]/Sqrt[1 − (0.1sCos[t])^2]}, {−Cos[2t], Sin[t]/Sqrt[1 − (0.1sCos[t])^2]}}, {s, −10,10}], {t, 0,2.01Pi}]]
1.0
0.5
- 1
1
2
3
- 0.5
- 1.0
ParametricPlot[Evaluate[Table[{Cos[4t], Sin[t]/Sqrt[1 − (0.1sCos[t])^2]}, {s, 0,10}], {t, 0,2.01Pi}]]
1.0
0.5
- 1.0
- 0.5
0.5
1.0
- 0.5
- 1.0

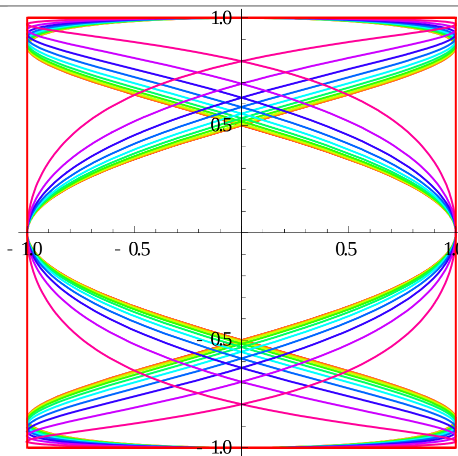
```
ParametricPlot[Evaluate[Table[{Cos[t]/Sqrt[1 − (0.1sSin[t])^2] , Sin[2t]}, {s, 0,10}], {t, 0,2.01Pi}]]
```



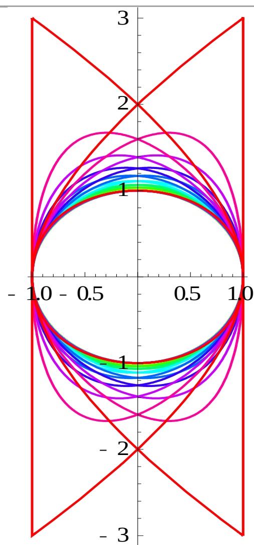


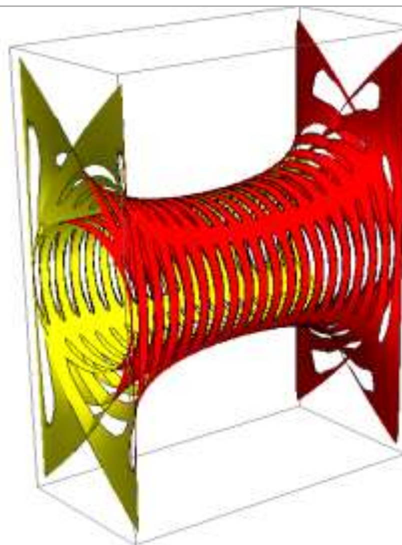
```
ParametricPlot[Evaluate[Table[{Cos[3t], Sin[t]/Sqrt[1 − (0.1sCos[t])^2]}, {s, 0,10}], {t, 0,2.01Pi}]]
```






```
ParametricPlot[Evaluate[Table[{Cos[3t], Sin[3t]/Sqrt[1 − (0.1sCos[t])^2]}, {s, 0,10}], {t, 0,2.01Pi}]]
```





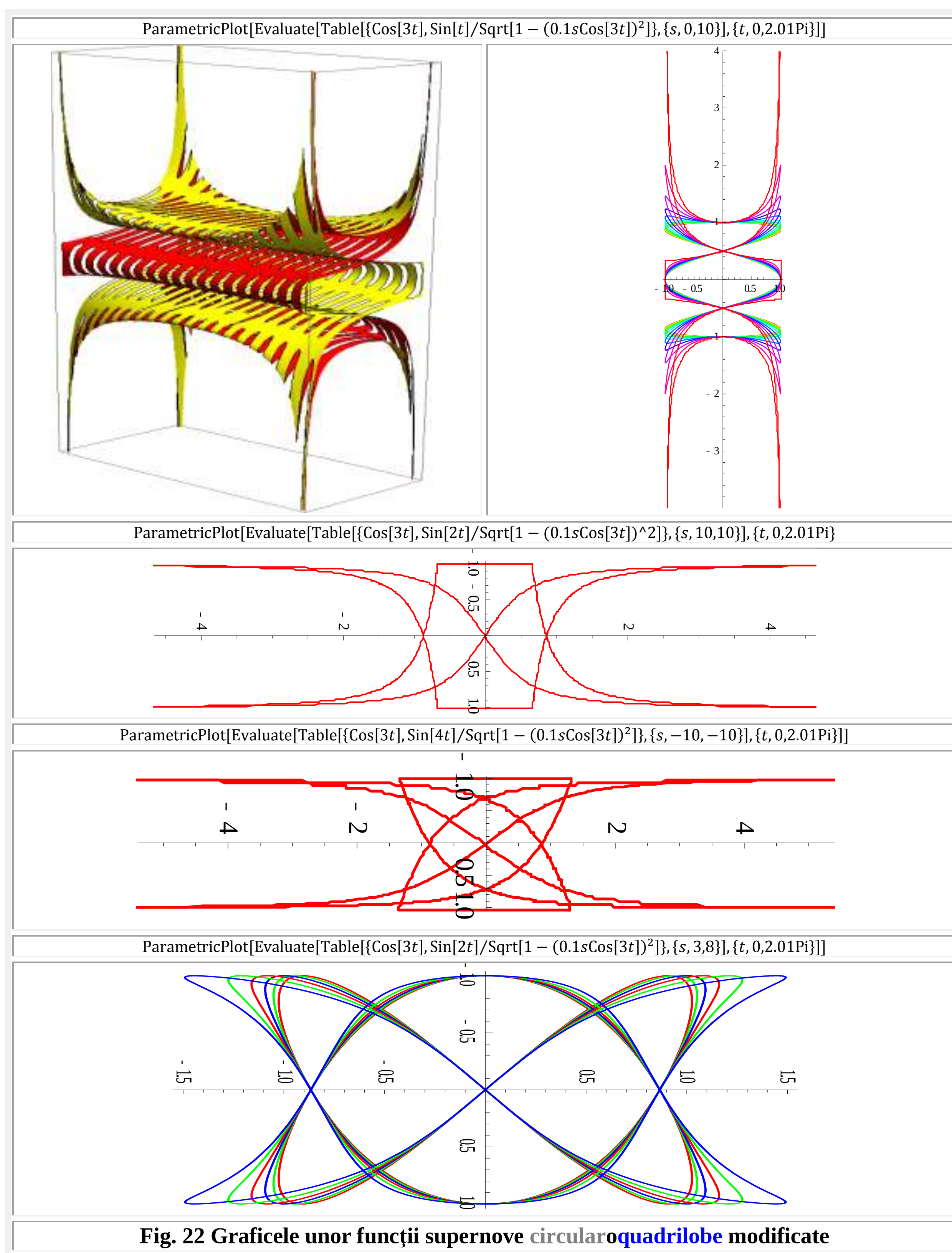
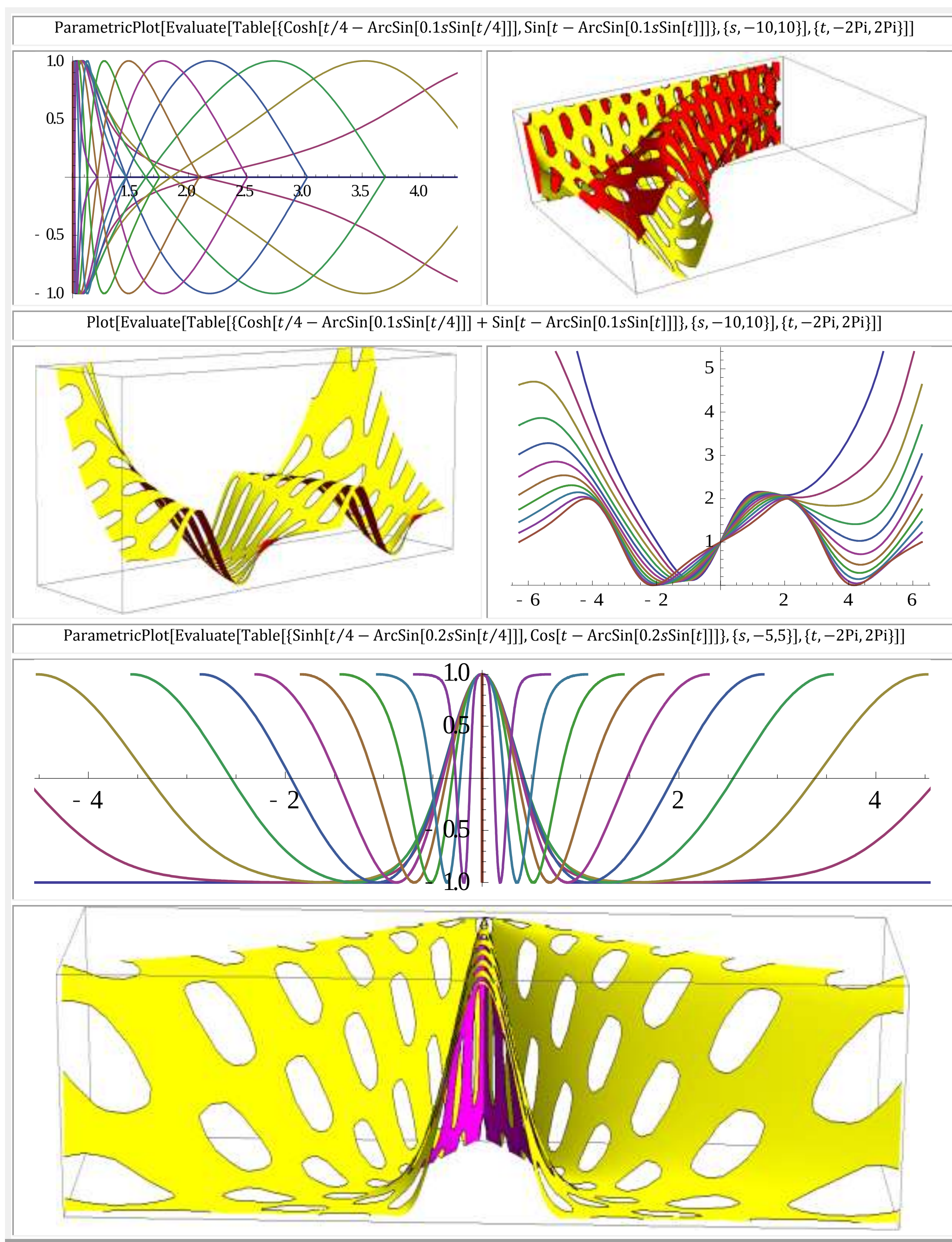


Fig. 22 Graficele unor funcţii supernove circularoquadrilobe modificate


ParametricPlot[Evaluate[Table[{Cosh[t/4 − ArcSin[0.1sSin[t/4]]], Sin[t − ArcSin[0.1sSin[t]]]}, {s, −10,10}], {t, −2Pi, 2Pi}]]
1.0
0.5
1.5
2.0
2.5
3.0
3.5
4.0
- 0.5
- 1.0
Plot[Evaluate[Table[{Cosh[t/4 − ArcSin[0.1sSin[t/4]]] + Sin[t − ArcSin[0.1sSin[t]]]}, {s, −10,10}], {t, −2Pi, 2Pi}]]
5
4
3
2
1
- 6
- 4
- 2
2
4
6
ParametricPlot[Evaluate[Table[{Sinh[t/4 − ArcSin[0.2sSin[t/4]]], Cos[t − ArcSin[0.2sSin[t]]]}, {s, −5,5}], {t, −2Pi, 2Pi}]]
1.0
0.5
- 4
- 2
2
4
- 0.5
- 1.0

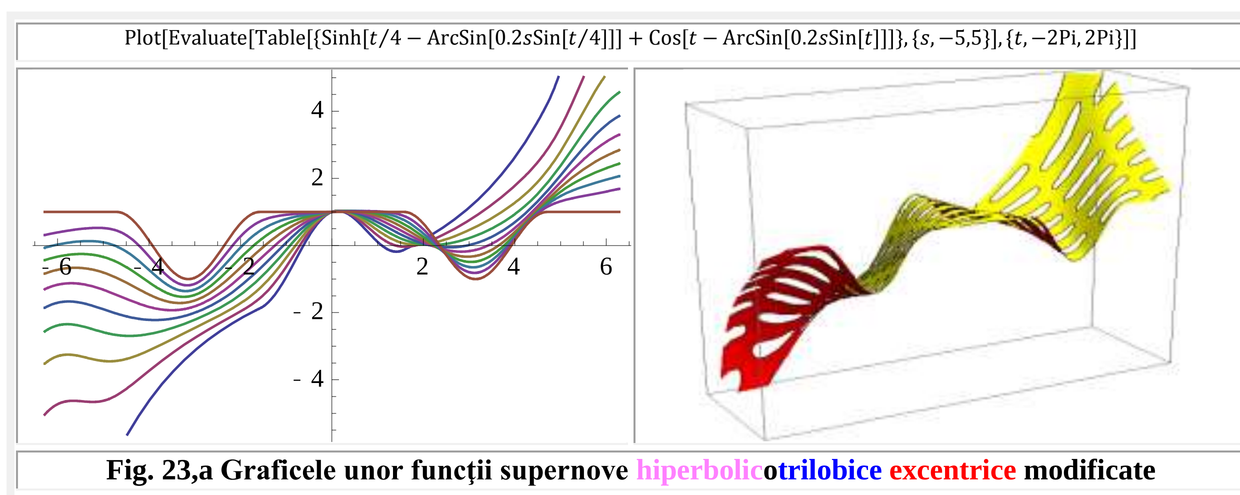


Fig. 23,a Graficele unor funcţii supernove hiperbolicotrilobice excentrice modificate

ParametricPlot[Evaluate[Table[{Cosh[t/8 − ArcSin[0.2sSin[t]]], Sin[t − ArcSin[0.2sSin[t]]]/2}, {s, −5,0}], {t, −2Pi, 2Pi}]]	ParametricPlot[Evaluate[Table[{Cosh[t/8 − ArcSin[0.2sSin[t]]], Sin[t − ArcSin[0.2sSin[t]]]/2}, {s, 0,5}], {t, −2Pi, 2Pi}]]
s = − 5	**s = 5**
s = − 4	**s = 4**

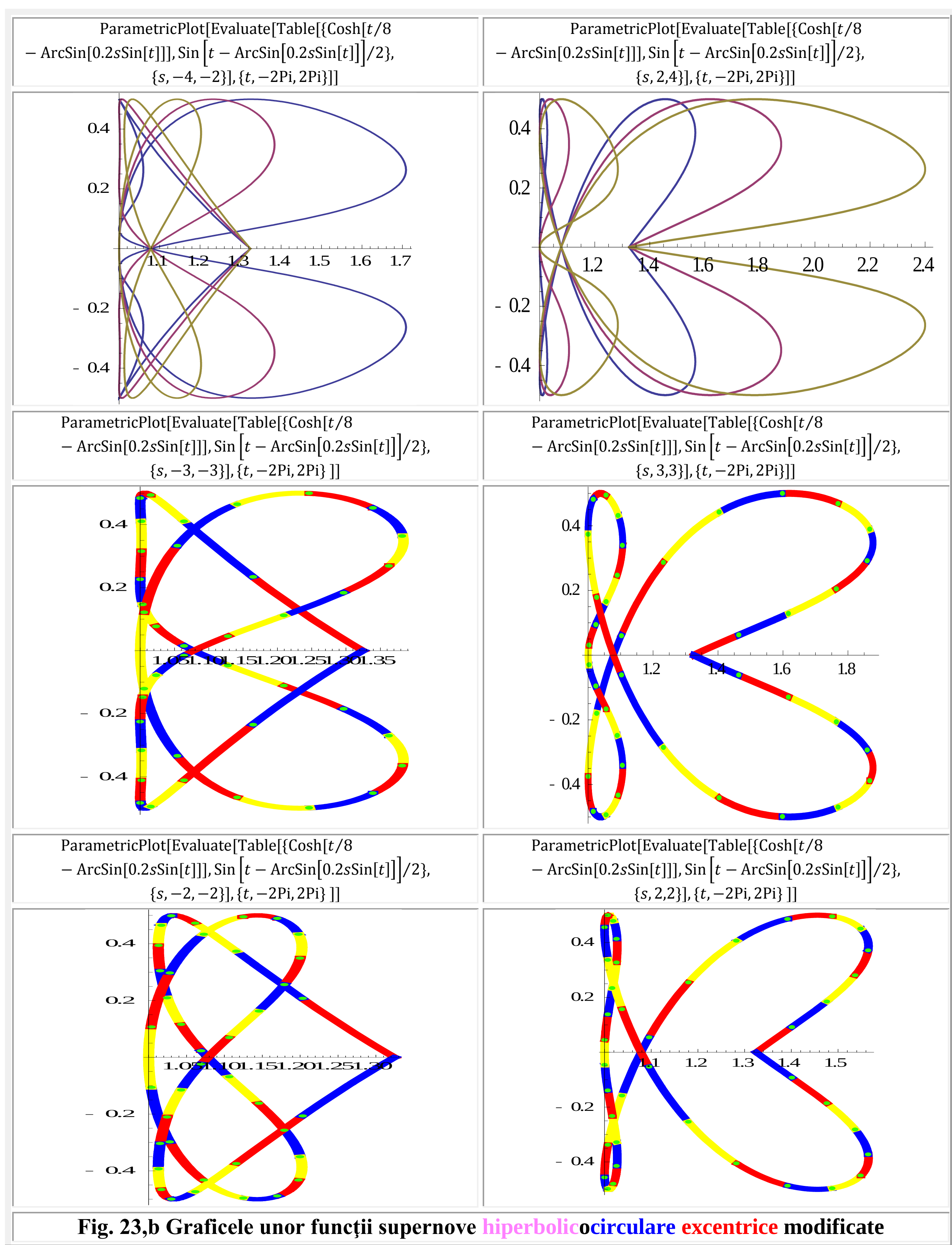
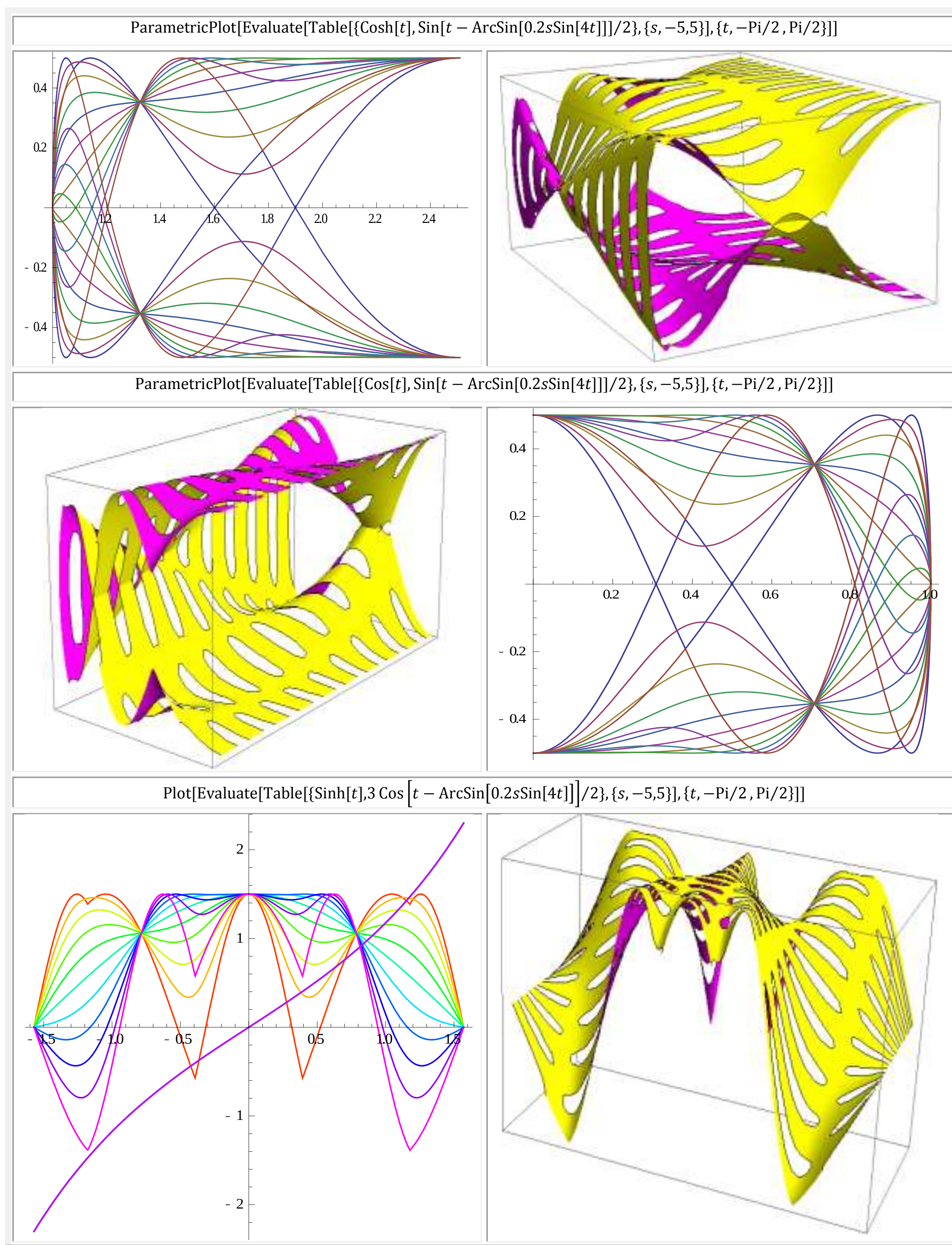


Fig. 23,b Graficele unor funcţii supernove hiperbolicocirculare excentrice modificate


ParametricPlot[Evaluate[Table[{Cosh[t], Sin[t − ArcSin[0.2sSin[4t]]]/2}, {s, −5,5}], {t, −Pi/2 , Pi/2}]]
ParametricPlot[Evaluate[Table[{Cos[t], Sin[t − ArcSin[0.2sSin[4t]]]/2}, {s, −5,5}], {t, −Pi/2 , Pi/2}]]
Plot[Evaluate[Table[{Sinh[t],3 Cos[t − ArcSin[0.2sSin[4t]]]/2}, {s, −5,5}], {t, −Pi/2 , Pi/2}]]

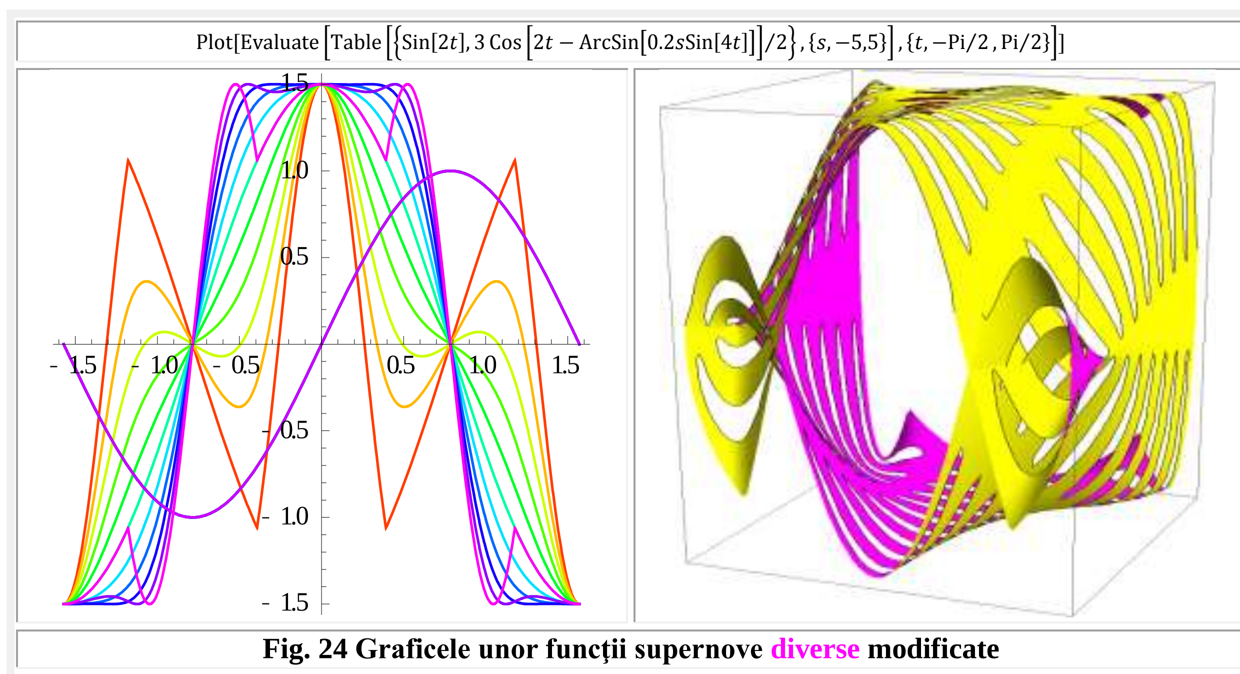


Fig. 24 Graficele unor funcţii supernove diverse modificate

Motto : ”*Rex este o adevărată funcţie rege, deoarece exprimă distanţa în plan între două puncte şi cu ea pot fi exprimate ecuaţiile tuturor curbele plane* ”
Prof. Dr. Math**. Octav Gheotghiu**

CAPITOLUL VII

FUNCŢII SUPERNOVE REXODEX

Funcţii **supernove** rexodex sunt o combinaţie dintre funcţiile supermatematice circulare excentrice (**FSM─CE**) radial excentrice (rexθ şi Rexα) şi derivate excentrice (dexθ şi Dexα) ale căror ecuaţii de definitie sunt, pentru rex:

(1) $$\begin{cases} \boldsymbol{rex\theta} = -s.\cos(\theta-\varepsilon)+\sqrt{1-s^2 sin^2(\theta-\varepsilon)} \\ \boldsymbol{Rex\alpha} = \sqrt{1+s^2-2scos(\alpha-\varepsilon)} \end{cases}$$

şi pentru dex:

(2) $$\begin{cases} \boldsymbol{dex\theta} = \mathbf{1}-\frac{\boldsymbol{s.cos(\theta-\varepsilon)}}{\sqrt{1-s^2 sin^2(\theta-\varepsilon)}} \\ Dex\alpha = \frac{1-scos(\alpha-\varepsilon)}{1+s^2-2scos(\alpha-\varepsilon)} \end{cases}$$, cu graficele în **2D** şi în **3D** din **figura 1.**

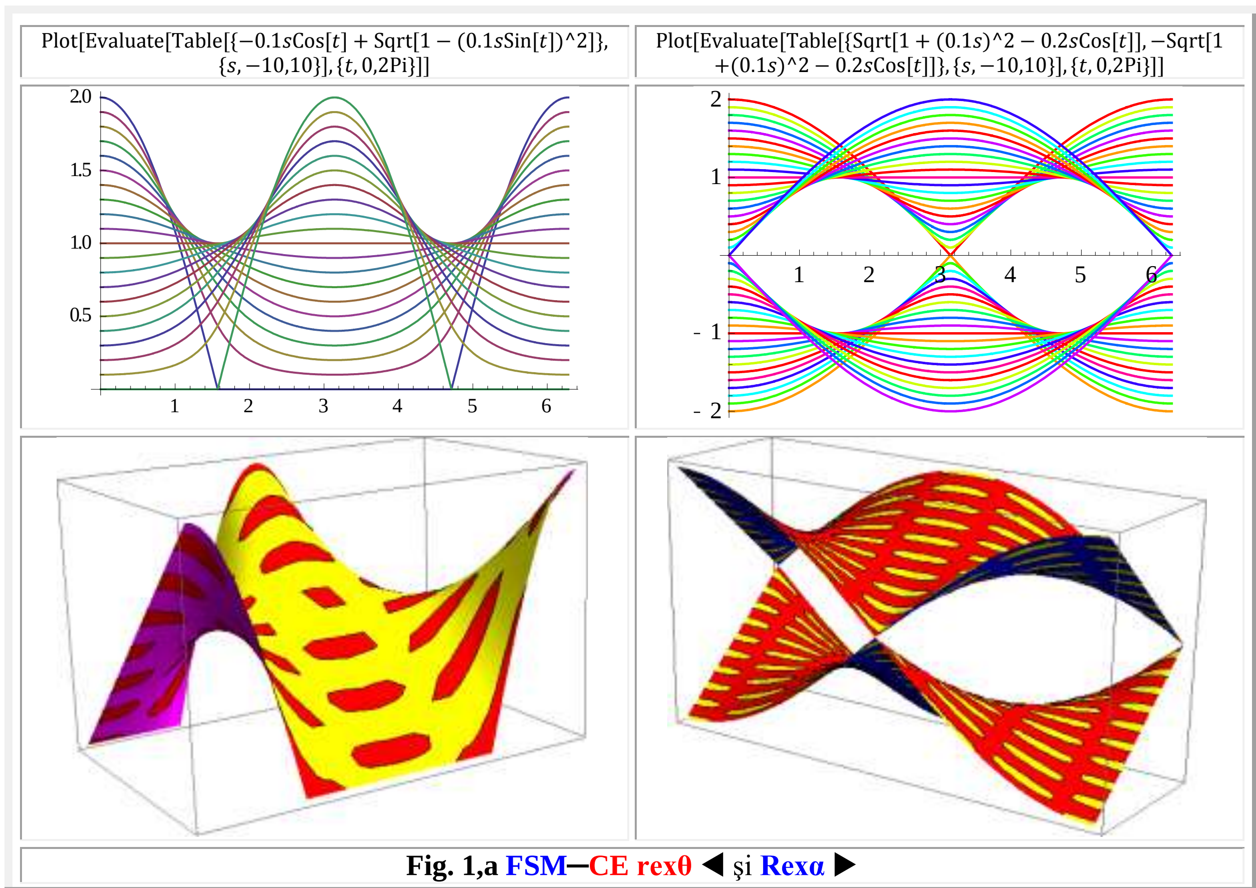


Fig. 1,a FSM─CE rexθ ◀ şi Rexα ▶

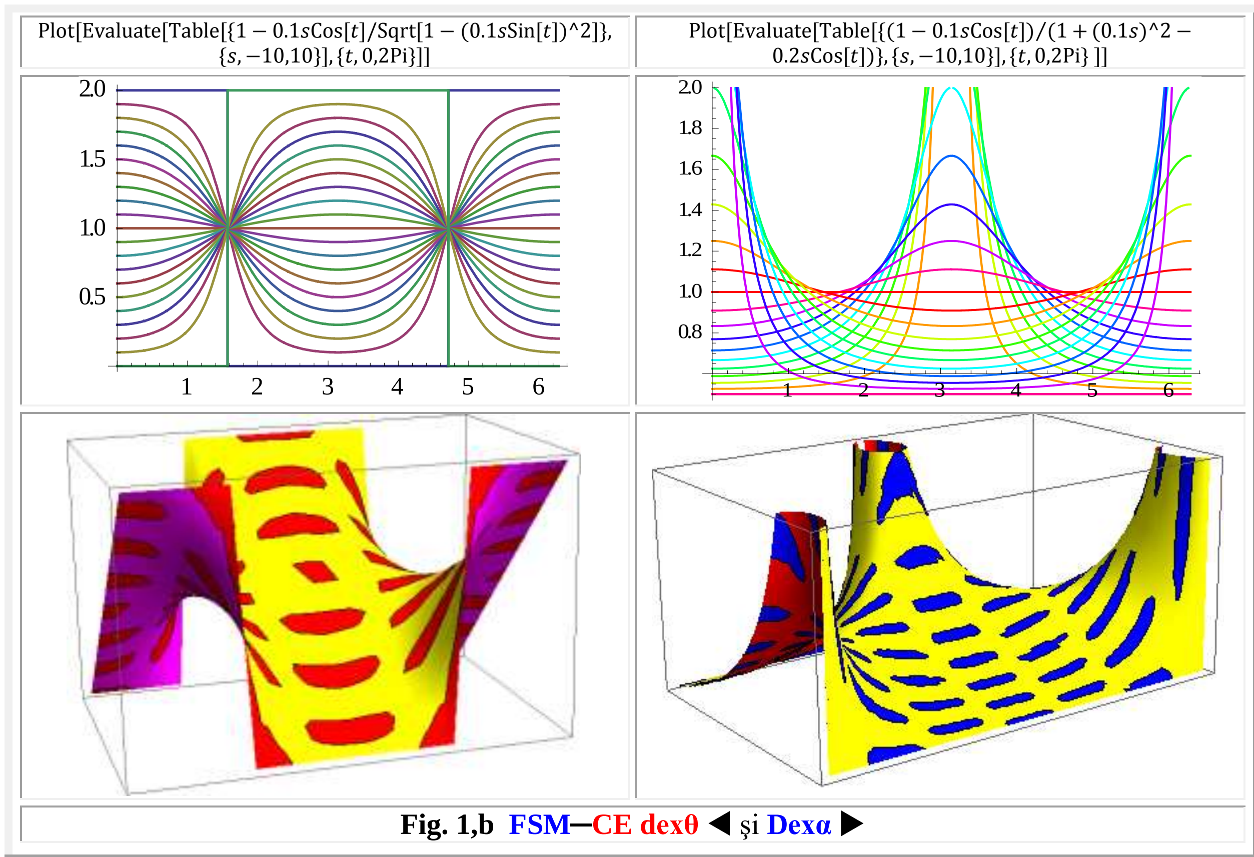
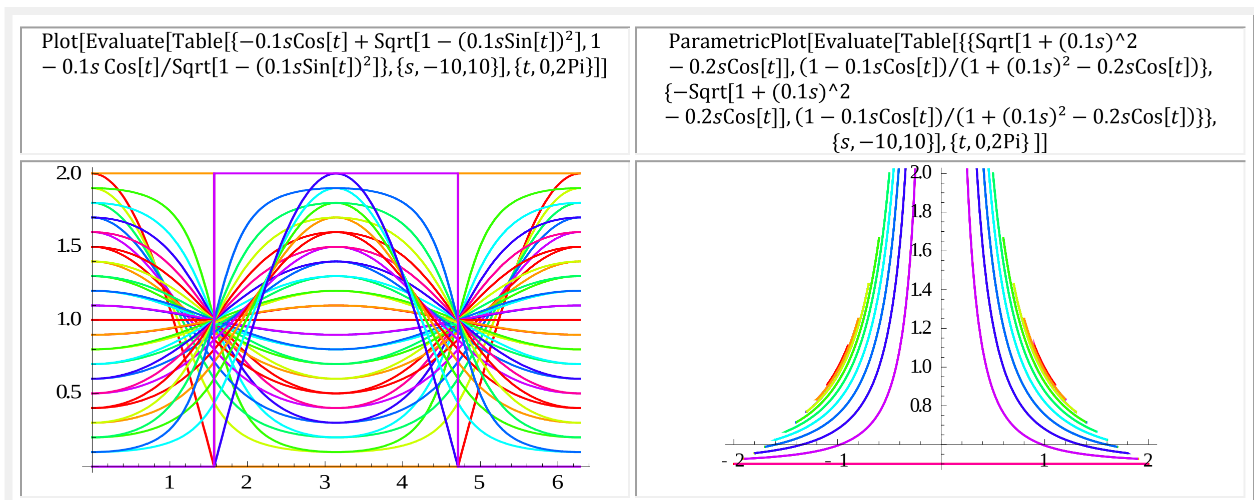


Fig. 1,b FSM─CE dexθ ◀ şi Dexα ▶

Primele funcţii supernove rexodex se obţin prin utilizarea acestor **FSM─CE** în ecuaţiile parametrice în care

(3) $\begin{cases} x = rex\theta \\ y = dex\theta \end{cases}$

cu graficele din **2D** şi **3D** din **figura 2**.



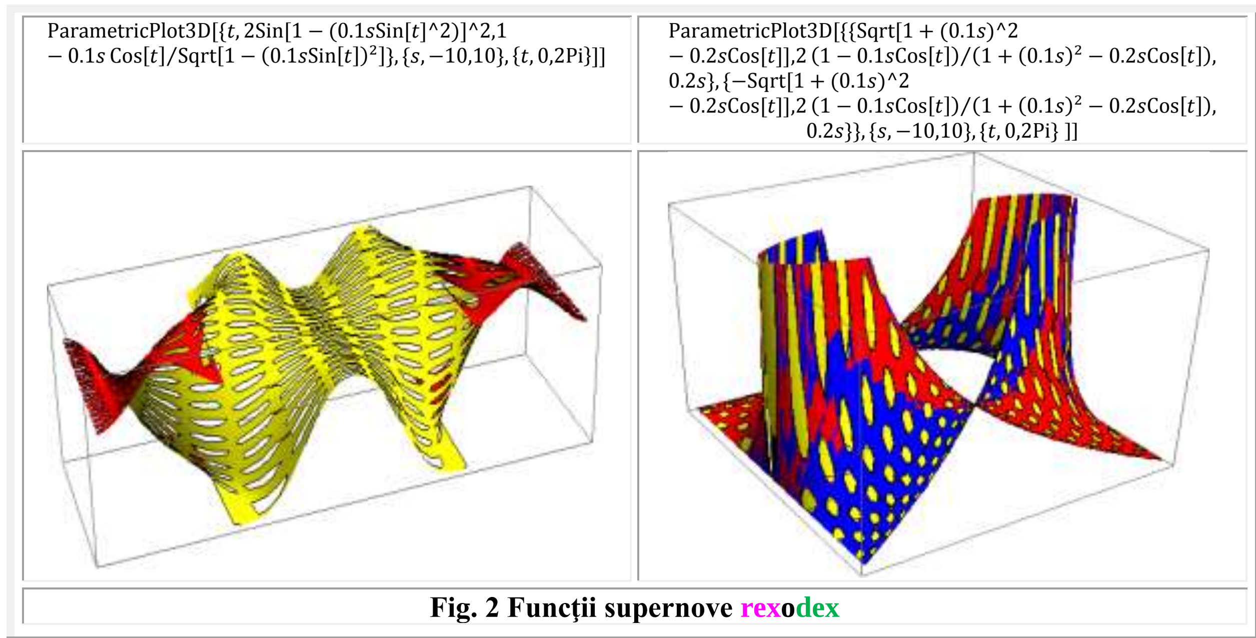
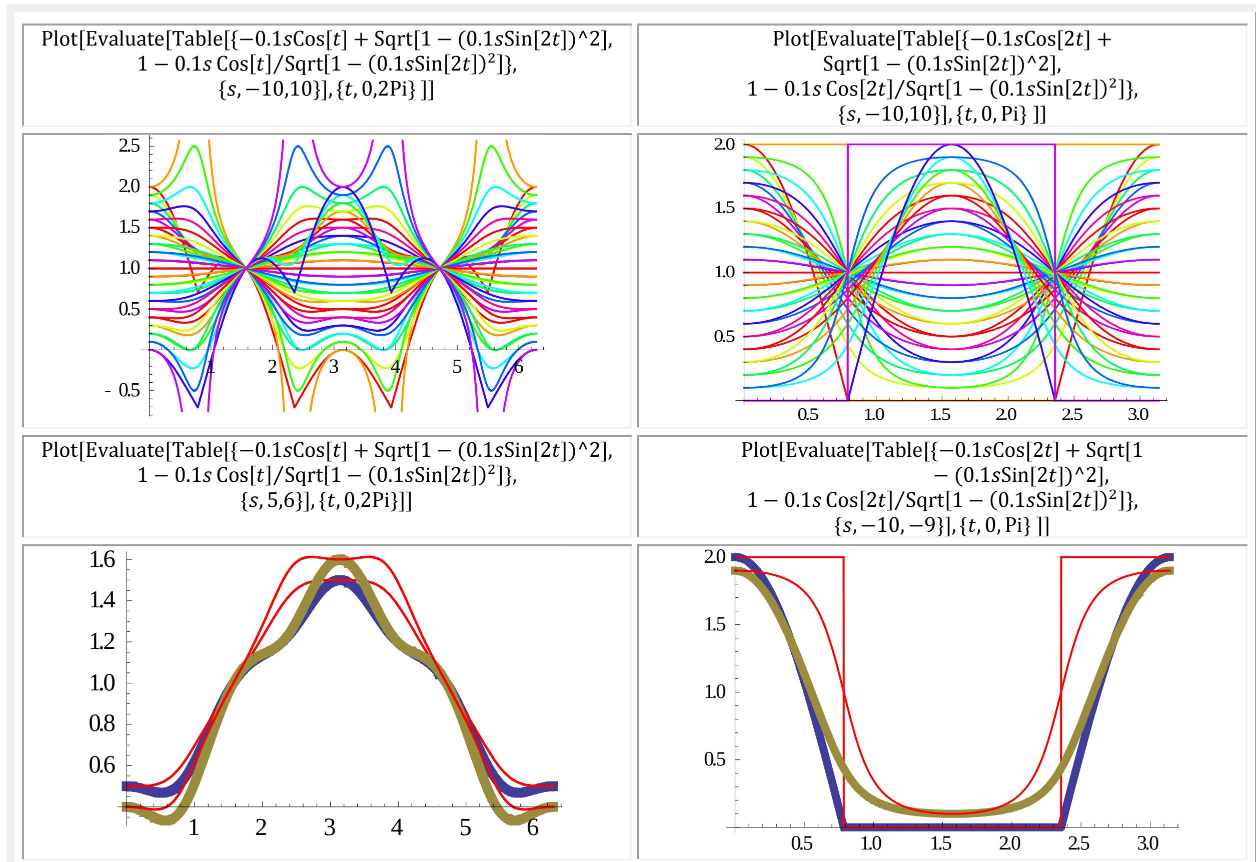
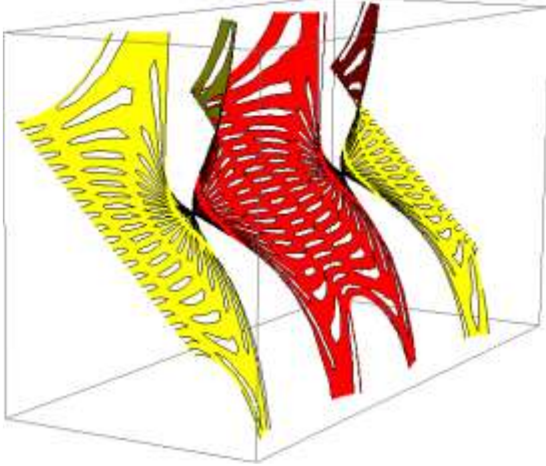


Fig. 2 Funcţii supernove rexodex

Prin dublarea variabilei excentrice în cei doi radicali se obtin **FSN** din **figura 3**.



```
ParametricPlot3D[{t, −0.1sCos[t] + Sqrt[1 − (0.1sSin[2t])^2],
1 − 0.1s Cos[t]/Sqrt[1 − (0.1sSin[2t])^2]},
{s, −10,10}, {t, 0,2Pi} ]]
```



```
ParametricPlot3D[{t, −0.1sCos[2t] + Sqrt[1
− (0.1sSin[2t])^2],
1 − 0.1s Cos[2t]/Sqrt[1 − (0.1sSin[2t])^2]},
{s, −10,10}, {t, 0, Pi}]]
```

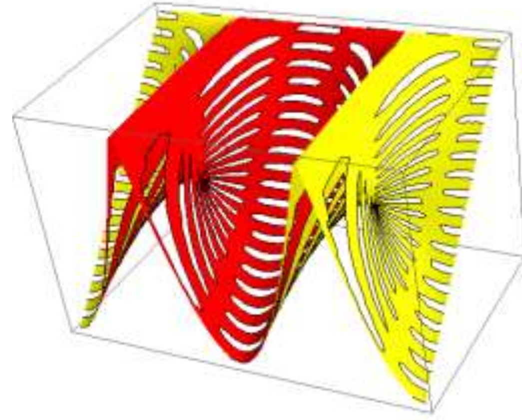
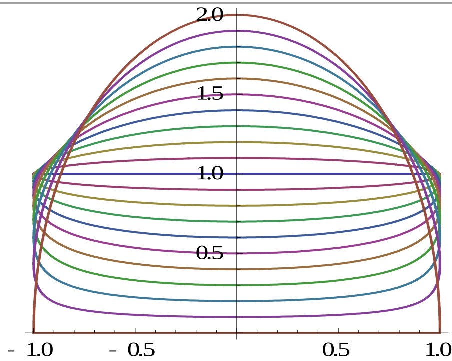
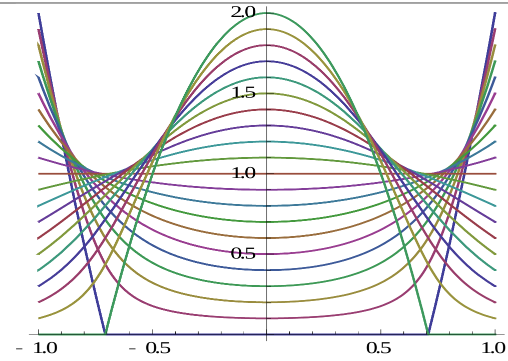


Fig. 3 FSN rexodex prin dublarea variabilelor excentrice θ şi centrice α

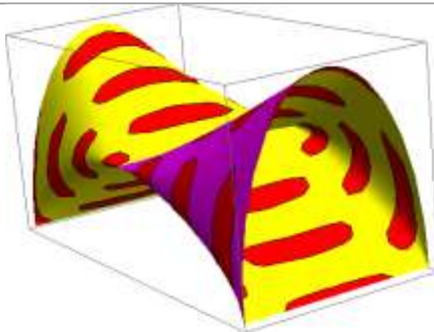
```
ParametricPlot[Evaluate[Table[{Sin[t], −0.1sCos[t] + Sqrt[1
− (0.1sSin[t])^2]}, {s, −10,10}], {t, 0,2Pi}]]
```




```
ParametricPlot[Evaluate[Table[{Cos[t], −0.1sCos[2t] + Sqrt[1
− (0.1sSin[2t])^2]}, {s, −10,10}], {t, 0,2Pi}]]
```




```
ParametricPlot3D[{Sin[t], −0.1sCos[t] + Sqrt[1
− (0.1sSin[t])^2], 0.2s}, {s, −10,10}, {t, 0,2Pi}]]
```



```
ParametricPlot3D[{Cos[t], −0.1sCos[2t] + Sqrt[1
− (0.1sSin[2t])^2], 0.2s}, {s, −10,10}, {t, 0,2Pi}]]
```

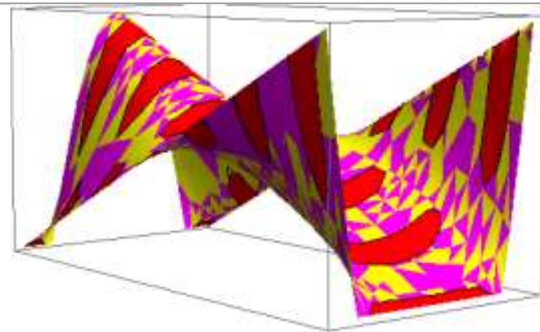


Fig. 4 FSN sinorex şi cosorex de simplă ◀ şi de dublă variabilă ▶ excentrică θ

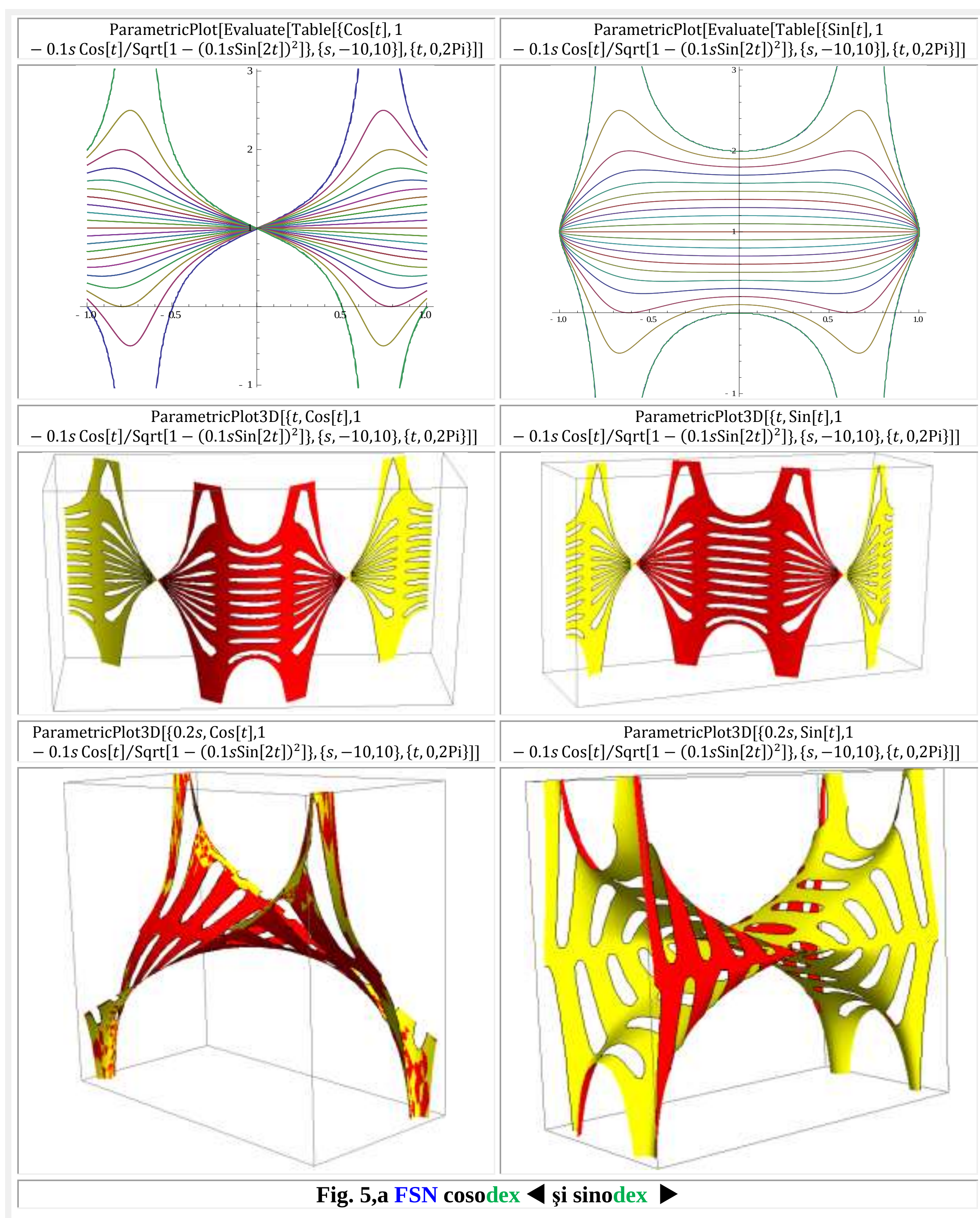


Fig. 5,a FSN cosodex ◄ şi sinodex ►

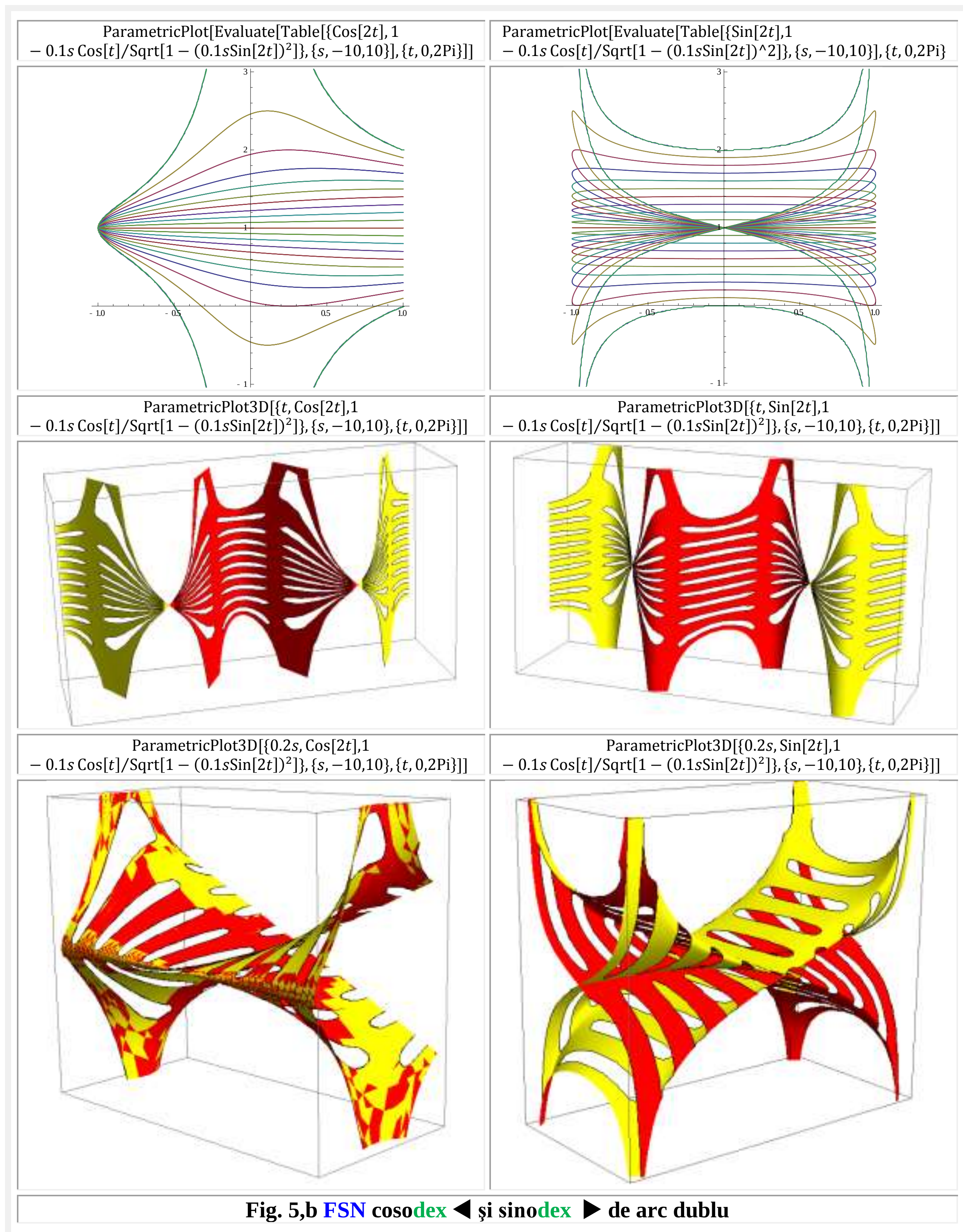


Fig. 5,b FSN cosodex ◀ şi sinodex ▶ de arc dublu

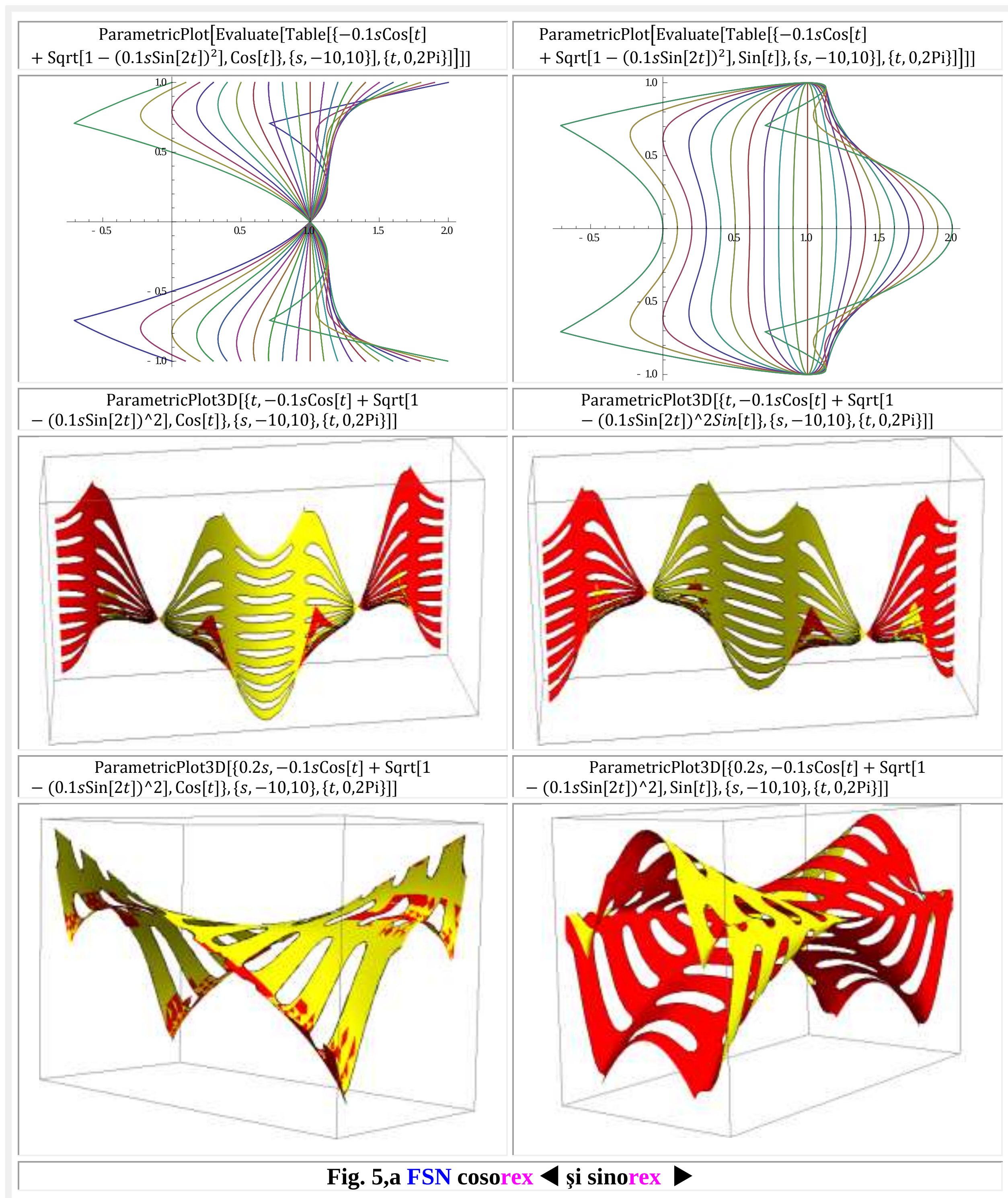


Fig. 5,a FSN cosorex ◀ şi sinorex ▶

Mottouri:" Dacă cineva vrea să determine cu un cuvânt, laconic şi expresiv, esenţa matematicii, acela trebuie să spună că este o ştiinţă despre infinit. "
Henri Poincaré

Ca urmare :
"Matematica pură este ştiinţa în care noi nu ştim despre ce vorbim şi nici dacă este adevărat ceea ce spunem."
Bertrand Russell

CAPITOLUL VIII

FUNCŢIA GAMMA CENTRICĂ, FUNCŢII GAMMA EXCENTRICE şi FUNCŢIA GAMMA CENTRICOEXCENTRICE

1.INTRODUCERE

În matematică, o **ecuație diferențială** este o relație sau ecuaţie dintre o **funcție necunoscută** de una sau mai multe variabile, o relație dintre funcția însăşi şi un număr de derivate ale sale, derivate de diferite ordine. Ecuațiile diferențiale au un rol important în formularea cantitativă a problemelor din știință și tehnică. O ecuație diferențială ordinară determină dependența funcției necunoscute, de o singură variabilă și conține doar derivate în raport cu această variabilă.

FUNCŢII	**ELEMENTARE**	**S P E C I A L E (Supermatematice)**
Schiţa modelului	Ω = ct.; M; θ = Ωt; α = arctank; A; O(0, 0)	Ω = ct.; M; y(t) = A sexΩt; θ = Ωt; A; O(0, 0); x(t) = A cexΩt
Denumirea 1	Model vibrant **liniar** conservativ cu un singur grad de libertate	Model vibrant **neliniar** conservativ cu un singur grad de libertate
Denumirea 2	Mişcarea circulară **centrică** cu viteză unghiulară Ω constantă	Mişcarea circulară **excentrică** cu viteză unghiulară Ω constantă
Ecuaţia	$m\ddot{x} + kx = 0$	$m\ddot{x} + \frac{\epsilon}{\omega}\dot{x} + \omega^2 x = 0$
Soluţia	x(t) = A cos Ω t x_0 = A;	x(t) = x_0 cexΩt Ω = constant; $\omega = \frac{d\theta}{dt}$ = Ω.dexΩt; $\epsilon = \frac{d\omega}{dt}$

Fig. 1 Exemple de sisteme vibrante sau de mişcare circulară centrică (**MCC**) şi, respectiv, excentrică (**MCE**), guvernate de ecuaţii diferenţiale ordinare cu coeficienţi constante (stânga ◄) şi cu coeficienţi variabile (dreapta ►)

www.SuperMatematica.ro; www.SuperMathematica.org; www.SuperMathematica.com

Ea poate fi cu coeficienţi constante sau cu coeficienţi care sunt funcţii, adică variabile. Să exemplificăm:

Arhicunoscuta ecuaţie diferenţială ordinară de ordinul doi cu coeficienţi constanţi

(1) $m\ddot{x} + k.x = 0$

cu soluţia exprimată de **funcţia elementară** trigonometrică sau **circulară centrică** cosinus x(t) = cosα = cosΩt, la proiectarea mişcării circulare centrice pe axa x şi cu sinus y (t) = sinα = sinΩt la proiectarea mişcării pe axa y, adică

(2) $s_x = x_0.\cos\Omega t$ şi/sau $s_y = x_0.\sin \Omega t$

poate reprezenta **mişcarea liniară alternativă** pe direcţia axei x ≡ s_x, a punctului **M_x** de masă **m,** sub acţiunea elementului elastic de **caracteristică elastică statică** liniară (**CES**$_L$), sau de rigiditate k = tanα = constantă, denumită şi mişcare de vibraţie sau vibratorie.

Fie proiecţia pe axa **x** a mişcarii unui punct **M** de masă **m** pe cercul de rază R = A = x_0 cu o viteză unghiulară **Ω** constantă, denumită şi **mişcare circulară centrică** (**MCC**). Denumirea provine din faptul că **mişcarea circulară centrică** este condusă din centrul **O**(**0**, **0**), prin **semidreapta centrică D**$^+$, centrică fiindcă trece prin centrul O(0, 0), sau de raza O**M** aşa cum se prezintă situaţia în stânga ◄ **figurii 1**.

Odată cu apariţia **supermatematicii** (**SM**) →**[7], [8], [9]**, şi, totodată, a funcţiilor supermatematice circulare excentrice (**FSM-CE**) a apărut şi **mişcarea circulară excentrică** (**MCE**) [1], prin care punctul **M** de masă **m** se roteşte tot pe cercul de rază R = A = x_0, dar cu o viteză v = A. **Ω.dex Ωt** variabilă ca şi viteza unghiulară ω = **Ω.dexΩt,** evident, tot variabilă, deoarece conducerea mişcării punctului **M,** de masă **m,** se face din punctul denumit excentru **E**(**e**,ε), în jurul căruia **semidreapta excentrică** generatoare **d**$^+$ = $|\boldsymbol{EM}|$ se roteşte cu viteza unghiulară **Ω** constantă, aşa cum se prezintă situaţia în dreapta ► **figurii 1**.

Precum în cazul anterior, proiecţia **mişcarii circulare excentrice** (**MCE**) pe orice direcţie **x**, **y** sau oarecare **r**, reprezintă o mişcare oscilantă sau de vibraţie liberă, neliniară, de caracterictică elastică neliniară (**CES**$_N$), mişcări studiate de autor şi publicate în lucrările [2], [3], [4] şi [5].

Acum şi aici apare o problemă ! Se zice că sistemele oscilante de **CES**$_N$ neliniare sunt soluţionabile ("exact") doar cu **funcţii speciale** cum ar fi funcţiile eliptice **Jacobi**, consacrate în acest sens. Or, sistemele neliniare, tratate în lucrările anterior amintite, se soluţionează cu **funcţiile supermatematice circulare excentrice** (**FSM**-**CE**) **cexΩt** şi/sau **sexΩt,** cu **funcţiile** supermatematice **qudrilobe** (cvadrilobe) **coqΩt şi/sau siqΩt** ş.a., funcţii **echivalente** şi **la fel de elementare** ca şi funcţiile **circulare centrice** cos**Ωt** şi sin**Ωt** pe care le generalizează, multiplicându-le la infinit !.

Toate **FCC** se pot obţine din **FSM**-**CE** pentru o excentricitate liniară **e** = **s** = 0, ceea ce arată că ambele funcţii circulare, **centrice** şi **excentrice**, sunt la fel de **elementare** ! E simplu de dovedit că şi cele două ecuaţii diferenţiale din **figura 1**, pentru **e** = s = 0 sunt echivalente, deoarece în **CES**$_N$ are tangenta în origine aleasă de pantă **k** = 1. Încă un mit tinde să se spulbere !

O ecuaţie cu derivate parţiale se referă la o funcţie de mai multe variabile şi conţine derivate parţiale.

Leonhard Euler a dat o primă definiţie clară a ecuaţiei diferenţiale, explicând şi în ce constă rezolvarea unei astfel de ecuaţii. După **Euler**, o ecuaţie diferenţială este o relaţie între x, y şi $\boldsymbol{p = \frac{dy}{dx}}$ şi rezolvarea ei constă în găsirea unei relaţii între x şi y care **nu-l mai conţine** pe **p**.

Dintre numeroasele rezultate obţinute de **Euler** în domeniul ecuaţiilor diferenţiale, amintim metoda de rezolvare a ecuaţiilor diferenţiale de ordinul **n** cu coeficienţi constanţi, cu numeroase aplicaţii în mecanică şi fizică.

Profesorul **Ioan I. Vrabie** de la Universitatea "**Al. I. Cuza**" din Iaşi sintetizează foarte bine ce reprezintă pentru un inginer, şi nu numai pentru el, ecuaţiile diferenţiale: "*Pe lângă rezultatele fundamentale proprii acestei discipline, în ideea de a scoate în evidenţă* ***forţa aplicativă*** *a acesteia, am prezentat mai multe* ***modele*** *matematice ce descriu evoluţia unor fenomene din diverse domenii din afara matematicii. Am încercat să convingem cititorul cum, din analiza acestor modele, prin mijloacele proprii ecuaţiilor diferenţiale, se pot obţine* ***informaţii de substanţă*** *cu privire la* ***evoluţia fenomenelor*** *corespunzătoare.*

Totodată ne-am străduit să reliefăm o trăsătură de loc neglijabilă a acestei discipline¸ şi anume, marea ei ***putere de abstractizare****. Este vorba aici de faptul că numeroase fenomene distincte admit modele diferenţiale formal identice şi, drept urmare, din studiul unui singur astfel de model, se pot trage concluzii despre modul de evoluţie a mai multor sisteme reale*." Şi chiar mai mult !

Nu sunt singurul, şi nu pentru ca sunt inginer, care afirmă că multe funcţii speciale au apărut ca o necesitate a soluţionării unor probleme **inginereşti**, cum sunt aceste ecuaţii diferenţiale. La fel a apărut şi **matematica excentrică** (**ME**) şi, odată cu ea, **supermatematica** (**SM**).

Dacă ecuaţiile diferenţiale liniare având nişte constante drept coeficienţi au soluţii care pot fi scrise prin **funcţii elementare**, ca trigonometrice, exponenţiale ş.m.a. ecuaţiile diferenţiale cu coeficienţi variabile au soluţii exprimabile prin serii de puteri, care fie pot fi denumite prin numele celui care le-a descoperit (funcţii **Legendre**, funţii **Bessel**, funcţii **Mathe** ş.m.a.), fie într-un alt mod sau cu o anumită literă grecească.

Alfa (**α**), beta (β), gamma (**γ**), delta (**δ**), epsilon (**ε**), dzetha (ζ), eta (**ϵ**), theta (**θ**) ş.a.m.d. sunt câteva litere de la început, din cele 24 de litere ale alfabetului grec. Din Wikipedia aflăm că "*alfabetul grec își are originile în alfabetul fenician și nu este legat de scrierea liniară B sau alfabetul silabic cipriot, sistemele* ***folosite anterior*** *pentru a reprezenta limba greacă în scris. Literele grecești sunt folosite deseori în notația științifică, mai ales în algebră, geometrie și fizică."*

Câteva funcţii speciale din matematică, ce sunt denumite cu astfel de litere, sunt prezentate în continuare. Se vor prezenta în ordinea alfabetului grec:

- FUNCŢIA **alfa (alpha)**

(3)
$$\begin{cases} \left\{\begin{matrix} aex_{1,2}(\theta, S) \\ \equiv \\ aex_{1,2}\theta \end{matrix}\right\} = \alpha(\theta) = \theta - \beta_{1,2}(\theta) = \theta - \begin{cases} \beta_1(\theta) = \begin{cases} \arcsin[\, s.\sin(\theta - \varepsilon)\,] \\ \arctan \frac{s.\sin(\theta-\varepsilon)}{\sqrt{1-s^2\sin^2(\theta-\varepsilon)}} \end{cases} \\ \beta_2(\theta) = \pi - \begin{cases} \arcsin[\, s.\sin(\theta - \varepsilon)\,] \\ \arctan \frac{s.\sin(\alpha_1-\varepsilon)}{\sqrt{1-s^2\sin^2(\theta-\varepsilon)}} \end{cases} \end{cases} \\ \left\{\begin{matrix} Aex(\alpha_{1,2}, S) \\ \equiv \\ Aex\alpha_{1,2} \end{matrix}\right\} = \theta(\alpha) = \alpha_{1,2} + \beta(\alpha_{1,2}) = \alpha_{1,2} + \begin{cases} \beta(\alpha_1) = \begin{cases} \arcsin \frac{s.\sin(\alpha_1-\varepsilon)}{\sqrt{1+s^2 2s.\cos(\alpha_1-\varepsilon)}} \\ \arctan \frac{s.\sin(\alpha_1-\varepsilon)}{1-s.\cos(\alpha-\varepsilon)} \end{cases} \\ \beta(\alpha_2) = \pi - \begin{cases} \arcsin \frac{s.\sin(\alpha_1-\varepsilon)}{\sqrt{1+s^2 2s.\cos(\alpha_1-\varepsilon)}} \\ \arctan \frac{s.\sin(\alpha_1-\varepsilon)}{1-s.\cos(\alpha_1-\varepsilon)} \end{cases} \end{cases} \end{cases}$$

Este **funcţia esenţială** a supermatematicii (**FSM**), care face trecerea din domeniul vechii **matematici centrice** (**MC**) în cel al noii **matematici excentrice** (**ME**), fiind asemănătoare funcţiei eliptice **Jacobi** **am(u,k),** care face trecerea dela **MC** la matematica eliptică (**MEL**).

Aşa după cum este cunoscut cos[**am(u,k)**] = cn(**u, k**), iar sin[**am(u,k)**] = sn(**u, k**) şi, tot aşa, în **SM**, cos[**aex(θ,S)**] = cex[**θ,S(s, ε)**], iar sin[**aex(θ,S)**]] = sex[**θ,S(s, ε)**].

În partea superioară a relaţiilor (3) sunt **FSM-CE** (alfa) de variabilă **excentrică θ**, având două moduri de exprimare **echivalente**, prin arc sinus şi prin arc tangentă, ca şi cele de variabilă **centrică α**, din partea inferioara a relaţiilor (3).

Din relaţiile (3) mai rezultă un fapt deosebit de important, şi anume, că funcţiile **α**(**θ**) = aexθ şi **θ**(**α**) = **Aexα sunt funcţii inverse una alteia** ! (v. [14],[15]).

- FUNCŢIA **beta**

În matematică, funcția beta numită, de asemenea, integrala **Euler** de primul tip, este considerată ca o funcție specială definita de integrala

(4) $B(x, y) = \int_0^1 t^{x-1}(1-t)^{y-1}dt,$ pentru $Re(x), Re(y) > 0$.

Funcția **beta** a fost studiată de către **Euler** şi **Legendre** şi i-a fost dată notaţia **B** de către **Jacques Binet** iar simbol ei este un **β** grecesc, mai degrabă decât litera latină similară B.

Cu toate acestea, nu are nimic de-a face cu litera **β** din alfabetul grecesc, ci cu **B** de la **Binet**, spre deosebire de **FSM-CE beta excentrică**, ca de exemplu **bex**[θ, **S**(**s**, ε)] ≡ **β**(**θ**) = arc sin[s sin(θ− ε), extrasă din relaţiile (3) şi care, aşa cum se poate deduce din relaţiile (3), întră în expresia funcţiilor **alfa**.

- FUNCŢIA **gamma**

Funcţia **Gamma** este introdusă în matematică de **Leonhard Euler** în momentul când acesta pune problema extinderii factorialului obişnuit **n!** pentru valori naturale ale lui **n**, la toate valorile reale sau complexe ale lui **n.** Dar, problema este, se pare, sugerată întâi de **Bernoulli** şi de **Goldbach**.

Tratarea mai pe larg a funcţiei **gamma centrice** se face, în continuare, în paragraful **§2**, iar a funcţiilor **gamma excentice** în **§3.**

- FUNCŢIA **delta** .

Aflăm de pe Wikipedia:

*“**Funcția lui Dirac δ(x)** nu este o funcție obișnuită, ci o funcție generalizată (sau o distribuție). Poartă numele fizicianului englez P.A.M.Dirac care a utilizat-o extensiv în formularea sa a mecanicii cuantice, dar prezența ei în matematică este mai veche și e de exemplu implicită în folosirea integralei Stieltjes. Introducerea ei simplifică considerabil prezentările diferitelor capitole ale fizicii matematice.*

*Descrierea matematică riguroasă a statutului funcției lui **Dirac** (și a altor funcții generalizate) este datorită lui Laurent Schwartz*

Calitativ, ea poate fi concepută ca o funcție care este egală cu zero peste tot, cu excepția lui x = 0 unde este infinită, dar astfel încât

(5) $\int_I \delta(x')\, dx' = 1$

*pentru orice interval **I** care-l conține pe x = 0. De aceea, se poate afirma că integrala indefinită a funcției **Dirac** este treapta unitate Heaviside.”*

Funcţie treaptă ce poate fi descrisă, aşa cum s-a mai arătat şi cu **FSM-CE** derivata excentrică **dexθ** ca şi cu funcţiile quadrilobe (cvadrilobe) coqθ şi siqθ [12], [13], toate pentru o valoare a excentricităţii numerice **s** = 1.

- FUNCŢIA **epsilon**.

Autorul nu cunoaşte o funcţie cu această denumire. El a notat cu **ε excentricitatea unghiulară** a excentrelor **E**(e, ε) şi **S**(s, ε), din cercurile de raza R oarecare şi, respectiv, R = 1 în cercul unitate, în care **e** şi **s** sunt excentricitaţile liniare **reale e** şi, respectiv, **numerice s** = $\frac{e}{R}$, în care **R** este raza unui cerc oarecare, astfel că, pentru cercul unitate / trigonometric, de R = 1, cele două excentricităţi liniare sunt numeric egale **e** = **s**.

Aşa cum s-a mai afirmat, dacă excentrele **E** şi S sunt puncte mobile în planul cercurilor lor, atunci **e** şi **s** ca şi/sau **ε** nu mai sunt constante, ci **variabile**, adică **reprezintă funcţiile** după care are loc mişcarea excentrelor **E** şi **S** în planul cercurilor lor. Un astfel de caz este prezentat în lucrarea [**Şelariu Mircea Eugen**,“**MIŞCAREA CIRCULARĂ EXCENTRICĂ (MCE) DE EXCENTRU PUNCT MOBIL /VARIABIL**”, www.cartiaz.ro].

- FUNCŢIA **dzeta / (zeta).** Funcţia **dzeta / (zeta)** a lui **Riemann** ζ(z) este o funcție de variabilă complexă ***s***, inițial definită prin următoarea serie infinită:

(6) $\zeta(s) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^s}$

pentru anumite valori ale lui ***s*** și apoi continuată analitic la toate numerele complexe ***s*** ≠ 1. Această serie Dirichlet converge pentru toate valorile reale ale lui ***s*** mai mari ca 1.

Problemele matematice formulate de **David Hilbert** la Congresul Internaţional de Matematică de la Paris din 1900 a cuprins în **Lista lui Hilber**, la punctul 8, o cerinţă încă nerezolvată integral:

Să se demonstreze **ipoteza lui Riemann** conform căreia funcţia zeta a lui **Riemann**

(7) $\zeta(s) = 1 + \frac{1}{2^s} + \frac{1}{3^s} + \frac{1}{4^s} + \cdots$

are toate zerourile din semiplanul drept situate pe dreapta verticală Re(s) > 0, Re(s) = 1 / 2.

Utilizându-se o abordare experimentală, această ipoteză a fost confirmată prin calculul primelor câtorva **milioane de zerouri**. **Bompieri** a arătat că ipoteza are loc cu probabilitatea 1, în raport cu un anumit câmp de evenimente. Problema este importantă, rezolvarea ei permiţând soluţionarea şi a altor probleme ca aceea a lui **Goldbach**.

2 FUNCŢIA GAMMA CENTRICĂ

Funcţia **gamma centrică** este notată cu **Γ**, iar cele excentrice cu Γ_E.

Funcţia **gamma centrică** a fost introdusă în matematică de **Leonhard Euler** (1720) când acesta încearca să rezolve problema extinderii factorialului (!) la numere reale şi complexe.

Pentru z ∈ C \ {0, −1, −2, . . .}, funcţia gamma, Γ(z), se defineşte prin

(8) $\Gamma(z) = \lim\limits_{k \to \infty} \frac{k! k^{z-1}}{(z)k}$

în care (z) k = z(z + 1) . . . (z + k − 1), k > 0, (z) 0 = 1, z ∈ ℝ sau ℂ

Notația Γ(z) i se datorează lui Adrien-Marie Legendre.

Dacă partea reală a numărului complex z este pozitivă (Re[z] > 0), atunci integrala

(9) $\int_0^{\infty} \frac{t^{z-1}}{e^t} dt$

este absolut convergentă. Folosind integrarea prin părți, se poate arăta că

Γ(z + 1) = z Γ(z)

Această ecuație funcțională generalizează relația *n*! = *n*×(*n*-1)! a funcției factorial. Se poate evalua Γ(1) analitic:

$\Gamma(1) = \int_0^{\infty} e^{-t} dt = \lim\limits_{k \to \infty} -e^{-t} \Big|_0^k = -0 - 1 = 1$

Combinând aceste două relații, rezultă că **funcția factorial** este un caz particular al funcției **gamma centrică** :

Γ(n + 1) = n Γ(*n*) = … = n! Γ(1) = n !

pentru orice număr natural *n*.

Din această definiţie rezultă imediat

(8') Γ(z + 1) = z Γ(z) → Γ(z + 1) = z!, z ∈ ℕ → Γ(1) = 1 .

Încercând să calculeze aria unui sfert de cerc, arie dată de integrala (9), **Wallis** a obţinut o expresie pentru numărul π prin intermediul funcţiei **gamma**

(10) $\frac{\pi}{4} = \int_0^1 \sqrt{1 - z^2} dz = \frac{1}{2} \int_{-1}^1 \sqrt{(1-z)(1+z)}\, dz = \left[\Gamma(\frac{3}{2})\right]^2$

Pentru un număr complex *z*, cu partea reală pozitivă, funcția **gamma** se definește prin integrala

(11) $\Gamma(z) = \int_0^{\infty} t^{z-1} e^{-t} dt$

Funcția **gamma centrică** este o componentă a mai multor distribuții de probabilitate, și deci are aplicații în domeniile probabilităţilor, statisticii și combinatoricii.

Dacă *n* este un număr întreg pozitiv, atunci

(12) Γ(n) = (n – 1) !

ceea ce arată legătura funcției **gamma** cu factorialul numerelor întregi pozitive.

În **figurile 2** şi **3** sunt prezentate graficele funcţiilor **gamma centrice** de variabilă reală **x** şi, respectiv, de variabilă complexă **z = x + i y**.

Plot[Gamma[x], {x, −1.5Pi, 2Pi}]

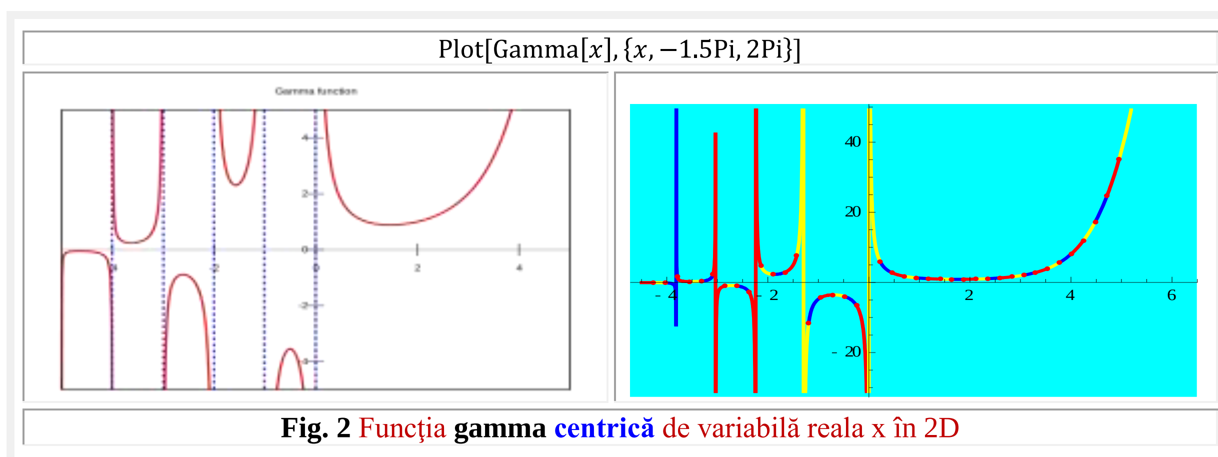


Fig. 2 Funcţia **gamma centrică** de variabilă reala x în 2D

Plot3D[Abs[Gamma[$x + Iy$]], {x, −4.5,5}, {y, −5,5}, PlotPoints → 50, PlotRange → {0,6}, ViewPoint → {−2, −2.5,1}, Boxe → False, BoxRatios → Automatic, AxesEdge → {{−1, −1}, {−1, −1}, {1, −1}}, Mesh → {9,9,5}, MeshSt → {Black, Black, Opacity[0.4]}, MeshFunctions → {Min[#1,2 ∗ (#1 + 2)]&, #2&, #3&}, RegionFunction → Function[{x, y, z}, Abs[Gamma[$x + Iy$]] ≤ 6], AxesLabel → {Re[z], Im[z]}, PlotLabel → Style[Abs[Gamma[z]], 20]]

Fig. 3 Funcţia **gamma centrică** de variabila complexă în 3D

2. FUNCŢII GAMMA EXCENTRICE

Trecerea din domneiul matematicii centrice (**MC**) în cel al matematicii excentrice (**ME**) se realizează, aşa cum s-a mai afirmat, aidoma trecerii de la **matematica circulară centrică** la **matematica eliptică centrică**. Dacă funcţiile trigonometrice / circulare centrice cosinus **cosx** şi sinus **sinx** trec în funcţii eliptice corespondente **cn(u,k)** şi **sn(u,k)** prin înlocuirea variabilei x cu funcţia amplitudine centrică **am(k,u),** aşa cum s-a mai aratat anterior, atunci

(13) $$\begin{cases} cn(u,k) = \cos[am(u.k))] \\ sn(u,k) = \sin[am(u.k))] \end{cases}$$

Tot aşa, trecerea din **MC** în **ME**, de la funcţii **gamma centrice** la funcţii **gamma excentrice** se face prin înlocuirea variabilelor **x** şi, respectiv, **z = x + i.y** cu funcţia amplitudine excentrică **aex(θ,S)** pentru a obţine funcţii **gamma excentrice** de variabilă excentrică **θ** şi respectiv cu funcţia **Aex(α,S)** pentru a obţine **funcţii gamma excentrice de variabilă centrică α**.

Reamintim că cele două tipuri de funcţii amplitudine excentrică au ecuaţiile date de relaţiile (3).

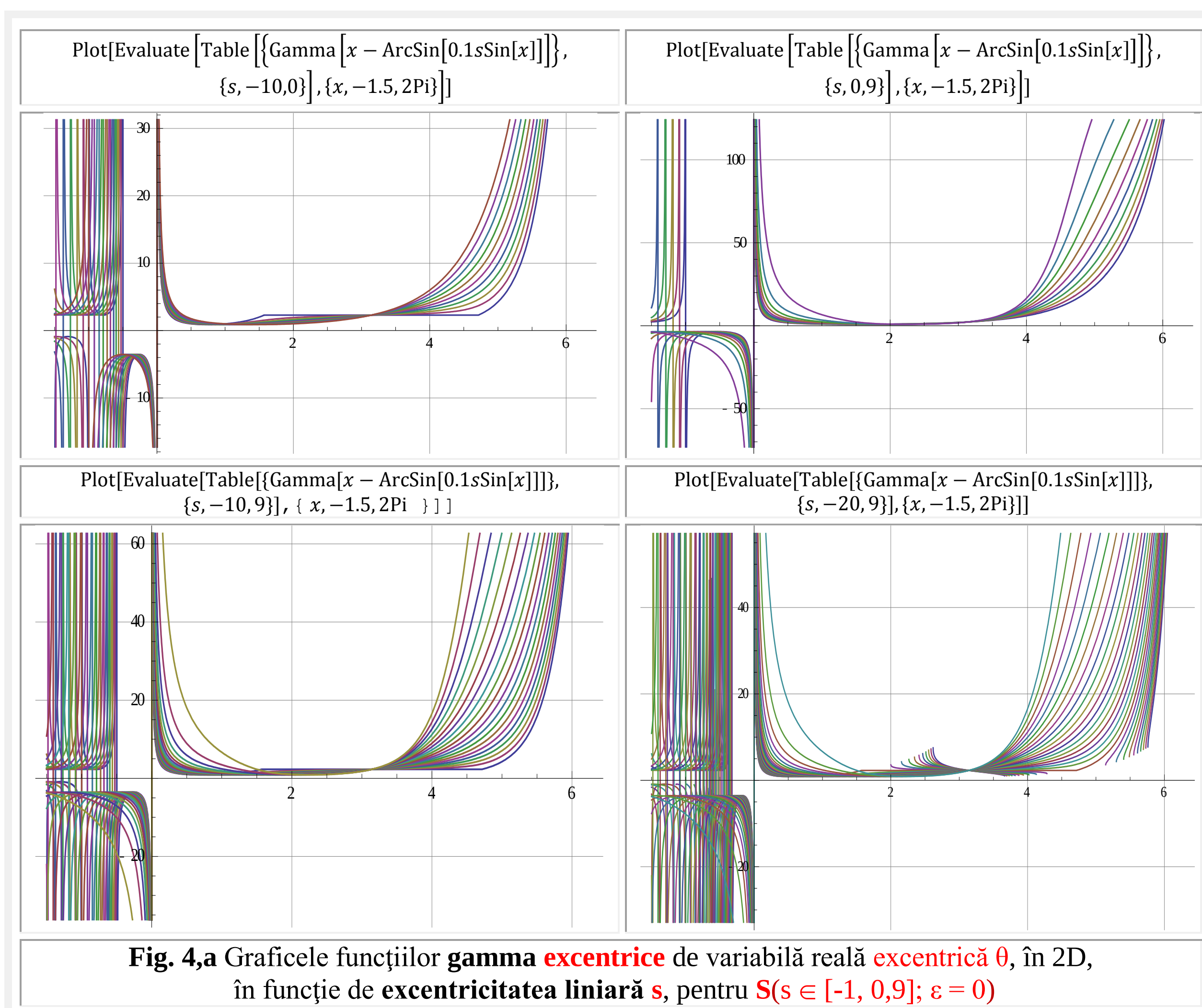
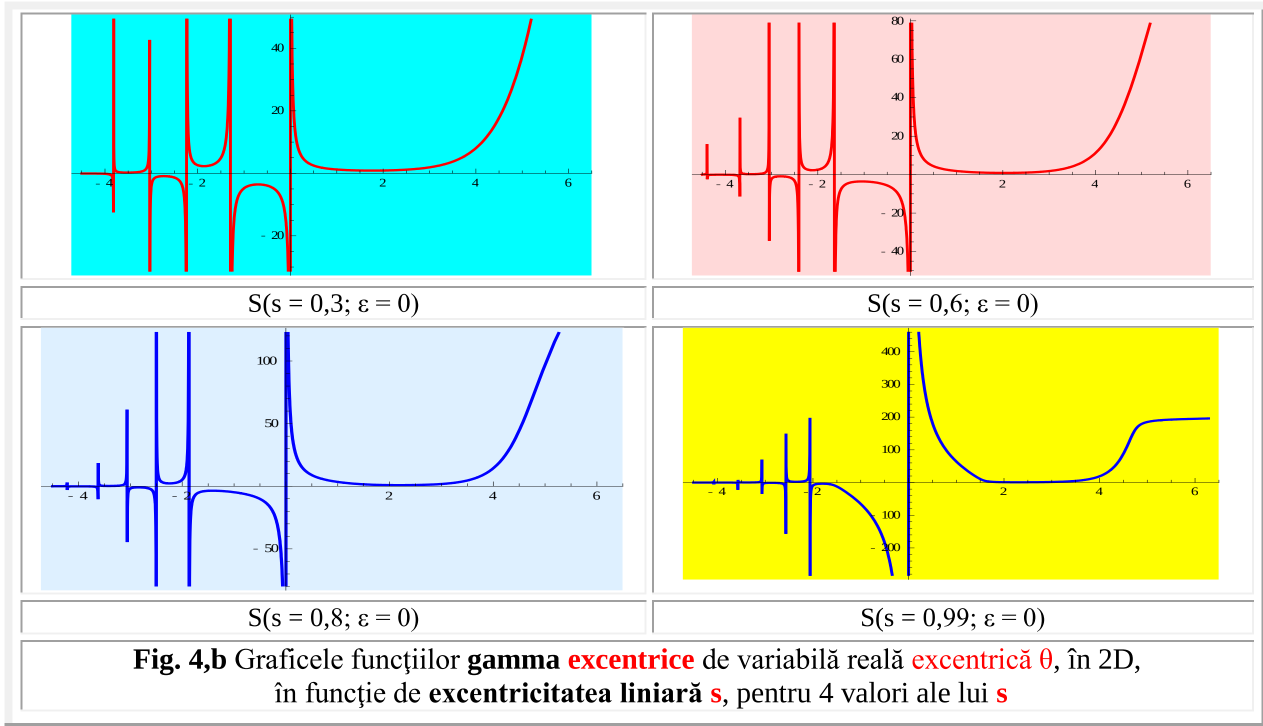


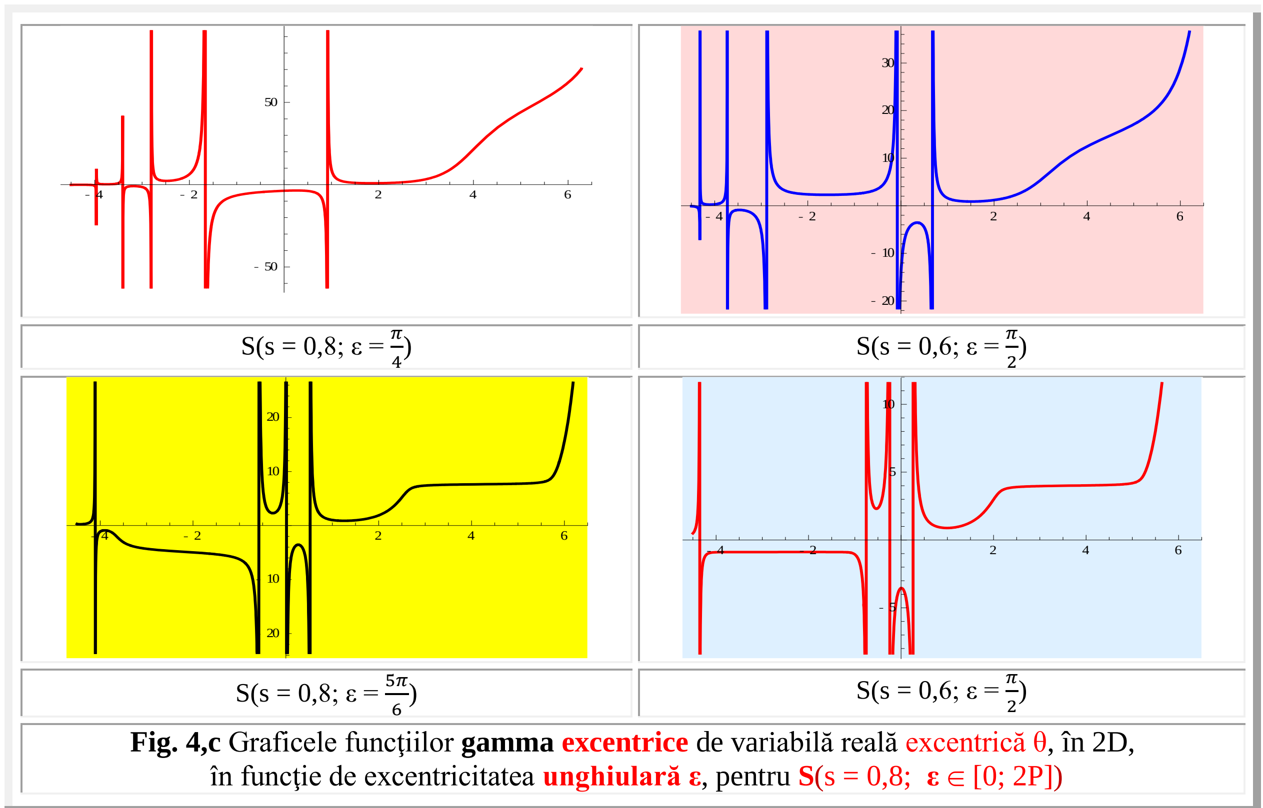
Fig. 4,a Graficele funcţiilor **gamma excentrice** de variabilă reală excentrică θ, în 2D, în funcţie de **excentricitatea liniară s**, pentru **S**(s ∈ [-1, 0,9]; ε = 0)



S(s = 0,3; ε = 0) S(s = 0,6; ε = 0)

S(s = 0,8; ε = 0) S(s = 0,99; ε = 0)

Fig. 4,b Graficele funcţiilor **gamma excentrice** de variabilă reală excentrică θ, în 2D, în funcţie de **excentricitatea liniară s**, pentru 4 valori ale lui **s**



S(s = 0,8; ε = $\frac{\pi}{4}$) S(s = 0,6; ε = $\frac{\pi}{2}$)

S(s = 0,8; ε = $\frac{5\pi}{6}$) S(s = 0,6; ε = $\frac{\pi}{2}$)

Fig. 4,c Graficele funcţiilor **gamma excentrice** de variabilă reală excentrică θ, în 2D, în funcţie de excentricitatea **unghiulară ε**, pentru **S**(s = 0,8; **ε** ∈ [0; 2P])

Reuniunea celor două domenii matematice **centric** (**MC**) şi excentric (**ME**) a oferit posibilitatea obţinerii unui nou şi deosebit de important domeniu matematic, cel al **super-matematicii** (**SM**), adică **MC** ∪ **ME** = **SM.**

În **figura 4,a** sunt prezentate graficele funcţiilor **gamma excentrice** de variabilă excentrică **θ**, în funcţie de excentricitatea liniară numerică **s**, în domeniul **s** ∈ [-1; 0,9] pentru excentricitatea unghiulară ε menţinută la valoarea nulă, adica ε = 0. În **figura 4,b** s-au extras patru grafice din **figura 4,a** cu menţinerea constantă a excentricităţii unghiulare **ε**. În **figura 4,c** s-a urmărit modificarea graficelor funcţiilor **gamma excentrice** prin varierea excentricităţii unghiulare ε la valorile $\varepsilon = \frac{\pi}{4}$ şi $\varepsilon = \frac{\pi}{2}$ şi $\frac{5\pi}{6}$.

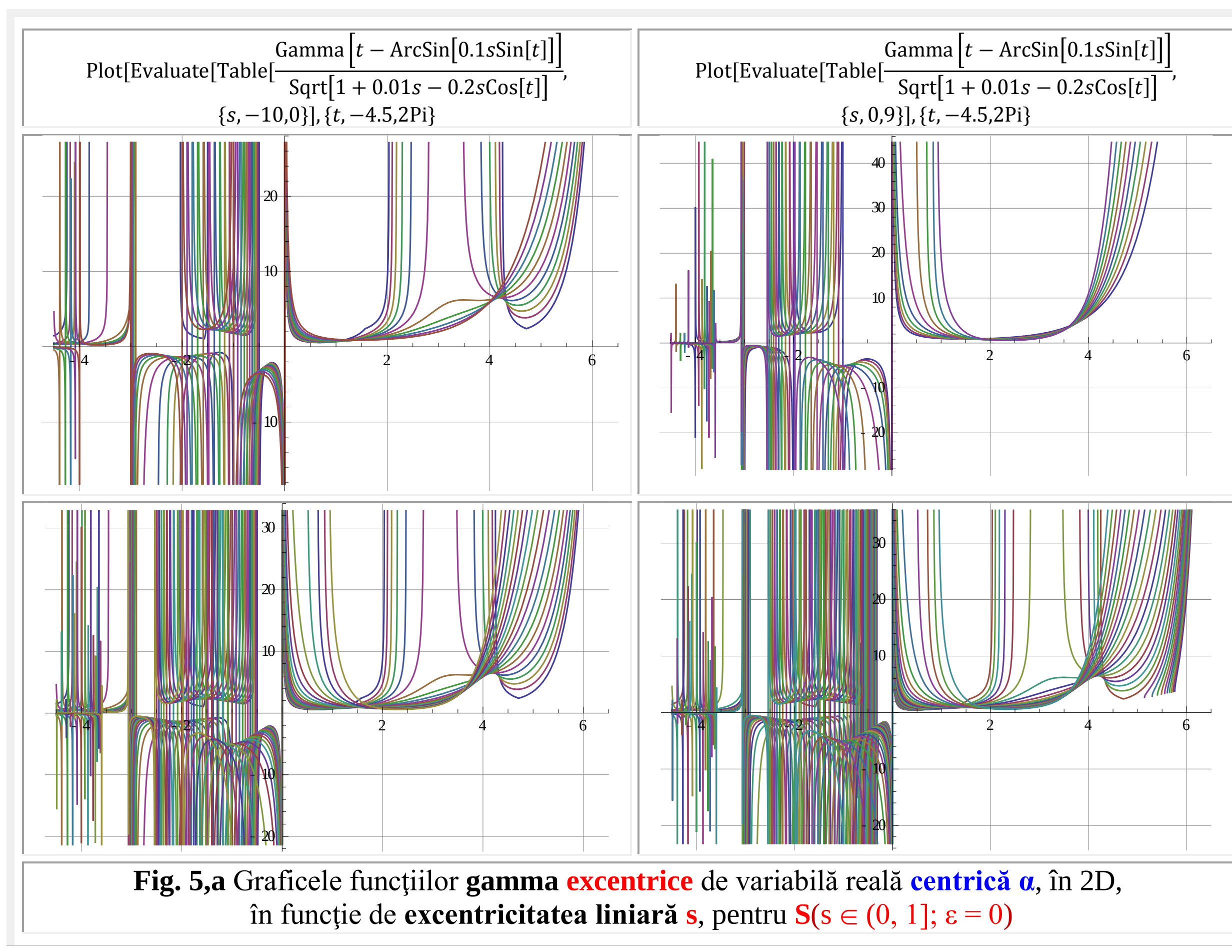


Fig. 5,a Graficele funcţiilor **gamma excentrice** de variabilă reală **centrică α**, în 2D, în funcţie de **excentricitatea liniară s**, pentru **S**(s ∈ (0, 1]; ε = 0)

În spaţiul complex, funcţiile gamma de variabilă complexă se obţin prin înlocuirea variabilei complexe centrice **z = x + i y** cu funcţia de **variabilă excentrică θ**

(14) $z = \mathrm{aex}(\mathbf{x}(\theta),S_x) + i\ \mathrm{aex}(\mathbf{y}(\theta),,S_y)$

pentru funcţiile **gamma excentrice** de **variabilă complexă excentrică** şi cu

(15) $\mathbf{Z} = \mathrm{Aex}(X(\alpha),S_x) + i\ \mathrm{Aex}(Y(\alpha),S_y)$

în cazul funcţiilor **gamma excentrice** de **variabilă complexă centrică α.**

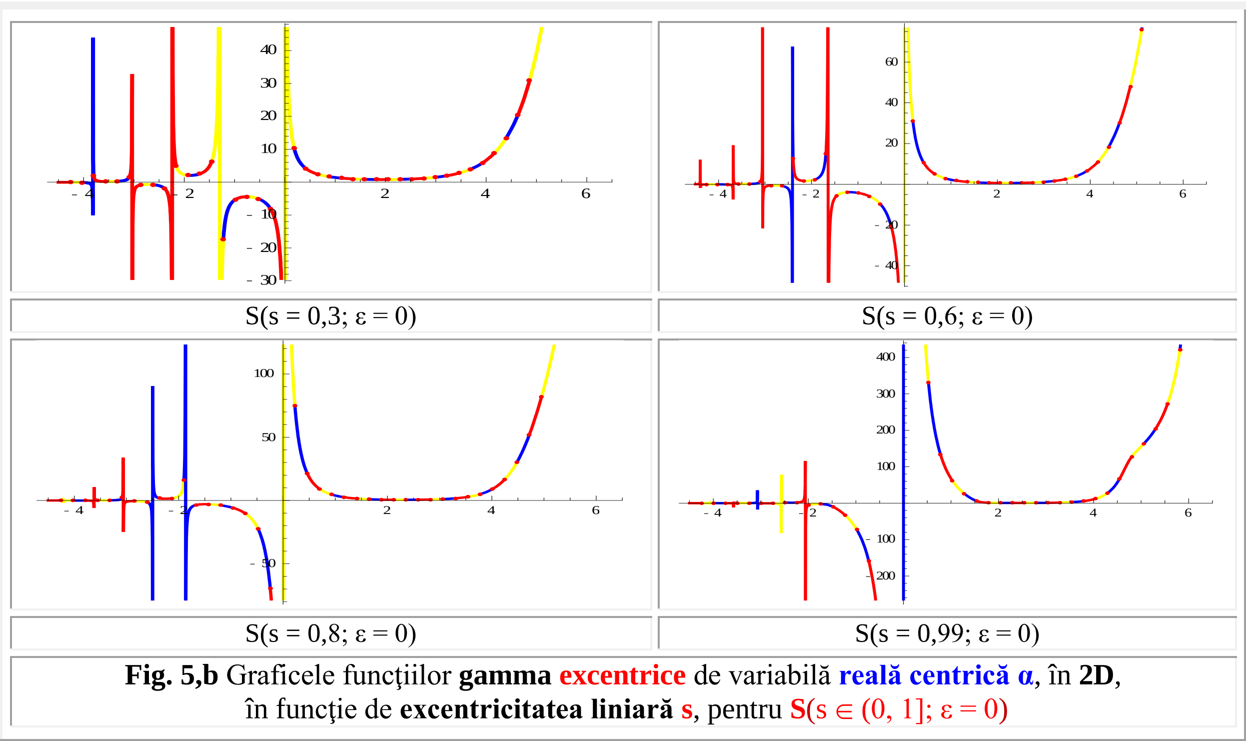


Fig. 5,b Graficele funcţiilor **gamma** **excentrice** de variabilă **reală centrică α**, în **2D**, în funcţie de **excentricitatea liniară s**, pentru $S(s \in (0, 1];\ \varepsilon = 0)$

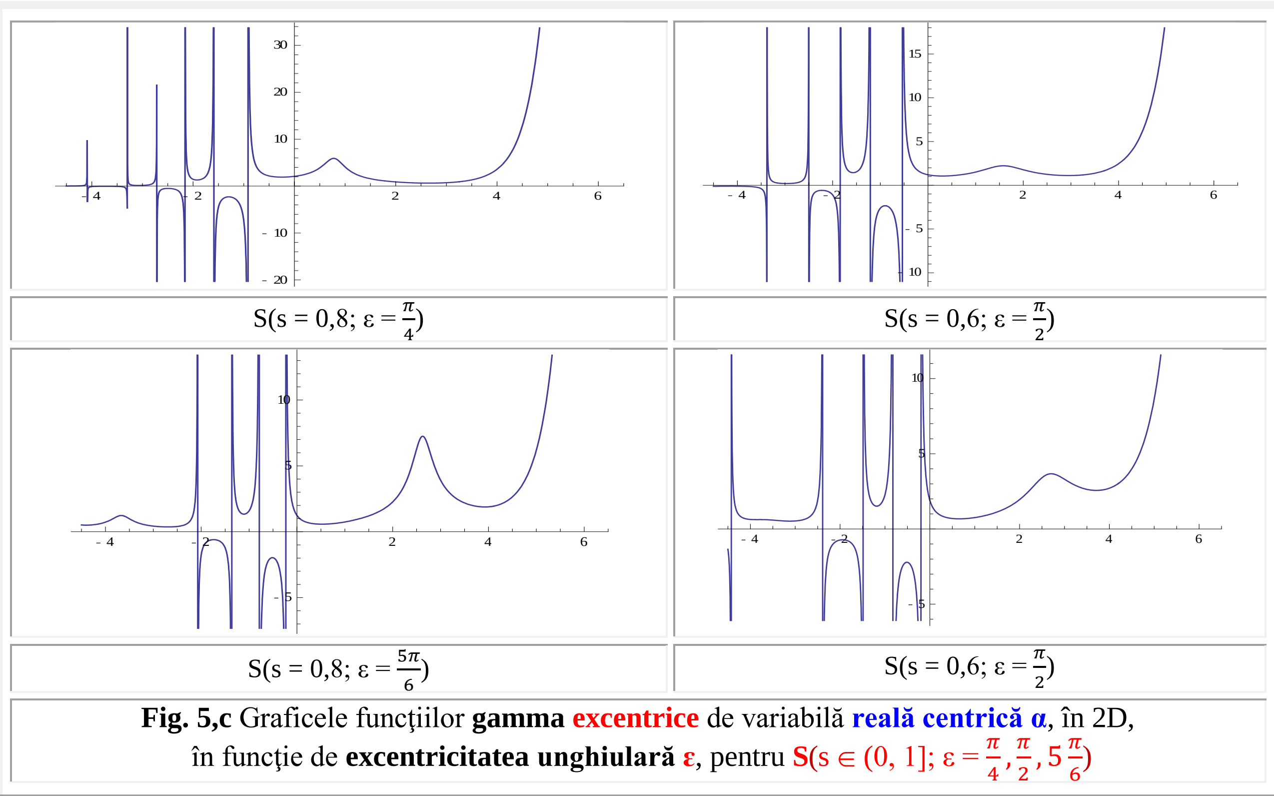


Fig. 5,c Graficele funcţiilor **gamma** **excentrice** de variabilă **reală centrică α**, în 2D, în funcţie de **excentricitatea unghiulară ε**, pentru $S(s \in (0, 1];\ \varepsilon = \frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{2}, 5\frac{\pi}{6})$

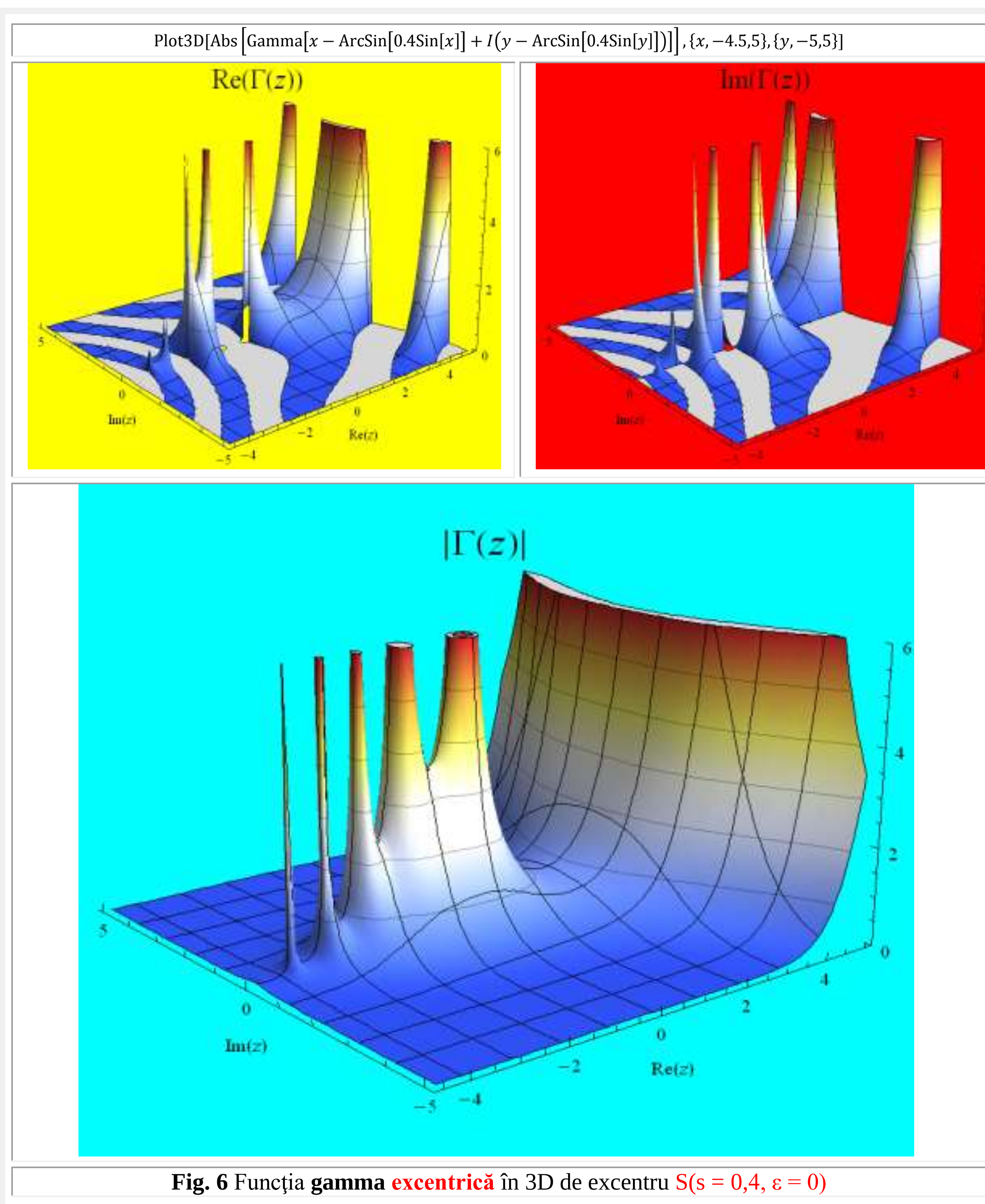


Fig. 6 Funcţia **gamma excentrică** în 3D de excentru S(s = 0,4, ε = 0)

In **figurile 4** sunt prezentate funcţiile **gama excentrice** de variabilă reală **excentrică θ**, iar în **figurile 5** cele de variabilă reală **centrică α**.

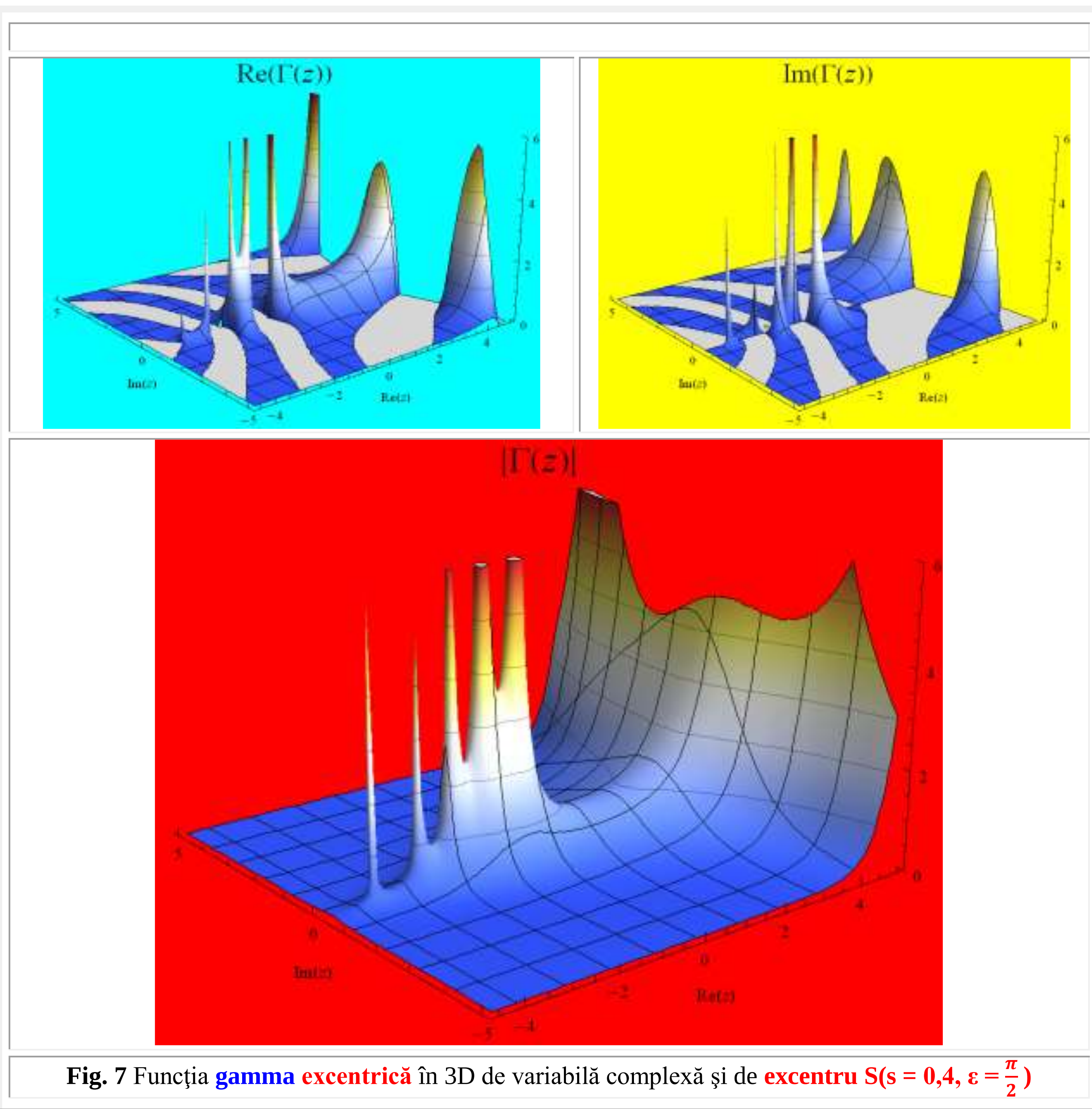
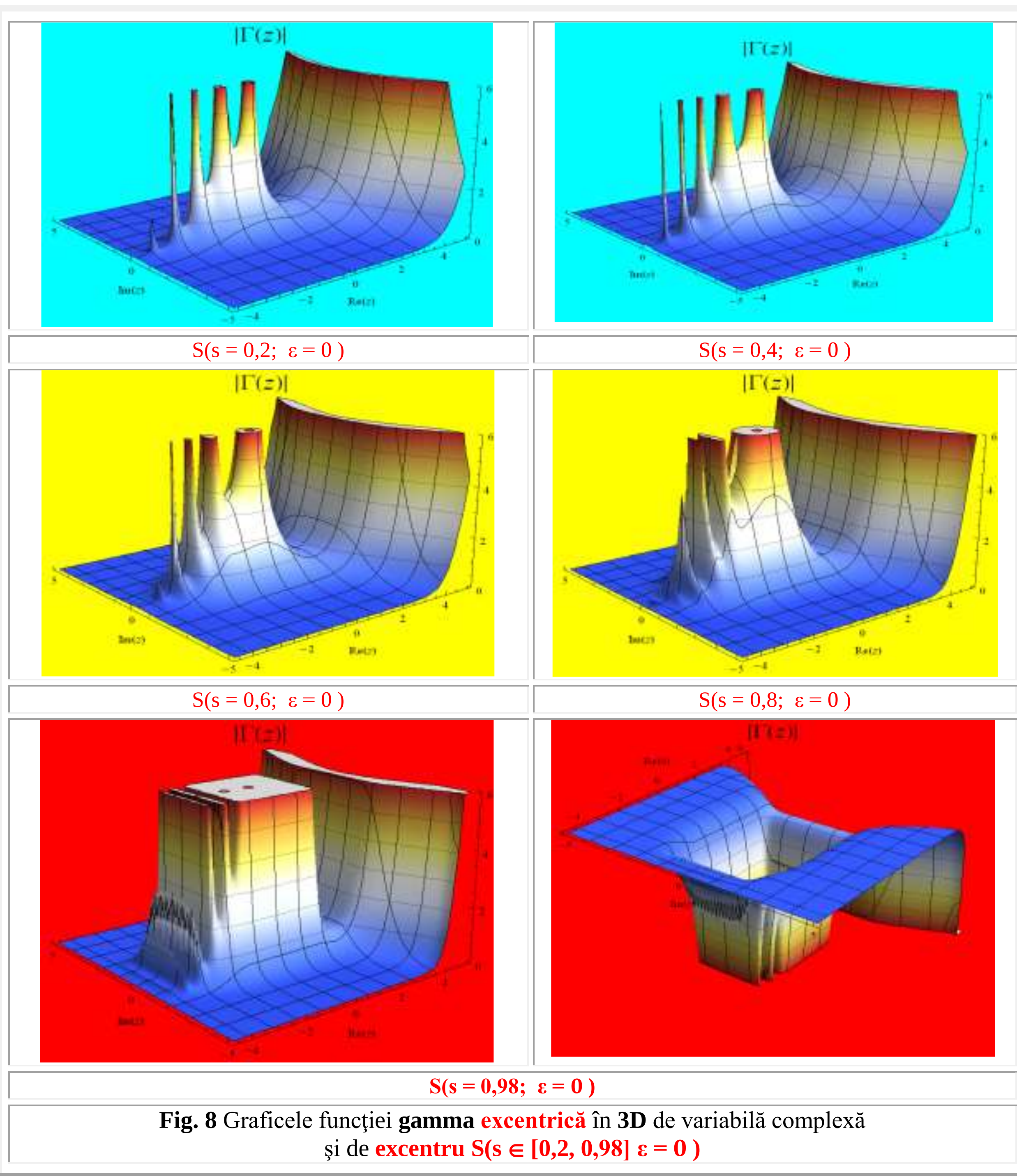


Fig. 7 Funcţia **gamma excentrică** în 3D de variabilă complexă şi de **excentru S(s = 0,4, ε = $\frac{\pi}{2}$)**

Figurile 6 şi **figurile 7** redau graficele în 3D ale funcţiilor **gama excentrice** de variabilă complexă **excentrică θ**, pentru un **excentru S(s = 0,4; ε = 0)** şi respectiv, pentru **S(s = 0,4; ε = $\frac{\pi}{2}$).** Sunt prezentate partea imaginară, partea reală, precum şi valoarea absolută a funcţiilor.

În **figura 8** sunt prezentate funcţiile **gamma excentrice** de variabile complexe excentrice pentru mai multe valori ale excentricitatii liniare numerice **s** şi anume: S(s **∈ [**0,2, 0,98] **ε** = 0), numai pentru valoarea lor absolută $|\Gamma(\theta)_E| \equiv |\Gamma(z)|$.



S(s = 0,2; ε = 0) S(s = 0,4; ε = 0)

S(s = 0,6; ε = 0) S(s = 0,8; ε = 0)

S(s = 0,98; ε = 0)

Fig. 8 Graficele funcţiei **gamma excentrică** în **3D** de variabilă complexă
şi de **excentru S(s ∈ [0,2, 0,98] ε = 0)**

3. FUNCŢII GAMMA CENTRICOEXCENTRICE

Prin înlocuirea lui x cu cex(x) şi a lui y = sex(y) în ecuaţiile funcţiilor ***gamma centrice*** au fost obţinute funcţii gamma excentrice. Prin păstrarea parametrului x = cosx în domniul centric şi a lui y în cel **excentric** (y = sexy) se vor obţine funcţii **gamma centricoexcentrice** de variabile complexe cu parţile ▼ reală, imaginară şi absolută reprezentate în **figura 9** pentru **S(0,98; π/2)** ◀ şi **S(0,2; 0)** ▶.

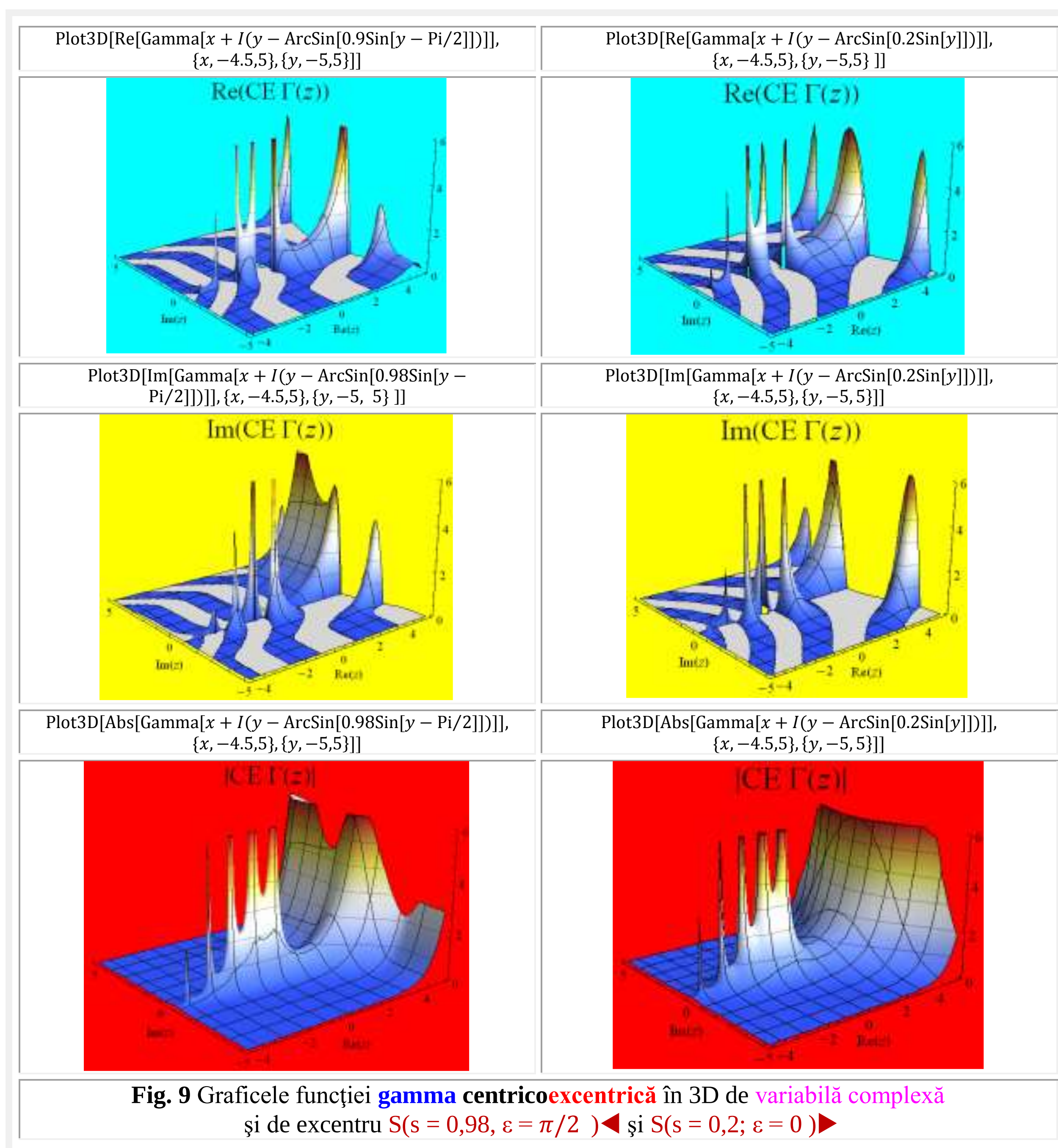


Fig. 9 Graficele funcţiei **gamma centricoexcentrică** în 3D de variabilă complexă şi de excentru S(s = 0,98, ε = $\pi/2$)◀ şi S(s = 0,2; ε = 0)▶

Prin înlocuirea lui x cu **cosx** şi al lui y cu aexy = $y - \arcsin(0{,}98.\sin y)$, se obţin funcţiile gamma centricocircularoexcentrice (**Fig. 11 şi 12** ◀) şi pentru x → **sinx** cele din dreapta ▶

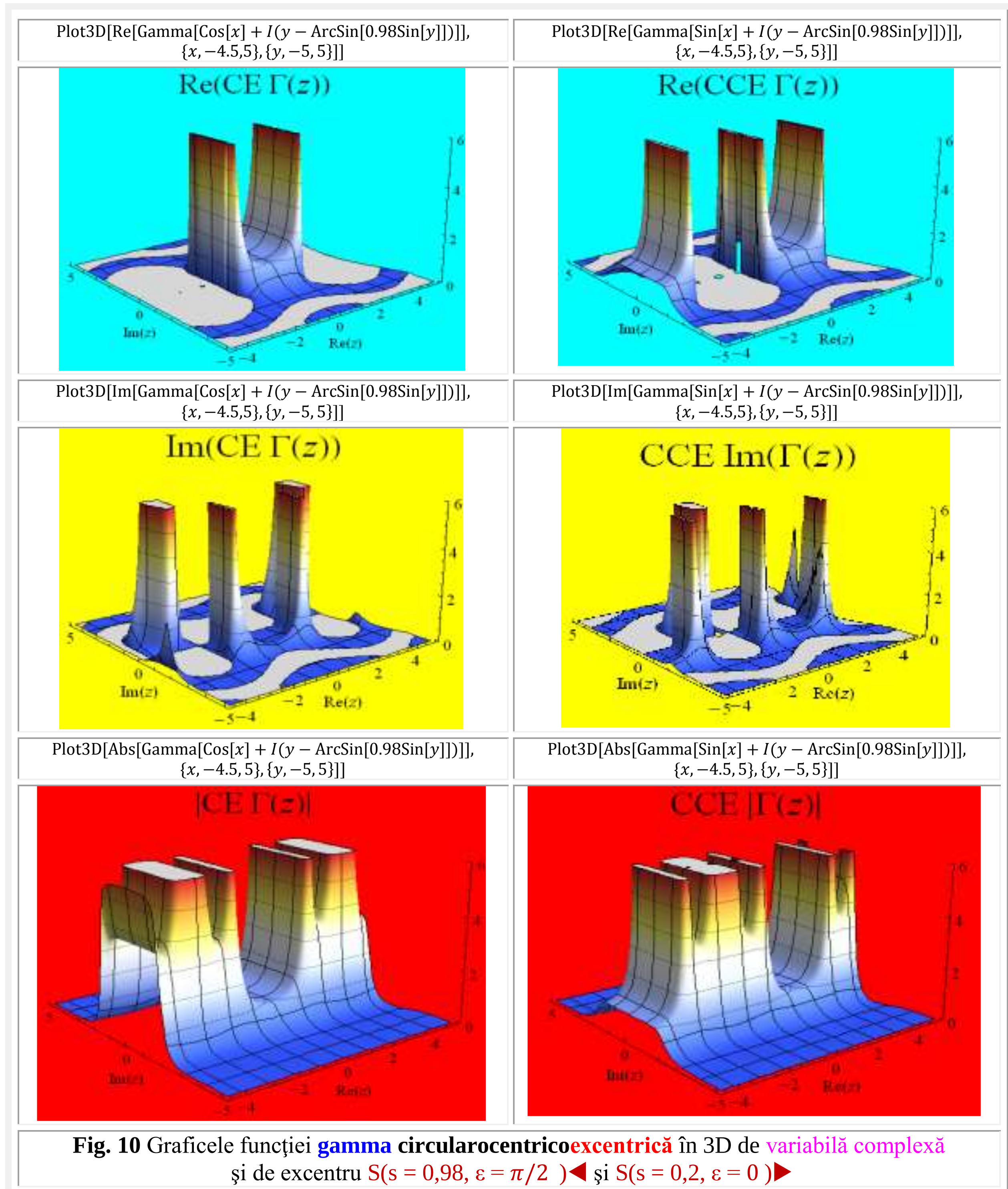


Fig. 10 Graficele funcţiei **gamma circularocentricoexcentrică** în 3D de variabilă complexă şi de excentru S(s = 0,98, ε = $\pi/2$)◀ şi S(s = 0,2, ε = 0)▶

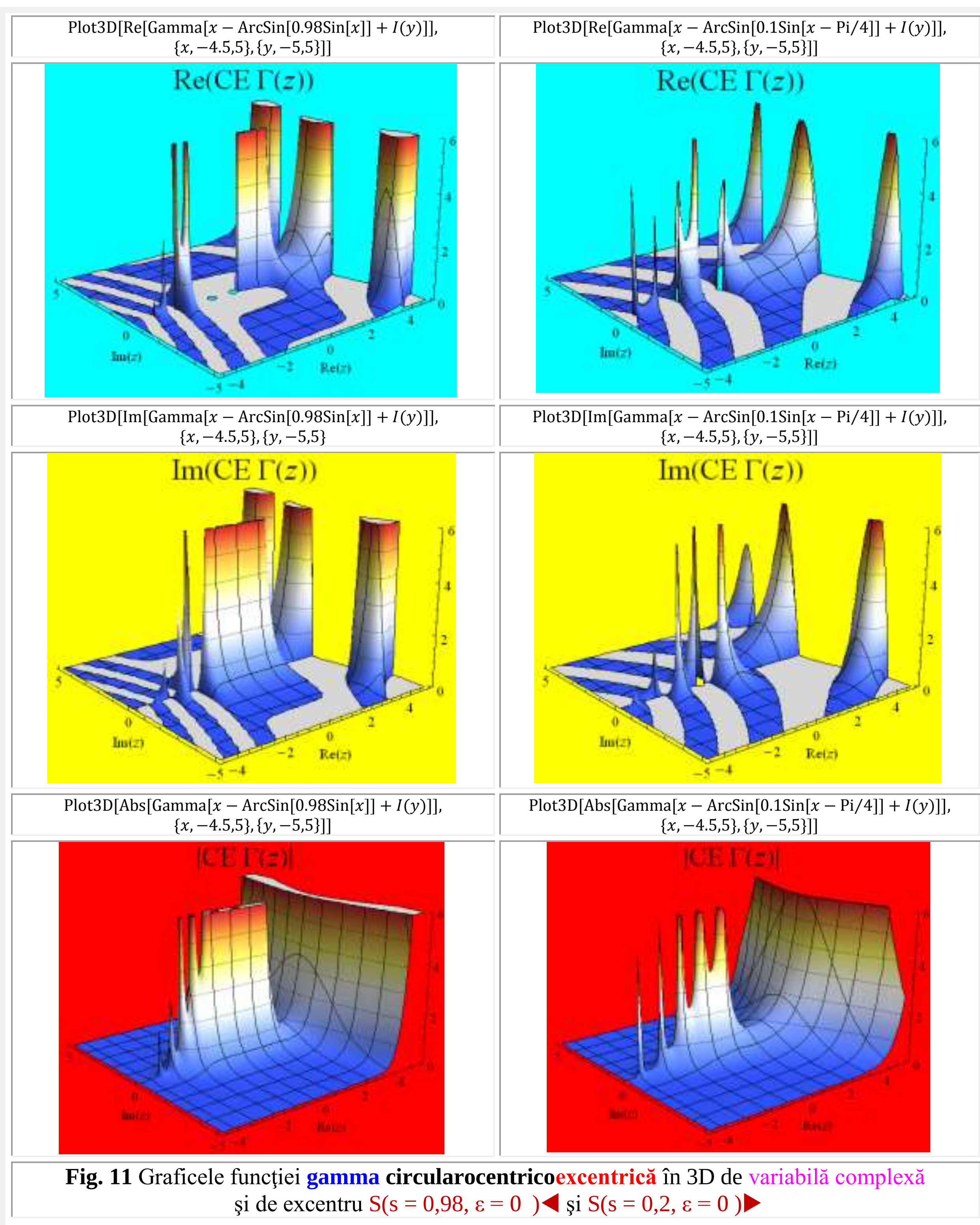


Fig. 11 Graficele funcţiei **gamma circularocentricoexcentrică** în 3D de variabilă complexă şi de excentru S(s = 0,98, ε = 0)◀ şi S(s = 0,2, ε = 0)▶

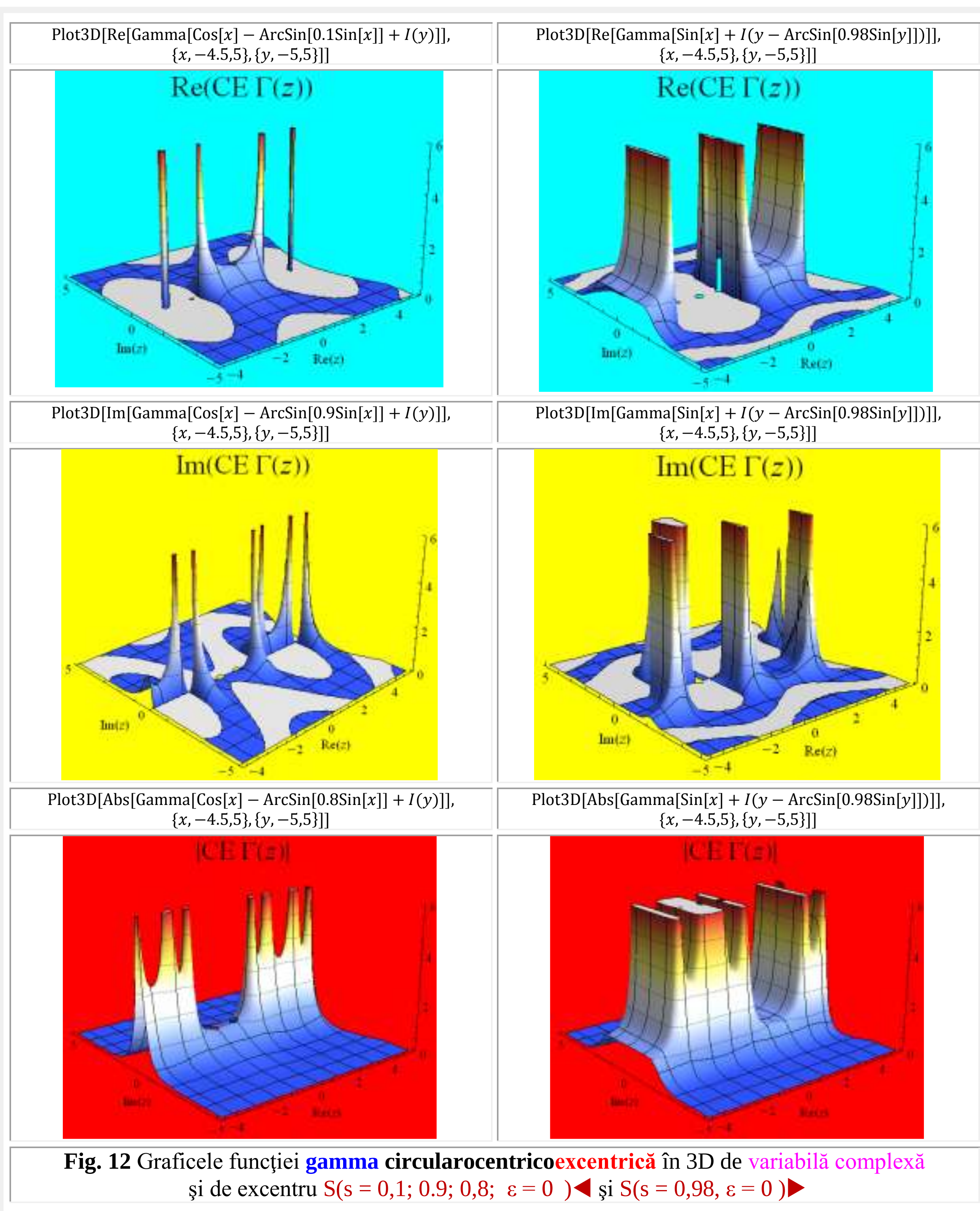


Fig. 12 Graficele funcţiei **gamma circularocentricoexcentrică** în 3D de variabilă complexă şi de excentru S(s = 0,1; 0.9; 0,8; ε = 0)◀ şi S(s = 0,98, ε = 0)▶

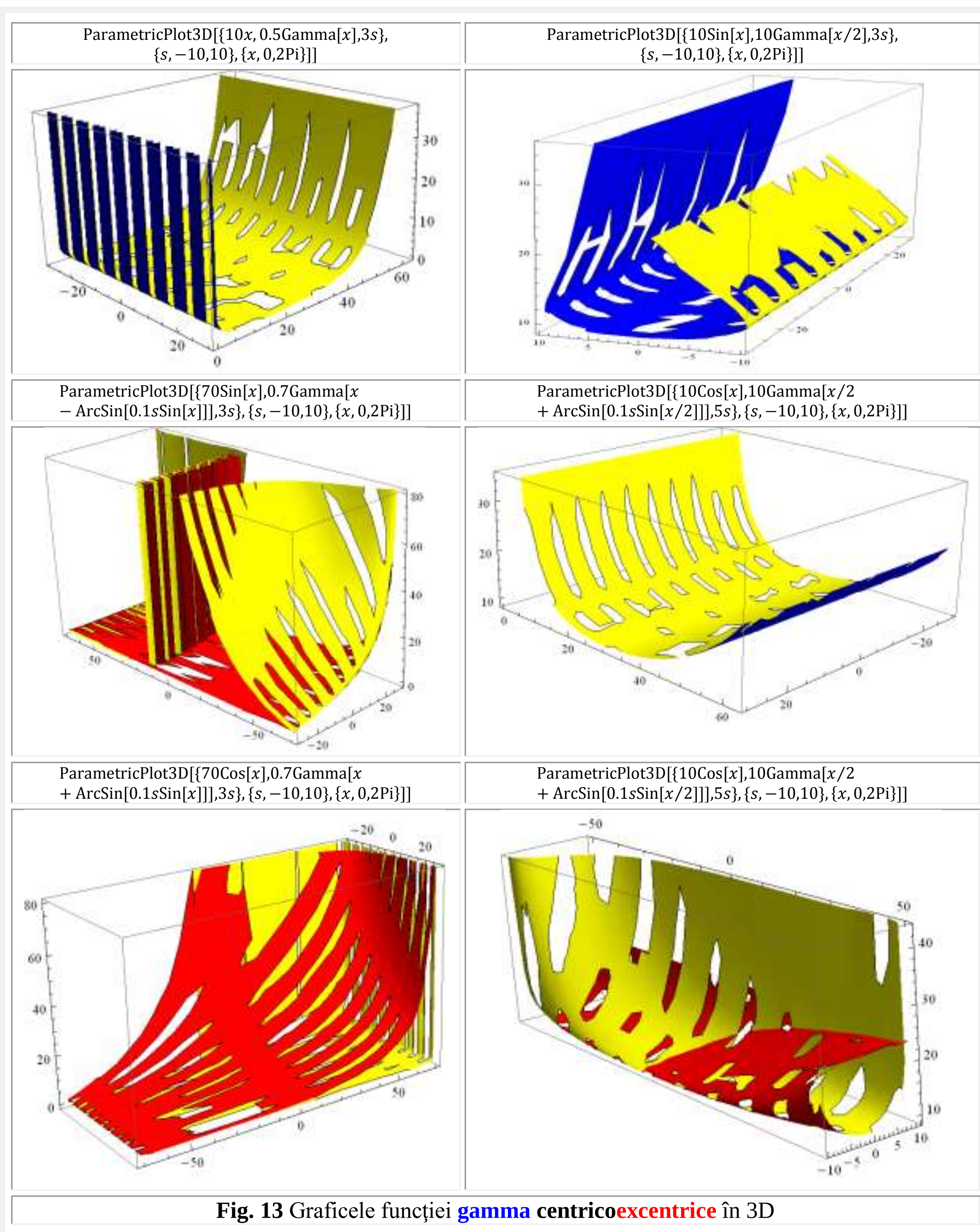


Fig. 13 Graficele funcţiei **gamma centricoexcentrice** în 3D

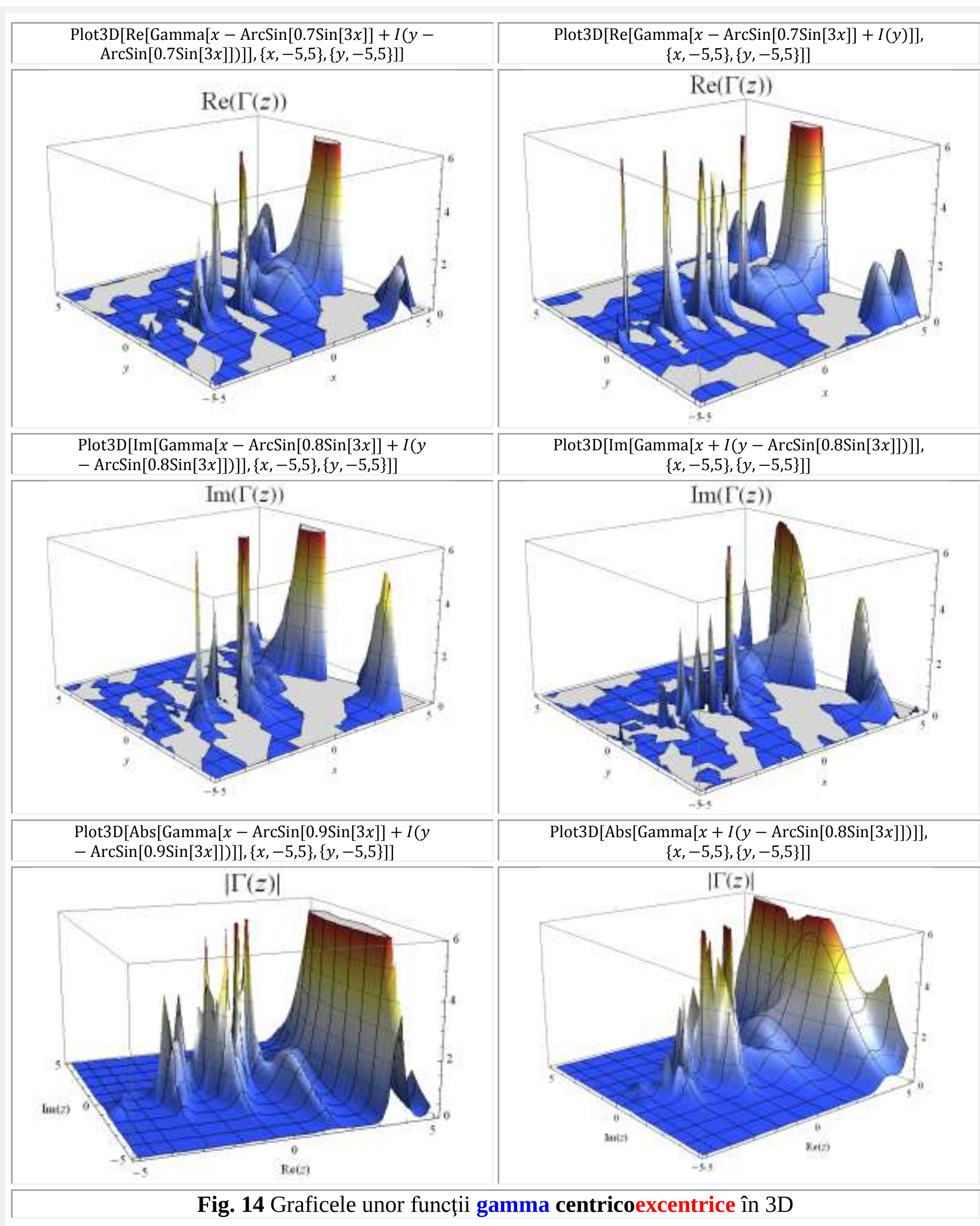


Fig. 14 Graficele unor funcţii **gamma centricoexcentrice** în 3D

BIBLIOGRAFIE

1	Şelariu Mircea	**MIŞCAREA CIRCULARĂ EXCENTRICĂ**	Com.VII Conf. Internat. de Ing. Manag. si Tehn. TEHNO'95., Timisoara, 1995 Vol.7: Mecatronica, Dispozitive si Rob.Ind.,pag. 85...102
2	Şelariu Mircea	**STUDIUL VIBRAŢIILOR LIBERE ALE UNUI SISTEM NELINIAR, CONSERVATIV CU AJUTORUL FUNCŢIILOR CIRCULARE EXCENTRICE cexθ ŞI sexθ**	Lucrarile Primei Conferinţe Naţionale de Vibraţii în Construcţia de Maşini, Timişoara 1978
3	Şelariu Mircea	**FUNCŢIILE SUPERMATEMATICE cex ŞI sex- SOLUŢIILE UNOR SISTEME MECANICE NELINIARE**	Com. a VII-a Conf. Naţ. V.C.M., Timişoara, 1993, pag. 275...284.
4	Şelariu Mircea	**FUNCŢII SUPERMATEMATICE EXCENTRICE DE VARIABILĂ CENTRICĂ CA SOLUŢII ALE UNOR SISTEME OSCILANTE NELINIARE**	A VIII_a Conf. Internaţ. de Ing. Manag. şi Tehn. TEHNO'98, Timişoara, 1998, pag. 557..572
4	Şelariu Mircea	**QUQDRILOBIC VIBRATION SYSTEMS**	The 11 –th International Conference on Vibration Engineering, Timisoara, Sept. 27-30, 2005 pag. 77 … 82
6	Şelariu Mircea	**TRANSFORMAREA RIGUROASĂ ÎN CERC A DIAGRAMEI POLARE A COMPLIANŢEI**	Bul. X Conf. VCM ,Bul St. Si Tehn. Al Univ. Poli. Timisoara, Seria Mec. Tom. 47 (61) mai 2002, Vol II pag. 247…260
7	Şelariu Mircea Eugen	**SUPERMATEMATICA. FUNDAMENTE VOL I, Editia a 2-a**	Editura POLITEHNICA, Timişoara, 2012
8	Şelariu Mircea Eugen	**SUPERMATEMATICA. FUNDAMENTE VOL I, Editia a 2-a**	Editura POLITEHNICA, Timişoara, 2012
9	Şelariu Mircea Eugen	**SUPERMATEMATICA. FUNDAMENTE VOL II, Editia a 2-a**	Editura POLITEHNICA, Timişoara, 2012
10	Şelariu Mircea Eugen	**MIŞCAREA CIRCULARĂ EXCENTRICĂ DE EXCENTRU PUNCT FIX**	WWW.CARTIAZ.RO Pag. 5/din8
11	Şelariu Mircea Eugen	**MIŞCAREA CIRCULARĂ EXCENTRICĂ DE EXCENTRU PUNCT MOBIL**	WWW.CARTIAZ.RO Pag. 5/din 8
12	Şelariu Mircea Eugen	**APROXIMAREA FUNCŢIILOR: UN SISTEM SUPERMATEMATIC CU BAZA CONTINUA DE APROXIMARE A FUNCTIILOR**	WWW.CARTIAZ.RO Pag. 1/din 8
13	Şelariu Mircea Eugen	**FUNCŢII ÎN TREPTE SMARANDACHE**	WWW.CARTIAZ.RO Pag. 2/din 8

Motto:" ***Cele mai simple formule din matematică au deschis calea către cele mai mari descoperiri.*"**
Grigore Rotaru

CAPITOLUL IX

FUNCŢII SUPERMATEMATICE BESSEL
CENTRICE, EXCENTRICE ŞI CENTRICOEXCENTRICE

1. INTRODUCERE

După http://ro.wikipedia.org/wiki/Func "Prin **funcții Bessel** se înțeleg soluțiile canonice ***Z(z)*** ale ecuației diferențiale a lui **Bessel** (cu ***z*** real sau complex):

(1) $\frac{z^2.d^2\mathbf{Z}}{dz^2} + \frac{z.d\mathbf{Z}}{dz} + (z^2 - \alpha^2)\,\mathbf{Z} = 0$

pentru o valoare arbitrară $\boldsymbol{\alpha}$, reală sau complexă, numită *ordinul* funcției **Bessel**. Cele mai comune și mai importante cazuri fiind acelea în care $\boldsymbol{\alpha}$ are o valoare întreagă ***n***.

De altfel, $\boldsymbol{\alpha}$ și $-\boldsymbol{\alpha}$ produc aceeași ecuație diferențială, convențional definindu-se funcții **Bessel** diferite pentru
cele două ordine, dar, cel mai adesea, sunt alese ca funcții netede de $\boldsymbol{\alpha}$. De asemenea funcțiile **Bessel** sunt cunoscute ca **funcții cilindrice** sau **cilindrice armonice** deoarece ele se regăsesc în soluția ecuației Laplace în coordonate cilindrice.

Ele au fost definite prima dată de Daniel Bernoulli și generalizate de Friderich Bessel, de unde și denumirea
lor. Prin aplicarea metodei separării variabilelor, pentru soluționarea ecuației Laplace și a ecuației Helmholz, în coordonate cilindrice sau coordonate sferice, se obține ecuația lui **Bessel**, din care se obțin funcțiile **Bessel**.

Rezolvând ecuația în sistemul de ***coordonate cilindrice***, se obțin **funcții Bessel** de ***ordin întreg (α = n)***; rezolvând ecuația în sistemul de ***coordonate sferice***, se obțin **funcții Bessel** de ***ordin fracționar (α = n +1/2)***.

Importanța funcțiilor **Bessel** rezultă din faptul că soluționează multe probleme de potențial static și de propagare a undelor, de exemplu:

- unde electromagnetice în ghiduri de undă cilindrice,
- transferul de căldură în obiecte cilindrice,
- modurile de vibrații ale unei membrane circulare subțiri,
- probleme de difuzie,
- soluția ecuației Schrödinger radială pentru o particulă liberă, în coordinate sferice,
- soluționarea unor probleme de divergentă aeroelastică și flutter în Aeroelasticitate,
- semnale de proces în electronică precum sinteza FM sau filtre Bessel.

Deoarece ecuația lui **Bessel** este o ecuație diferențială ordinară, de ordinul doi, aceasta va avea două soluții liniar independente, iar datorită diverselor formulări ale funcției **Bessel**, în serie sau integrală, se alege forma cea mai convenabilă pentru problema care se soluționează."

În lucrarea **Mireca Eugen Şelariu** "**FUNCŢIILE cexθ ŞI sexθ CA SOLUŢII ALE UNOR ECUAŢII DIFERENŢIALE LINIARE DE ORDINUL DOI CU COEFICIENŢI VARIABILI**" Cap **11** din [12] şi [13] soluţiile sunt ale următoarei ecuaţii diferenţiale

(2) $$\ddot{z}_{1,2} - \frac{\epsilon_{1,2}}{\omega_{1,2}}\,\dot{z}_{1,2} + \omega_{1,2}^2 = 0$$

care poate fi scrisă şi sub o formă asemănătoare ecuaţiei (1), dar având cu totul alte semnificaţii

(2') $\frac{\omega.d^2\boldsymbol{Z}}{dt^2} - \frac{\varepsilon.d\boldsymbol{Z}}{dt} + \omega\,\mathbf{Z} = 0$ sau $\dot{\theta}.\ddot{Z} - \ddot{\theta}.\dot{Z} + \dot{\theta}.Z = 0$

în care: $Z_{1,2} = C_1\text{cex}_{1,2}\theta + C_2\text{sex}_{1,2}\theta$; $\omega_{1,2} = A\ \Omega\ \text{dex}_{1,2}\theta$; $\varepsilon_{1,2} = \frac{d\omega 1,2}{dt}$; $\text{cex}_{1,2}\theta$ şi $\text{sex}_{1,2}\theta$ fiind cele două determinări (principală **1** şi secundară **2**) ale **funcţiile supermatematice circulare excentrice** (**FSM-CE**), de variabilă **excentrică θ**, **cosinus** şi **sinus excentrice**, iar $\omega_{1,2}$ şi $\varepsilon_{1,2}$ sunt exprimabile prin **FSM-CE** derivată excentrică **$\text{dex}_{1,2}\theta$**, care reprezintă viteza unghiulară variabilă $\omega_{1,2}$ pe cercul unitate (R = 1), cu **θ = Ω.t,** când un punct se roteşte pe cerc cu viteza unghiulară constantă Ω = 1, faţă de un punct excentric **S(s, ε)** din planul cercului unitate – denumit **excentru** - şi, respectiv, derivata acesteia ca funcţie de **timpul t**, deci acceleraţia unghiulară variabilă pe cercul unitate.

Şi alte **funcţii supermatematice** (**FSM**) precum cele **circulare elevate** (**FSM-CEL**), ca şi **FSM circulare exotice**, sunt soluţii ale unor sisteme de **caracteristici elastice statice neliniare** (**CES -NL**).

Prin apariţia **funcţiilor supermatematice Bessel excentrice** (**FSM-CE**), **Bessel elevate** (**FSM-BEL**), ca şi a celor **Bessel exotice** (**FSM-BEx**), funcţiile **Bessel *ordinare*** suntem nevoiţi să le denumim şi "***centrice***" (**FBC**), justificând, astfel, denumirile în cele ce urmează, în **Nota I**, dar, mai ales, în **Nota II.**

2.1 FUNCȚII Bessel CENTRICE (FBC) DE SPEȚA I-a : $J_\alpha(z)$

Funcțiile Bessel centrice de speța I-a, notate $\boldsymbol{J_\alpha(z)}$, sunt soluții ale ecuației diferențiale a lui **Bessel**, care au valoare finită în origine $\boldsymbol{z = 0}$ pentru valori $\boldsymbol{\alpha}$ întregi nenegative și valoare infinită în origine pentru valori $\boldsymbol{\alpha}$ negative diferite de întregi.

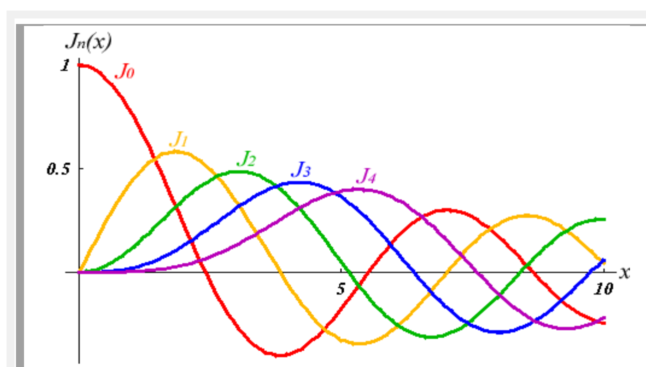


Fig.1,a Graficele funcţiilor **Bessel** de speţa I-a, $J_\alpha(z)$ şi ordin întreg α = 0, 1, 2, 3 şi 4

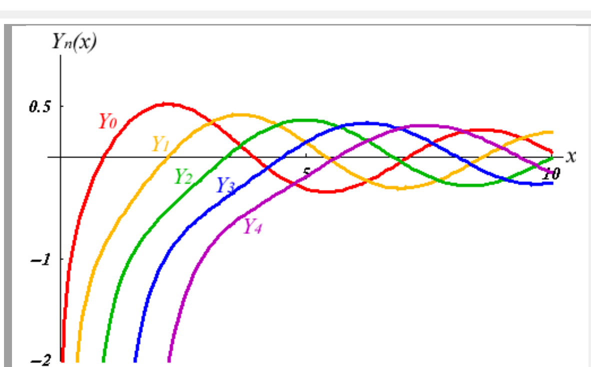


Fig.2,a Graficele funcţiilor **Bessel** de speţa II-a, $Y_\alpha(z)$ şi ordin întreg α = 0, 1, 2, 3 şi 4

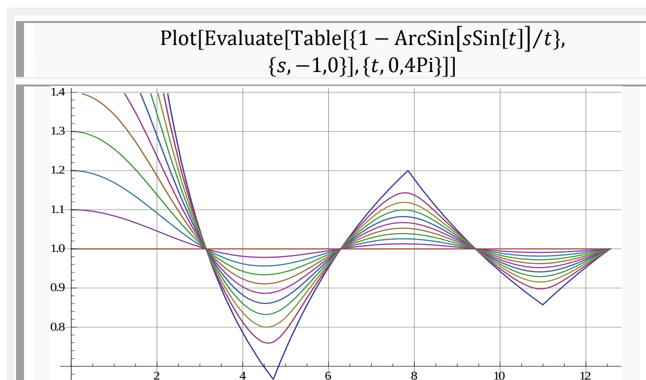


Fig. 3,a FSM-CE $\frac{\boldsymbol{aex\theta}}{\boldsymbol{\theta}} =$ **uexθ**,

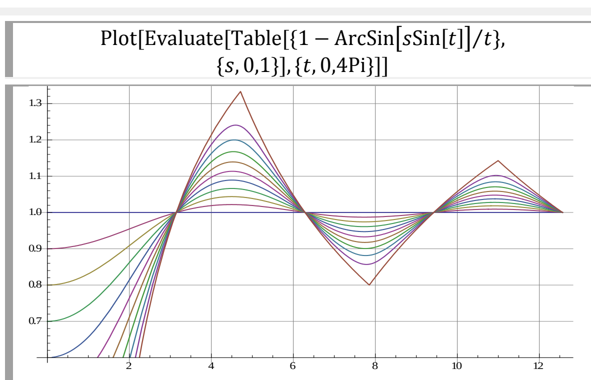


Fig. 4,a FSM-CE $\frac{\boldsymbol{aex\theta}}{\boldsymbol{\theta}} =$ **uexθ**,

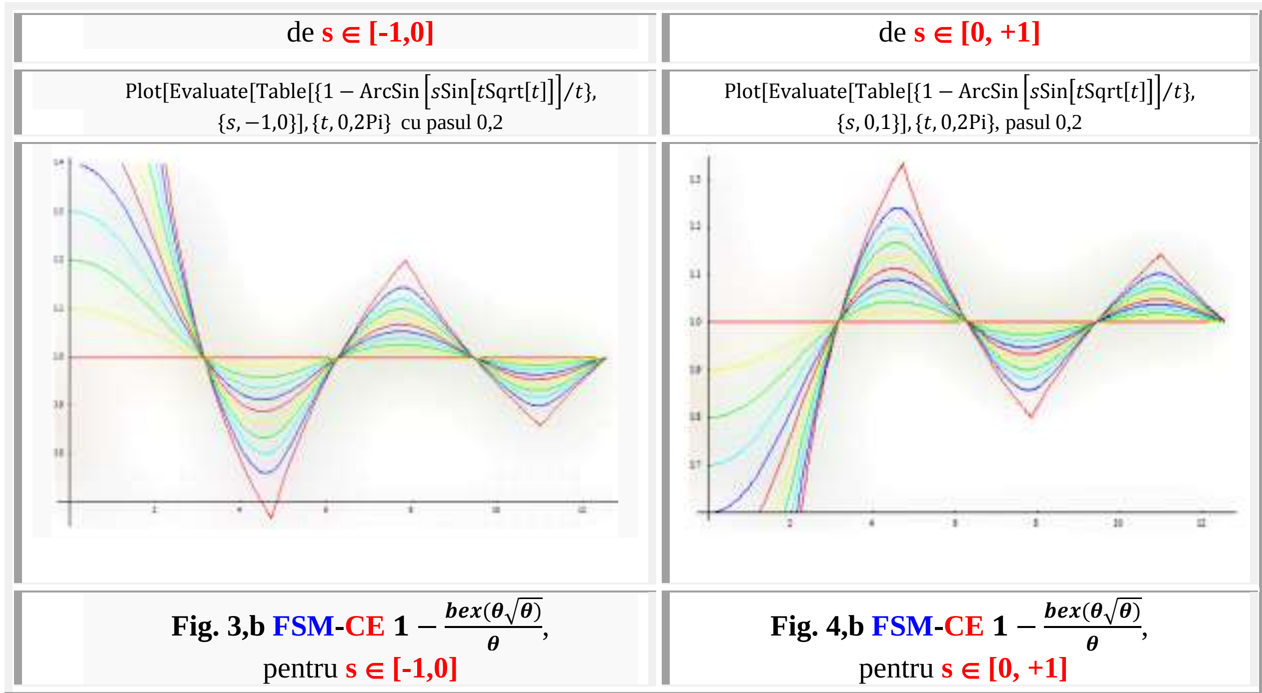


Fig. 3,b FSM-CE $1 - \frac{bex(\theta\sqrt{\theta})}{\theta}$, pentru **s ∈ [-1,0]**

Fig. 4,b FSM-CE $1 - \frac{bex(\theta\sqrt{\theta})}{\theta}$, pentru **s ∈ [0, +1]**

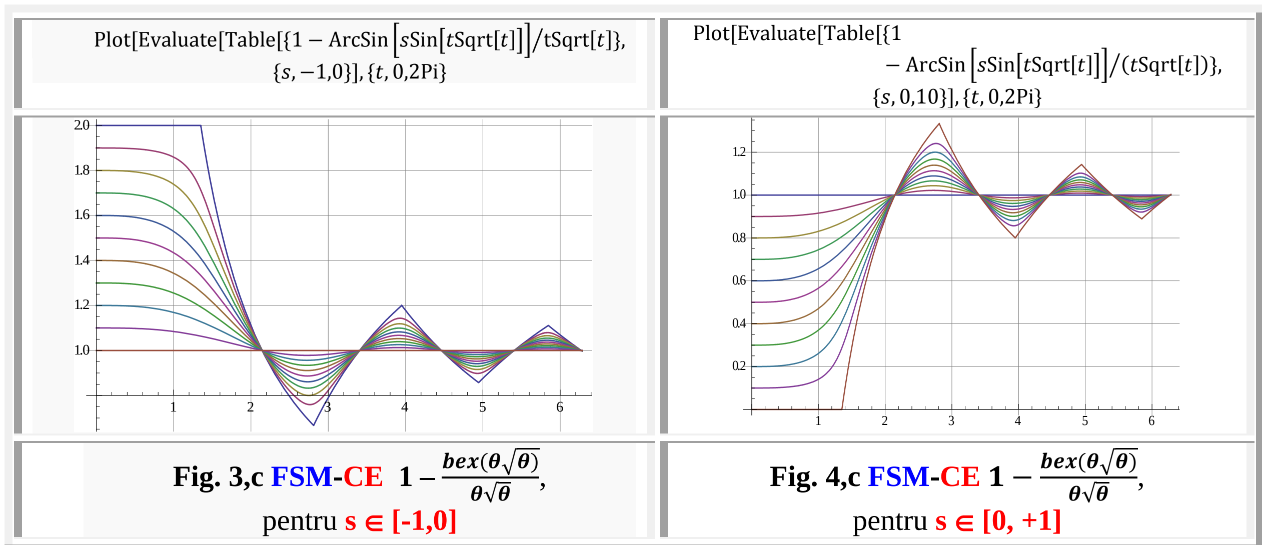


Fig. 3,c FSM-CE $1 - \frac{bex(\theta\sqrt{\theta})}{\theta\sqrt{\theta}}$, pentru **s ∈ [-1,0]**

Fig. 4,c FSM-CE $1 - \frac{bex(\theta\sqrt{\theta})}{\theta\sqrt{\theta}}$, pentru **s ∈ [0, +1]**

Funcția **Bessel** de speța I-a este definită de următoarea serie Taylor în jurul originii ***z = 0***:

(3) $$J_\alpha(z) = \sum_{m=0}^{\infty} \frac{(-1)^m}{m!\,\Gamma(m+\alpha+1)} \left(\frac{z}{2}\right)^{2m+\alpha}$$

în care ***Γ(z)*** este funcția Gamma a lui Euler, care reprezinta generalizarea funcției factorial pentru valori ***z*** diferite de întregi.

Graficul funcției **Bessel** (**Fig.1,a** şi **Fig.2,a**) oscilează precum cel al funcției sinus sau cosinus, diferența fiind aceea că funcția **Bessel** descreşte proporțional cu $\frac{1}{\sqrt{z}}$ spre infinit, precum şi faptul că rădăcinile nu sunt în general periodice, cu excepția celor asimptotice pentru valori mari ale lui ***z***.

Funcţii asemănătoare, dar strict periodice, de perioadă 2π, sunt **funcţiile supermatematice circulare excentrice** (**FSM-CE**) amplitudine excentrică **aexθ** raportate la variabila lor excentrică **θ**, notate cu **uexθ**, cu graficele prezentate în **figurile 3,a şi 4,a**, de ecuaţii

(4) $\mathrm{F}[\boldsymbol{\theta}, \mathrm{S}(s,\varepsilon)] = \frac{aex\theta}{\theta} = \frac{\theta - \arcsin[s.\sin(\theta-\varepsilon)]}{\theta} = 1 - \frac{\arcsin[s.\sin(\theta-\varepsilon)]}{\theta} = 1 - \frac{\boldsymbol{bex\theta}}{\theta} = \mathbf{uex\theta}$

sau de variabilă centrică Aexα, raportate la variabila lor centrică **α**, notate cu **Uexα**, cu graficele prezentate în **figurile 5,a şi 6,a**, de ecuaţii

(5) $\mathrm{F}[\boldsymbol{\alpha}, \mathrm{S}(s,\varepsilon)] = \frac{Aex\alpha}{\alpha} = \frac{\alpha + \arcsin[s.\sin(\alpha-\varepsilon)]}{\alpha\sqrt{1+s^2-2s\cos(\alpha-\varepsilon)}} = 1 + \frac{\arcsin[s.\sin(\alpha-\varepsilon)]}{\alpha.Rex\alpha} = 1 + \frac{\boldsymbol{Bex\alpha}}{\alpha} = \mathbf{Uex\alpha}$

Dacă, în ecuaţiile (4) şi (5), variabilele **θ** şi **α** se înmulţesc cu $\sqrt{\boldsymbol{\theta}}$ şi, respectiv, cu $\sqrt{\boldsymbol{\alpha}}$, ***numai*** cele din **funcţiile supermatematice circulare excentrice** (**FSM-CE**) beta excentrice **bexθ** şi **Bexα,** se obţin funcţii de perioadă variabilă, aşa cum se prezită graficele din **figura 3,b** şi **4,b** şi, respectiv, **figura 5,b** şi **6,b.**

Dacă, aceste înlocuiri se fac în funcţiile **bexθ** şi **Bexα** cât şi în impărţitor, din ecuaţiile (4) şi (5), atunci se obţin funcţiile de perioadă variabilă, prezentate în **figurile 3,c** şi **4,c** şi, respectiv, **5c** şi **6,c**.

S-au prezentat aceste **FSM-CE** denumite **"funcţii unitate excentrică (FUE)",** deoarece conţin cifra **1** şi sunt notate cu **uexθ** şi, respectiv, **Uexα** în eventualitatea că cineva, cândva, va avea nevoie de ele. Dacă de acestea nu, atunci, cu siguranţă, de cele prezentate în **figura 7,a** şi **8,a** care sunt **FSM-CE beta excentrică bexθ** şi **derivata excentrică dexθ**, de variabile excentrice θ, vor avea nevoie de ele la reprezentarea vibraţiilor libere neamortizate şi amortizate de caracteristică elastică statică (**CES**) liniara şi/sau neliniară (**Fig. 7,b** şi **Fig.8,b**).

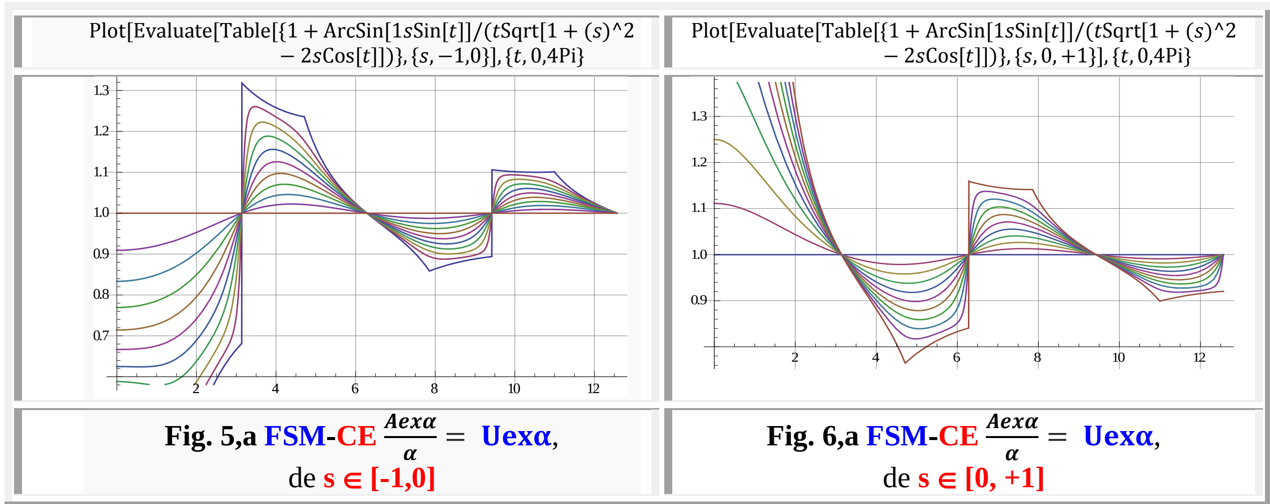


Fig. 5,a FSM-CE $\frac{\boldsymbol{Aex\alpha}}{\boldsymbol{\alpha}} =$ **Uexα**, de **s ∈ [-1,0]**

Fig. 6,a FSM-CE $\frac{\boldsymbol{Aex\alpha}}{\boldsymbol{\alpha}} =$ **Uexα**, de **s ∈ [0, +1]**

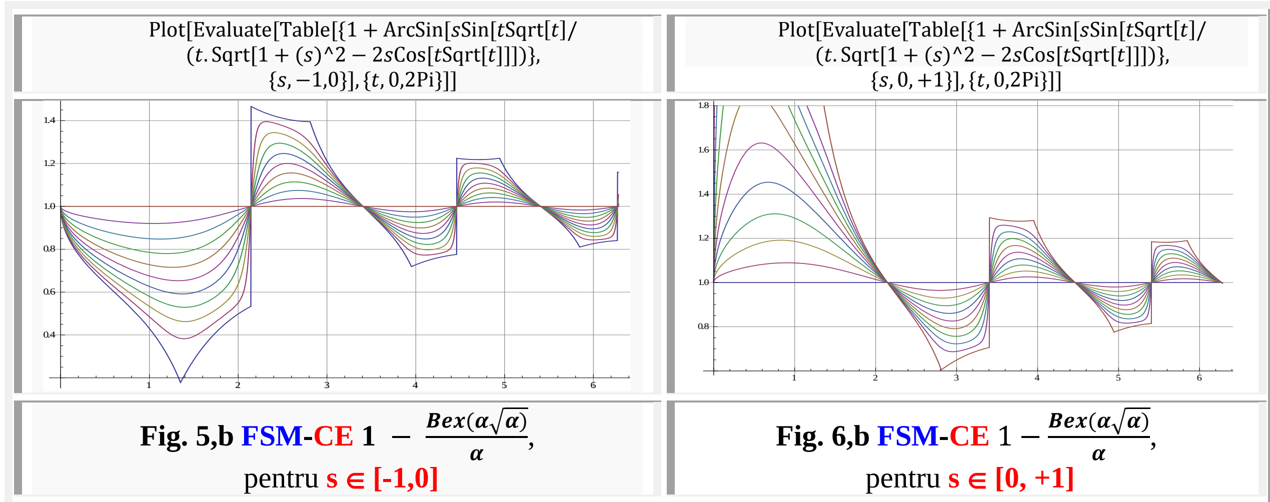


Fig. 5,b FSM-CE $1 - \frac{\boldsymbol{Bex(\alpha\sqrt{\alpha})}}{\boldsymbol{\alpha}}$, pentru **s ∈ [-1,0]**

Fig. 6,b FSM-CE $1 - \frac{\boldsymbol{Bex(\alpha\sqrt{\alpha})}}{\boldsymbol{\alpha}}$, pentru **s ∈ [0, +1]**

Pentru **s = 1**, funcţia **bexθ** exprimă, în cel mai simplu mod, o funcţie **triunghiulară** (**Fig.7,a**), iar funcţia **dexθ** o funcţie **dreptunghiulară** (**Fig.8,a**). Pentru alte valori ale excentricităţii numerice **s**, se pot obţine funcţii care să exprime vibraţii libere amortizate, de **caracteristică elastică statică** (**CES**) liniară sau neliniară (**Fig.7,b** şi **Fig. 8,b)**, **semnale de bază**, deosebit de importante în mecanică cât şi în electrotehnică, ele putând fi reproduse şi fizic, aşa cum rezultă în continuare.

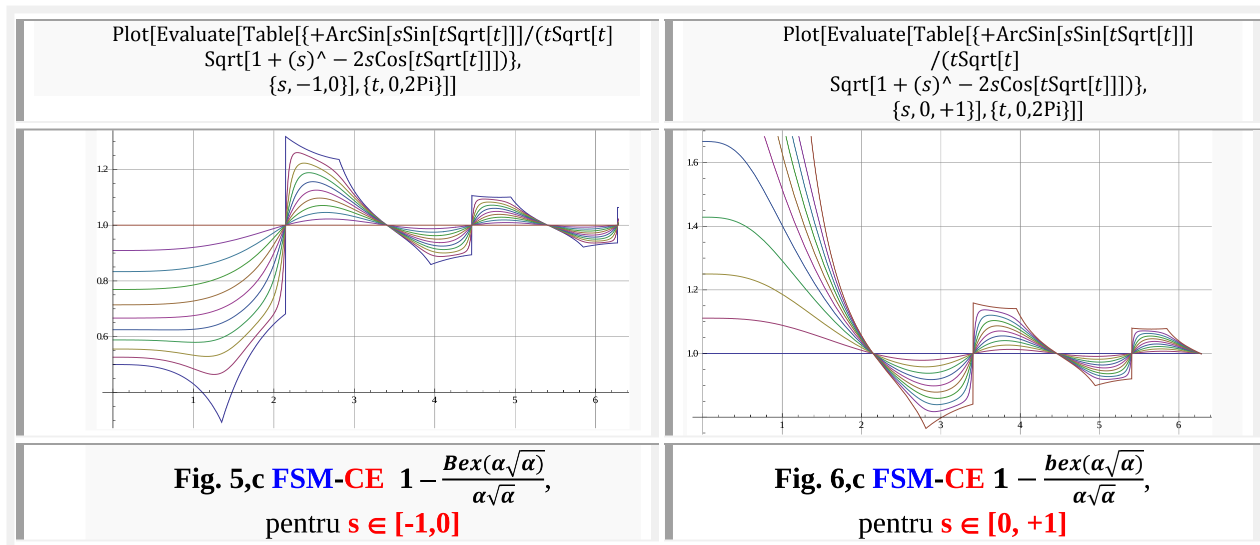


Fig. 5,c FSM-CE $1-\frac{Bex(\alpha\sqrt{\alpha})}{\alpha\sqrt{\alpha}}$, pentru **s ∈ [-1,0]**

Fig. 6,c FSM-CE $1-\frac{bex(\alpha\sqrt{\alpha})}{\alpha\sqrt{\alpha}}$, pentru **s ∈ [0, +1]**

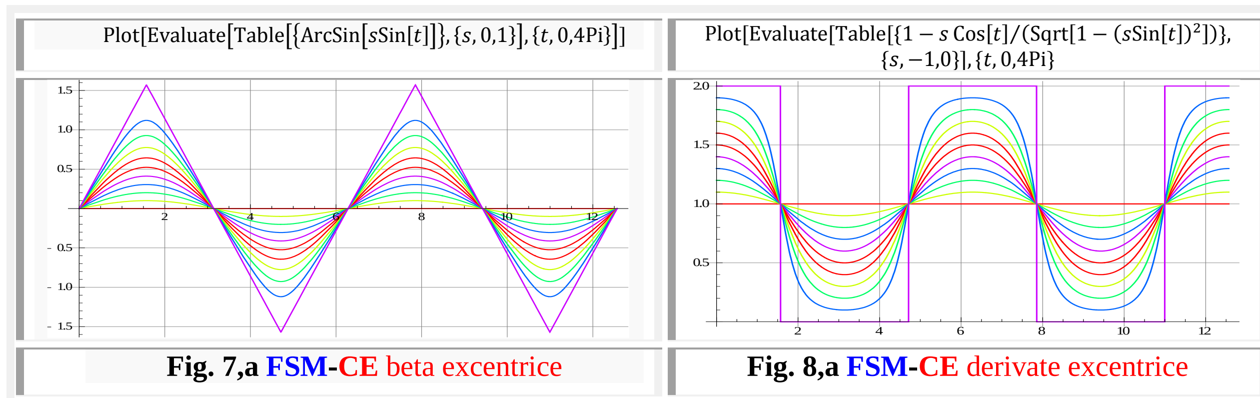


Fig. 7,a FSM-CE beta excentrice

Fig. 8,a FSM-CE derivate excentrice

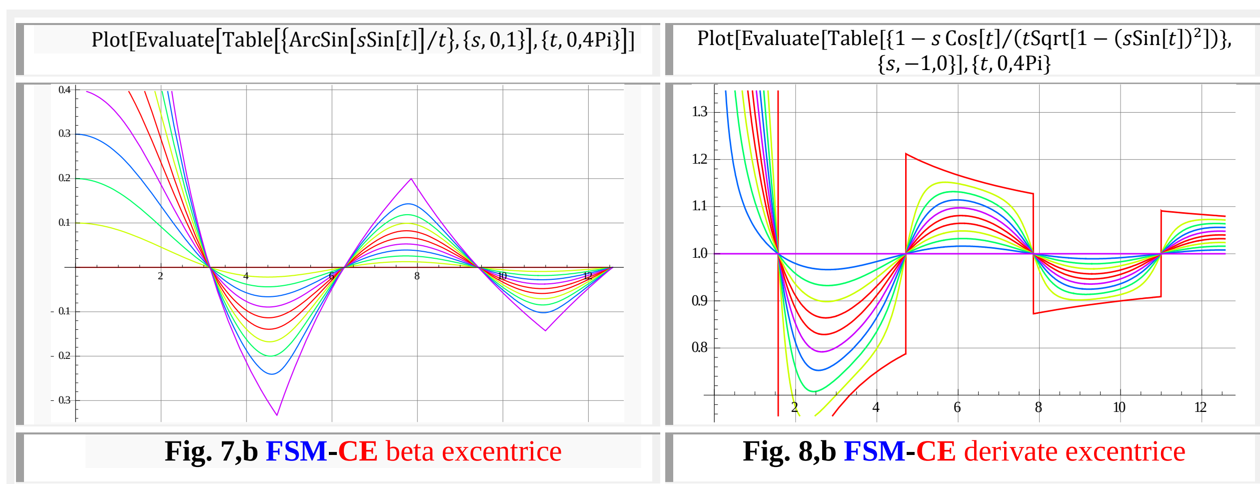


Fig. 7,b FSM-CE beta excentrice

Fig. 8,b FSM-CE derivate excentrice

Spicuim din http://www.scritub.com/tehnica-mecanica/SEMNALE-ELECTRICE93336.php :

„În general, un generator de funcţii este un aparat ce poate să furnizeze cel puţin trei forme de undă de bază: **sinusoidală**, **dreptunghiulară** şi **triunghiulară**.

Plecând de la aceste funcţii de bază, generatoarele mai perfecţionate sunt capabile să furnizeze şi alte funcţii (semnale): **rampe liniare**, **rampe în trepte**, **trapez**, **semnale dreptunghiulare** cu factor de umplere variabil sau chiar şi semnale de zgomot (**Fig.9,a**).”

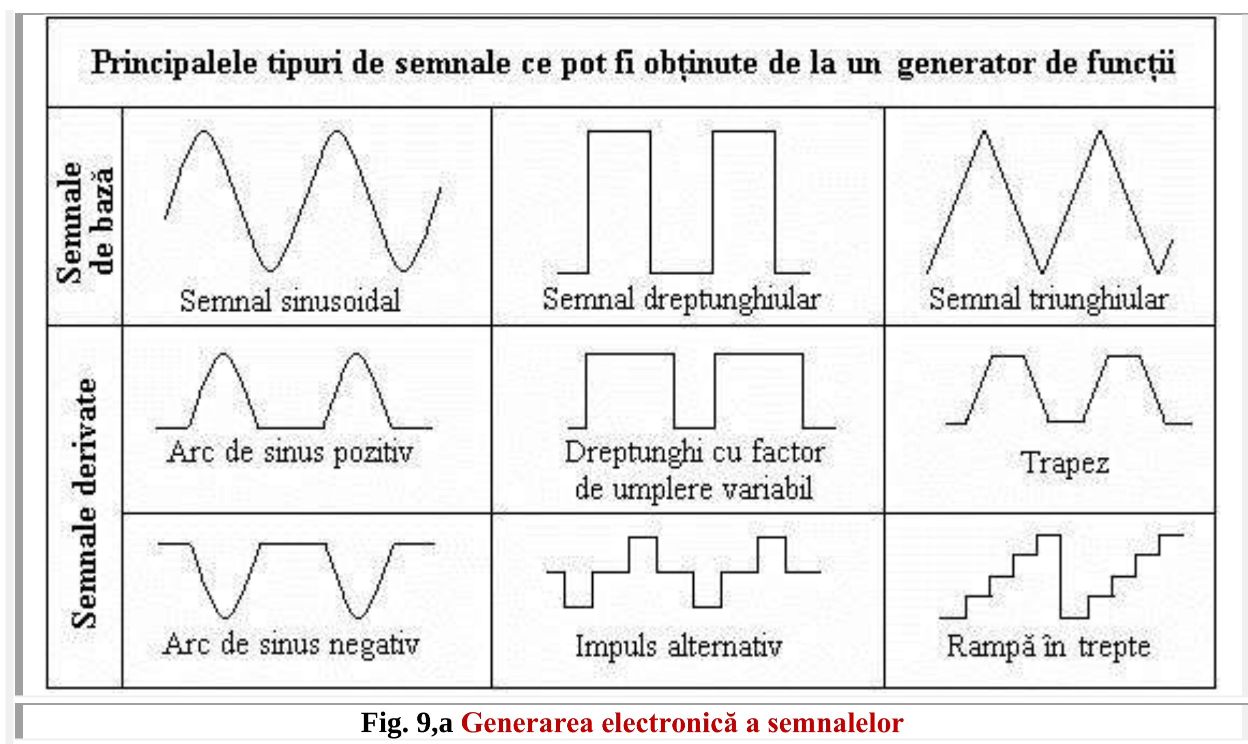


Fig. 9,a Generarea electronică a semnalelor

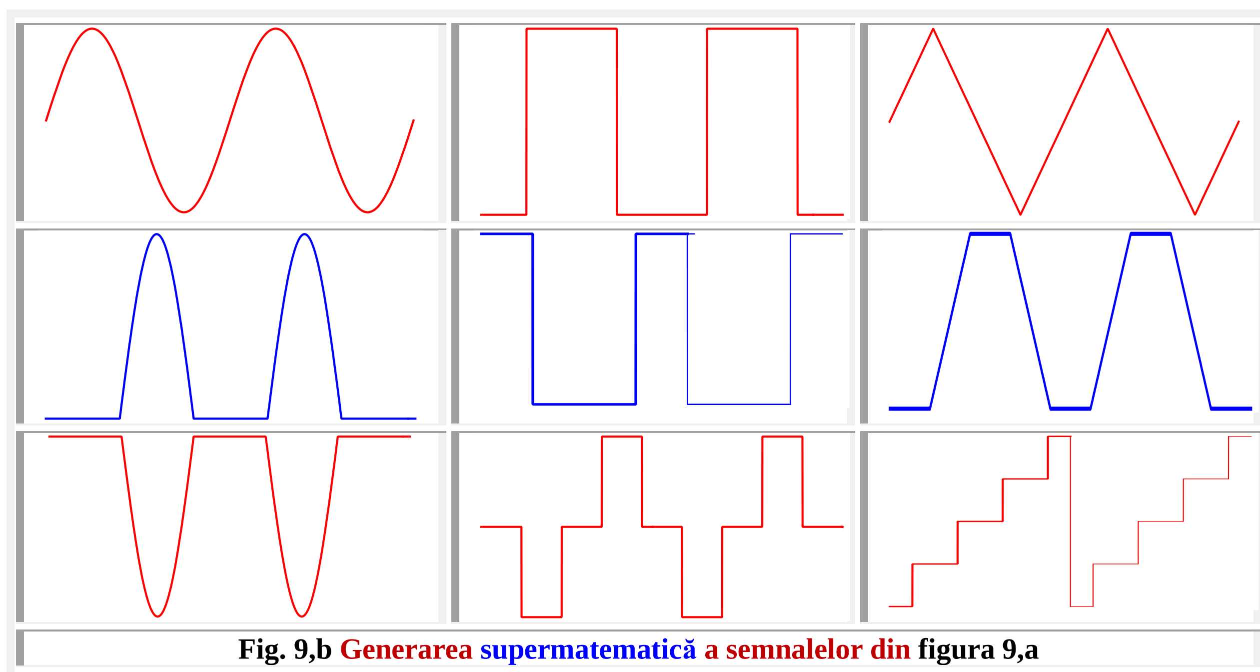


Fig. 9,b Generarea supermatematică a semnalelor din figura 9,a

Figura 9,b demonstrează, dacă mai era necesar, că **FSM-CE** pot, cel mai bine şi mai simplu, să genereze diverse semnale utile, precum cele generate electronic, din **figura 9,a** şi cu mult mai multe şi mult mai complexe, precum cele prezentate în **figura 9,c**.

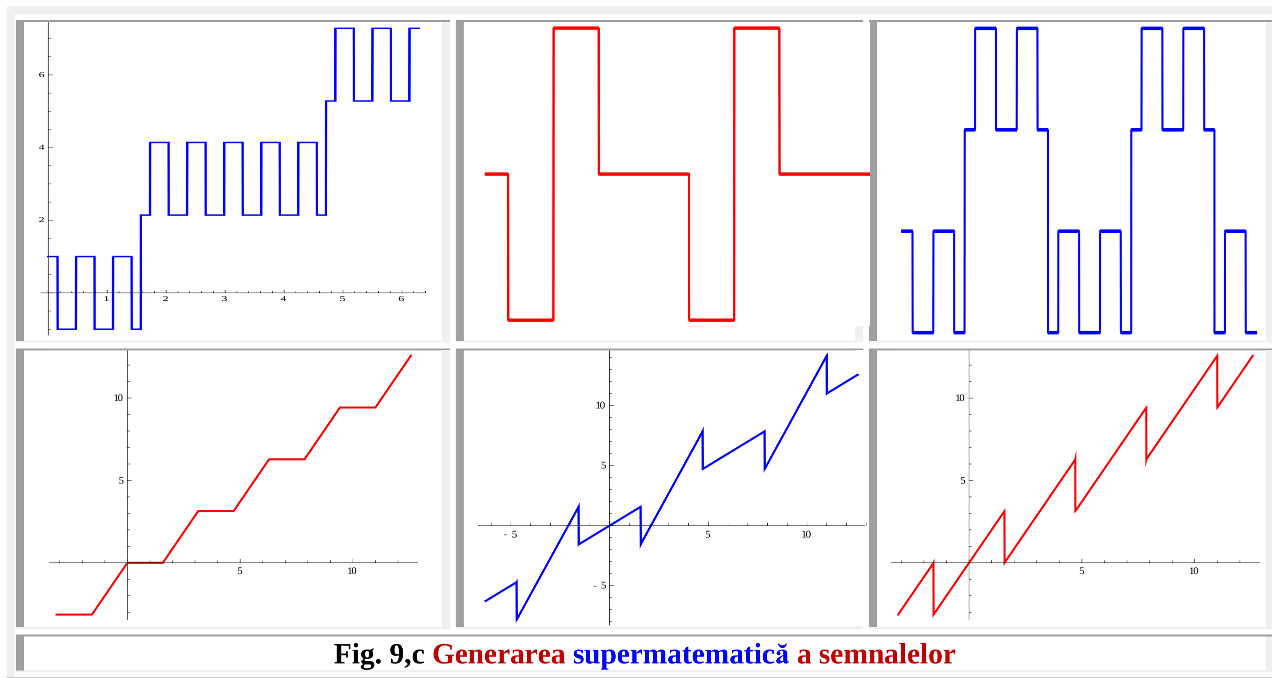


Fig. 9,c Generarea supermatematică a semnalelor

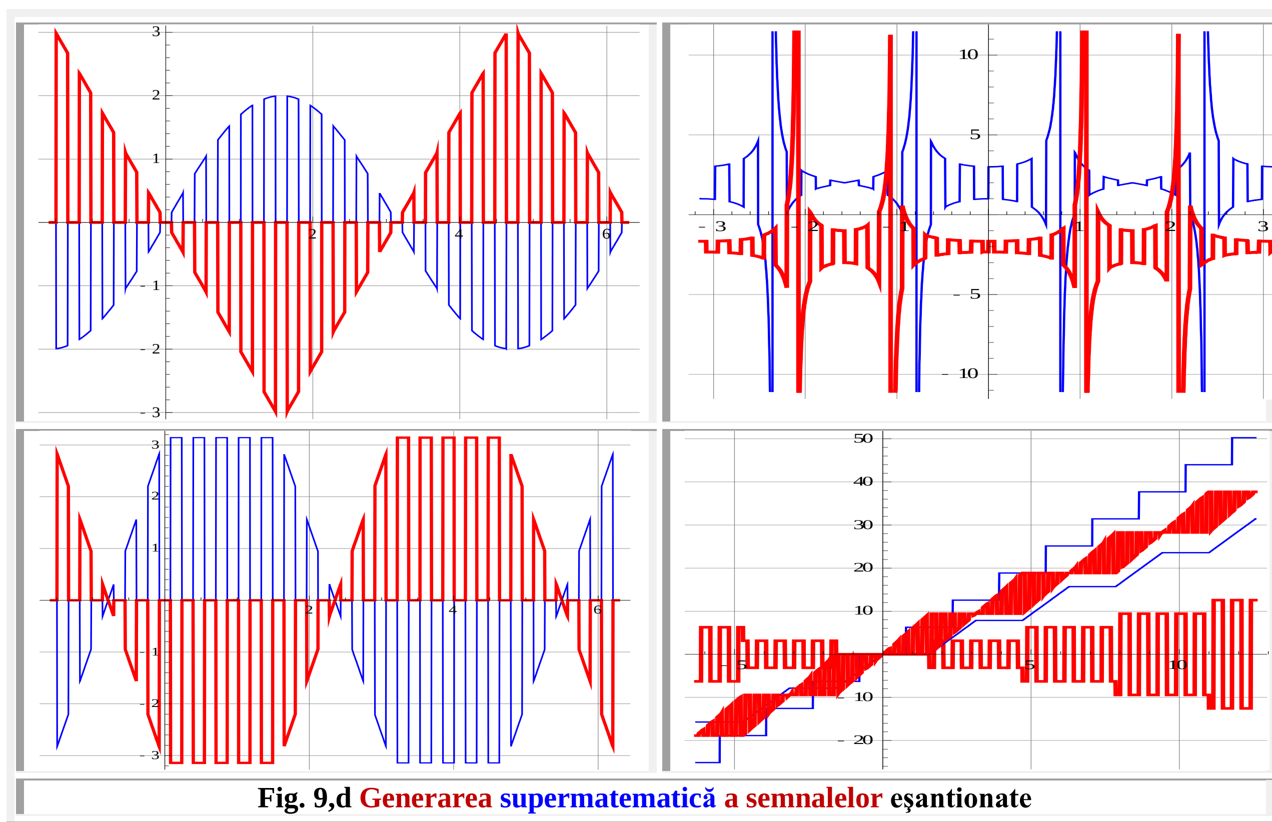


Fig. 9,d Generarea supermatematică a semnalelor eşantionate

În **figura 9,d** se prezintă modul de **eşantionare**, sau procesarea de semnal, a semnalelor **sinusoidale**, **dreptunghiulare**, **triunghiulare** ş.a. prin utilizarea **FSM-CE dex**(10.**θ**) de excentricitate numerică **s = 1**.

Graficele **funcţiilor Bessel** de prima speţă şi de ordin întreg α = 0, 1, 2, 3 şi 4 sunt prezentate în **figura 1.**

Pentru valori ***α*** diferite de întregi, funcțiile $J_\alpha(z)$ și $J_{-\alpha}(z)$ sunt liniar independente, reprezentând cele două
soluții ale ecuației diferențiale. Pe de altă parte, pentru ***α*** de ordin întreg, este valabilă următoarea relație (de notat că **funcția Gamma** devine infinită pentru argumente întregi negative):

(6) $J_{-n}(z) = (-1)^n J_n(z)$

acest lucru arătând că cele două soluții nu sunt liniar independente. În acest caz, a doua soluție liniar independentă este dată de funcția Bessel de speța a II-a.

Graficele **funcţiilor Bessel** în planul complex sunt redate în **figura 10**, prin programul realizat de **Jeff Bryant** şi **Michael Trott** prezentat mai jos

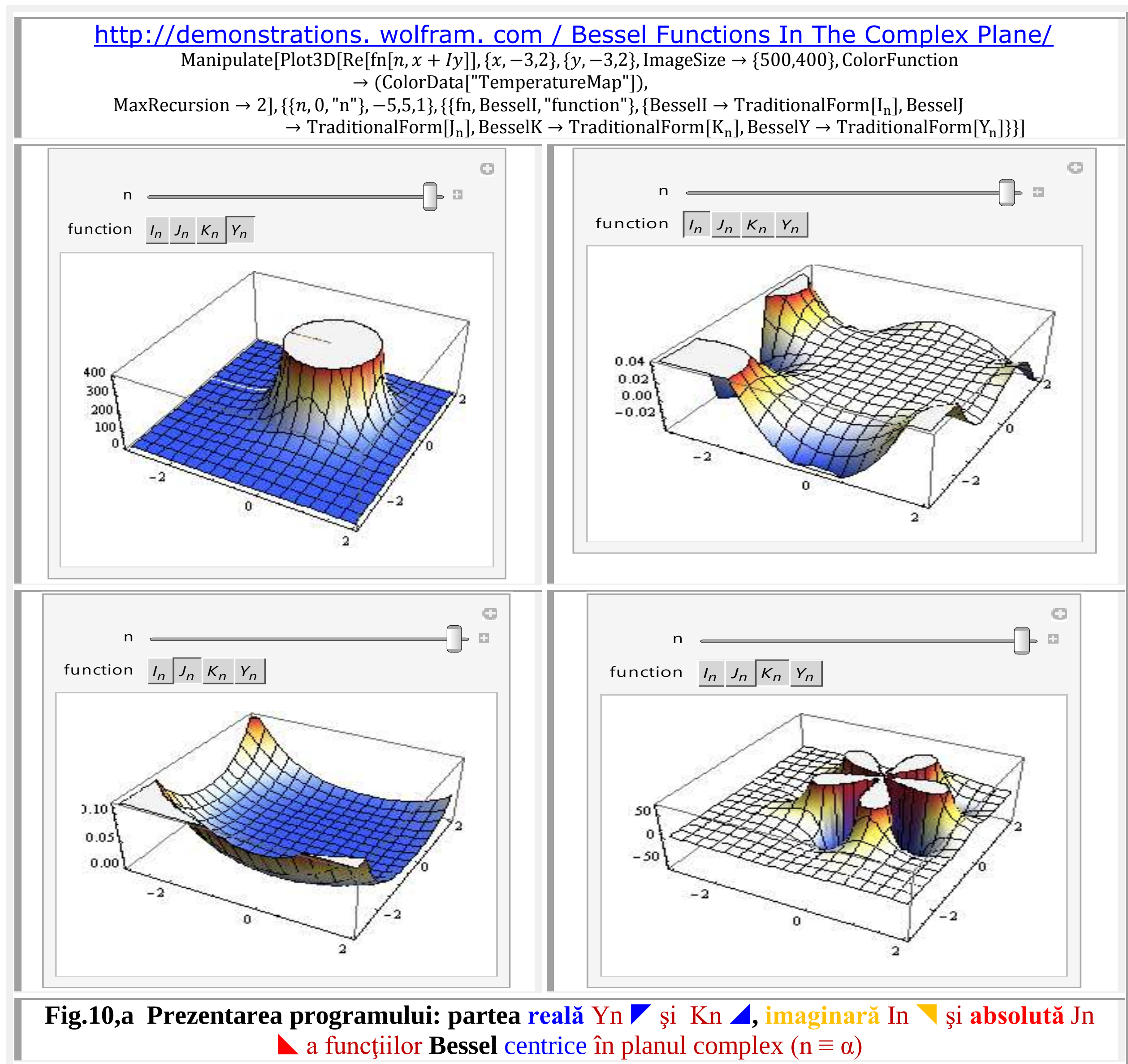


Fig.10,a Prezentarea programului: partea reală Yn ◤ şi Kn ◢, **imaginară** In ◥ şi **absolută** Jn ◣ a funcţiilor **Bessel** centrice în planul complex (n ≡ α)

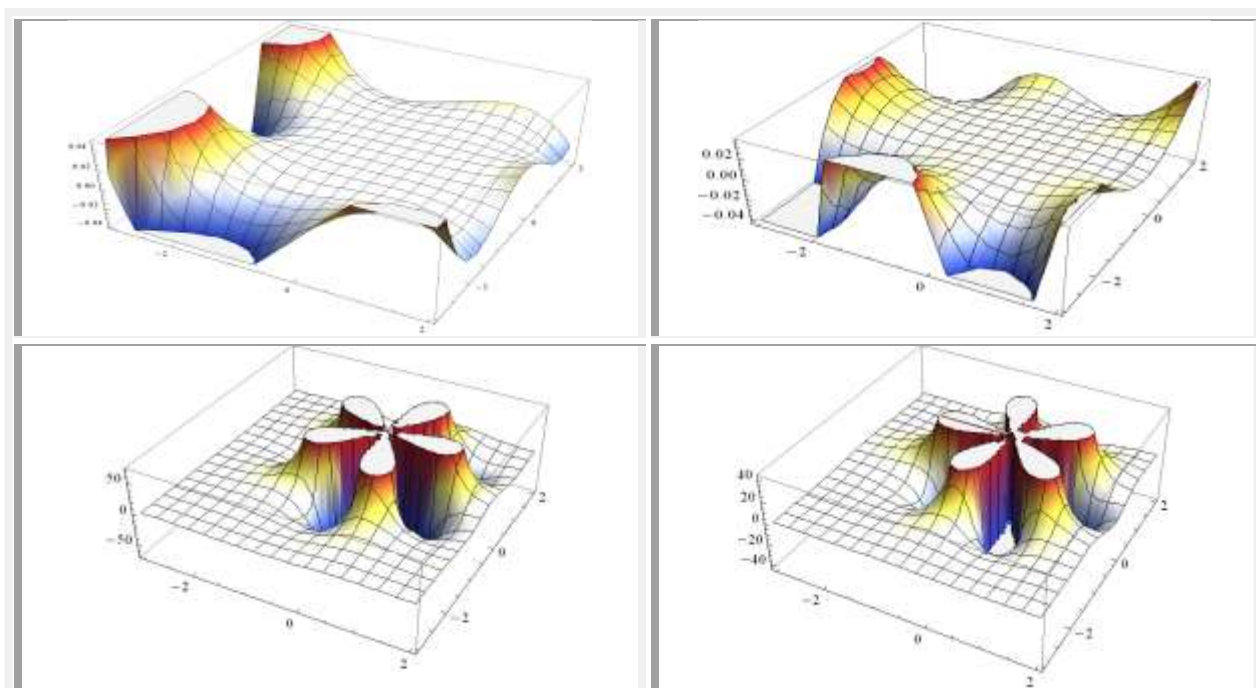


Fig.10,b Partea reală a funcţiilor **Bessel** centrice în planul complex.
În ordine: **In, Jn, Kn, Yn** (n ≡ α)

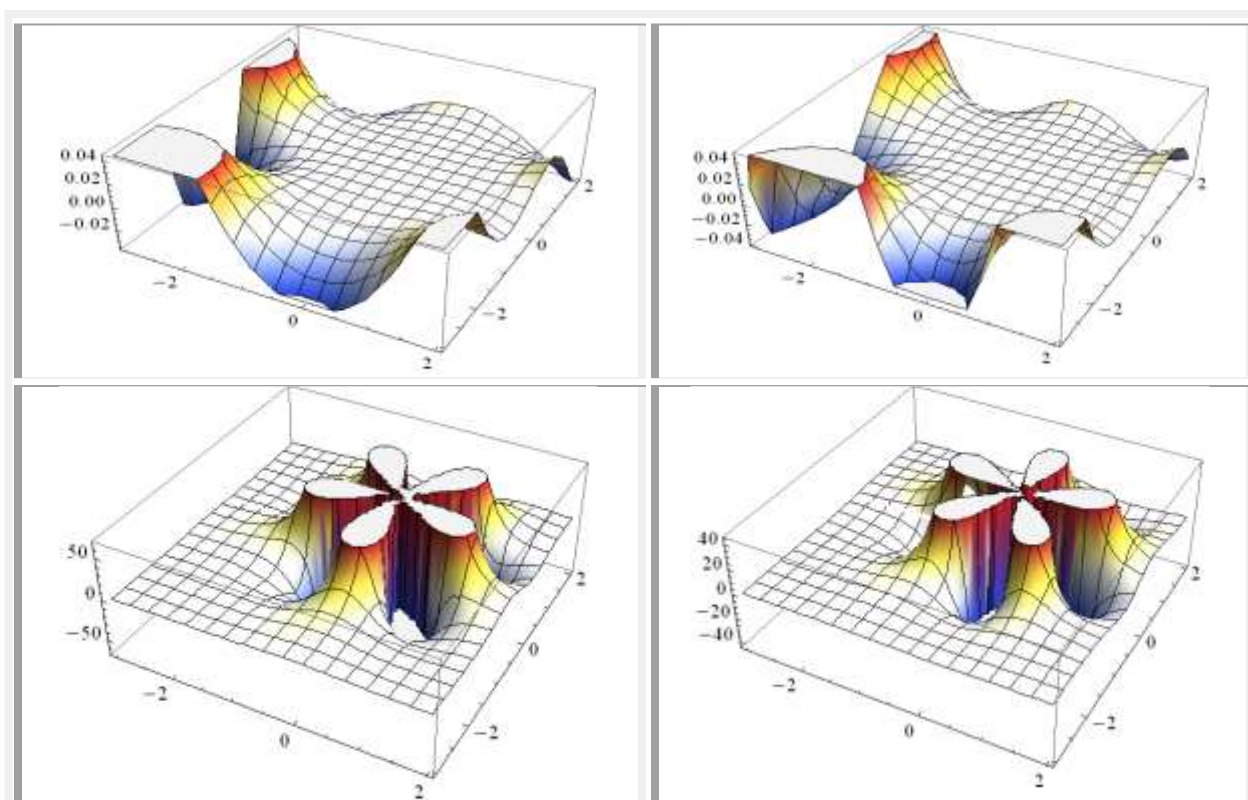


Fig.10,c Partea imaginară a funcţiilor **Bessel** centrice în planul complex.
În ordine: **In, Jn, Kn, Yn** (n ≡ α)

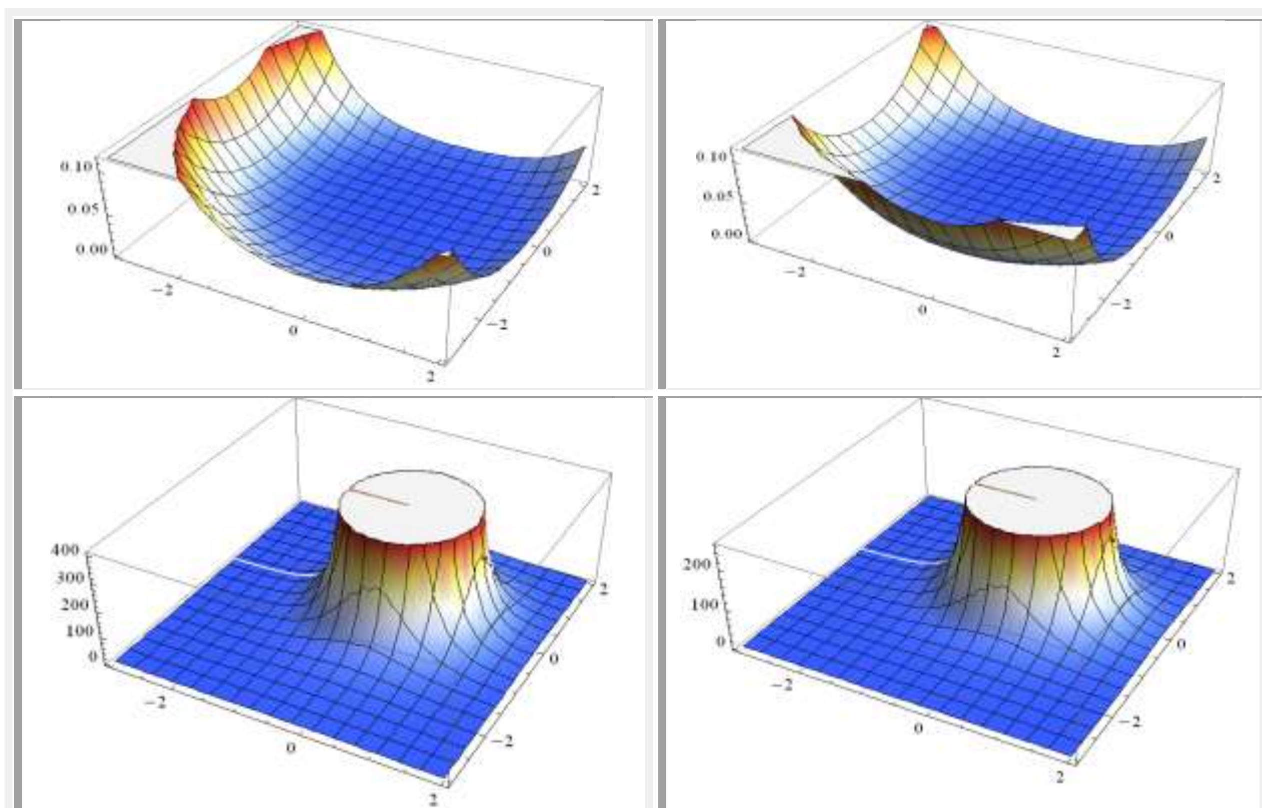
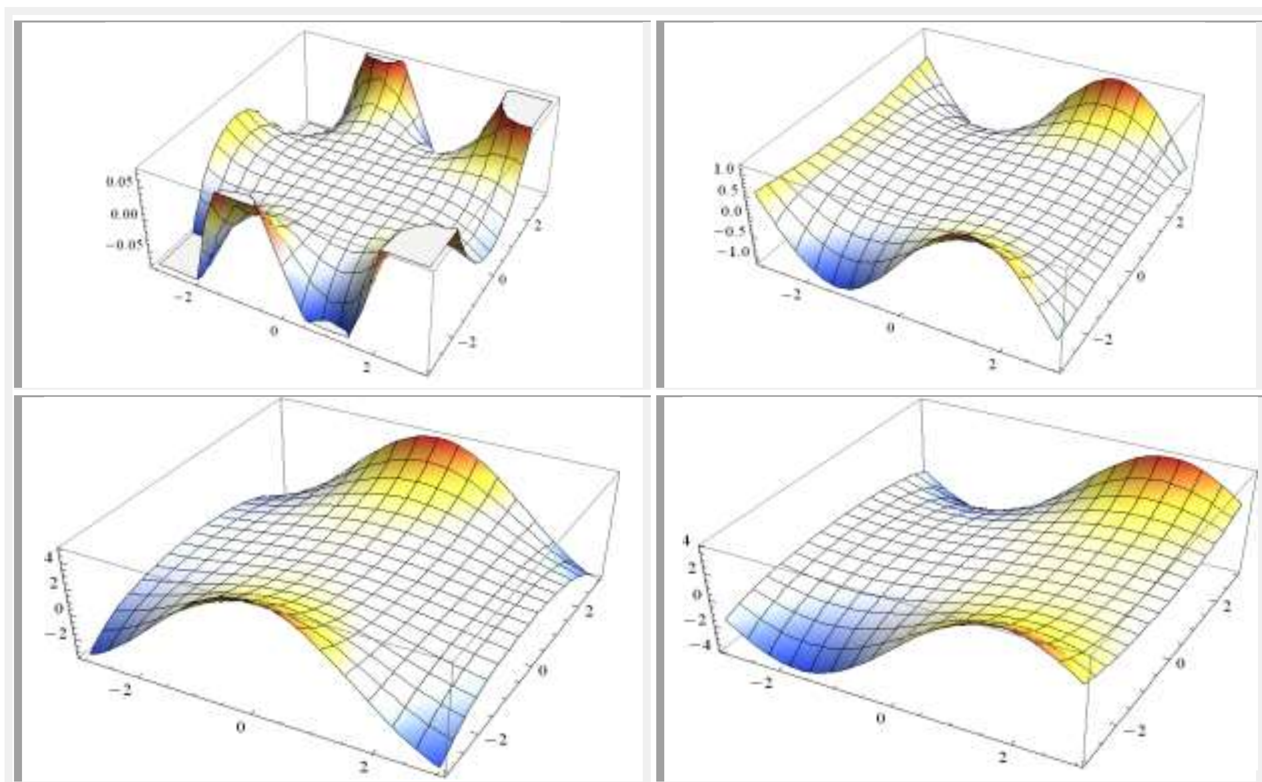


Fig.10,d Partea absolută a funcţiilor **Bessel** centrice în planul complex.
În ordine: **In, Jn, Kn, Yn** (n ≡ α)



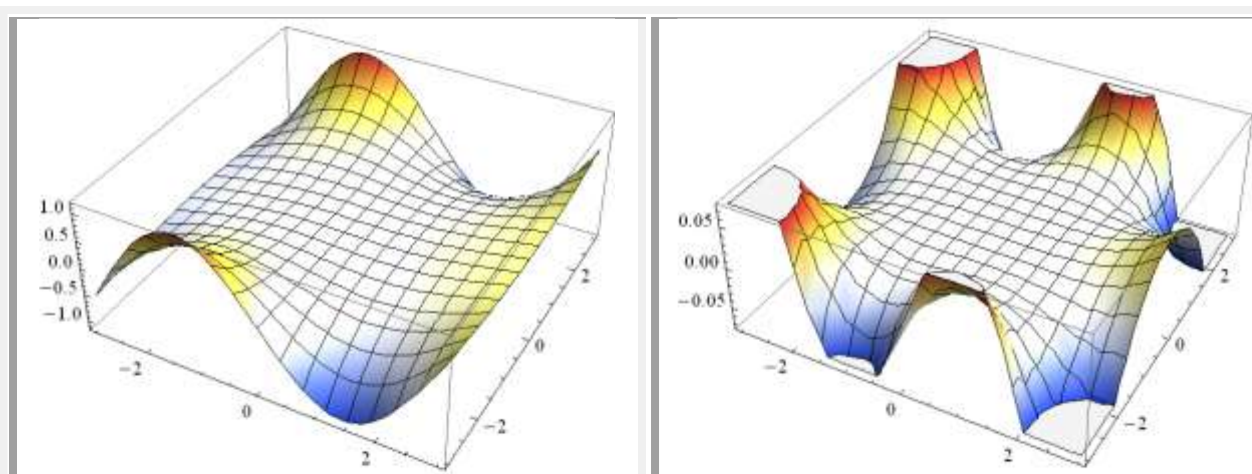


Fig.11,a Funcţii **Bessel centrice** de prima speţă **Jn** în planul complex de ordin întreg
α = -5, -3, 0, +1, +3, +5 partea reală

Fig.11,b Funcţii **Bessel centrice** de prima speţă **Jn** în planul complex de ordin întreg
α = -5, -3, 0, +1, +3, +5 , partea imaginară

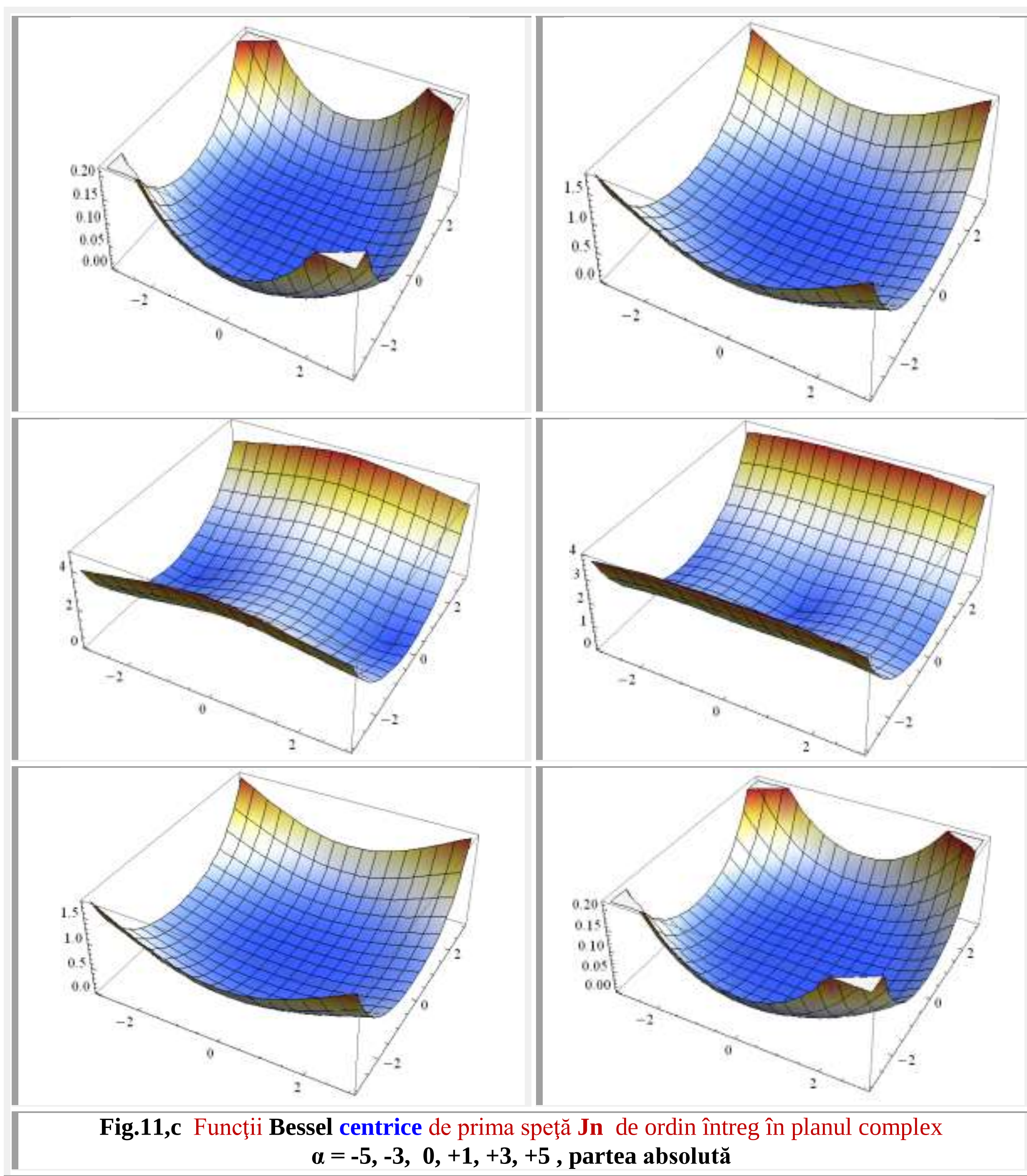


Fig.11,c Funcţii **Bessel** **centrice** de prima speţă **Jn** de ordin întreg în planul complex
α = -5, -3, 0, +1, +3, +5 , partea absolută

2.2 FUNCȚII Bessel CENTRICE (FBC) DE SPEȚA A II-a: Y_α

Funcțiile **Bessel** **centrice** de speța a II-a, notate prin $Y_\alpha(z)$ sau $Y_n(z)$, sunt de asemenea soluții ale ecuației diferențiale a lui **Bessel** **centrice**. Ele au o singularitate infinită în origine ***(z = 0)***.

Graficul funcțiilor **Bessel** **centrice** de speţa a II-a, $Y_\alpha(z)$ şi ordin întreg sunt prezentate în **figura 2**, iar în **figura 12** sunt prezentate şi pentru ordine întregi negative, adică pentru α = - 5, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4 şi 5.

Funcția $Y_\alpha(z)$ **centrică** este denumită și **funcția Neumann**, ocazional fiind notată și cu $N_\alpha(z)$.

Pentru valori α diferite de întregi, funcția **Bessel** **centrică** de speța a II-a se scrie în funcție de $J_\alpha(z)$ sub forma:

(7) $Y_\alpha(z) = \frac{J_\alpha(z).\cos(\alpha.\pi) - J_{-\alpha}(z)}{\sin(\alpha.\pi)}$

În cazul în care α are o valoare întreagă n, funcția se definește ca limită de $\alpha \to n$:

(8) $Y_n(z) = \lim_{\alpha \to n} Y_\alpha(z)$

scriindu-se sub formă integrală:

(9) $Y_n(z) = \frac{1}{\pi}\{ \int_0^\pi \sin(z.sin\theta - n\theta)\, d\theta - \int_0^\infty [e^{nt} + (-1)e^{-nt}]e^{-z\, sinht} dt \}$

iar sub formă de serie este:

(10) $Y_n(z) = \frac{2}{\pi} ln \frac{z}{2} J_n(z) - \frac{1}{\pi}\left(\frac{z}{2}\right)^{-n} \sum_{k=0}^{n-1} \frac{(n-k-1)!}{k!}\left(\frac{z}{2}\right)^{2k} - \frac{1}{\pi}\left(\frac{z}{2}\right)^{-n} \sum_{k=0}^{\infty}\{\psi(n+k+1)\} \frac{\left(\frac{-z}{2}\right)}{k!(n+k)!}$

în care ψ este funcția digamma.

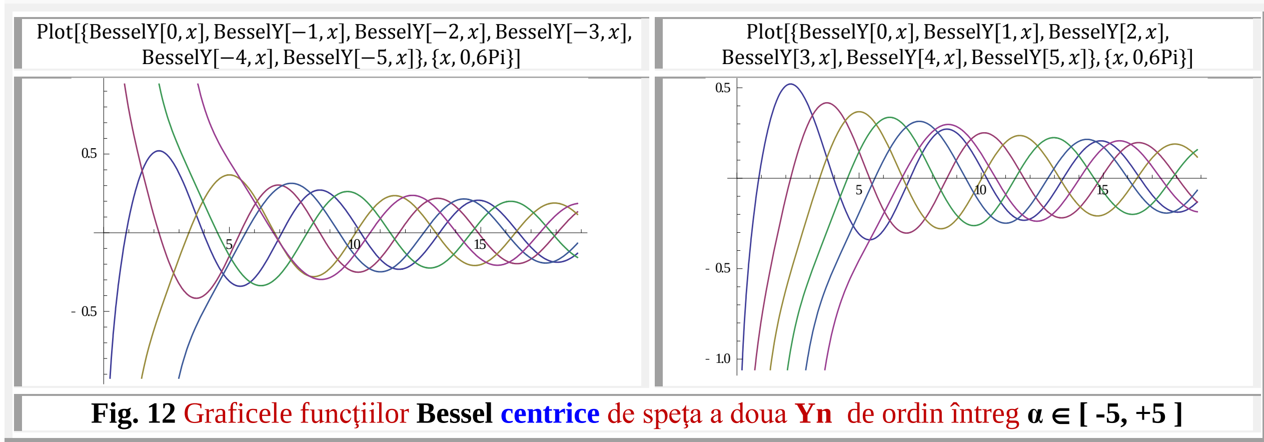
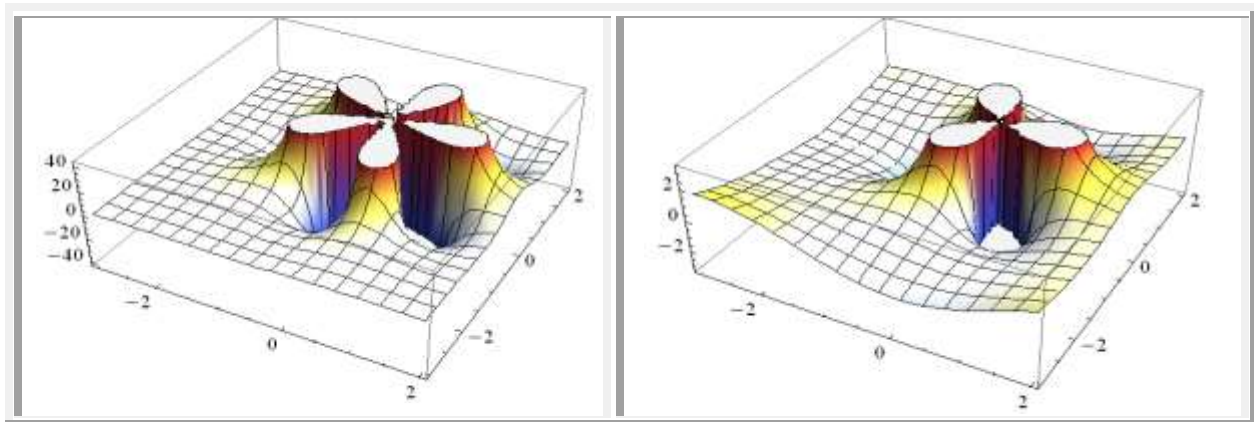


Fig. 12 Graficele funcţiilor **Bessel** **centrice** de speţa a doua **Yn** de ordin întreg $\alpha \in$ **[-5, +5]**

În cazul în care α are o valoare diferită de întreg, funcția $Y_\alpha(z)$ este inutilă (putând fi înlocuită oricând cu $J_{-\alpha}(z)$). Pe de altă parte, când α este un întreg n, $Y_n(z)$ este a doua soluție liniar independentă a ecuației lui **Bessel**. Mai mult, este valabilă o relație similară cu cea pentru funcția de speța I-a, adică:

(11) $Y_{-n}(z) = (-1)^n Y_n(z)$

Ambele funcții, $J_\alpha(z)$ şi $Y_\alpha(z)$, sunt funcții olomorfe de z în planul complex cu tăietură de-a lungul axei reale negative. Când α este un întreg, funcțiile **Bessel** ***J*** sunt funcții întregi de z. Dacă z este fixat, atunci funcțiile **Bessel** sunt funcții întregi de α.



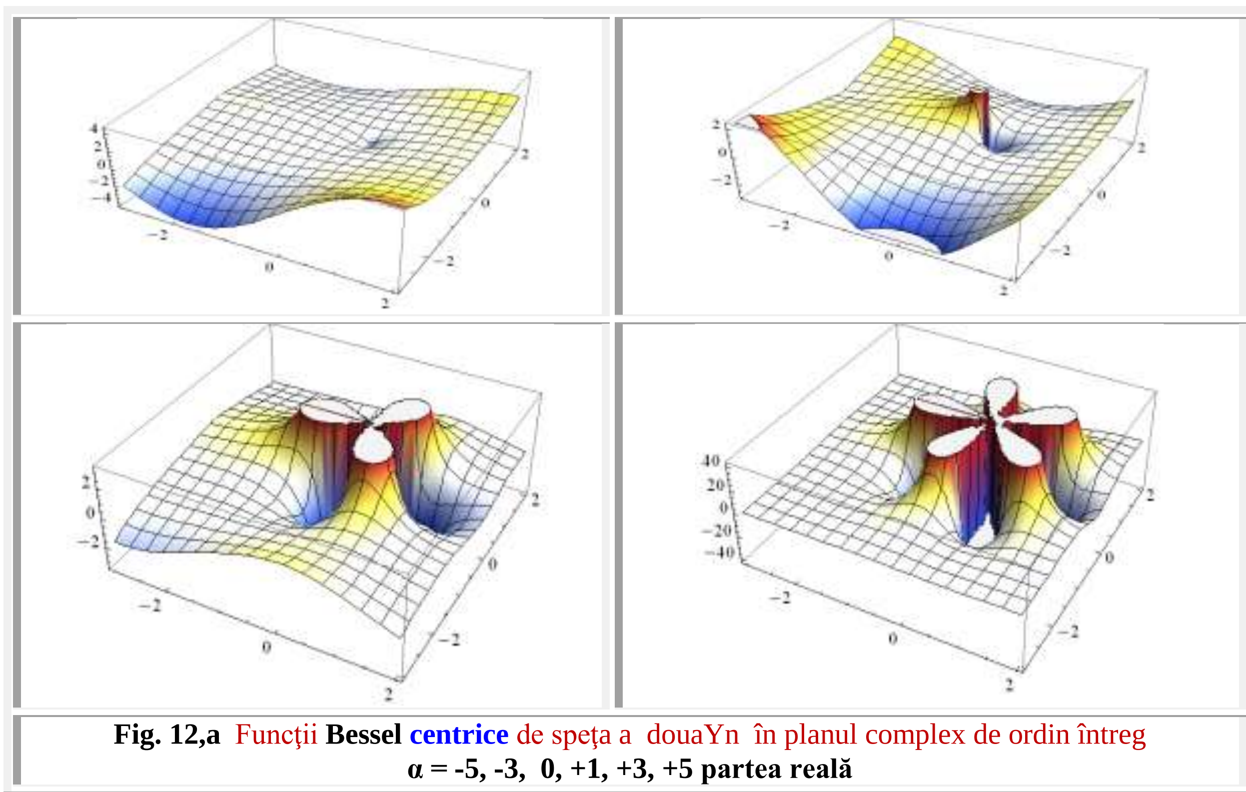
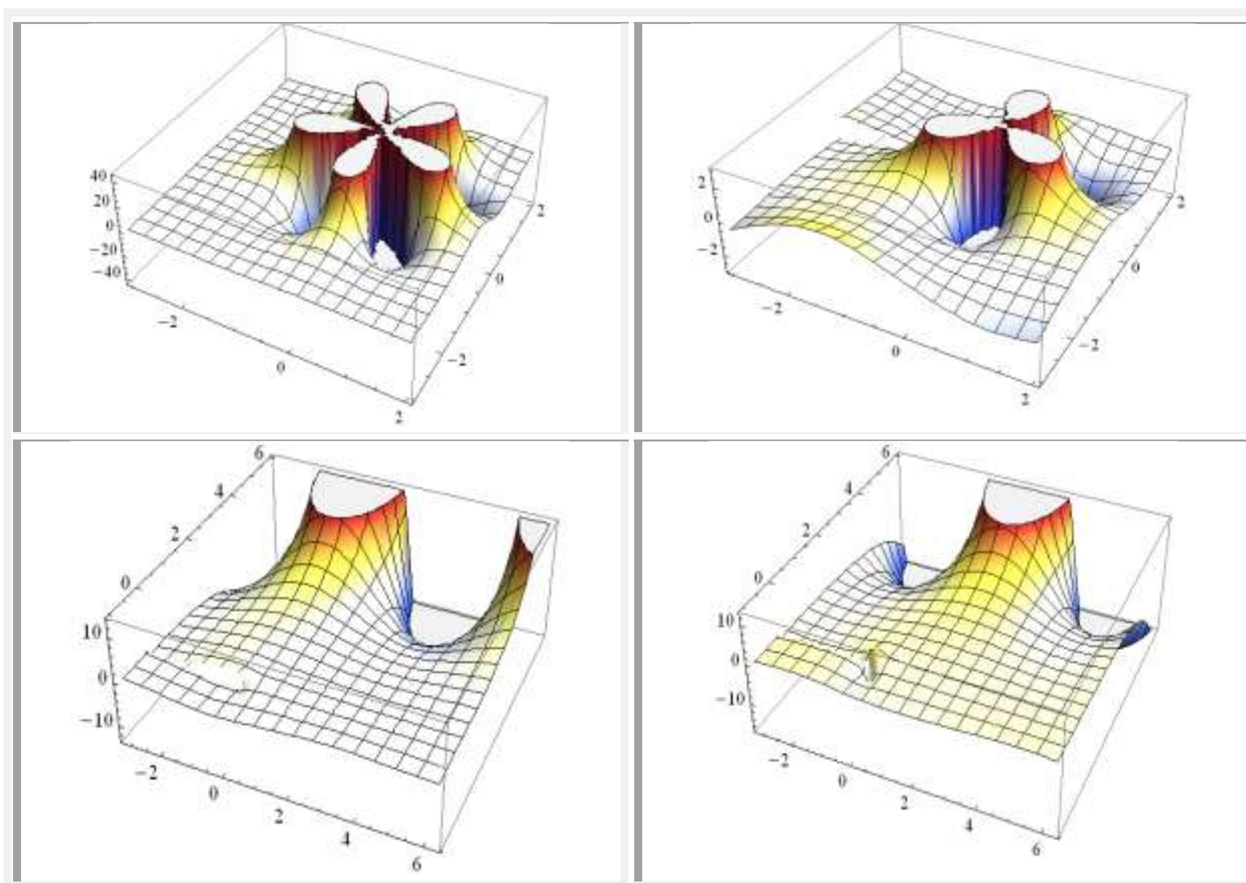


Fig. 12,a Funcţii **Bessel centrice** de speţa a douaYn în planul complex de ordin întreg
α = -5, -3, 0, +1, +3, +5 partea reală



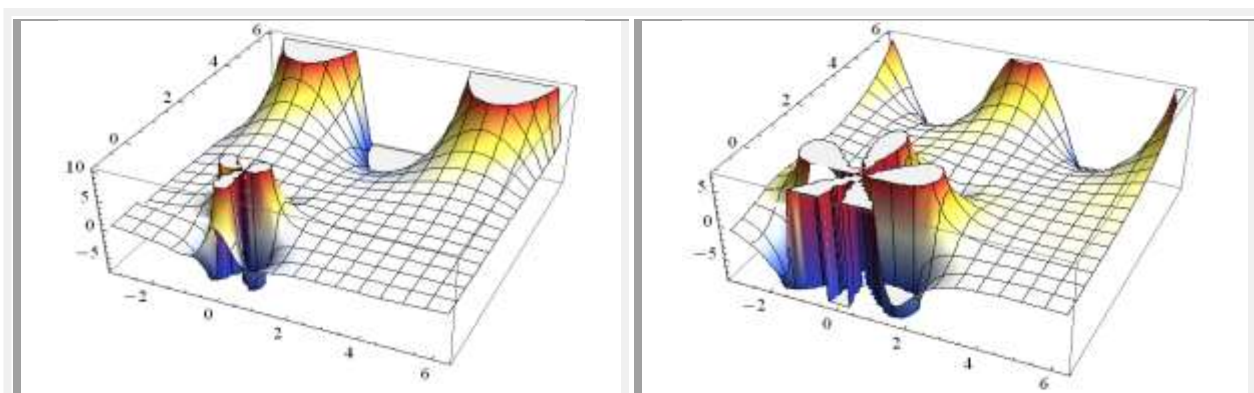
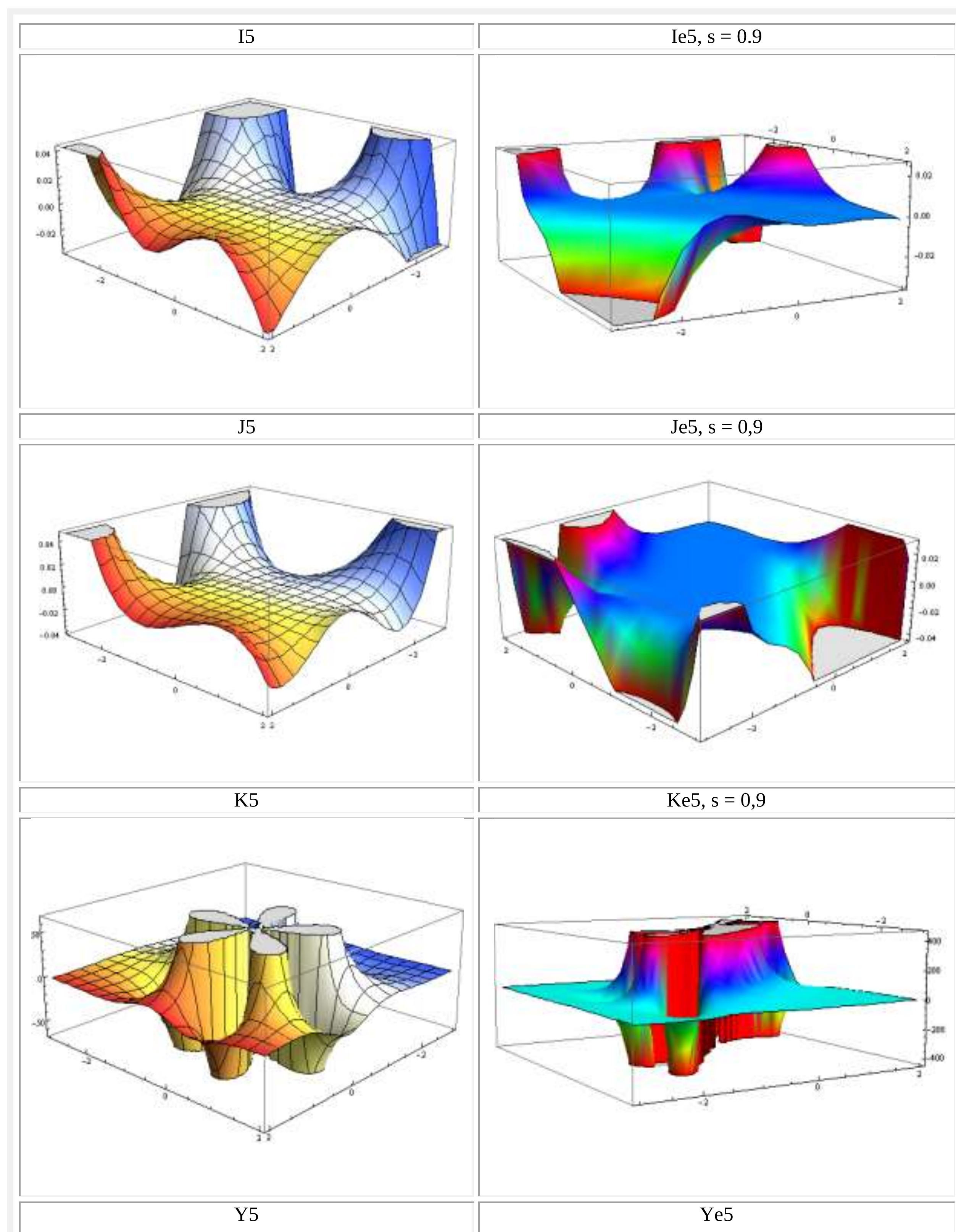


Fig. 12,b Funcţii **Bessel centrice** de speţa a doua Yn în planul complex de ordin întreg
α = -5, -3, 0, +1, +3, +5 partea imaginară

Fig. 12,c Funcţii **Bessel centrice** de speţa a doua **Yn** în planul complex de ordin întreg
α = -5, -3, 0, +1, +3, +5 partea absolută

3 FUNCŢII BESSEL CENTRICE (I, J, K, Y) ŞI EXCENTRICE (IE, JE, KE, YE) (COMPARAŢIE)



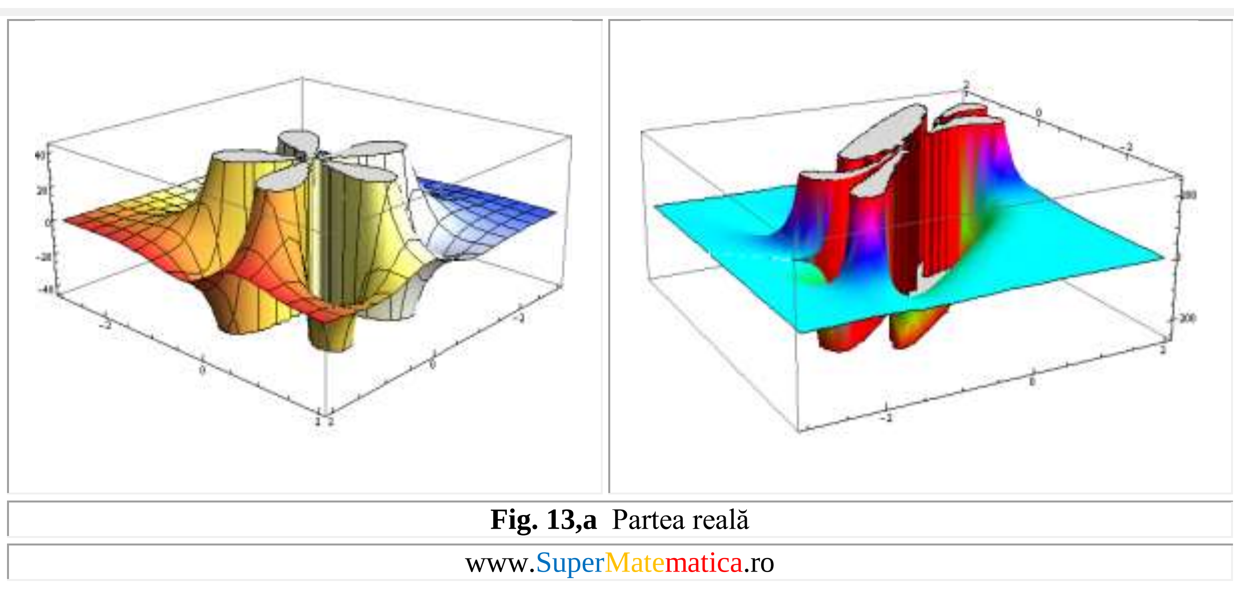


Fig. 13,a Partea reală

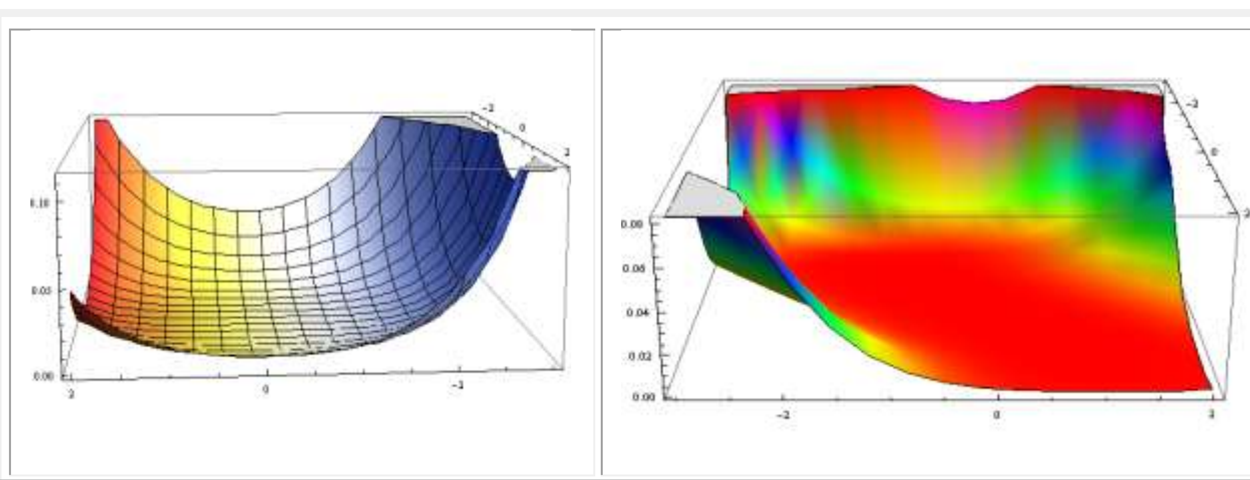
www.SuperMatematica.ro

I-5	Ie-5
J-5	Je-5
K-5	Ke-5

Y-5	Ye-5

Fig. 13,b Partea imaginară

www.SuperMatematica.ro



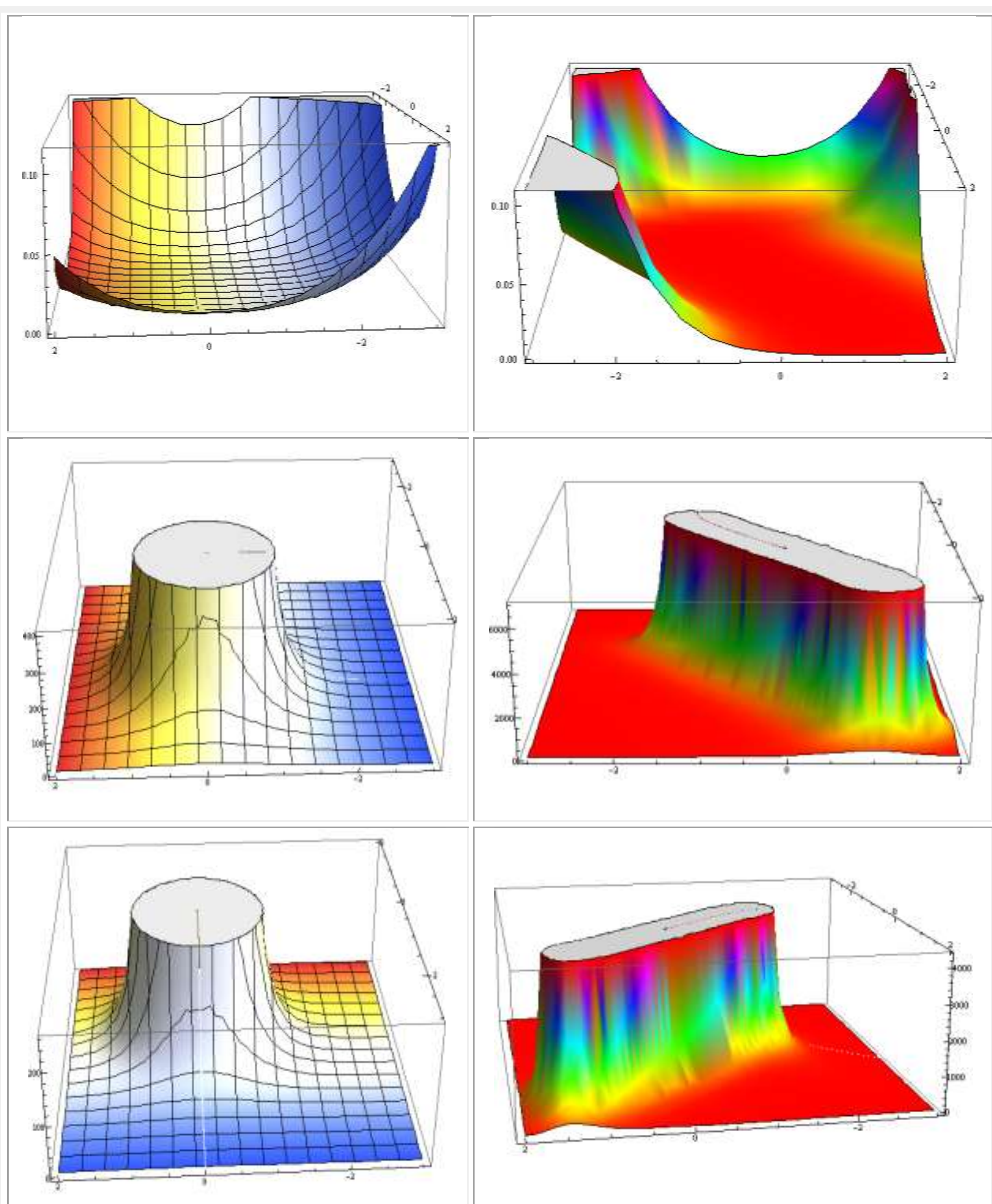


Fig.13,c Partea absolută

www.SuperMatematica.ro

3 REPREZENTAREA UNOR FUNCŢII BESSEL CU AJUTORUL FUNCŢIILOR SUPERMATEMATICE CIRCULARE EXCENTRICE.

Funcția lui **Neville Theta C**, numite după **Eric Harold Neville**, este definită după cum urmează:

(11) $\theta_c(z, m) = \frac{\sqrt{2\pi q}\, q(m)^{1/4}}{m^{\frac{1}{4}}\sqrt{K(m)}} \sum_{k=0}^{\infty}) \, . cos\left(\frac{(2k+1)\pi z}{2K(m)}\right)$

în care m = k^2 este modulul integralelor eliptice complete de prima speţă notata K(k) sau K(m), iar q (m) = $e^{-\pi\frac{K'(k)}{K(k)}}$ şi K'(k) este integrala eliptică completă de prima speţă complementară. Seria explicită este :

(12) $\text{Series}[\text{NevilleThetaC}[z,0],\{z,0,12\}] = 1-\frac{z^2}{2}+\frac{z^4}{24}-\frac{z^6}{720}+\frac{z^8}{40320}-\frac{z^{10}}{3628800}+\frac{z^{12}}{479001600}+ O[z]^{13}$

S-a constatat de către autor, şi s-a publicat, faptul că funcţiile ***Neville Theta C*** de

(13) x → = aex(θ) = x ─ arcsin[s.sin(x - ε)]

pot fi reprezentate prin funcţia supermatematică circulară excentrică cosinus excentric de variabilă excentrică **(cexθ)** aşa cum se prezintă situaţia comparativ în **figura 14,a.**

Comparând graficele acestor funcţii cu cele ale funcţiilor supermatematice circulare excentrice (**FSM─ CE**) cosinus excentric (**cexθ**) se observă identitatea lor (**Fig.14,a**).

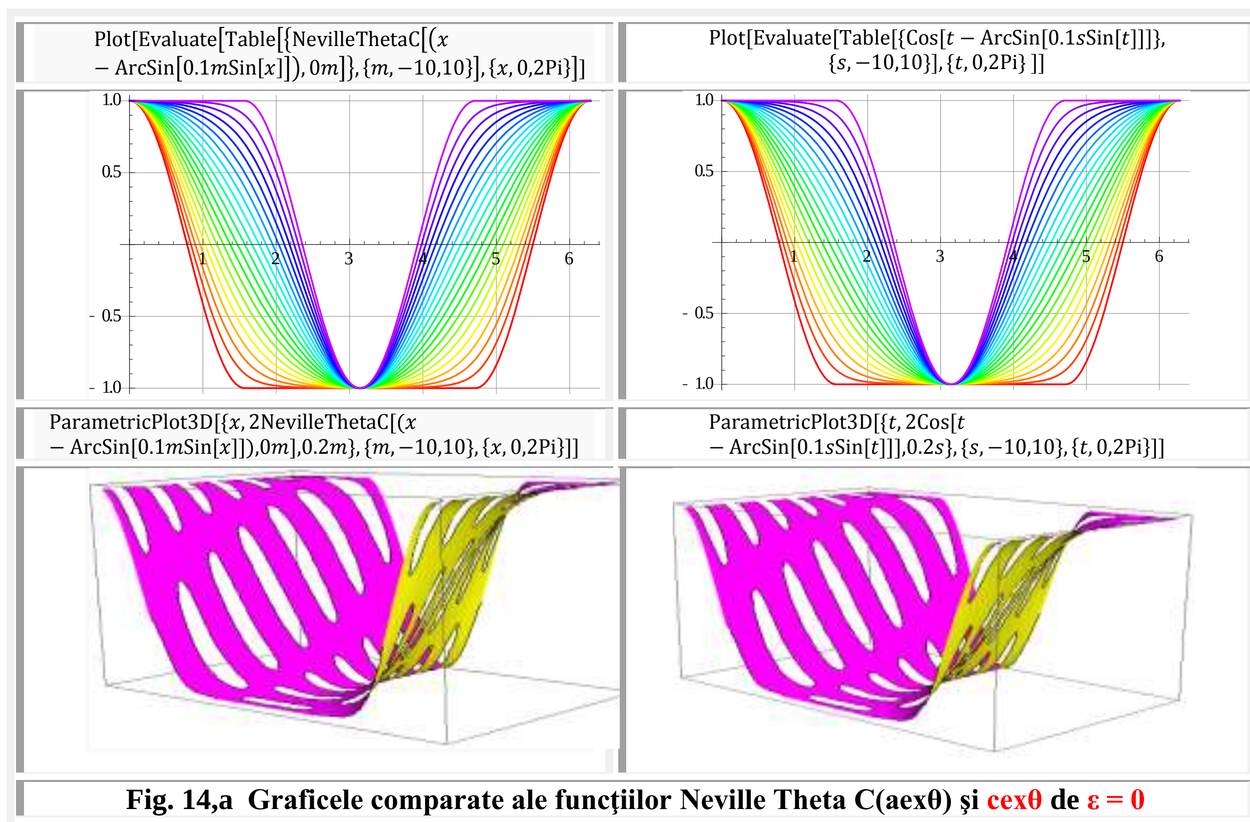


Fig. 14,a Graficele comparate ale funcţiilor Neville Theta C(aexθ) şi cexθ de ε = 0

Pentru excentricitatea unghiulară ε = π/2 funcţia **Neville Theta C(aexθ)** este identică cu **FSM─ CE** sinus excentric de variabilă excentrica cu semn schimbat (─ sexθ), aşa cum se poate observa în **figura 14,b**.

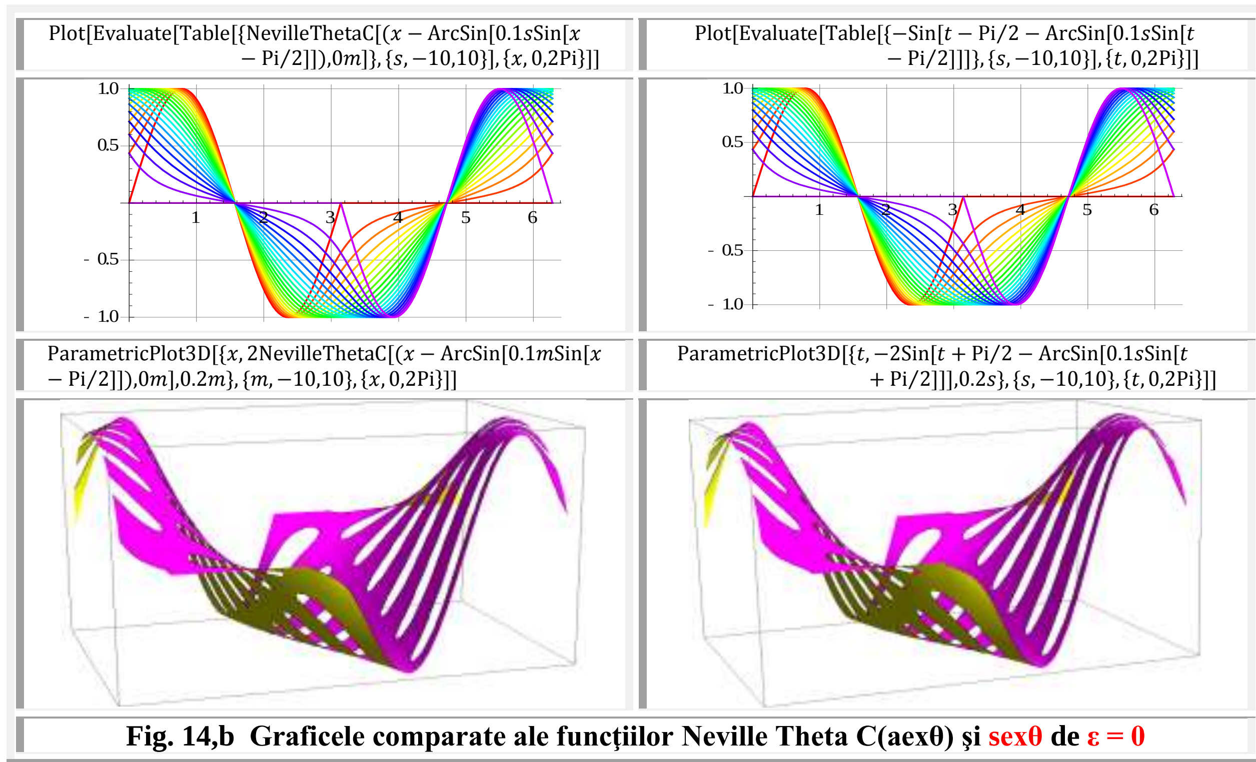


Fig. 14,b Graficele comparate ale funcţiilor Neville Theta C(aexθ) şi sexθ de ε = 0

Un fenomen asemănător apare şi în cazul funcţiilor **Bessel** (**Fig. 15,a** şi **Fig. 15,b**).

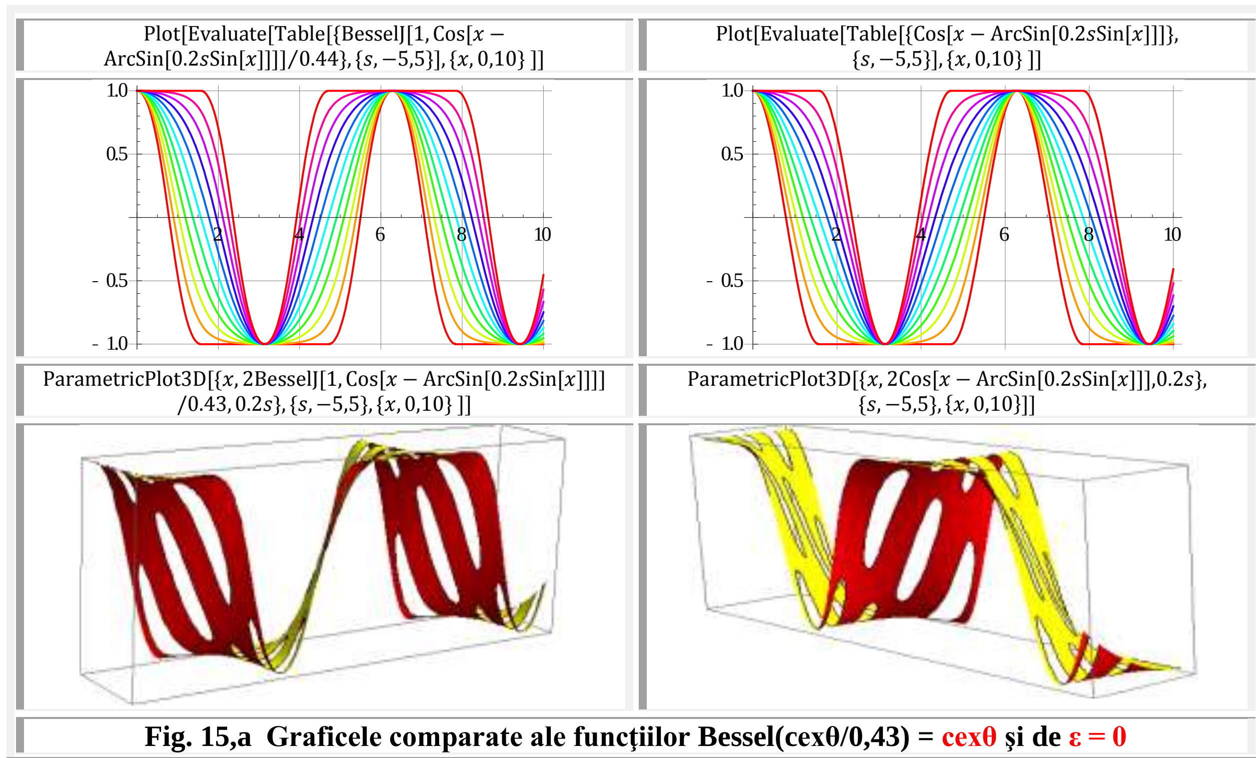


Fig. 15,a Graficele comparate ale funcţiilor Bessel(cexθ/0,43) = cexθ şi de ε = 0

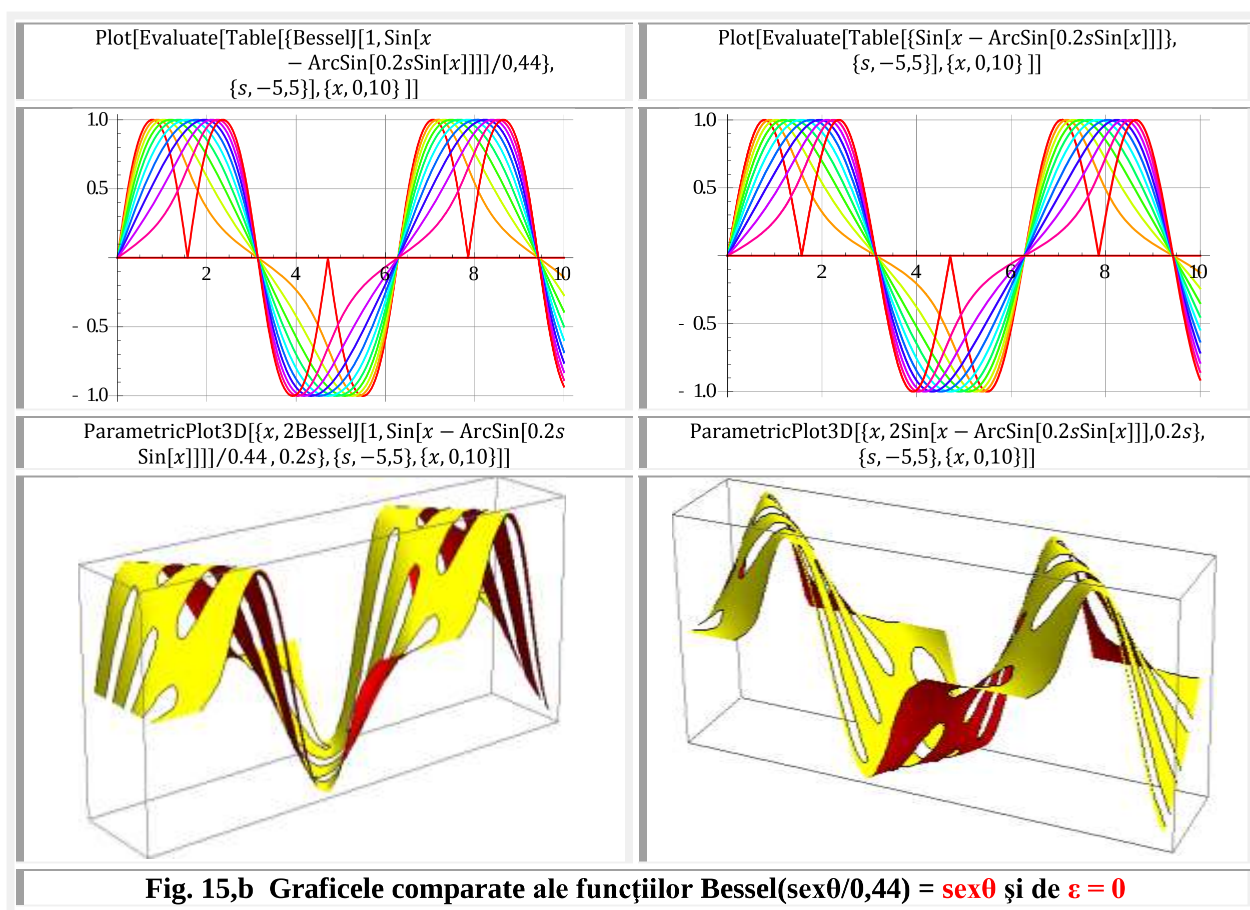
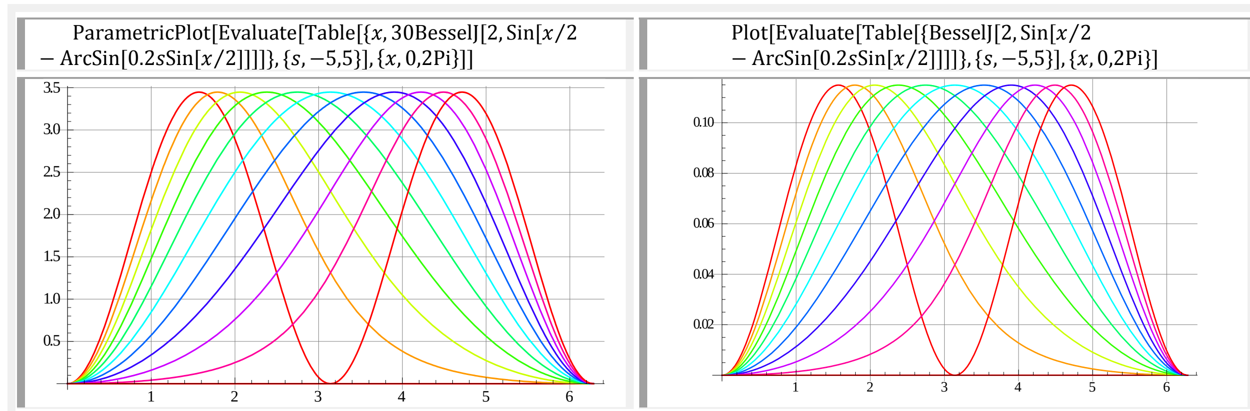


Fig. 15,b Graficele comparate ale funcţiilor Bessel(sexθ/0,44) = sexθ şi de ε = 0

4 FUNCŢII BESSEL SUPERNOVE

Prin inlocuirea variabilei x cu o funcţie se obţin functii Bessel supernove. Ca urmare şi cele prezentate anterior în **figurile15,a** şi **15,b** pot fi considerate funcţii supernove. Funcţii Besssel supernove obţinute prin ecuaţii parametrice (**Fig 16 ◀**) par mult mai interesante şi au aceeaşi formă dar amplitudini mult diferite cu cele ale funcţiilor Besser excentrice ▶.



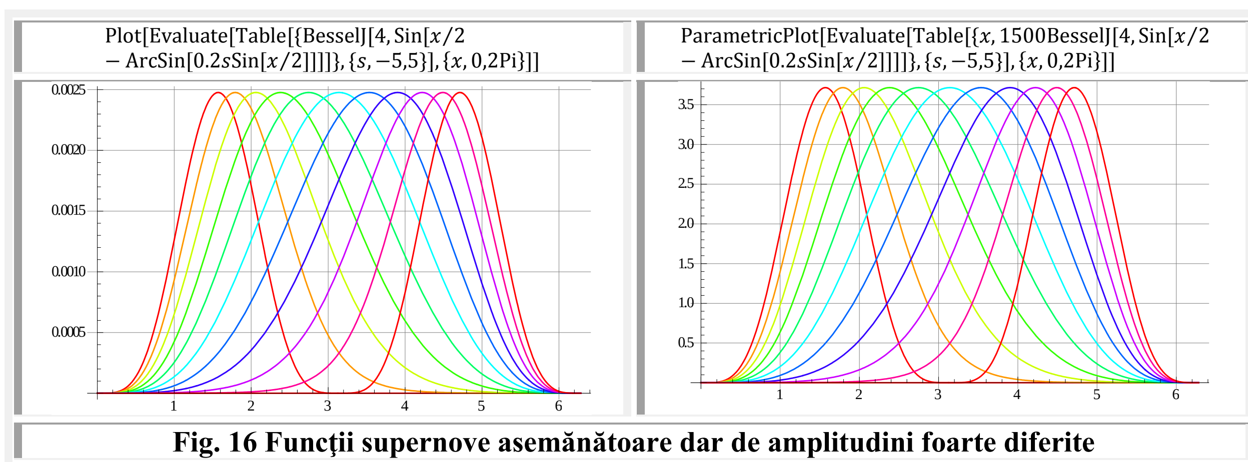


Fig. 16 Funcţii supernove asemănătoare dar de amplitudini foarte diferite

ParametricPlot[Evaluate[Table[{5ArcSin[0.2sSin[x]], 10BesselJ[0, x − ArcSin[0.2sSin[x]]]}, {s, 0,2}]

ParametricPlot[Evaluate[Table[{5ArcSin[0.2sSin[2x]], 10BesselJ[0, x − ArcSin[0.2sSin[x]]]}, {s, 0,2}], {x, −2Pi, 2Pi}]]

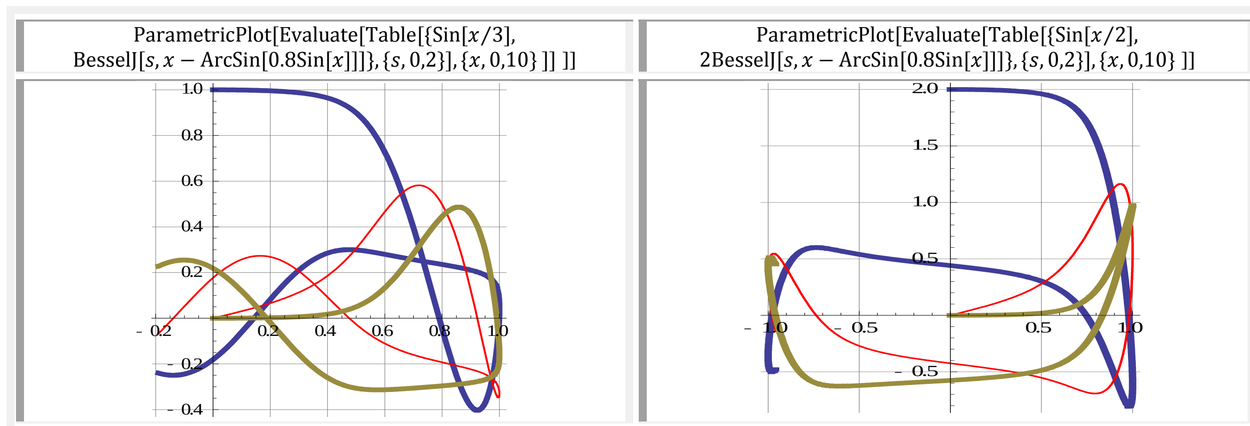
ParametricPlot[Evaluate[Table[{5ArcSin[0.5sSin[2x]], 10BesselJ[0, x − ArcSin[0.5sSin[x]]]}, {s, 0,3}], {x, −2Pi, 2Pi}]]

ParametricPlot[Evaluate[Table[{5ArcSin[0.5sSin[2x]], 10BesselJ[0, x − ArcSin[0.5sSin[x]]]}, {s, 0,3}], {x, −2Pi, 2Pi}]]

Fig. 16 Funcţii supernove în ecuaţii parametrice

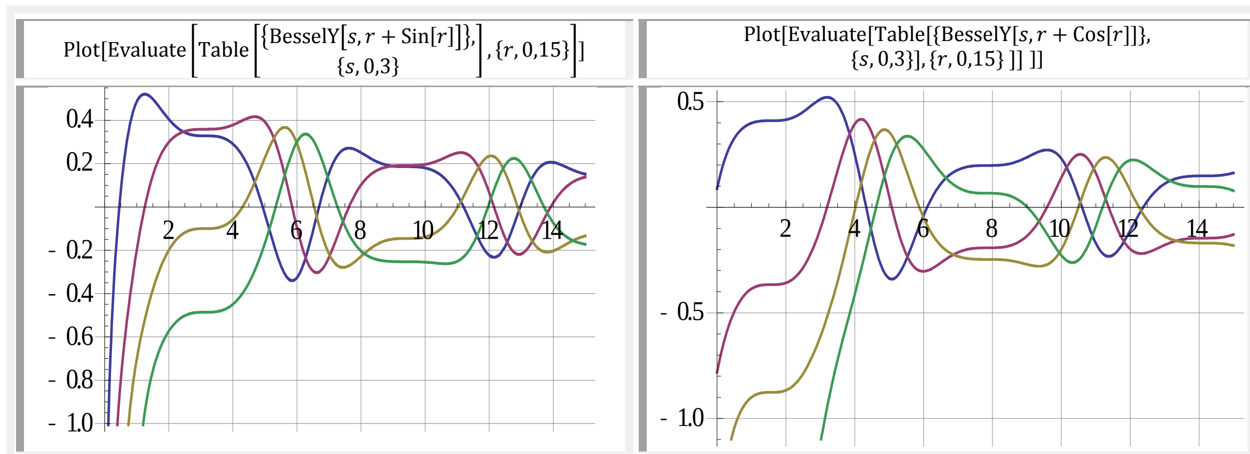
ParametricPlot[Evaluate[Table[{x, 10BesselJ[0, x − ArcSin[0.2sSin[x]]]}, {s, 0,2}], {x, −2Pi, 2Pi}]]	ParametricPlot[Evaluate[Table[{x, 10BesselJ[1, x − ArcSin[0.2sSin[x]]]}, {s, 0,2}], {x, −2Pi, 2Pi}]]
ParametricPlot[Evaluate[Table[{x, 10BesselJ[2, x − ArcSin[0.2sSin[x]]]}, {s, 0,2}], {x, −2Pi, 2Pi}]]	ParametricPlot[Evaluate[Table[{x, 10BesselJ[4, x − ArcSin[0.2sSin[x]]]}, {s, 0,2}], {x, −2Pi, 2Pi}]]
ParametricPlot[Evaluate[Table[{x, 10BesselJ[3, x − ArcSin[0.2sSin[x]]]}, {s, 0,2}], {x, −2Pi, 2Pi}]]	ParametricPlot[Evaluate[Table[{x, 10BesselJ[3, x − ArcSin[0.2sSin[x]]]}, {s, 3,5}], {x, −2Pi, 2Pi}]]

Fig. 17 Graficele funţiilor Bessel de diverse ordine.



ParametricPlot[Evaluate[Table[{Sin[x], 2BesselJ[s, x − ArcSin[0.8Sin[x]]]}, {s, 0,2}], {x, 0,10}]]	ParametricPlot[Evaluate[Table[{Sin[2x], 2BesselJ[s, x − ArcSin[0.8Sin[x]]]}, {s, 0,2}], {x, 0,10}]]
ParametricPlot[Evaluate[Table[{Sin[3x], 2BesselJ[s, x − ArcSin[0.8Sin[x]]]}, {s, 0,2}], {x, 0,10}]]	ParametricPlot[Evaluate[Table[{Sin[4x], 2BesselJ[s, x − ArcSin[0.8Sin[x]]]}, {s, 0,2}], {x, 0,10}]]

Fig. 8



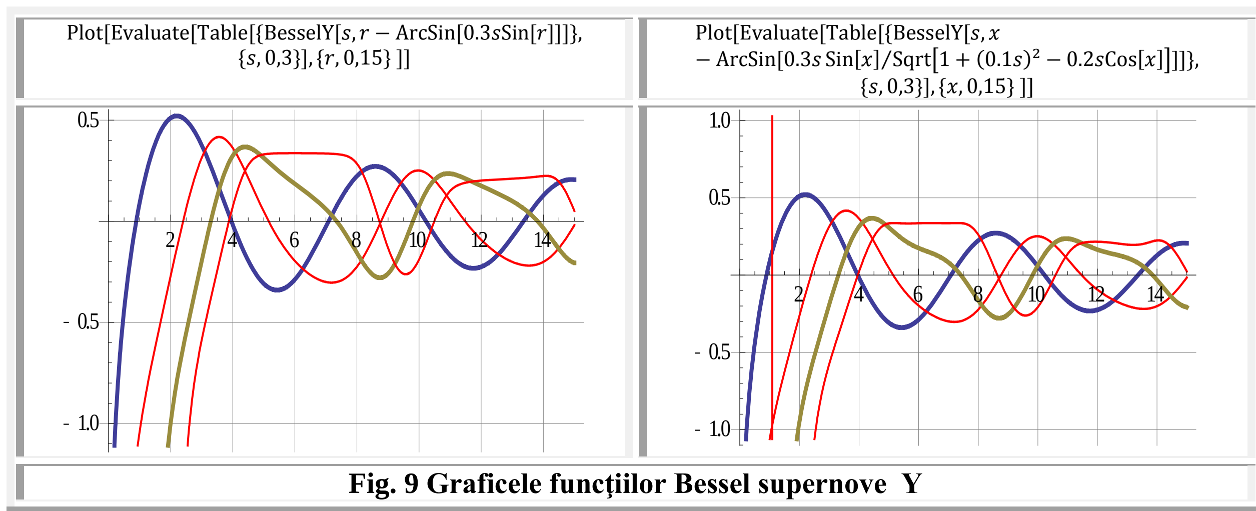


Fig. 9 Graficele funcţiilor Bessel supernove Y

ParametricPlot[Evaluate[Table[{5Cos[x],5BesselJ[0, x − ArcSin[0.1sSin[x]]]}, {s, 0,10}], {x, 0,2Pi}]]

ParametricPlot[Evaluate[Table[{6Cos[x],6BesselJ[0, x − ArcSin[0.1sSin[2x]]]}, {s, 0,10}], {x, 0,2Pi}]]

ParametricPlot[Evaluate[Table[{6Cos[x],6BesselJ[0, x − ArcSin[0.1sSin[4x]]]}, {s, 0,10}], {x, 0,2Pi}]]

ParametricPlot[Evaluate[Table[{6Cos[x],6BesselJ[0, x − ArcSin[0.1sSin[3x]]]}, {s, 0,10}], {x, 0,2Pi}]]

Fig. 10 Graficele unor funcţii supernove Bessel centricoexcentrice

B I B L I O G R A F I E

1	Şelariu Mircea Eugen	FUNCŢII CIRCULARE EXCENTRICE	Com. I Conferinţă Naţională de Vibraţii în Construcţia de Maşini, Timişoara, 1978, pag.101...108.
2	Şelariu Mircea Eugen	FUNCŢII CIRCULARE EXCENTRICE şi EXTENSIA LOR.	Bul .St.şi Tehn. al I.P. "TV" Timişoara, Seria Mecanică, Tomul 25(39), Fasc. 1-1980, pag. 189...196
3	Şelariu Mircea Eugen	STUDIUL VIBRAŢIILOR LIBERE ale UNUI SISTEM NELINIAR, CONSERVATIV cu AJUTORUL FUNCŢIILOR CIRCULARE EXCENTRICE	Com. I Conf. Naţ. Vibr.în C.M. Timişoara,1978, pag. 95...100
4	Şelariu Mircea Eugen	APLICAŢII TEHNICE ale FUNCŢIILOR CIRCULARE EXCENTRICE	Com.a IV-a Conf. PUPR, Timişoara, 1981, Vol.1. pag. 142...150
5	Şelariu Mircea Eugen	THE DEFINITION of the ELLIPTIC ECCENTRIC with FIXED ECCENTER	A V-a Conf. Naţ. de Vibr. în Constr. de Maşini,Timişoara, 1985, pag. 175...182
6	Şelariu Mircea	ELLIPTIC ECCENTRICS with MOBILE ECCENTER	IDEM pag. 183...188
7	Şelariu Mircea Eugen	CIRCULAR ECCENTRICS and HYPERBOLICS ECCENTRICS	Com. a V-a Conf. Naţ. V. C. M. Timişoara, 1985, pag. 189...194.
8	Şelariu Mircea Eugen	ECCENTRIC LISSAJOUS FIGURES	IDEM, pag. 195...202
9	Şelariu Mircea Eugen	FUNCŢIILE SUPERMATEMATICE CEX şi SEX- SOLUŢIILE UNOR SISTEME MECANICE NELINIARE	Com. a VII-a Conf.Naţ. V.C.M., Timişoara,1993, pag. 275...284.
10	Şelariu Mircea Eugen	SUPERMATEMATICA	Com.VII Conf. Internaţ. de Ing. Manag. şi Tehn.,TEHNO'95 Timişoara, 1995, Vol. 9: Matematica Aplicată,. pag.41...64
11	Şelariu Mircea Eugen	SUPERMATEMATICA.FUNDAMENTE	Editura " Politehnica ", Timişoara, 2007
12	Şelariu Mircea Eugen	SUPERMATEMATICA.FUNDAMENTE Vol. I ediţia a 2-a	Editura " Politehnica ", Timişoara, 2012
13	Şelariu Mircea Eugen	SUPERMATEMATICA.FUNDAMENTE Vol. II ediţia a 2-a	Editura " Politehnica ", Timişoara, 2007
14	Şelariu Mircea Eugen	FORMA TRIGONOMETRICĂ a SUMEI şi a DIFERENŢEI NUMERELOR COMPLEXE	Com.VII Conf. Internaţ. de Ing. Manag. şi Tehn., TEHNO'95 Timişoara, 1995, Vol. 9: Matematică Aplicată, pag. 65...72
15	Şelariu Mircea Eugen	MIŞCAREA CIRCULARĂ EXCENTRICĂ	Com.VII Conf. Internaţ. de Ing. Manag. şi Tehn. TEHNO'95., Timişoara, 1995 Vol.7: Mecatronică, Dispozitive şi Rob.Ind.,pag. 85...102
16	Şelariu Mircea Eugen	RIGIDITATEA DINAMICĂ EXPRIMATĂ CU FUNCŢII SUPERMATEMATICE	Com.VII Conf. Internaţ. de Ing. Manag. şi Tehn., TEHNO'95 Timişoara, 1995 Vol.7: Mecatronică, Dispoz. şi Rob.Ind.,pag. 185...194

17	Şelariu Mircea Eugen	DETERMINAREA ORICÂT DE EXACTĂ A RELAŢIEI DE CALCUL A INTEGRALEI ELIPTICE COMPLETE DE SPETA INTAIA K(k)	Bul. VIII-a Conf. de Vibr. Mec., Timişoara,1996, Vol III, pag.15 ... 24.
18	Şelariu Mircea Eugen	FUNCŢII SUPERMATEMATICE CIRCULARE EXCENTRICE DE VARIABILĂ CENTRICĂ	TEHNO ' 98. A VIII-a Conferinţa de Inginerie Menagerială şi Tehnologică, Timişoara 1998, pag 531..548
19	Şelariu Mircea Eugen	FUNCŢII DE TRANZIŢIE INFORMAŢIONALĂ	TEHNO ' 98. A VIII-a Conferinţa de Inginerie Managerială şi Tehnologică, Timişoara 1998, pag 549… 556
20	Şelariu Mircea Eugen	FUNCŢIILE SUPERMATEMATICE CIRCULARE EXCENTRICE DE VARIABILĂ CENTRICĂ CA SOLUŢII ALE UNOR SISTEME OSCILANTE NELINIARE	TEHNO ' 98. A VIII-a Conferinţa de Inginerie Managerială şi Tehnologică, Timişoara 1998, pag 557…572
21	Şelariu Mircea Eugen	INTRODUCEREA STRÂMBEI ÎN MATEMATICĂ	Lucr. Simp. Naţional "Zilele Universităţii Gh. Anghel" Ed. II-a, Drobeta Turnu Severin, 16-17 mai 2003, pag. 171 … 178
22	Şelariu Mircea Eugen	QUADRILOBIC VIBRATION SYSTEMS	The 11 –th International Conference on Vibration Engineering, Timişoara, Sept. 27-30, 2005 pag. 77 … 82
23	Şelariu Mircea Eugen	SMARANDACHE STEPPED FUNCTIONS	Revista: "Scienta Magna" Vol. 3, No. 1, 2007, ISSN 1556-6706
24	Şelariu Mircea Eugen	TEHNO ART OF ŞELARIU SUPERMATHEMATICS FUNCTIONS	(ISBN-10):1-59973-037-5 (ISBN-13):974-1-59973-037-0 (EAN): 9781599730370

Motto:" ***Matematica este ceea ce începe, precum Nilul, în modestie şi se termină în magnific ca supermatematică*"**
după o definiţie a lui **Calvin Colton**

CAPITOLUL IX

FUNCŢII SUPERNOVE TRILOBICE

1 INTRODUCERE

Descoperirea, sau mai precis inventarea **supermatematicii** (**SM**), au făcut posibile o serie de transformări geometrice / conversii, ca de exemplu conversiunea cercului în pătrat, considerate de corifeii matematicii ca fiind ***imposibile***. Şi totuşi, cercul, figura geometrică supremă a **matematicii centrice** (**MC**), în matematica excentrică (**ME**) se poate transforma continuu în triunghi, pătrat, drepatunghi, toate perfecte şi în oricare alt poligon.

Conversiunea, printre multe alte definiţii / înţelesuri, o are şi pe aceea de "***schimbare a naturii, a formei unui lucru***". În cele ce urmează, tocmai despre aceasta va fi vorba, despre transformare / schimbare / ***conversiunea*** anterior imposibilă, în matematică ordinară, clasică, denumită acum şi ***centrică*** (**MC**), a unor forme în altele şi care, a devenit posibilă acum, graţie apariţiei noii matematici, denumită ***excentrică*** (**ME**) şi a noilor complemente de matematică, înglobate şi denumite vremelnic şi supermatematică (**SM**). Ne referim la conversia cercului în pătrat, a sferei în cub, a cercului în triunghi, a conului în piramida, a cilindrului în prismă, a torului circular în secţiune şi ca formă în tor pătrat în secţiune şi / sau formă, ş.m.a.

Se afirmă că **Topologia** este o matematică în cadrul căreia nu se face deosebire între un covrig şi o ceaşcă. Ei bine, ***supermatematica*** nu face distincţie între un cerc şi un pătrat perfect, între un cerc şi un triunghi perfect, între elipsă şi un dreptunghi perfect, între sferă şi un cub perfect, dintre un con şi o piramidă perfecta ş.m.a; cu aceleaşi ecuaţii parametrice obţinându-se atât formele ideale ale **MC** (cerc, elipsă, sferă ş.m.a), cât şi cele reale (s = 0) sau excentrice (**s = ±1** → pătrat, dreptunghi, cub ş.m.a.), convertiri care anterior păreau paradoxale. Pentru descoperirea acetor posibilităţi, autorul a fost primit membru de onoare al clubului internaţional exclusivist al paradoxiştilor, cu sediul în USA. Şi, mult mai important, **SM** a şters graniţele dintre liniar şi neliniar, dintre ideal şi real, dintre cunoscut şi necunoscut.

Trilobele S sunt rezultatul transformărilor cecului într-un triunghi echilateral perfect. Din ecuaţiile parametrice

$$(1)\quad \begin{cases} x = cex\theta = \cos(aex\theta) = \cos(t \mp bex_S\theta) = \cos\{\theta \mp \arcsin[s.\sin(\theta \pm \varepsilon)]\}, \\ \qquad s\in[-1\,,0],\ \ s\in[0,1] \\ y = sex\theta = \sin\{aex\theta) = \sin(t \pm bex_S\theta) = \sin\{\theta \pm \arcsin[s.\sin(\theta \mp \varepsilon)]\}, \\ \qquad s\in[-1\,,0],\ \ s\in[0,1] \end{cases}$$

pentru excentricitatea liniară numerică **s = 0** se obţine un cercul unitate, iar pentru **s = ± 1** se obţine triunghiul echilateral perfect. Pentru valorile intermediare ale excentricităţii numerice **s** ∈ (-1,+1)\0 se obţin noile forme matematice denumite ***trilobe***, deoarece au / deţin 3 lobi (**Fig.1**), echivalentele celor trei vârfuri ale triunghiului. Dacă semnele din ecuaţiile parametrice (1) sunt aceleaşi peste tot ($\pm$ *sau* $\mp$) atnci se obţin numai cercuri pentru toate valorile ***excentricităţii liniare numerice s sau reale e = s R***.

Dacă în una dintre ecuaţiile parametrice (1) $bex_S\theta$ se înlocuieşte cu $bex_C\theta = \arcsin[s.cos\theta]$, atunci se obţin ecuaţiile ***trilobelor C*** de cosinus (**Fig. 2**).

În fine, exista o configuraţie a semnelor din ecuaţiile (1), care rezulta din **figura 3**, prin care se obţin ***trilobele T***; denumirea derivând din forma curbelor pentru **s = ± 1**.

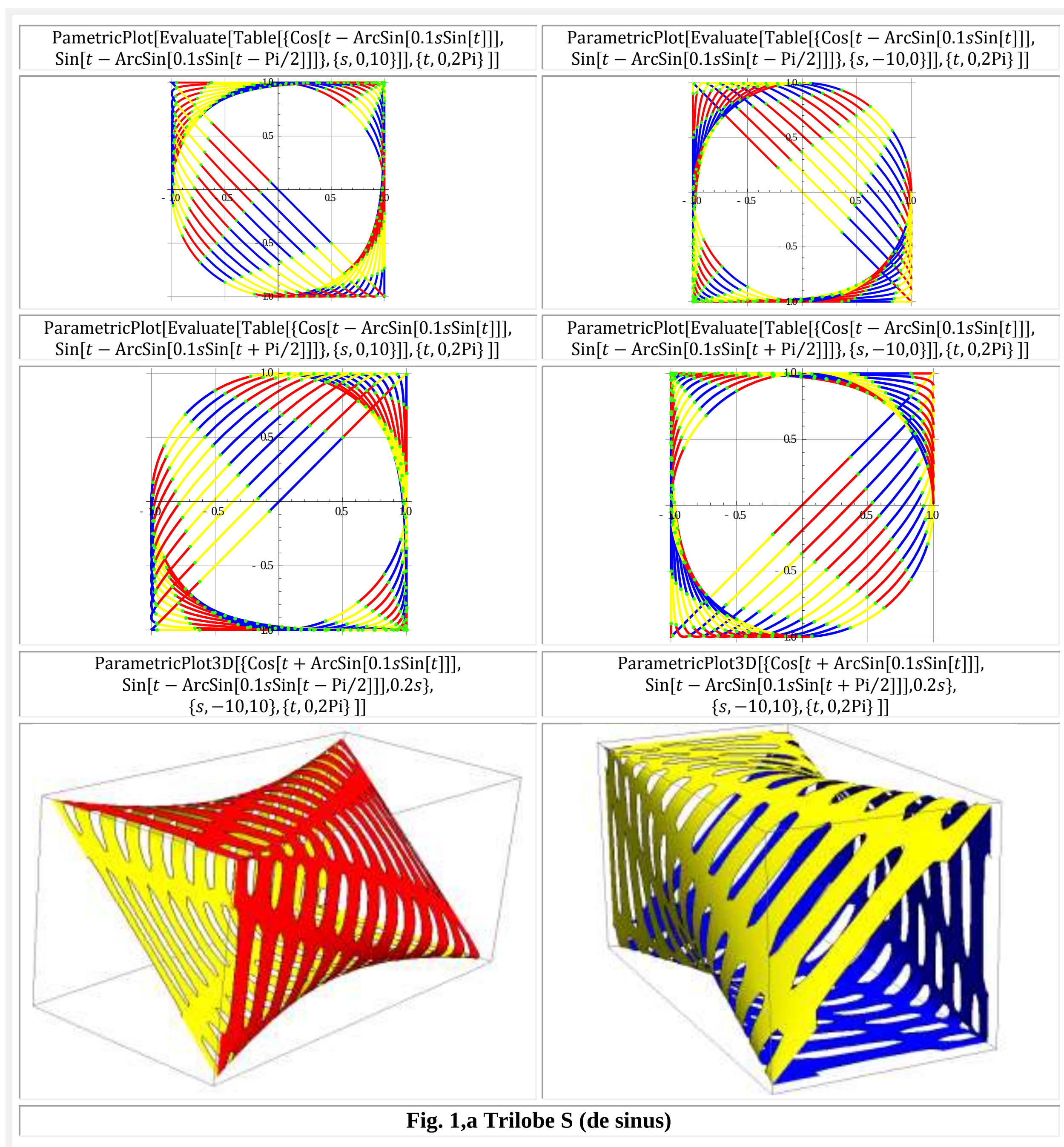


Fig. 1,a Trilobe S (de sinus)

In **figura 1,a** se observa imediat cum cercul, de excentricitate liniară numercă pe cercul unitate **s** = 0 se transformă într-un triunghi echilateral perfect, pentru o ecentricitate liniară numerică **s = 1** sau reală **e** = **s**.**R** pe un cerc oarecare în care **R** este raza cercului.

Toate celelalte curbe închise, prezenta în desen, sunt ***trilode S*** (de sinus) deoarece în ecuaţiile lor de definiţie, care conţin ***funcţia supermatematica circulară excentrică*** (**FSM─CE**) beta excentric ─ $bex_S\theta$ = arcsin[s.sin(θ ─ ε)] ─, există / este căte o funcţie de sinus in ecuaţiile parametrice atât în ecuaţia lui **X** cât şi în cea a lui **Y**. Dacă ea se înlocuieşte în **X** cu cosinus, adică $bex_C\theta$ = arcsin[s.cos(θ ─ ε)] atunci se obţin ***trilobele C***, adică de cosinus.

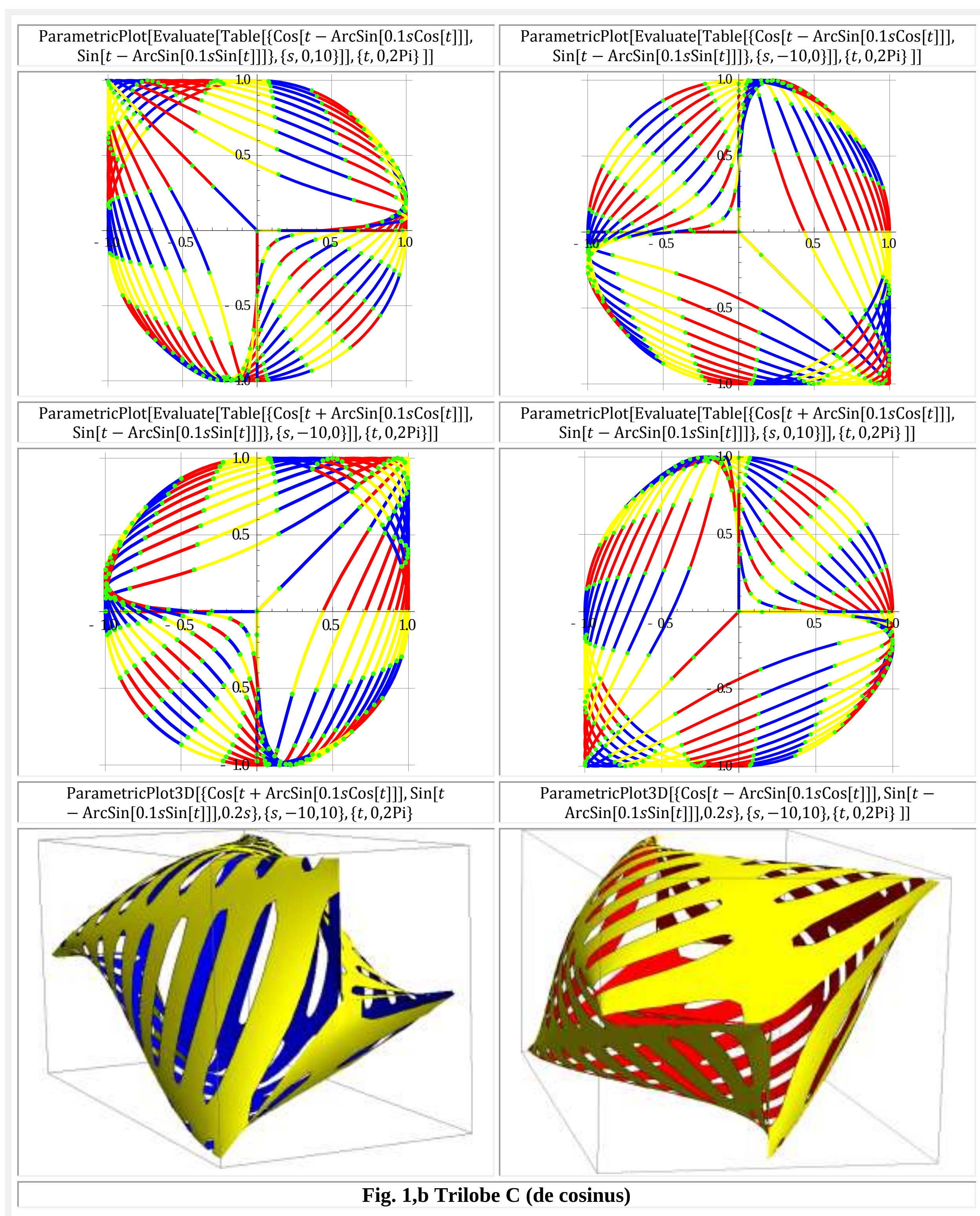


Fig. 1,b Trilobe C (de cosinus)

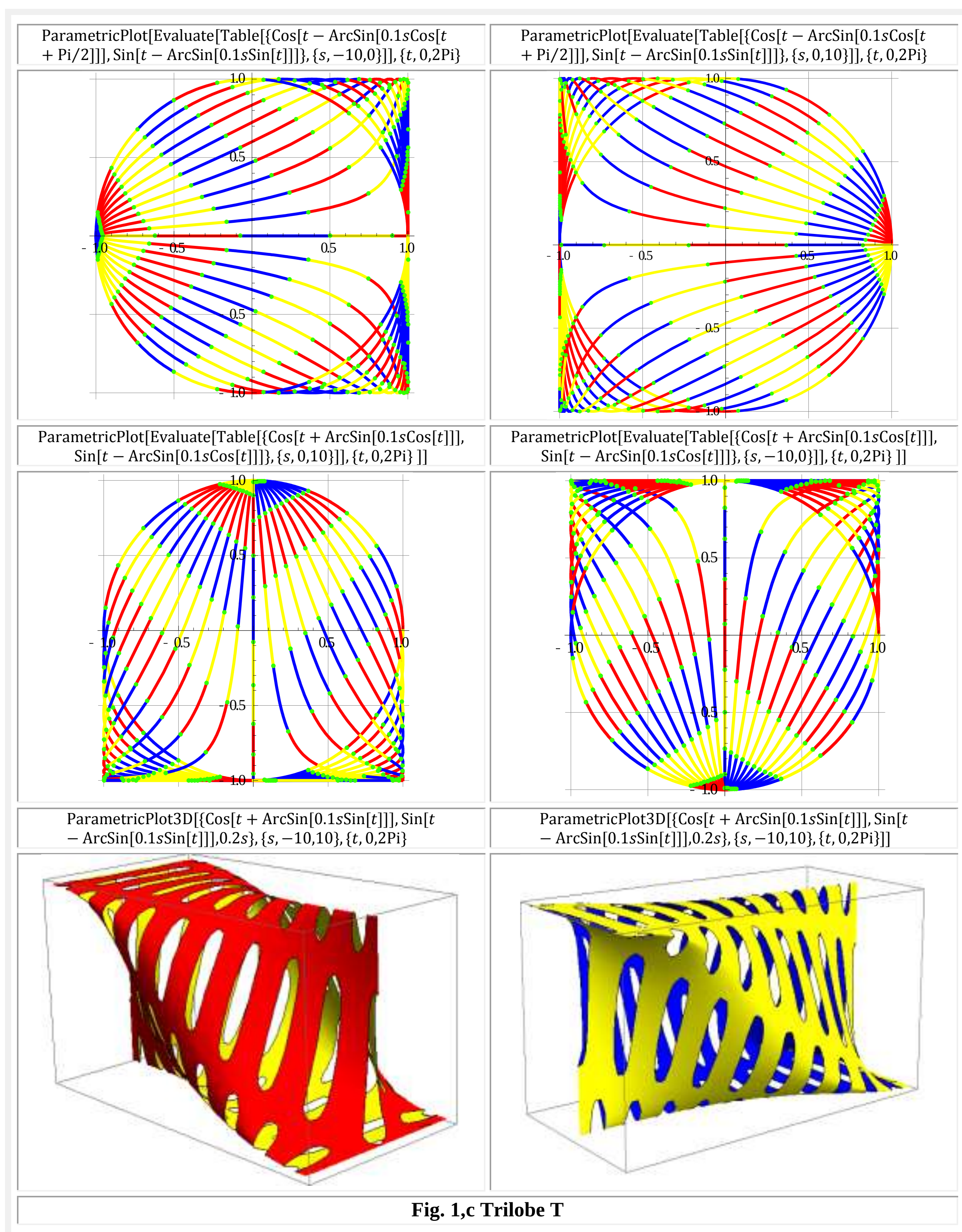


Fig. 1,c Trilobe T

2 FUNCŢII SUPERNOVE TRILOBICE

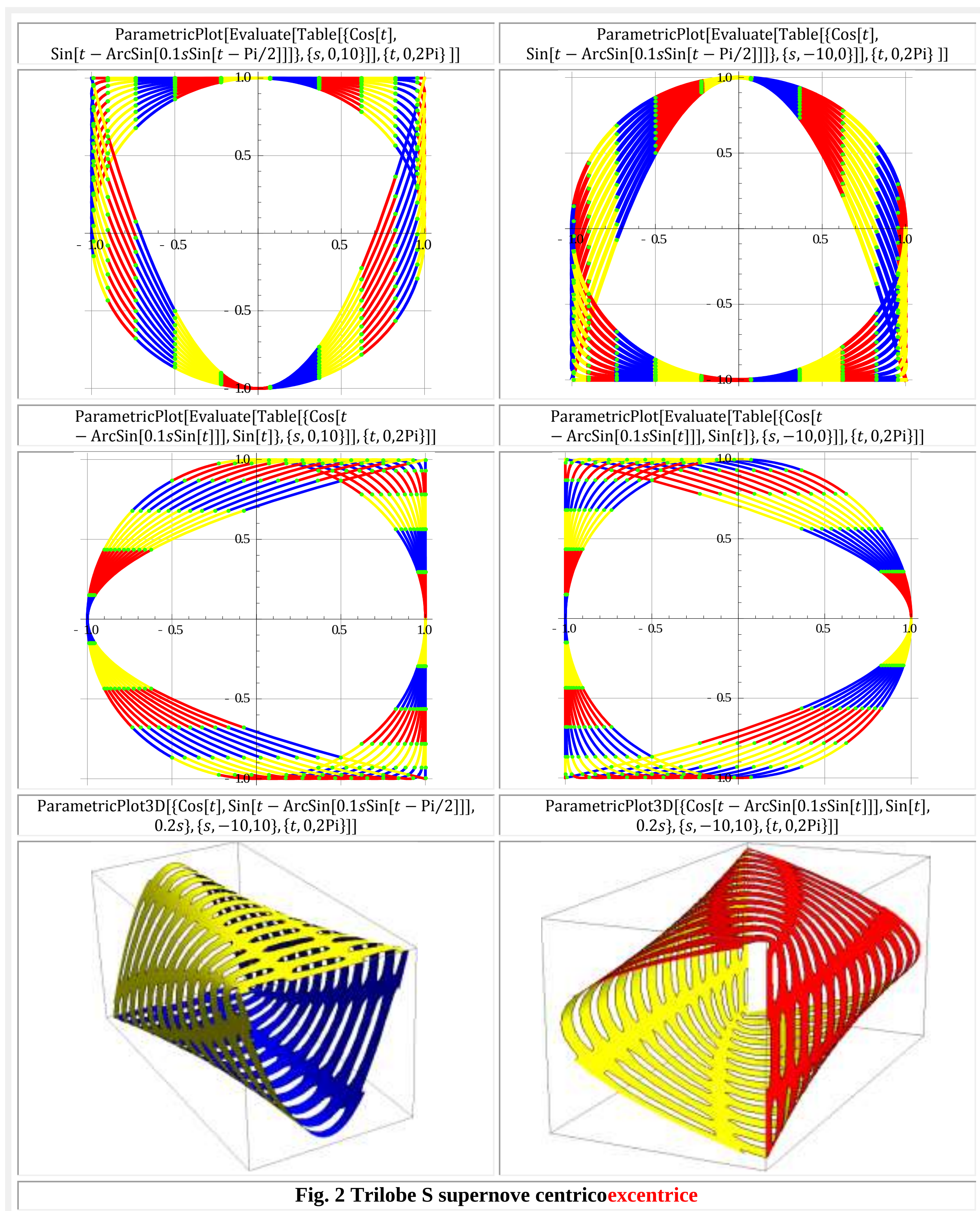
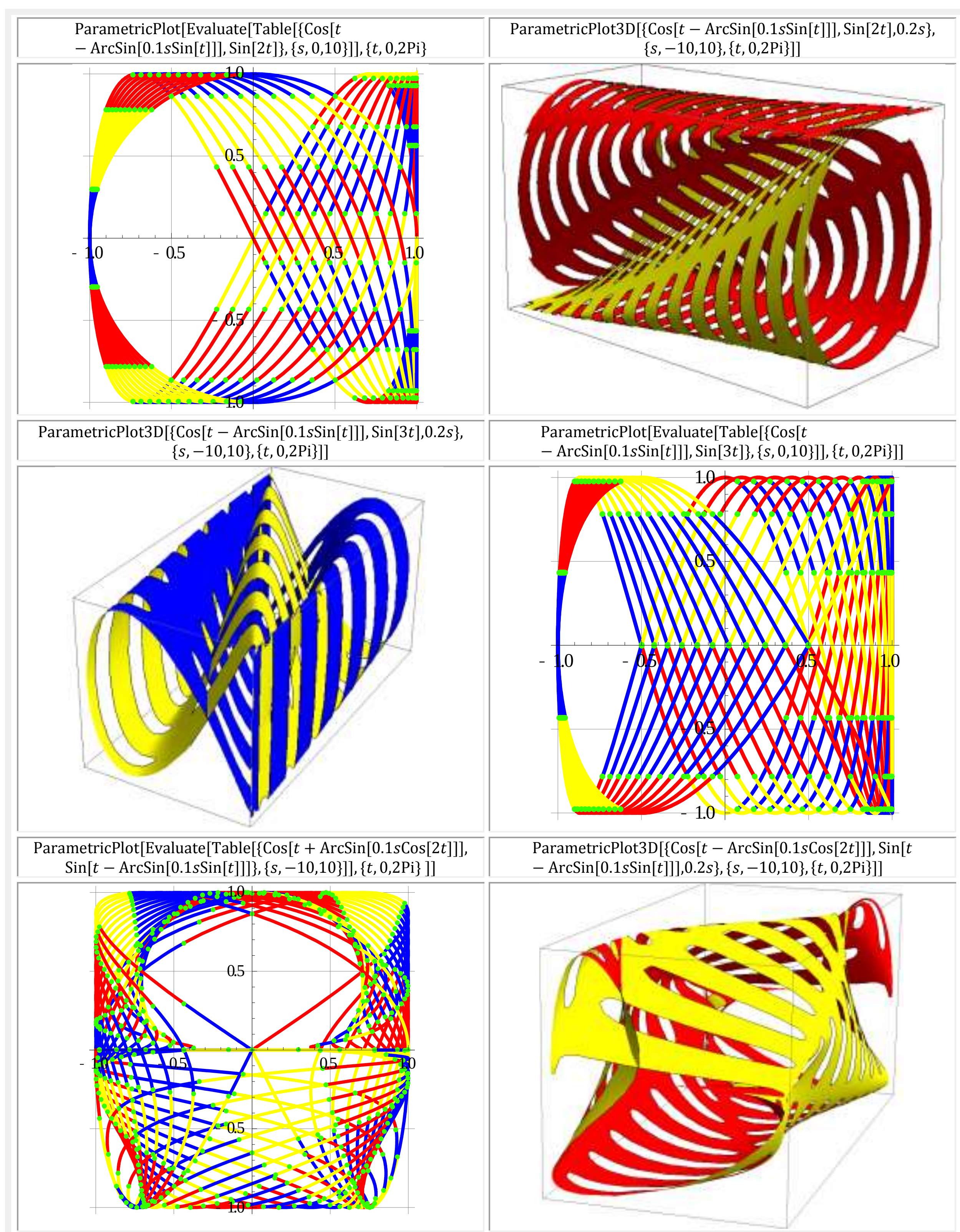
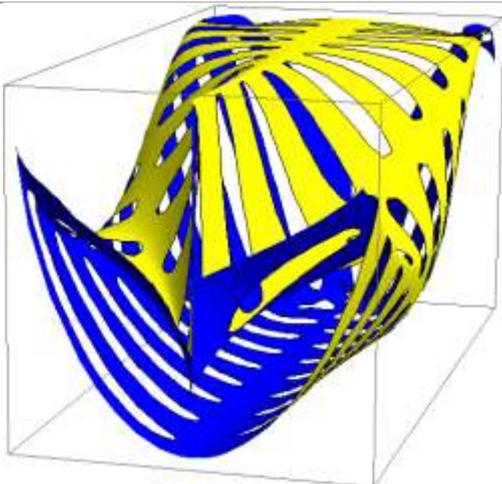
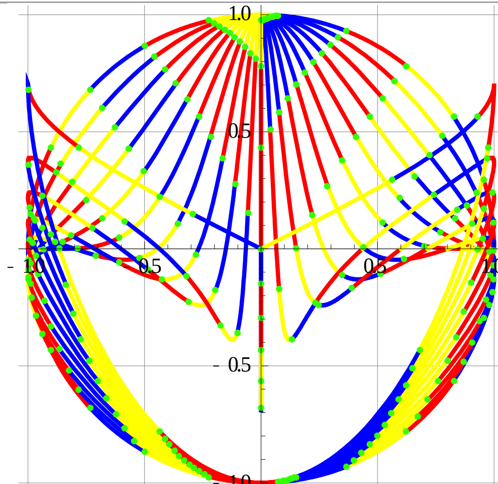
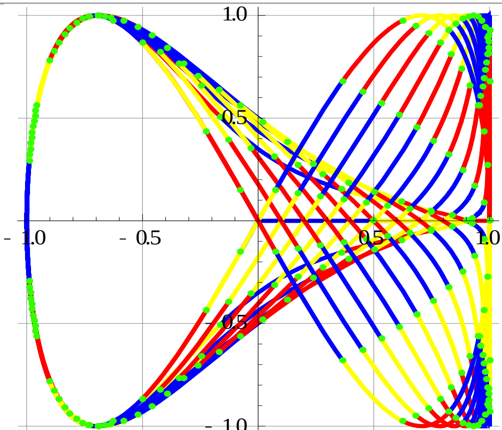
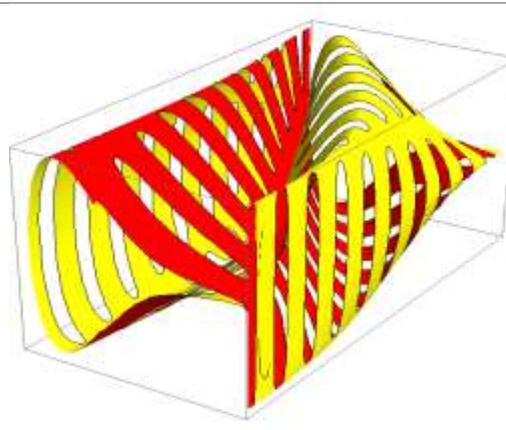
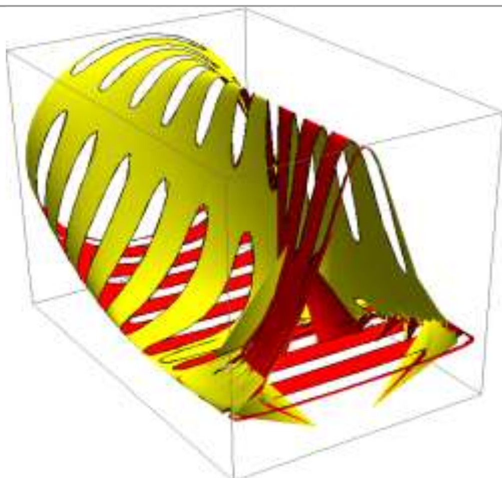
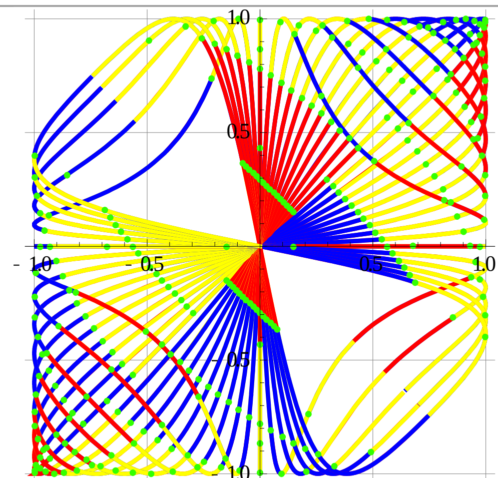


Fig. 2 Trilobe S supernove centricoexcentrice


ParametricPlot[Evaluate[Table[{Cos[t − ArcSin[0.1sSin[t]]], Sin[2t]}, {s, 0,10}]], {t, 0,2Pi}
ParametricPlot3D[{Cos[t − ArcSin[0.1sSin[t]]], Sin[2t],0.2s}, {s, −10,10}, {t, 0,2Pi}]]
ParametricPlot3D[{Cos[t − ArcSin[0.1sSin[t]]], Sin[3t],0.2s}, {s, −10,10}, {t, 0,2Pi}]]
ParametricPlot[Evaluate[Table[{Cos[t − ArcSin[0.1sSin[t]]], Sin[3t]}, {s, 0,10}]], {t, 0,2Pi}]]
ParametricPlot[Evaluate[Table[{Cos[t + ArcSin[0.1sCos[2t]]], Sin[t − ArcSin[0.1sSin[t]]]}, {s, −10,10}]], {t, 0,2Pi}]]
ParametricPlot3D[{Cos[t − ArcSin[0.1sCos[2t]]], Sin[t − ArcSin[0.1sSin[t]]],0.2s}, {s, −10,10}, {t, 0,2Pi}]]

ParametricPlot3D[{Cos[t + ArcSin[0.1sCos[t]]], Sin[t − ArcSin[0.1sSin[2t]]],0.2s}, {s, −10,10}, {t, 0,2Pi}]]	ParametricPlot[Evaluate[Table[{Cos[t + ArcSin[0.1sCos[t]]], Sin[t − ArcSin[0.1sSin[2t]]]}, {s, 0,10}]], {t, 0,2Pi}]]
	
ParametricPlot[Evaluate[Table[{Cos[t − ArcSin[0.1sCos[t + Pi/2]]], Sin[2t − ArcSin[0.1sSin[2t]]]}, {s, −10,0}]], {t, 0,2Pi}]]	ParametricPlot3D[{Cos[t − ArcSin[0.1sCos[t + Pi/2]]], Sin[2t − ArcSin[0.1sSin[2t]]],0.2s}, {s, −10,10}, {t, 0,2Pi}]]
	
ParametricPlot3D[{Cos[2t + ArcSin[0.1sSin[2t]]], Sin[2t − ArcSin[0.1sSin[2t]]],0.2s}, {s, 0,15}, {t, 0,2Pi}]]	ParametricPlot[Evaluate[Table[{Sin[2t + ArcSin[0.1sSin[2t]]], Sin[2t − ArcSin[0.1sSin[2t]]]}, {s, 0,15}]], {t, 0,2Pi}]]
	

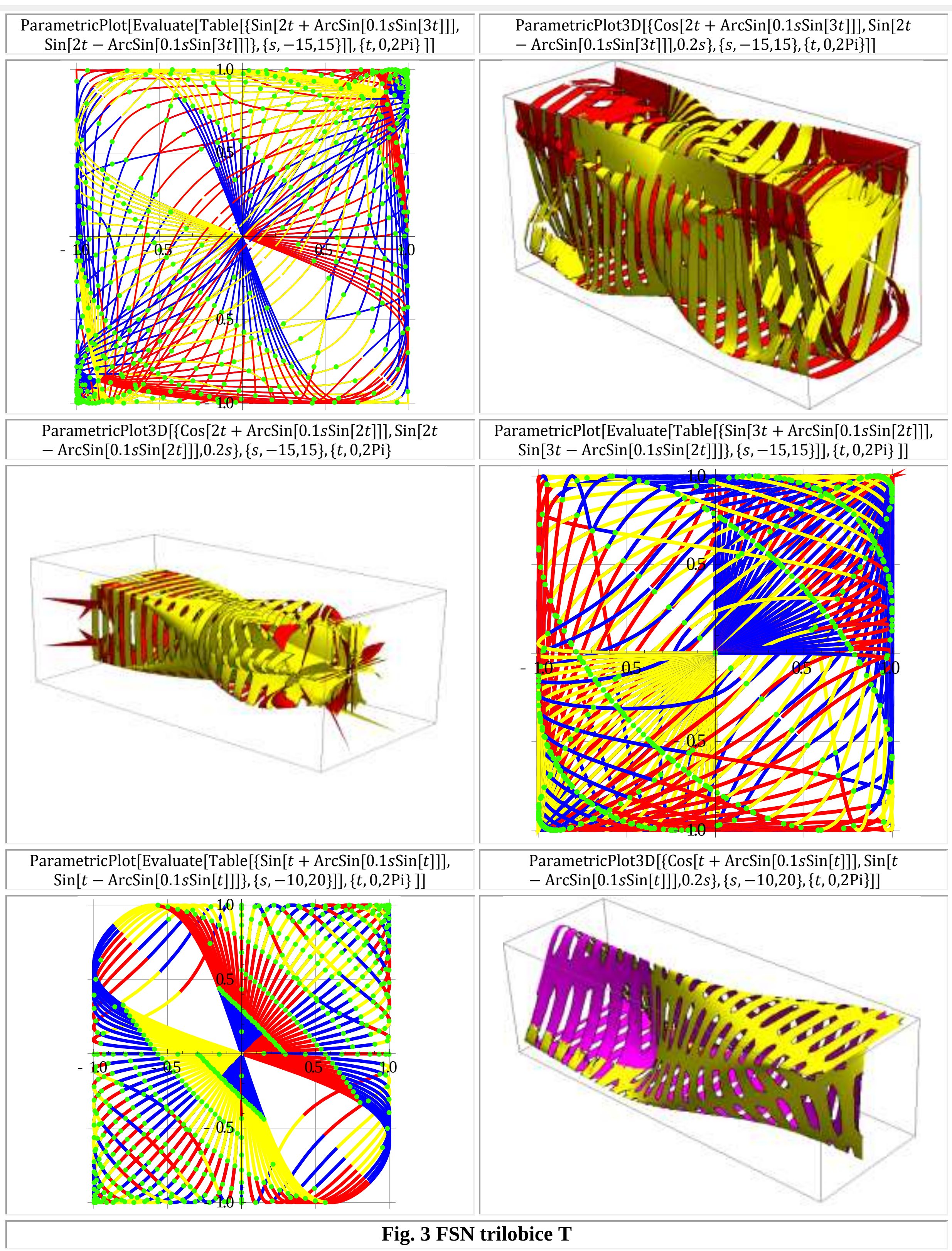
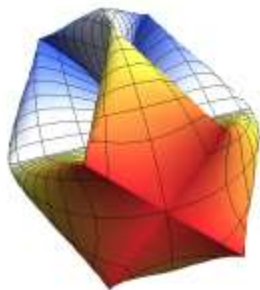
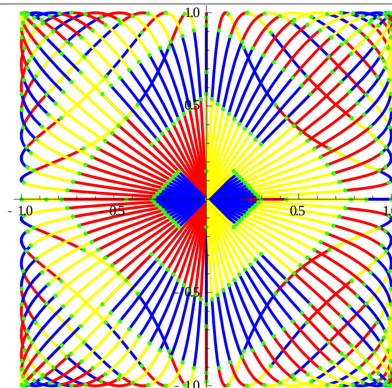
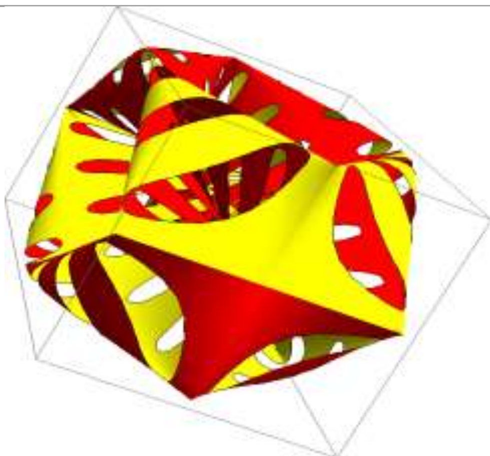
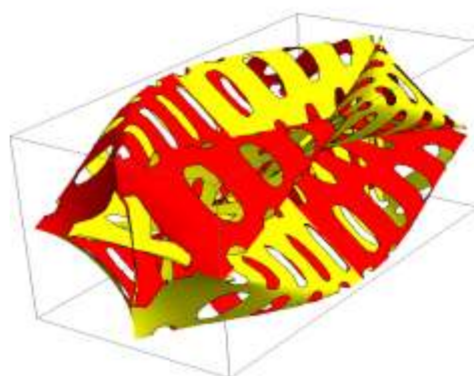
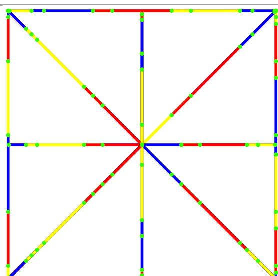
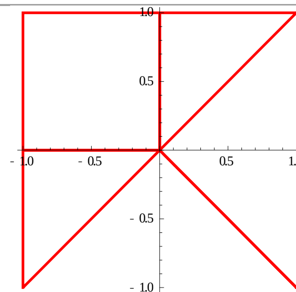


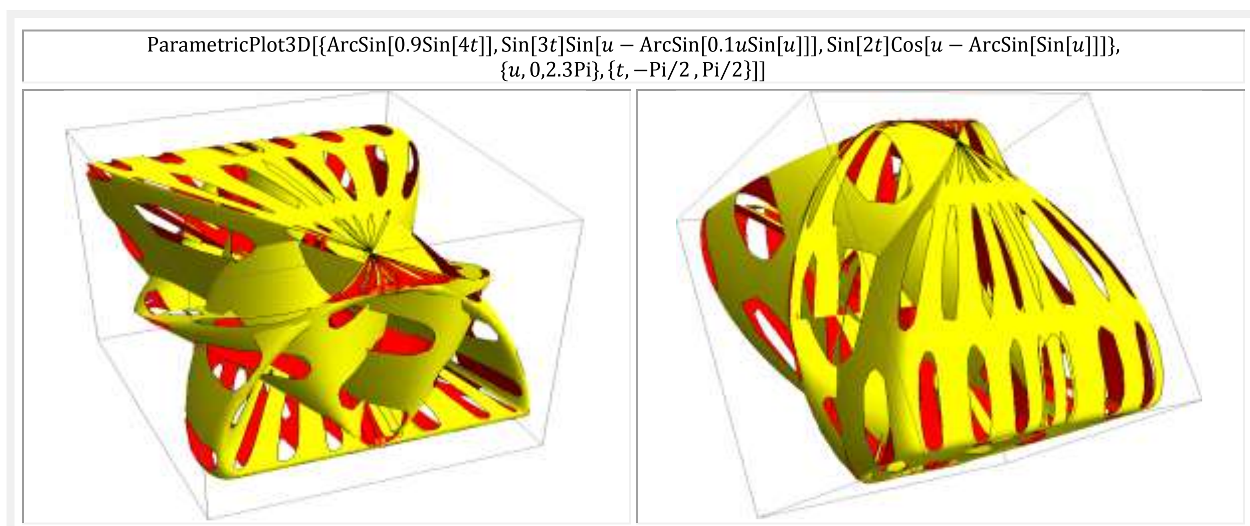
Fig. 3 FSN trilobice T

ParametricPlot3D[{{−Sin[t + ArcSin[0.1sSin[t]]], Sin[t − ArcSin[0.1sSin[t]]], 0.2s}, {−Sin[t + ArcSin[0.1sSin[t]]], −Sin[t − ArcSin[0.1sSin[t]]],0.2s}}, {s, −10,10}, {t, 0,2Pi}]]	ParametricPlot[Evaluate[Table[{{−Sin[t + ArcSin[0.1sSin[t]]], Sin[t − ArcSin[0.1sSin[t]]]}, {−Sin[t + ArcSin[0.1sSin[t]]], −Sin[t − ArcSin[0.1sSin[t]]]}}, {s, −10,0}]], {t, 0,2Pi}]]
	
	
ParametricPlot[{{Cos[t + ArcSin[Sin[t]]], Cos[t + Pi/2 − ArcSin[Sin[t + Pi/2]]]}, {−Cos[t + ArcSin[Sin[t]]], Cos[t + Pi/2 − ArcSin[Sin[t + Pi/2]]]}, {−Cos[t + ArcSin[Sin[t]]], −Cos[t + Pi/2 − ArcSin[Sin[t + Pi/2]]]}, {Sin[t − ArcSin[Sin[t]]], −Sin[t − Pi/2 − ArcSin[−1Sin[t − Pi/2]]]}, {Sin[t − ArcSin[Sin[t]]], Sin[t − Pi/2 − ArcSin[Sin[t − Pi/2]]]}, {Sin[t − ArcSin[Sin[t]]], −Sin[t − Pi/2 − ArcSin[Sin[t − Pi/2]]]}}, {t, 0,2Pi}]	ParametricPlot[Evaluate[Table[{{Cos[t + ArcSin[0.1sSin[t]]], Cos[t + Pi/2 − ArcSin[0.1sSin[t + Pi/2]]]}, {Sin[t − ArcSin[0.1sSin[t]]], Sin[t + Pi/2 − ArcSin[0.1sSin[t + Pi/2]]]}}, {s, 10,10}]], {t, 0,2Pi}]]
	

ParametricPlot3D[{{−Sin[t + ArcSin[0.1sSin[t]]], Sin[t − ArcSin[0.1sSin[t]]],0.1s}, {−Sin[t + ArcSin[0.1sSin[t]]], −Sin[t − ArcSin[0.1sSin[t]]],0.1s}}, {s, −10,10}, {t, 0,2Pi}]]	ParametricPlot3D[{{−Sin[t + ArcSin[0.1sSin[t]]], Sin[t − ArcSin[0.1sSin[t]]],0.1s}, {−Sin[t + ArcSin[0.1sSin[t]]], −Sin[t − ArcSin[0.1sSin[t]]],0.1s}}, {s, −10,10}, {t, 0,2Pi}]]
ParametricPlot3D[{Cos[t + ArcSin[0.1sCos[t]]], Sin[t − ArcSin[0.1sCos[t]]],0.1s}, {s, −10,10}, {t, 0,2Pi}]]	ParametricPlot3D[{{−Sin[t + ArcSin[0.1sSin[t]]], Sin[t − ArcSin[0.1sSin[t]]],0.1s}, {−Sin[t + ArcSin[0.1sSin[t]]], −Sin[t − ArcSin[0.1sSin[t]]],0.1s}}, {s, −10,10}, {t, 0,2Pi}

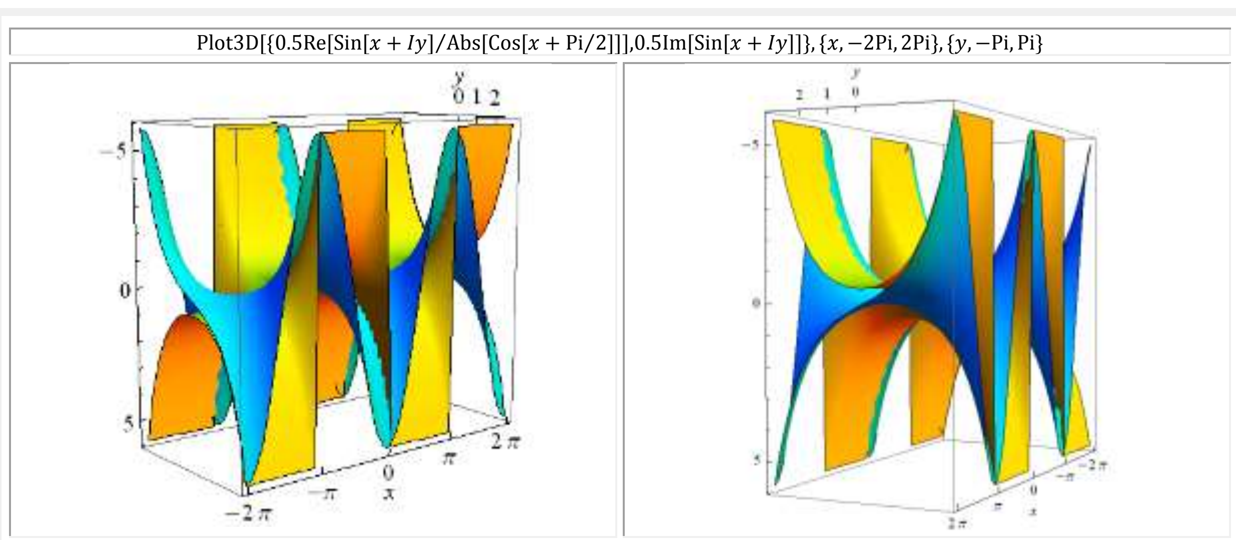
Fig. 4 FSN diverse

ParametricPlot3D[{ArcSin[0.9Sin[4t]], Sin[3t]Sin[u − ArcSin[0.1uSin[u]]], Sin[2t]Cos[u − ArcSin[Sin[u]]]}, {u, 0,2.3Pi}, {t, −Pi/2 , Pi/2}]]



ParametricPlot3D[{ArcSin[0.9Sin[3t]], Sin[2t]Sin[u − ArcSin[0.1uSin[u + 1]]], Sin[2t]Cos[u − ArcSin[Sin[u]]]}, {u, 0,2.3Pi}, {t, −Pi/2 , Pi/2}]]

Fig. 5 FSN trilobe autoinduse.



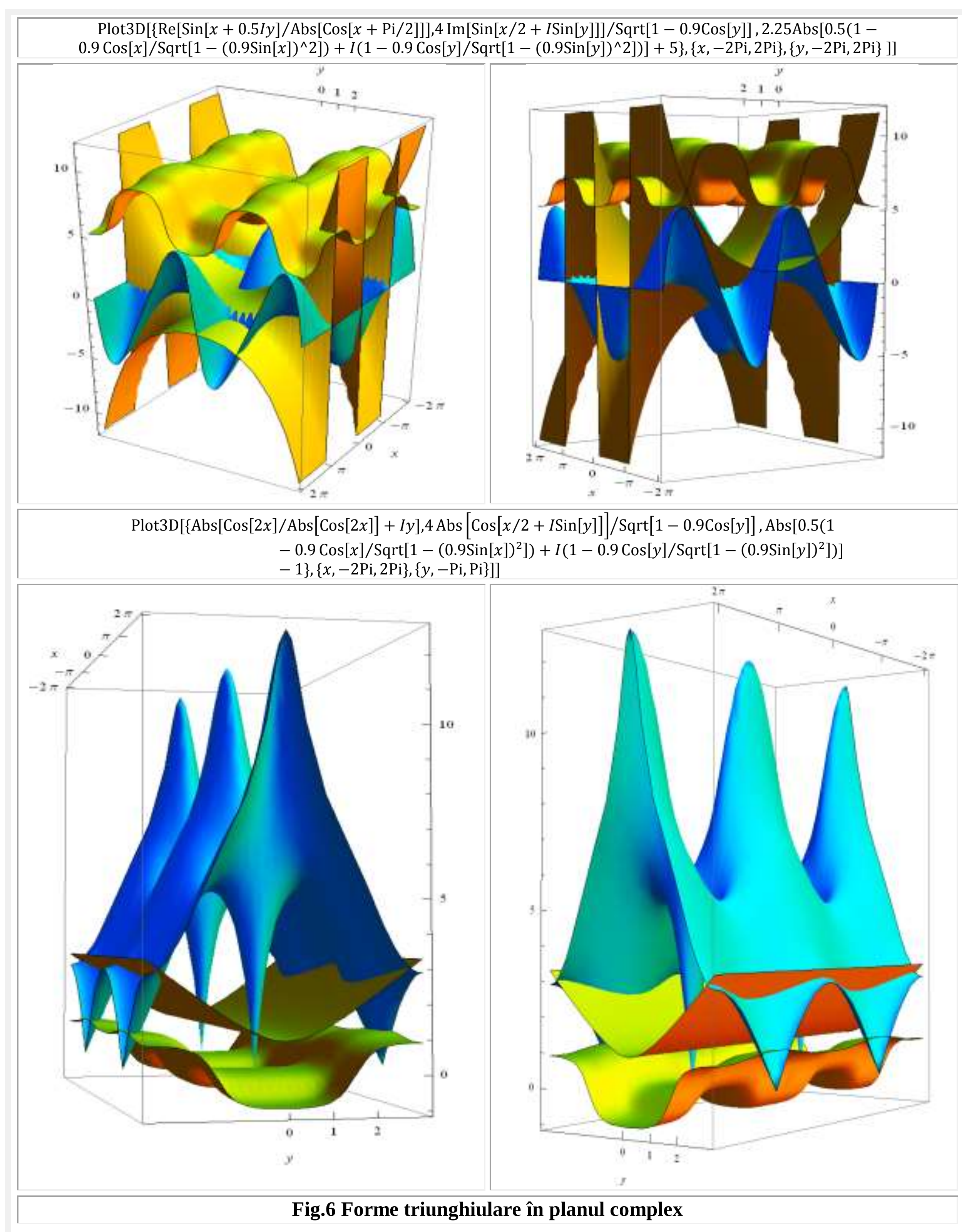


Fig.6 Forme triunghiulare în planul complex

Motto:" ***Matematica este ceea ce începe, precum Nilul, în modestie şi se termină în magnific ca supermatematică*"**
după o definiţie a lui **Calvin Colton**

CAPITOLUL X

FUNCŢII SUPERNOVE TRILOBICE

1 INTRODUCERE

Descoperirea, sau mai precis inventarea **supermatematicii** (**SM**), au făcut posibile o serie de transformări geometrice / conversii, ca de exemplu conversiunea cercului în pătrat, considerate de corifeii matematicii ca fiind ***imposibile***. Şi totuşi, cercul, figura geometrică supremă a **matematicii centrice** (**MC**), în matematica excentrică (**ME**) se poate transforma continuu în triunghi, pătrat, drepatunghi, toate perfecte şi în oricare alt poligon.

Conversiunea, printre multe alte definiţii / înţelesuri, o are şi pe aceea de "***schimbare a naturii, a formei unui lucru***". În cele ce urmează, tocmai despre aceasta va fi vorba, despre transformare / schimbare / ***conversiunea*** anterior imposibilă, în matematică ordinară, clasică, denumită acum şi ***centrică*** (**MC**), a unor forme în altele şi care, a devenit posibilă acum, graţie apariţiei noii matematici, denumită ***excentrică*** (**ME**) şi a noilor complemente de matematică, înglobate şi denumite vremelnic şi supermatematică (**SM**). Ne referim la conversia cercului în pătrat, a sferei în cub, a cercului în triunghi, a conului în piramida, a cilindrului în prismă, a torului circular în secţiune şi ca formă în tor pătrat în secţiune şi / sau formă, ş.m.a.

Se afirmă că **Topologia** este o matematică în cadrul căreia nu se face deosebire între un covrig şi o ceaşcă. Ei bine, ***supermatematica*** nu face distincţie între un cerc şi un pătrat perfect, între un cerc şi un triunghi perfect, între elipsă şi un dreptunghi perfect, între sferă şi un cub perfect, dintre un con şi o piramidă perfecta ş.m.a; cu aceleaşi ecuaţii parametrice obţinându-se atât formele ideale ale **MC** (cerc, elipsă, sferă ş.m.a), cât şi cele reale (s = 0) sau excentrice (**s = ±1** → pătrat, dreptunghi, cub ş.m.a.), convertiri care anterior păreau paradoxale. Pentru descoperirea acetor posibilităţi, autorul a fost primit membru de onoare al clubului internaţional exclusivist al paradoxiştilor, cu sediul în USA. Şi, mult mai important, **SM** a şters graniţele dintre liniar şi neliniar, dintre ideal şi real, dintre cunoscut şi necunoscut.

Trilobele S sunt rezultatul transformărilor cecului într-un triunghi echilateral perfect. Din ecuaţiile parametrice

$$(1)\quad \begin{cases} x = cex\theta = \cos(aex\theta) = \cos(t \mp bex_S\theta) = \cos\{\theta \mp \arcsin[s.\sin(\theta \pm \varepsilon)]\}, \\ \qquad s\in[-1\,,0],\ \ s\in[0,1] \\ y = sex\theta = \sin\{aex\theta) = \sin(t \pm bex_S\theta) = \sin\{\theta \pm \arcsin[s.\sin(\theta \mp \varepsilon)]\}, \\ \qquad s\in[-1\,,0],\ \ s\in[0,1] \end{cases}$$

pentru excentricitatea liniară numerică **s = 0** se obţine un cercul unitate, iar pentru **s = ± 1** se obţine triunghiul echilateral perfect. Pentru valorile intermediare ale excentricităţii numerice **s** ∈ (-1,+1)\0 se obţin noile forme matematice denumite ***trilobe***, deoarece au / deţin 3 lobi (**Fig.1**), echivalentele celor trei vârfuri ale triunghiului. Dacă semnele din ecuaţiile parametrice (1) sunt aceleaşi peste tot ($\pm\ sau\ \mp$) atnci se obţin numai cercuri pentru toate valorile ***excentricităţii liniare numerice s sau reale e = s R***.

Dacă în una dintre ecuaţiile parametrice (1) $bex_S\theta$ se înlocuieşte cu $bex_C\theta = \arcsin[s.cos\theta]$, atunci se obţin ecuaţiile ***trilobelor C*** de cosinus (**Fig. 2**).

În fine, exista o configuraţie a semnelor din ecuaţiile (1), care rezulta din **figura 3**, prin care se obţin ***trilobele T***; denumirea derivând din forma curbelor pentru **s = ± 1**.

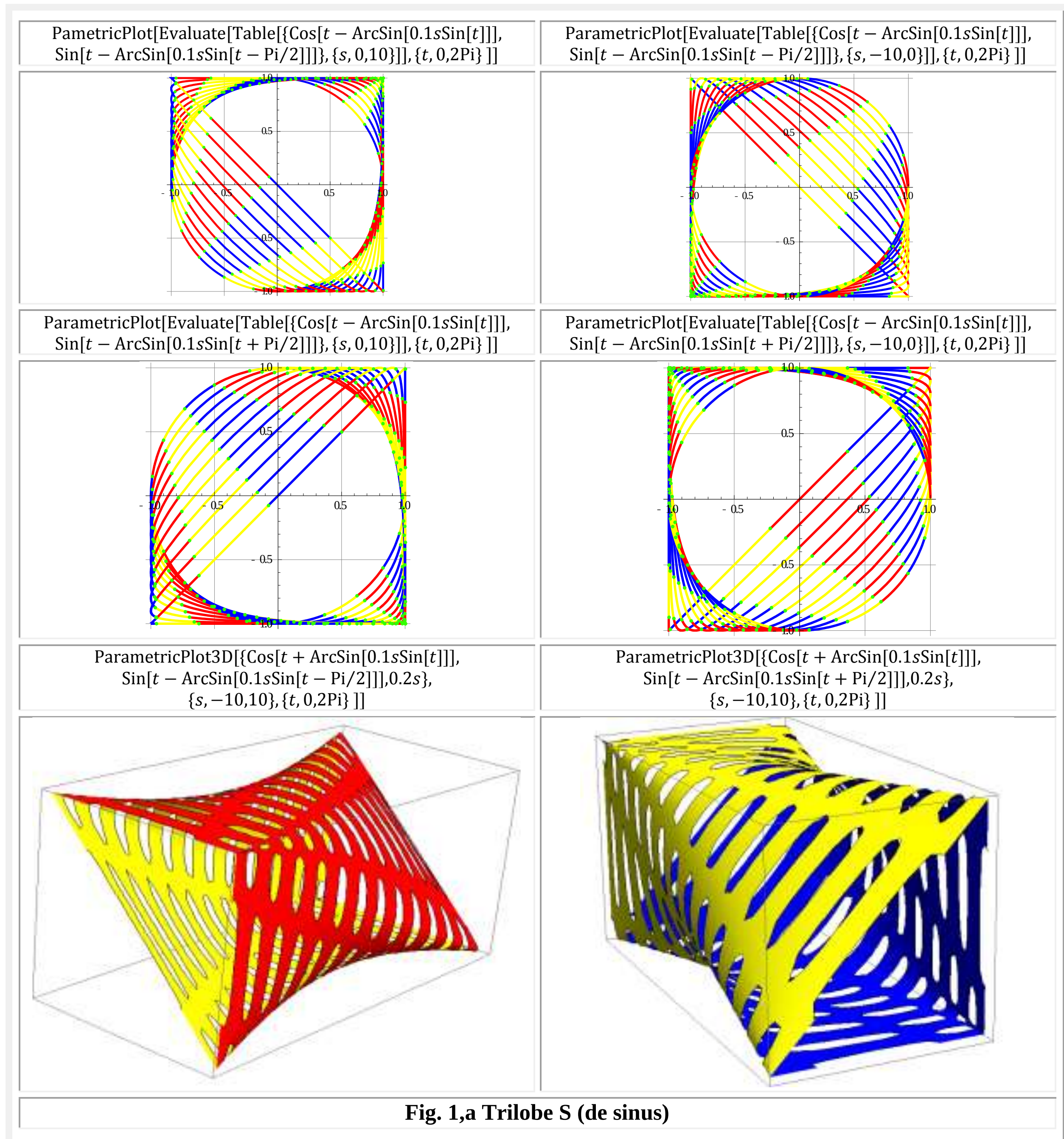


Fig. 1,a Trilobe S (de sinus)

In **figura 1,a** se observa imediat cum cercul, de excentricitate liniară numercă pe cercul unitate **s** = 0 se transformă într-un triunghi echilateral perfect, pentru o ecentricitate liniară numerică **s = 1** sau reală **e** = **s**.**R** pe un cerc oarecare în care **R** este raza cercului.

Toate celelalte curbe închise, prezenta în desen, sunt ***trilode S*** (de sinus) deoarece în ecuaţiile lor de definiţie, care conţin ***funcţia supermatematica circulară excentrică*** (**FSM─CE**) beta excentric ─ $bex_S\theta$ = arcsin[s.sin(θ ─ ε)] ─, există / este căte o funcţie de sinus in ecuaţiile parametrice atât în ecuaţia lui **X** cât şi în cea a lui **Y**. Dacă ea se înlocuieşte în **X** cu cosinus, adică $bex_C\theta$ = arcsin[s.cos(θ ─ ε)] atunci se obţin ***trilobele C***, adică de cosinus.

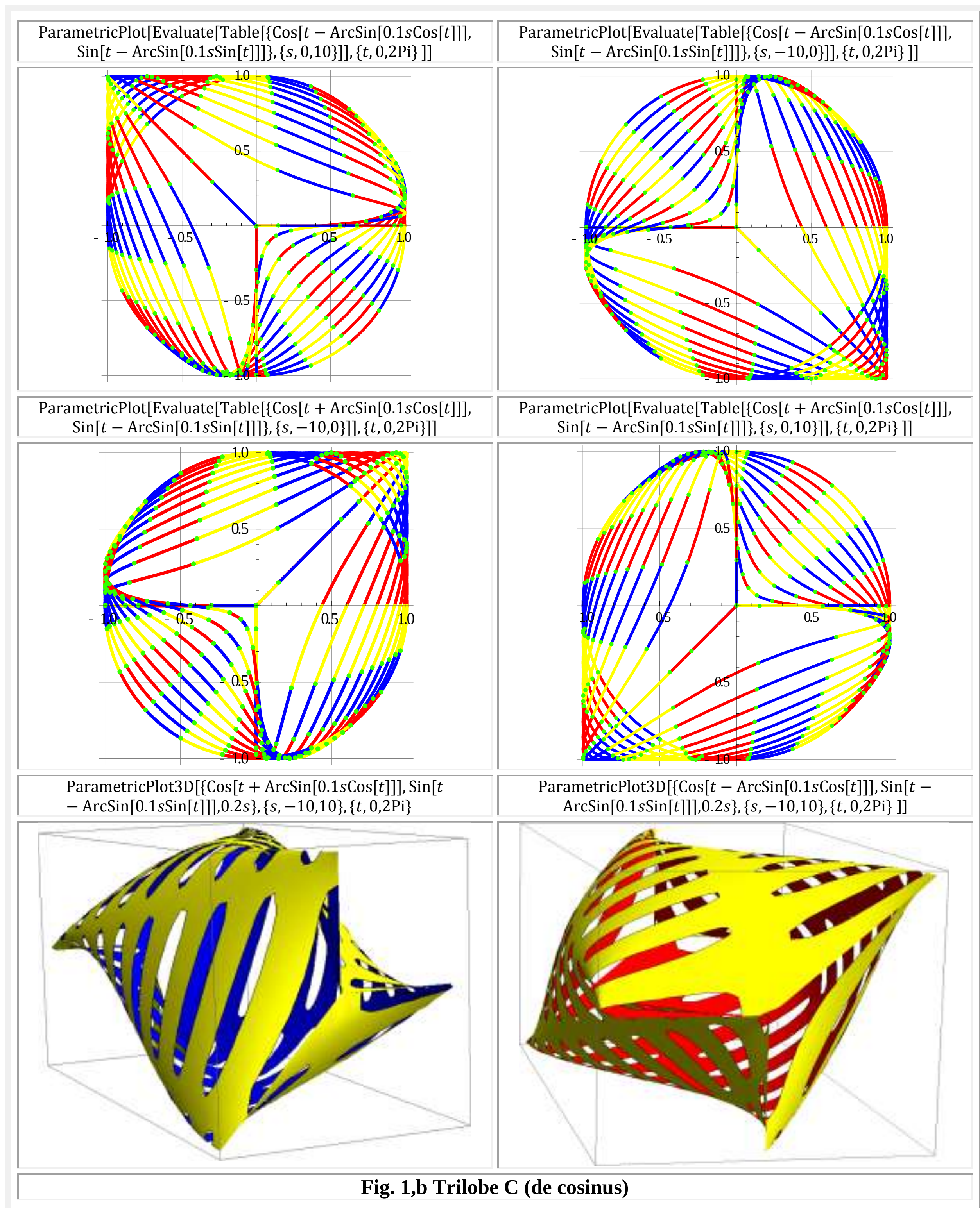


Fig. 1,b Trilobe C (de cosinus)

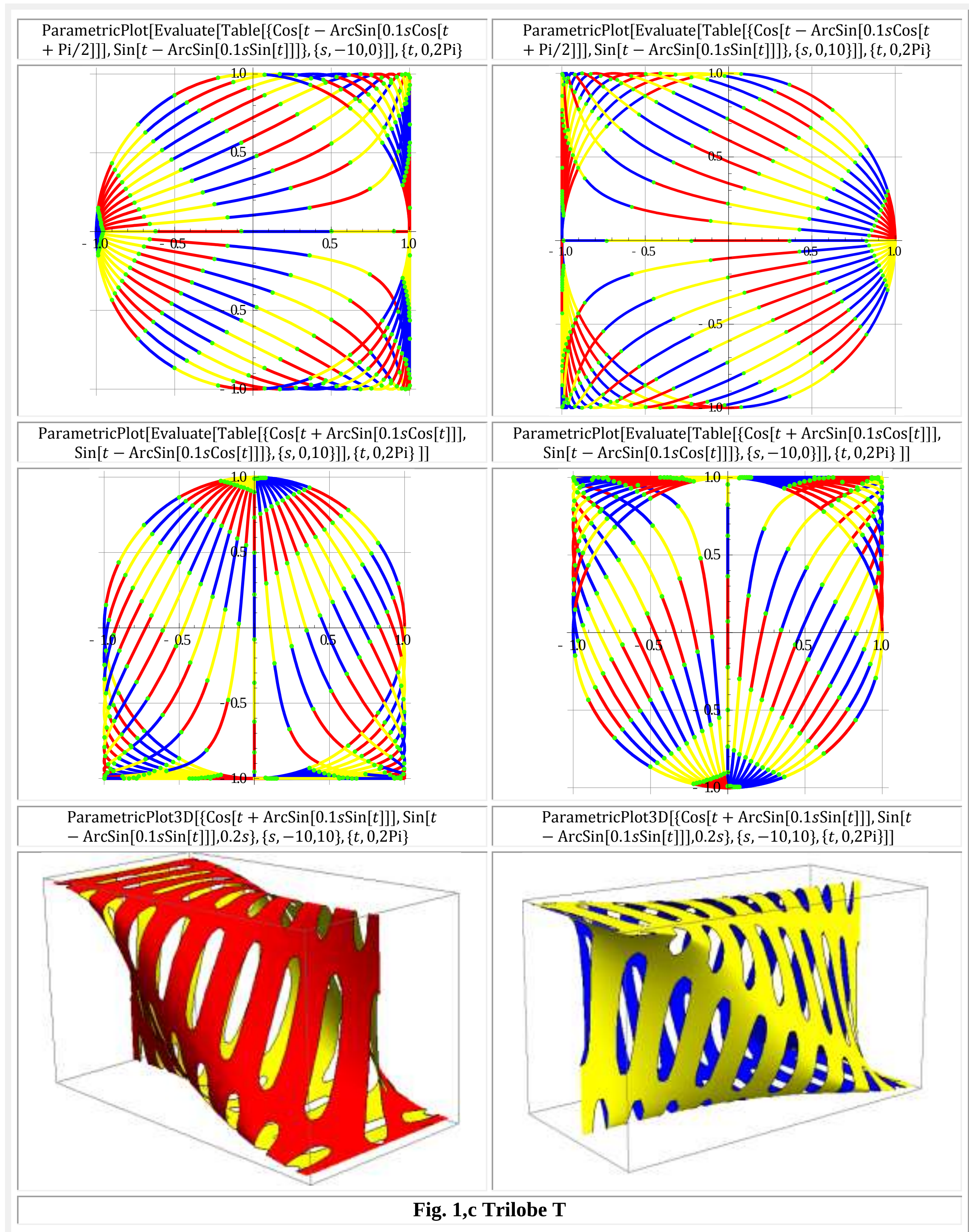


Fig. 1,c Trilobe T

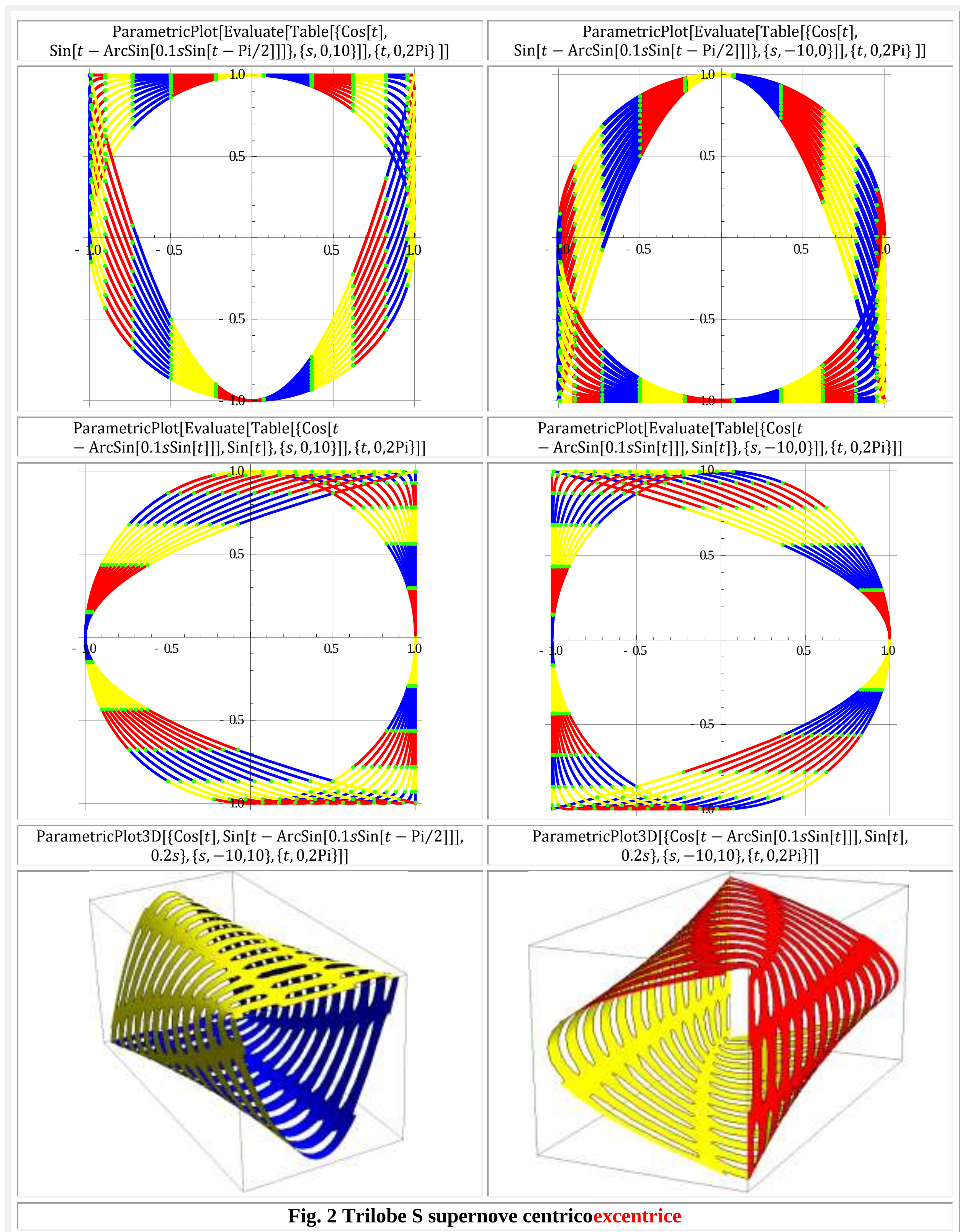
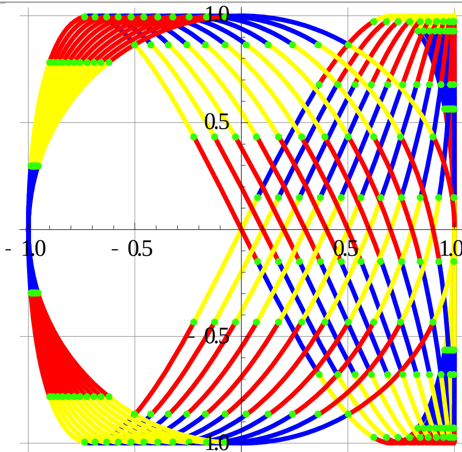
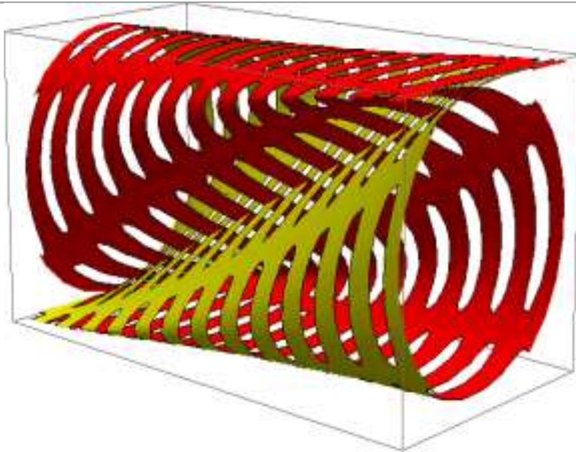
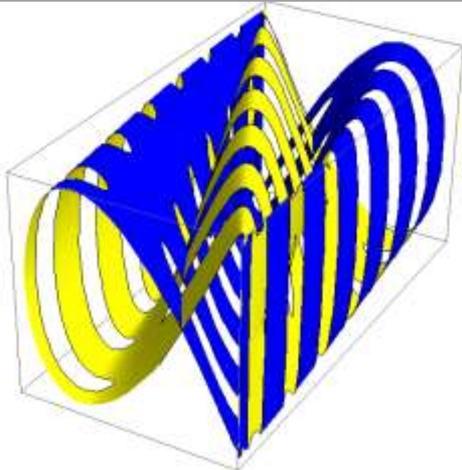
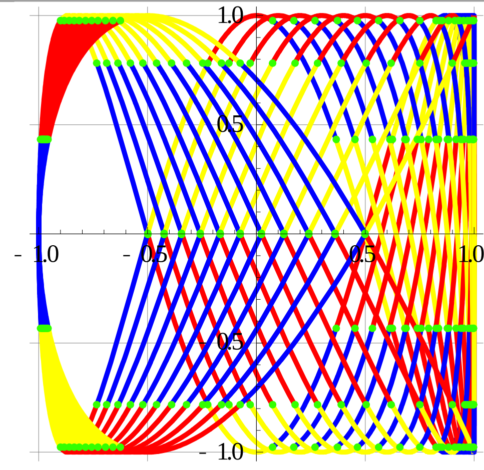
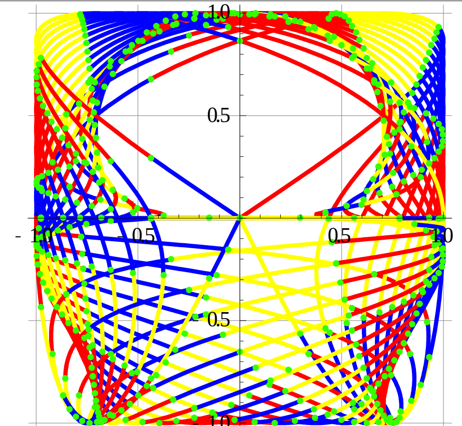
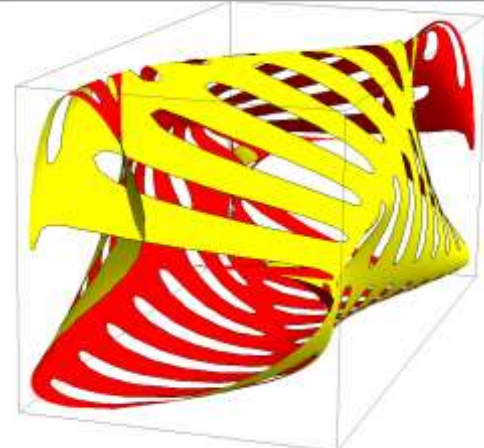
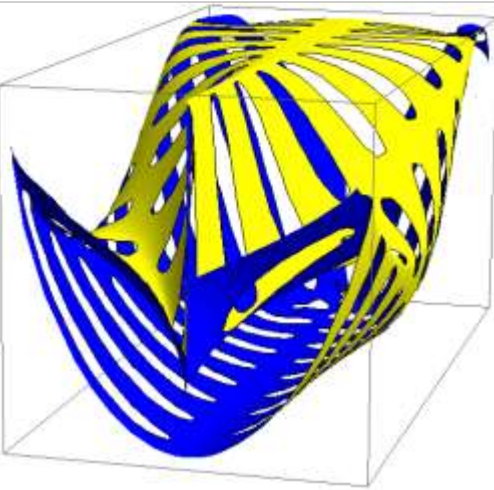


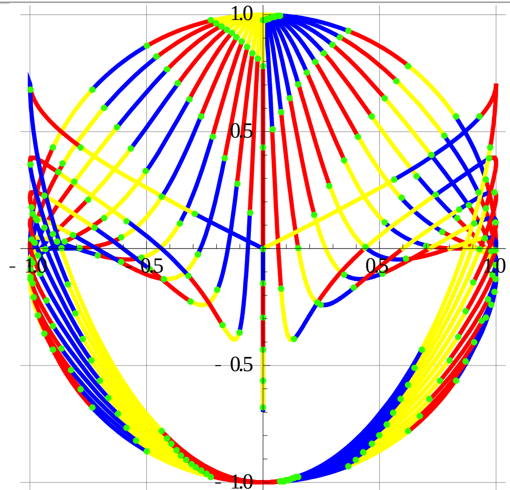
Fig. 2 Trilobe S supernove centricoexcentrice

ParametricPlot[Evaluate[Table[{Cos[t − ArcSin[0.1sSin[t]]], Sin[2t]}, {s, 0,10}]], {t, 0,2Pi}	ParametricPlot3D[{Cos[t − ArcSin[0.1sSin[t]]], Sin[2t],0.2s}, {s, −10,10}, {t, 0,2Pi}]]
	
ParametricPlot3D[{Cos[t − ArcSin[0.1sSin[t]]], Sin[3t],0.2s}, {s, −10,10}, {t, 0,2Pi}]]	ParametricPlot[Evaluate[Table[{Cos[t − ArcSin[0.1sSin[t]]], Sin[3t]}, {s, 0,10}]], {t, 0,2Pi}]]
	
ParametricPlot[Evaluate[Table[{Cos[t + ArcSin[0.1sCos[2t]]], Sin[t − ArcSin[0.1sSin[t]]]}, {s, −10,10}]], {t, 0,2Pi}]]	ParametricPlot3D[{Cos[t − ArcSin[0.1sCos[2t]]], Sin[t − ArcSin[0.1sSin[t]],0.2s}, {s, −10,10}, {t, 0,2Pi}]]
	

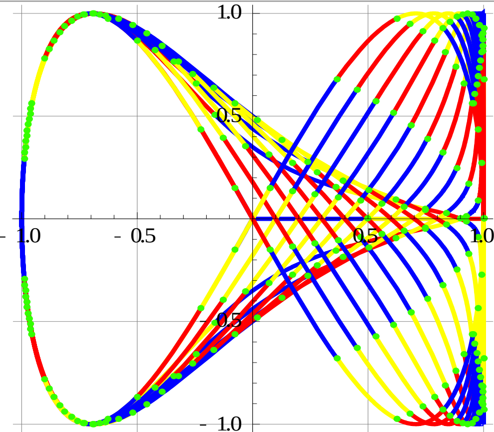
ParametricPlot3D[{Cos[t + ArcSin[0.1sCos[t]]], Sin[t − ArcSin[0.1sSin[2t]]],0.2s}, {s, −10,10}, {t, 0,2Pi}]]



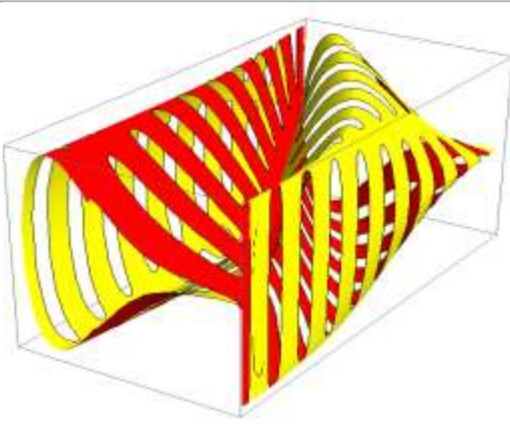
ParametricPlot[Evaluate[Table[{Cos[t + ArcSin[0.1sCos[t]]], Sin[t − ArcSin[0.1sSin[2t]]]}, {s, 0,10}]], {t, 0,2Pi}]]



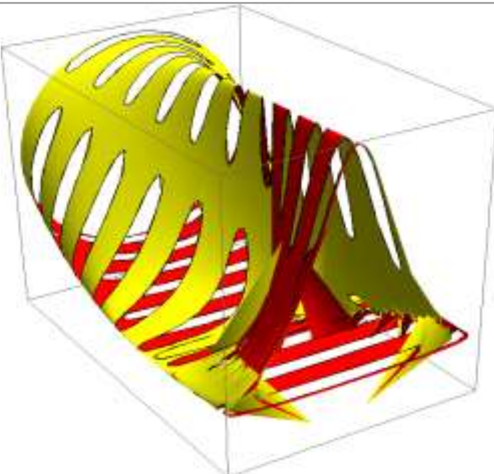
ParametricPlot[Evaluate[Table[{Cos[t − ArcSin[0.1sCos[t + Pi/2]]], Sin[2t − ArcSin[0.1sSin[2t]]]}, {s, −10,0}]], {t, 0,2Pi}]



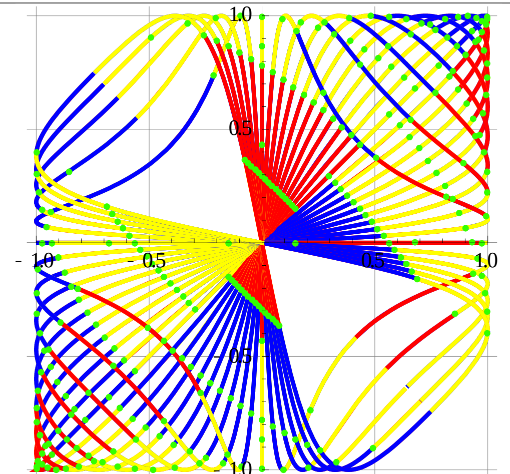
ParametricPlot3D[{Cos[t − ArcSin[0.1sCos[t + Pi/2]]], Sin[2t − ArcSin[0.1sSin[2t]]],0.2s}, {s, −10,10}, {t, 0,2Pi}]]



ParametricPlot3D[{Cos[2t + ArcSin[0.1sSin[2t]]], Sin[2t − ArcSin[0.1sSin[2t]]],0.2s}, {s, 0,15}, {t, 0,2Pi}]]



ParametricPlot[Evaluate[Table[{Sin[2t + ArcSin[0.1sSin[2t]]], Sin[2t − ArcSin[0.1sSin[2t]]]}, {s, 0,15}]], {t, 0,2Pi}]]



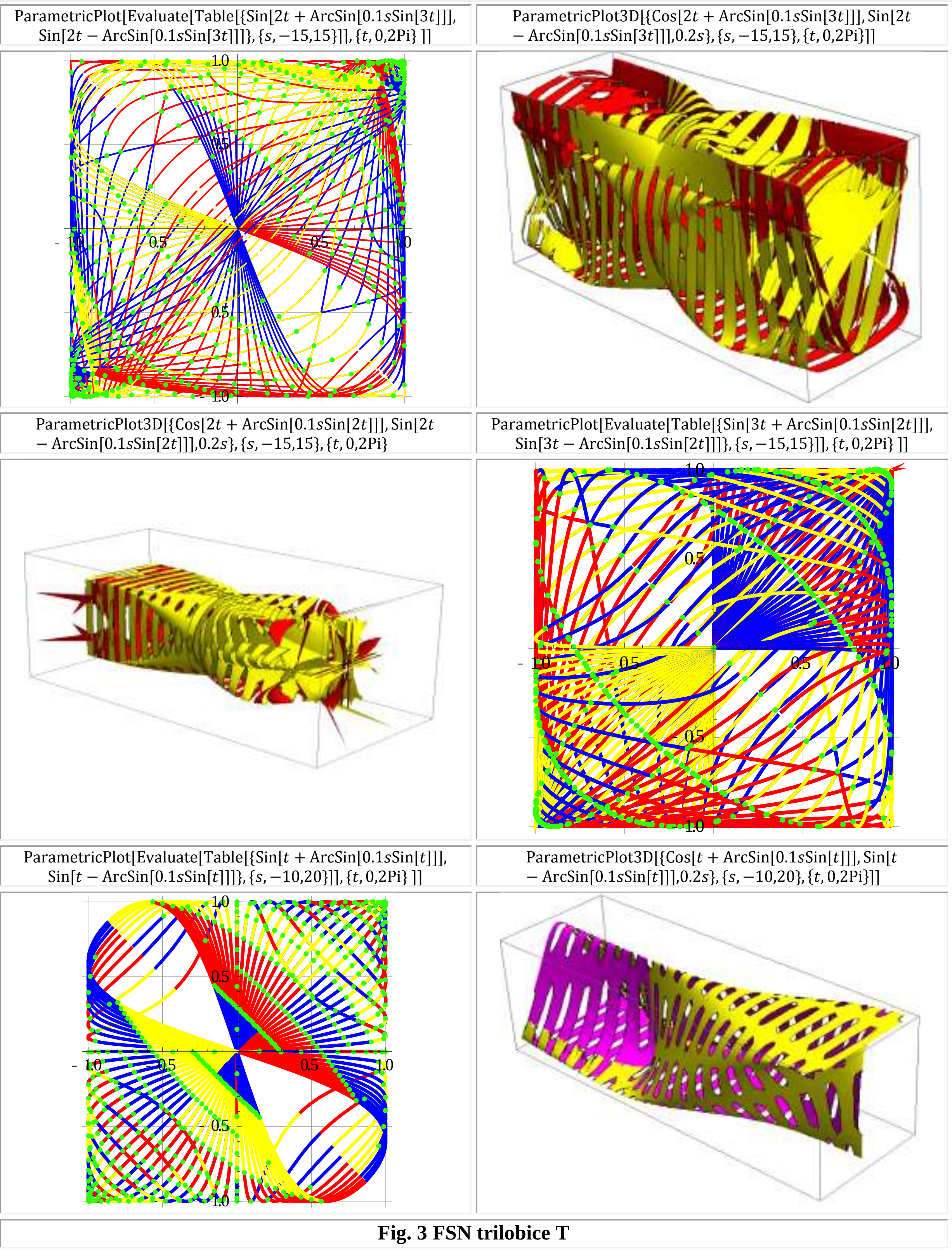
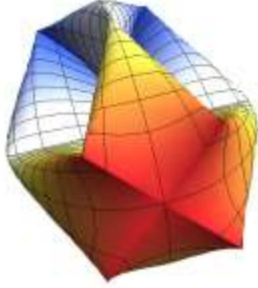
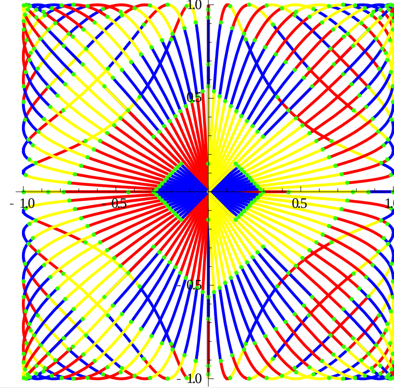


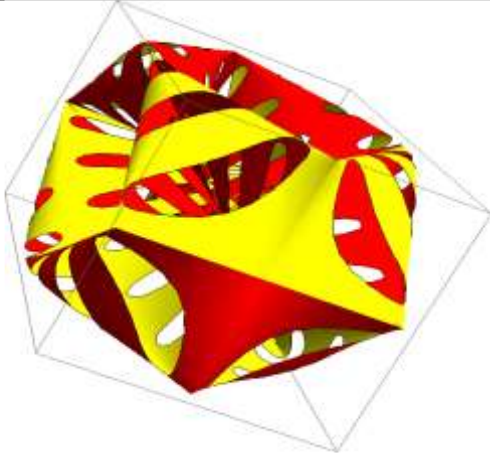
Fig. 3 FSN trilobice T

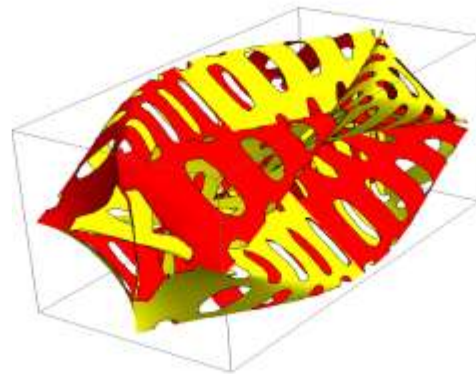
ParametricPlot3D[{{−Sin[t + ArcSin[0.1sSin[t]]], Sin[t − ArcSin[0.1sSin[t]]], 0.2s},
{−Sin[t + ArcSin[0.1sSin[t]]], −Sin[t − ArcSin[0.1sSin[t]]],0.2s}},
{s, −10,10}, {t, 0,2Pi}]]

ParametricPlot[Evaluate[Table[{{−Sin[t + ArcSin[0.1sSin[t]]],
Sin[t − ArcSin[0.1sSin[t]]]},
{−Sin[t + ArcSin[0.1sSin[t]]], −Sin[t − ArcSin[0.1sSin[t]]]}},
{s, −10,0}]], {t, 0,2Pi}]]





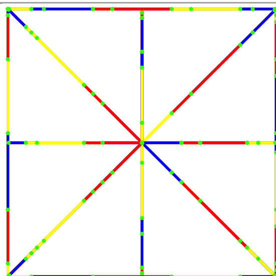


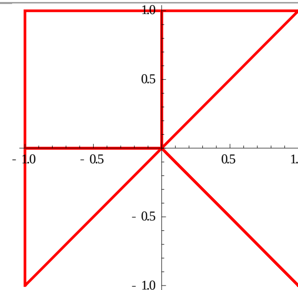


ParametricPlot[{{Cos[t + ArcSin[Sin[t]]],
Cos[t + Pi/2 − ArcSin[Sin[t + Pi/2]]]},
{−Cos[t + ArcSin[Sin[t]]], Cos[t + Pi/2 − ArcSin[Sin[t + Pi/2]]]},
{−Cos[t + ArcSin[Sin[t]]], −Cos[t + Pi/2 − ArcSin[Sin[t + Pi/2]]]}, {Sin[t − ArcSin[Sin[t]]],
−Sin[t − Pi/2 − ArcSin[−1Sin[t − Pi/2]]]},
{Sin[t − ArcSin[Sin[t]]],
Sin[t − Pi/2 − ArcSin[Sin[t − Pi/2]]]},
{Sin[t − ArcSin[Sin[t]]], −Sin[t − Pi/2 − ArcSin[Sin[t − Pi/2]]]}}, {t, 0,2Pi}]

ParametricPlot[Evaluate[Table[{{Cos[t + ArcSin[0.1sSin[t]]],

Cos[t + Pi/2 − ArcSin[0.1sSin[t + Pi/2]]]},
{Sin[t − ArcSin[0.1sSin[t]]],
Sin[t + Pi/2 − ArcSin[0.1sSin[t + Pi/2]]]}},
{s, 10,10}]], {t, 0,2Pi}]]

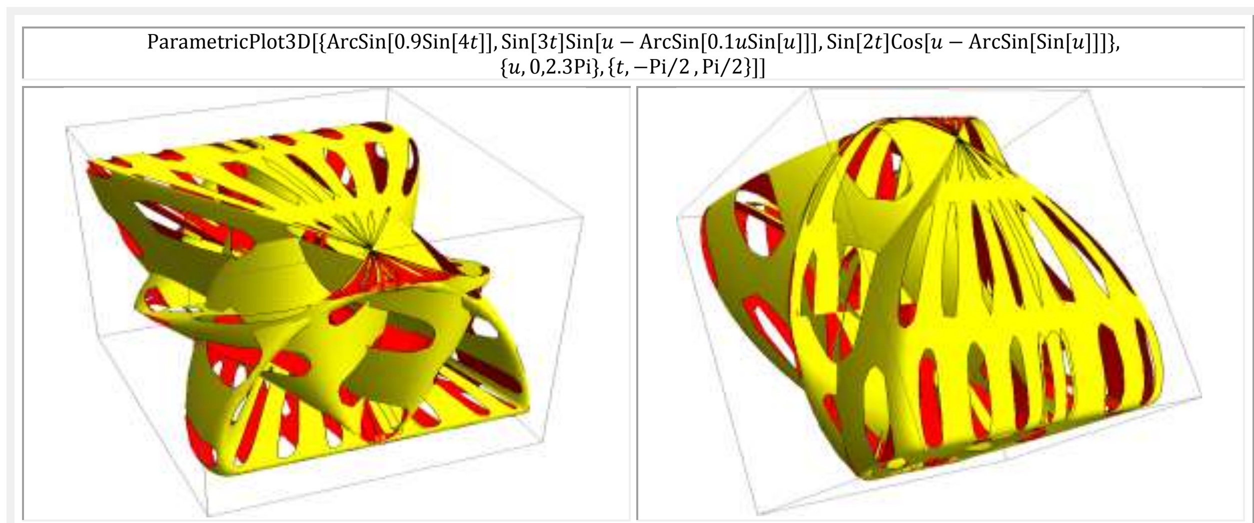




ParametricPlot3D[{{−Sin[t + ArcSin[0.1sSin[t]]], Sin[t − ArcSin[0.1sSin[t]]],0.1s}, {−Sin[t + ArcSin[0.1sSin[t]]], −Sin[t − ArcSin[0.1sSin[t]]],0.1s}},{s,−10,10},{t, 0,2Pi}]]	ParametricPlot3D[{{−Sin[t + ArcSin[0.1sSin[t]]], Sin[t − ArcSin[0.1sSin[t]]],0.1s}, {−Sin[t + ArcSin[0.1sSin[t]]], −Sin[t − ArcSin[0.1sSin[t]]],0.1s}},{s,−10,10},{t, 0,2Pi}]]
ParametricPlot3D[{Cos[t + ArcSin[0.1sCos[t]]], Sin[t − ArcSin[0.1sCos[t]]],0.1s},{s,−10,10},{t, 0,2Pi}]]	ParametricPlot3D[{{−Sin[t + ArcSin[0.1sSin[t]]], Sin[t − ArcSin[0.1sSin[t]]],0.1s},{−Sin[t + ArcSin[0.1sSin[t]]], −Sin[t − ArcSin[0.1sSin[t]]],0.1s}},{s,−10,10},{t, 0,2Pi}

Fig. 4 FSN diverse

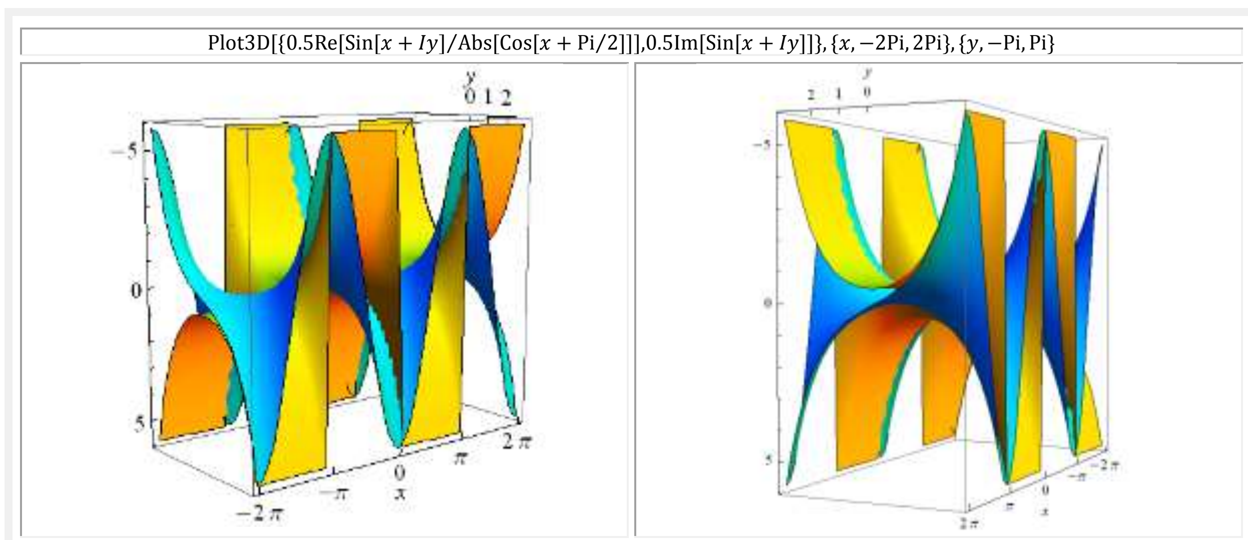
ParametricPlot3D[{ArcSin[0.9Sin[4t]], Sin[3t]Sin[u − ArcSin[0.1uSin[u]]], Sin[2t]Cos[u − ArcSin[Sin[u]]]},
{u, 0,2.3Pi},{t, −Pi/2 , Pi/2}]]



ParametricPlot3D[{ArcSin[0.9Sin[3t]], Sin[2t]Sin[u − ArcSin[0.1uSin[u + 1]]], Sin[2t]Cos[u − ArcSin[Sin[u]]]}, {u, 0,2.3Pi}, {t, −Pi/2 , Pi/2}]]

Fig. 5 FSN trilobe autoinduse.

Plot3D[{0.5Re[Sin[x + Iy]/Abs[Cos[x + Pi/2]]],0.5Im[Sin[x + Iy]]}, {x, −2Pi, 2Pi}, {y, −Pi, Pi}



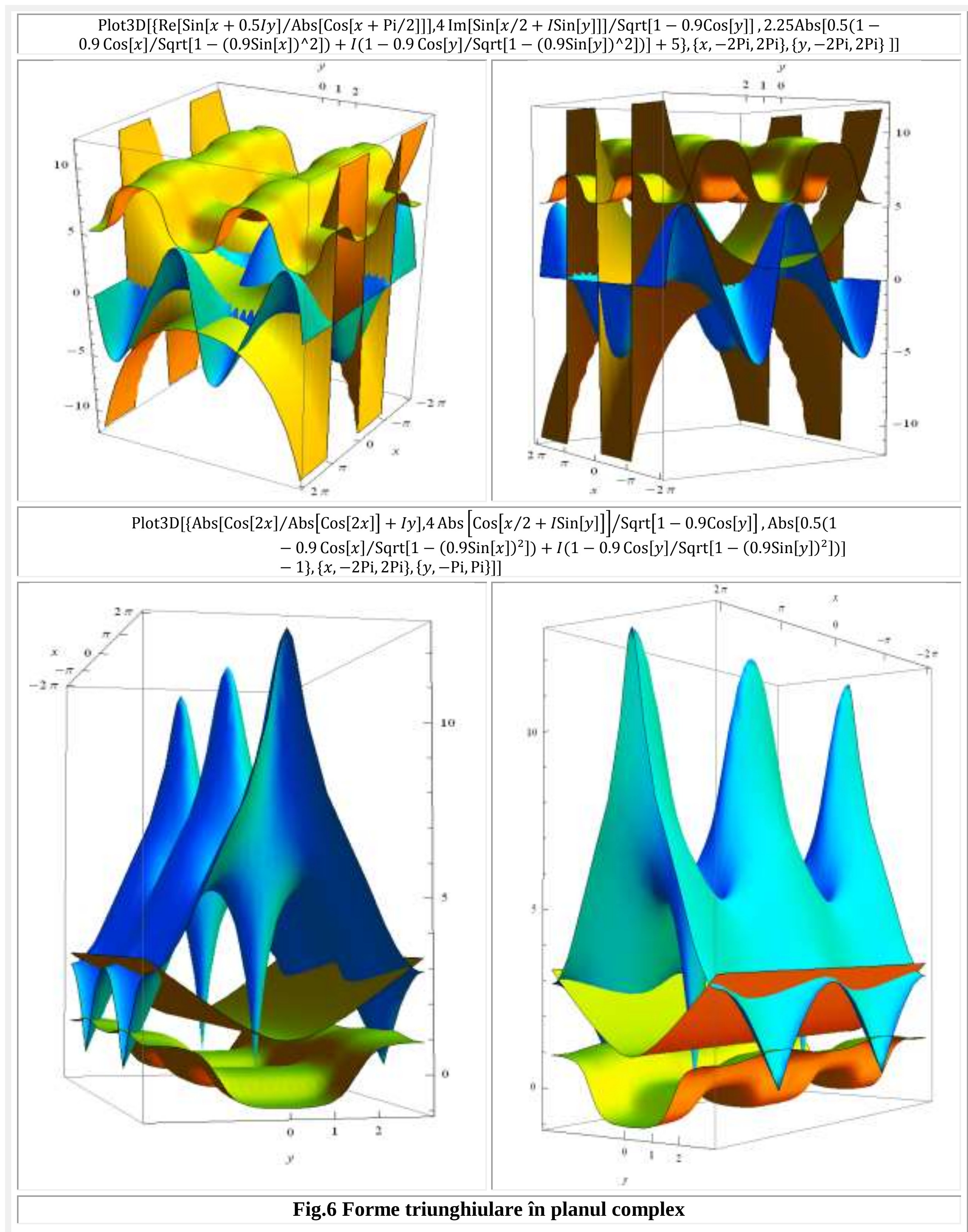


Fig.6 Forme triunghiulare în planul complex

Motto: ” Tangentele ating în două puncte fără să taie.
Punctele sunt confundate ”
Autorul.

CAPITOLUL XI

TANGENTE ŞI TANGENTE VOINOIU EXCENTRICE PRECUM ŞI TANGENTE SUPERNOVE

1 INTRODUCERE

“Săpând” adânc la bazele matematicii ordinare, numită acum şi matematică centrică (**MC**), pentru a se deosebi de noua matematică, denumită ***matematică excentrică*** (**ME**) care, împreună cu **MC** formează cea ce s-a denumit ***supermatematică*** (**SM**), ***Octavian Voinoiu*** evidenţiază, şi a demonstrat în originala şi prestigioasa sa lucrare “***BAZELE MATEMATICII SIGNADFORASICE”***, o serie de ***erori introduse*** în **MC**, printre care se referă şi la semnul unei fracţii care depinde exclusiv de semnul numărătorului (nu şi al numitorului). Ce este o fracţie ? Putem afla de pe Wikipedia:

“Fracția ordinară (din latin. *frāctus*, *frāctī* = frângere, fragmentare) este termenul folosit în aritmetică pentru a denumi un număr rațional. Numărul de sub linia de fracție se numește **numitor** și arată ***în câte părți egale*** a fost împărțit întregul, iar cel de deasupra se numește **numărător**, arătând ***câte părți*** au fost luate în considerare (***La impărţire. La fragmentare ! n.n.)***. Denumirea a fost întrodusă în terminologia românească în timpul domniei domnitorului reformator Grigore Alexandru Ghica, în anul 1852 de **A. Pavlid**.”

Pe scurt ***fracţia indică o împărţire*** ! Dar ce este împărţirea ? Putem afla din aceeaşi sursă:

“Împărțirea este o operație aritmetică prin care se determină de câte ori un număr poate fi cuprins în altul. ***A* : *B* = *C***, unde ***A*** este denumit **deîmpărțit**, ***B*** este denumit **împărțitor** sau **divizor** și ***C*** este denumit **cât**.” De împărţit se pot împărţi câştiguri (+ **A**) sau pierderi (**—** **A**) dar numai la un număr oarecare de persoane, firme, părţi etc. adică la Abs(**B**) = $|\boldsymbol{B}|$. Ca urmare fracţia este $\frac{\boldsymbol{A}}{\boldsymbol{Abs}[\boldsymbol{B}]} = \boldsymbol{C}$ şi arată **cât** revine fiecăruia; semnul **cât**-ului find acelaşi cu semnul lui **A**.

Bazat pe această corecţie matematică, autorul a introdus în matematica funcţiile **Voinoiu:** tangentă (tav), cotangentă (ctv), secantă (scv) şi cosecantă (cscv) **centrice**, **excentrice** (texv, ctexv, scexv, cscexv), **elvate** (telv, ctelv, scelv, cselv) şi **exotice** (texov, ctexov, scexov, cscexo).

Astfel, tangentele **Voinoiu** centrică, excentrică, elevată şi exotică sunt definite de :

(1) tanvα sau tavα = $\frac{sin\alpha}{Abs[cos\alpha]}$; $texv\theta = \frac{sex\theta}{Abs[cex\theta]}$; $telv\theta = \frac{sel\theta}{Abs[cel\theta]}$ şi $texov\theta = \frac{sexo\theta}{Abs[cexo\theta]}$

cu graficele din **figura 1.**

Înmulţirea considerabilă a tangentelor necesită o clasificare a lor, clasificarea prezentata în **tabelul 1** pentru ***tangentele circulare***, adica definite pe cercul unitate / trigonometric.

Tangentele clasice / ordinare au fost denumite tangente **Euler**, iar **tangentele supermatematice circulare excentrice** poartă numele autorului lor. Ele pot fi de ***variabila excentrică θ*** (**texθ**) sau de ***variabilă centrică α*** (**Texα**).

Restul tangentelor de variabilă excentrică rezultă din **figura 1**.

Tangentele supernove se pot obţine în foarte multe moduri. În **figura 2** ◀, prin ecuaţii parametrice, au fost exprimate funcţiile supematematice excentrice **Voinoiu** în **2D** ▲ şi în **3D** ▼:

(2) $$\begin{cases} x = aex\theta = \theta - \arcsin[s.\sin(\theta - \varepsilon)] \\ y = texv\theta = \frac{sex\theta}{Abs[cex\theta]} = \frac{\sin\{\theta - \arcsin[s.\sin(\theta-\varepsilon)]\}}{Abs[\cos\{\theta - \arcsin[s.\sin(\theta-\varepsilon)]\}]} \end{cases}$$

în care $aex\theta$ este ***funcţia supermatematică circulară excentrică*** (**FSM—CE**) denumită amplitudine excentrică, funcţia deosebit de importantă care face trecerea din domeniul **matematicii centrice (MC)** în cel al **matematicii excentric (ME)**, punând astfel "***piatra de temelie***" a ***supermatematicii*** (**SM**).

Tangente diverse		Tabelul 1
DENUMIREA TANGENTEI	**NOTAŢIA**	**GRAFICELE FUNCŢIILOR**
CU GRAFICE UNICE (S ≡ O → s = 0)		
Euler	tgα ≡ tanα	
Voinoiu	tgvα ≡ tanvα	
CU GRAFICE MULTIPLE (S ≠ O → s = [— 1, + 1])		
Şelariu de θ	**texθ**	
Şelariu de *α*	**Texα**	

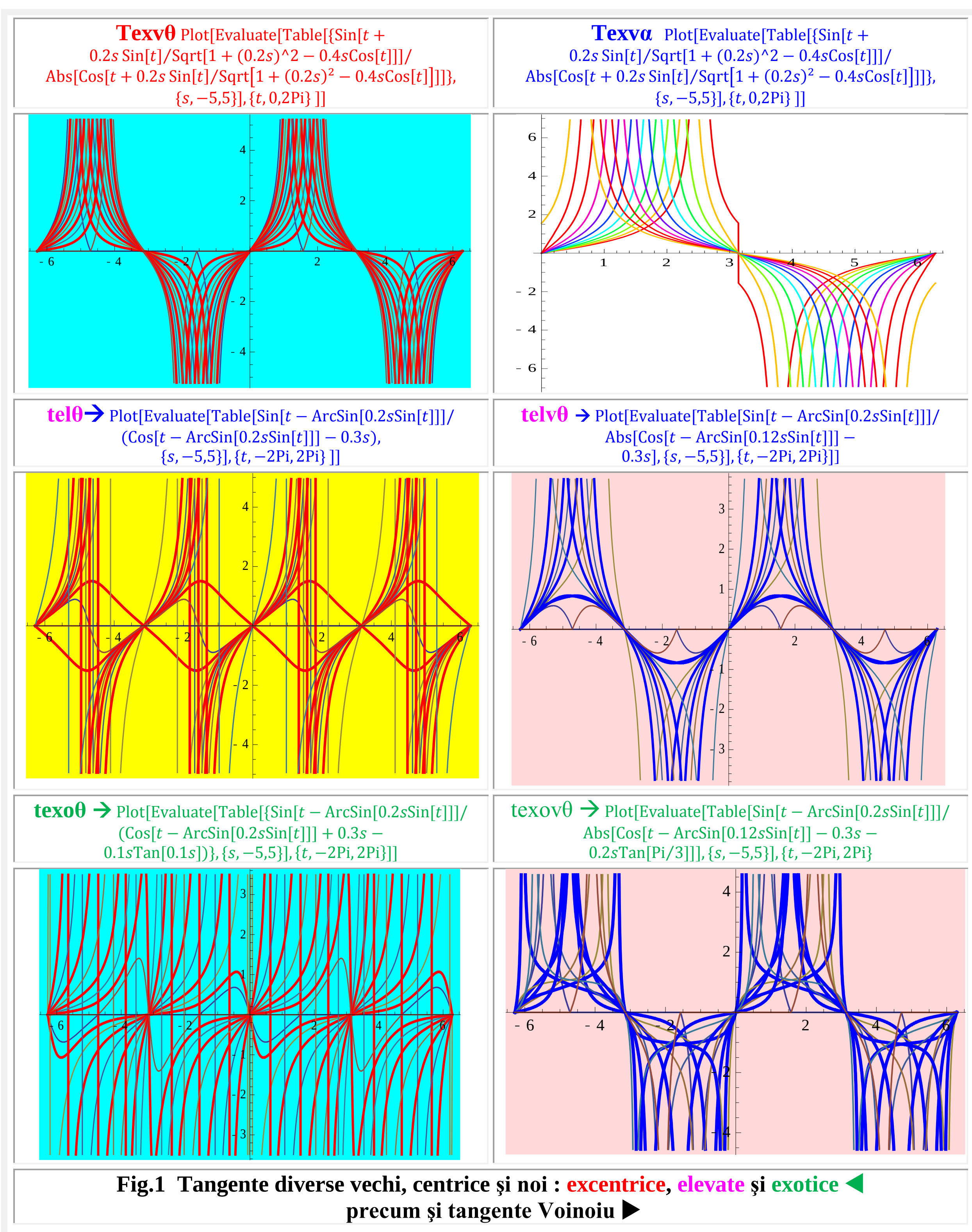


Fig.1 Tangente diverse vechi, centrice şi noi : excentrice, elevate şi exotice ◄ precum şi tangente Voinoiu ►

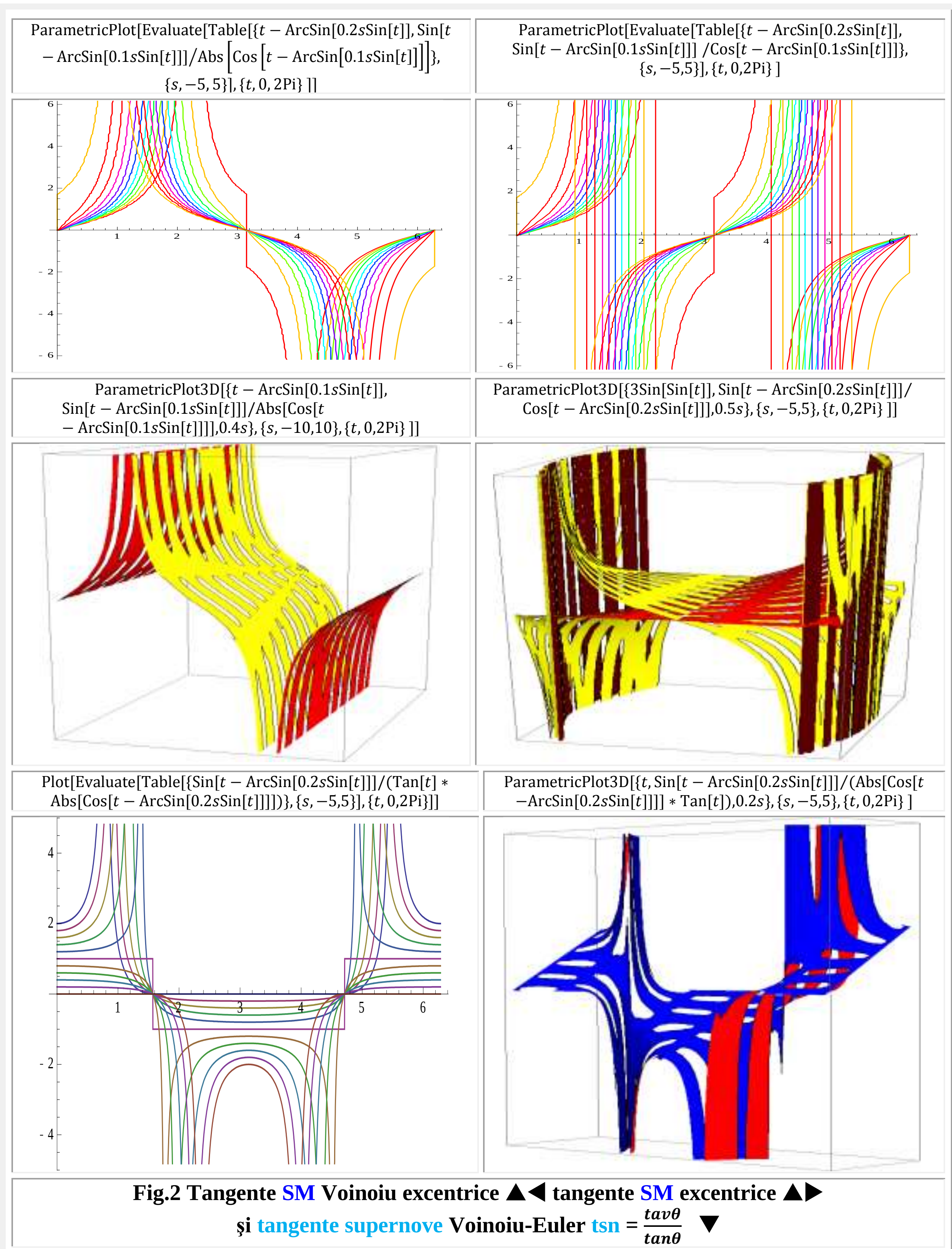


Fig.2 Tangente SM Voinoiu excentrice ▲◀ tangente SM excentrice ▲▶ şi tangente supernove Voinoiu-Euler tsn = $\frac{tav\theta}{tan\theta}$ ▼

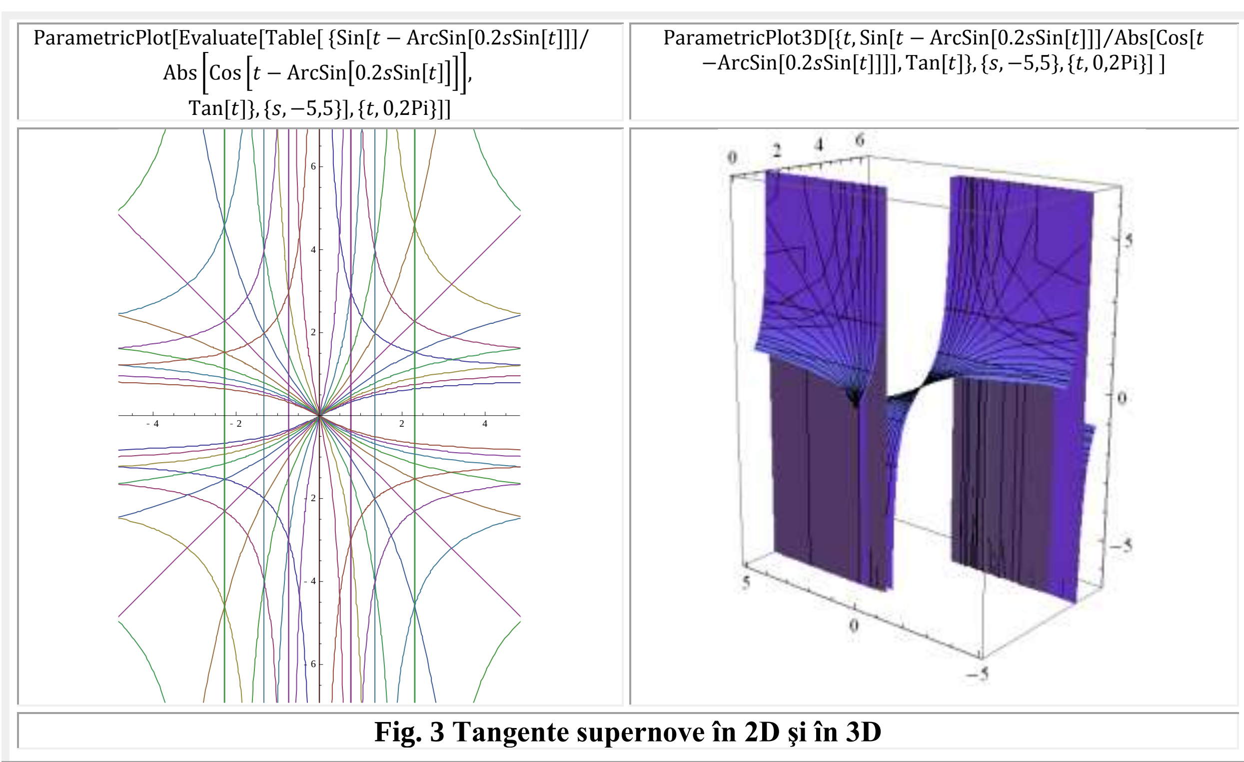
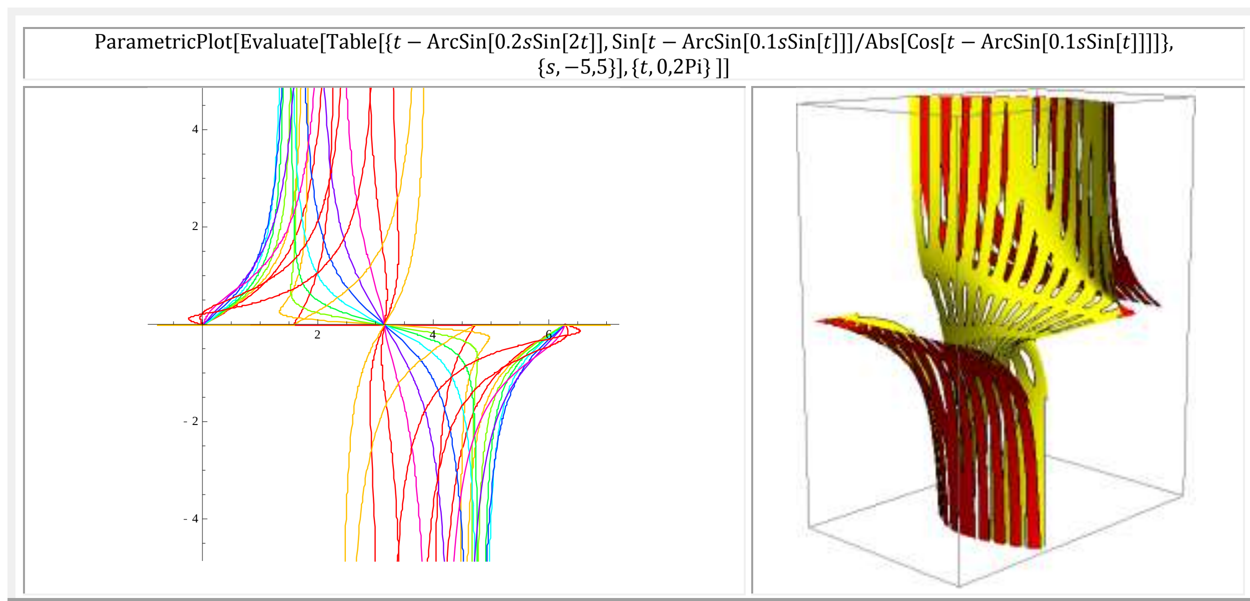


Fig. 3 Tangente supernove în 2D şi în 3D

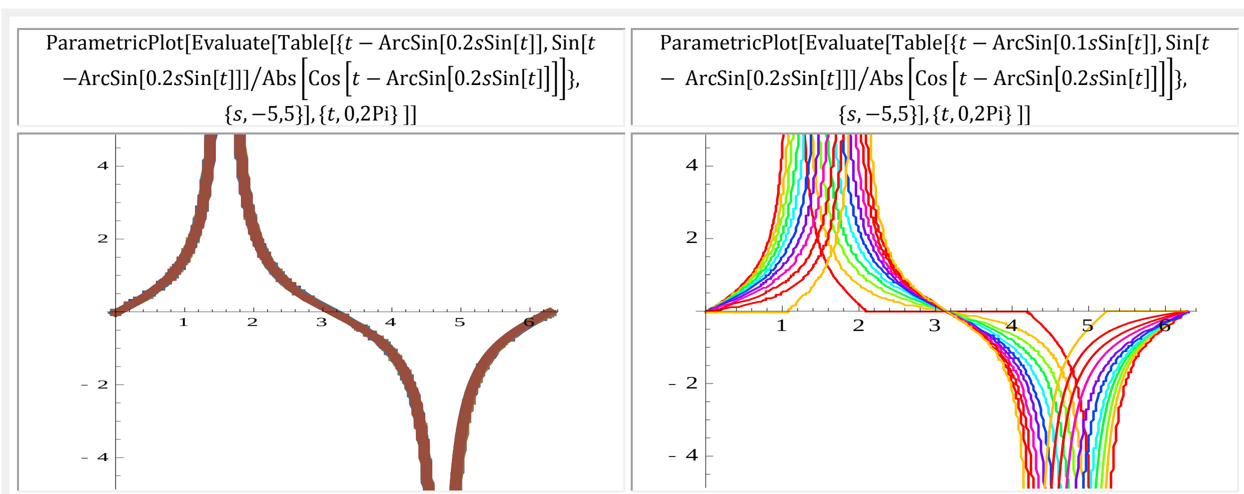
În dreapta (▶) **figurii 2** sunt prezentate tangentele excentrice (**tex**θ = $\frac{sex\theta}{cex\theta}$) **SM** ordinare, devenite deja clasice. Drept funcţii supernove (**FSN**) pot fi considerate rapoartele dintre funcţiile **Voinoiu** excentrice şi **FSM**–**CE** tangenta ordinară centrică (**Fig. 2** ▼). A rămas deschisă problema denumirii acestora. Fiind o combinatie (raport) dintre funcţiile Voinoiu excentrice şi cele centrice Euler, le vom denumi **FSN** tangente Voinoiu-Euler.



ParametricPlot[Evaluate[Table[{t − ArcSin[0.2sSin[2t]], Sin[t − ArcSin[0.1sSin[t]]]/Cos[t − ArcSin[0.1sSin[t]]]}, {s, −5,5}], {t, 0,2Pi}]]

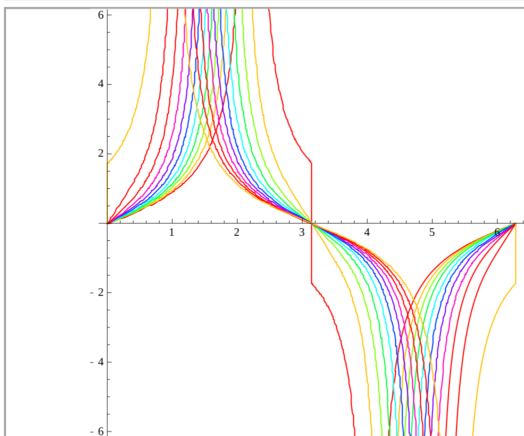
Plot[Evaluate[Table[{Sin[t − ArcSin[0.2sSin[t]]] Cos[t]/Abs[Cos[t − ArcSin[0.2sSin[t]]]] Sin[t]}, {s, −5,5}], {t, 0,2Pi}]]

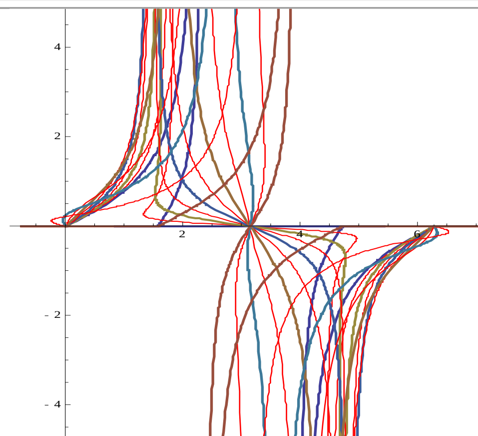
Fig. 4 Tangente supernove în 2D şi în 3D



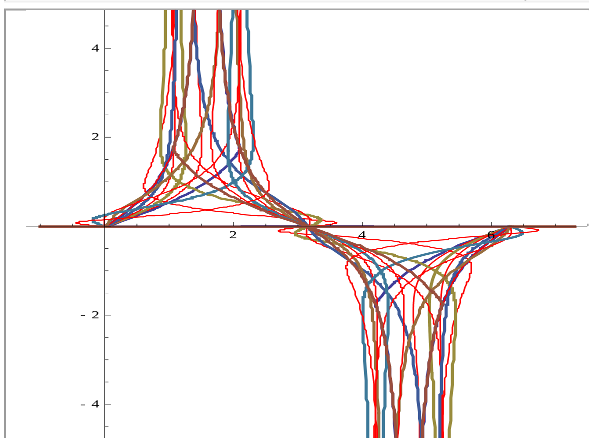
ParametricPlot[Evaluate[Table[{t − ArcSin[0.2sSin[**t**]], Sin[t − ArcSin[0.1sSin[t]]]/Abs[Cos[t − ArcSin[0.1sSin[t]]]]}, {s, −5,5}], {t, 0,2Pi}]]

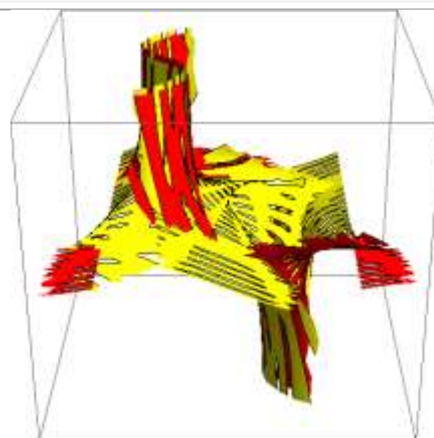
ParametricPlot[Evaluate[Table[{t − ArcSin[0.2sSin[**2t**]], Sin[t − ArcSin[0.2sSin[t]]]/Abs[Cos[t − ArcSin[0.2sSin[t]]]]}, {s, −5,5}], {t, 0,2Pi}]]



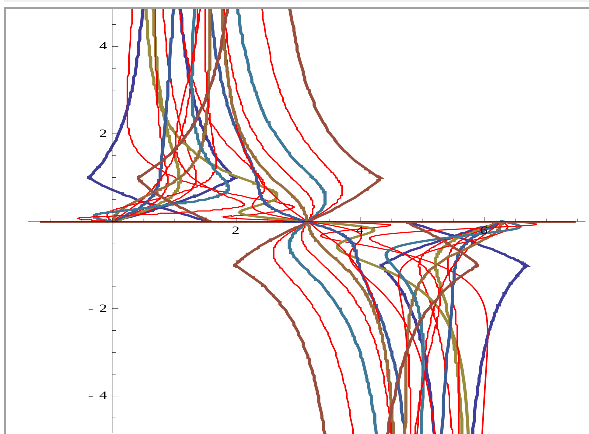


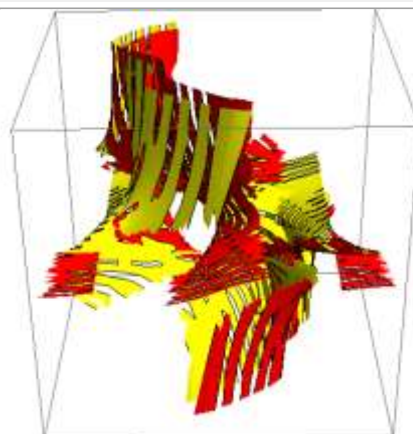
ParametricPlot[Evaluate[Table[{t − ArcSin[0.2sSin[**3t**]], Sin[t − ArcSin[0.2sSin[t]]]/Abs[Cos[t − ArcSin[0.2sSin[t]]]]}, {s, −5,5}], {t, 0,2Pi}]]

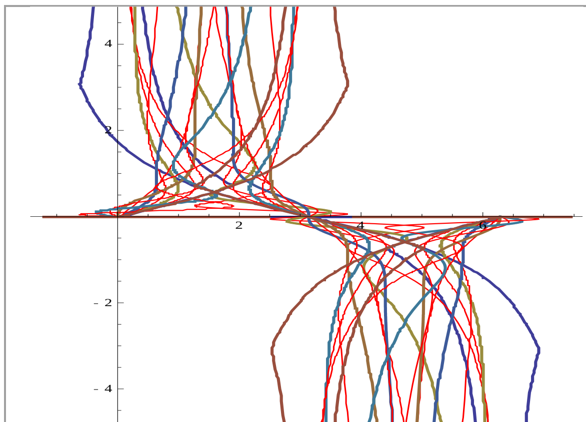
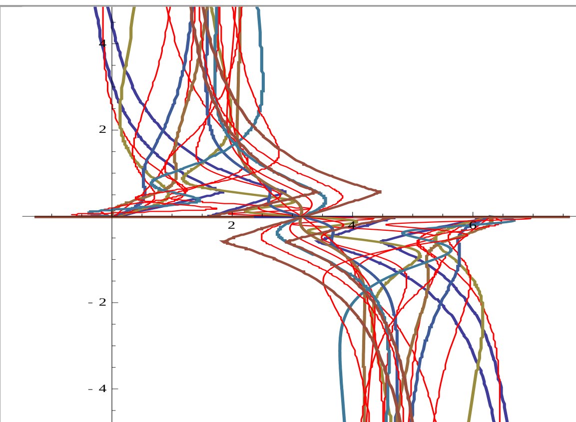




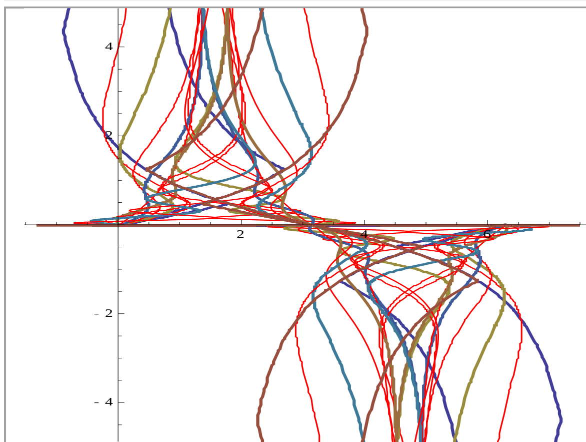
ParametricPlot[Evaluate[Table[{t − ArcSin[0.2sSin[**4t**]], Sin[t − ArcSin[0.2sSin[t]]]/Abs[Cos[t − ArcSin[0.2sSin[t]]]]}, {s, −5,5}], {t, 0,2Pi}]]

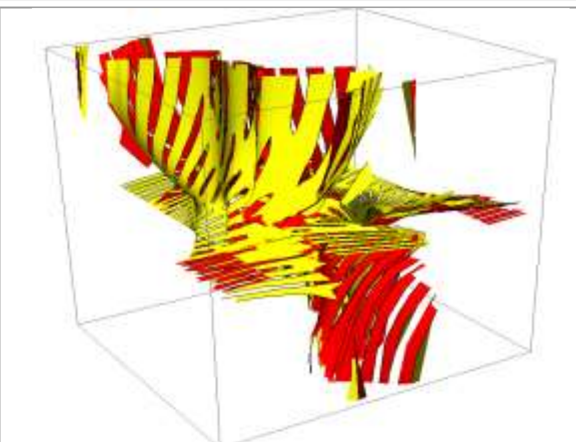




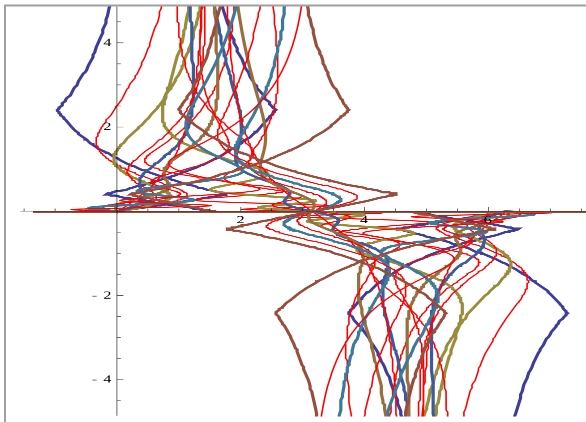
ParametricPlot[Evaluate[Table[{t − ArcSin[0.2sSin[**5t**]], Sin[t − ArcSin[0.2sSin[t]]]/Abs[Cos[t − ArcSin[0.2sSin[t]]]]}, {s, −5,5}], {t, 0,2Pi}]]	ParametricPlot[Evaluate[Table[{t − ArcSin[0.2sSin[**6t**]], Sin[t − ArcSin[0.2sSin[t]]]/Abs[Cos[t − ArcSin[0.2sSin[t]]]]}, {s, −5,5}], {t, 0,2Pi}]]
	

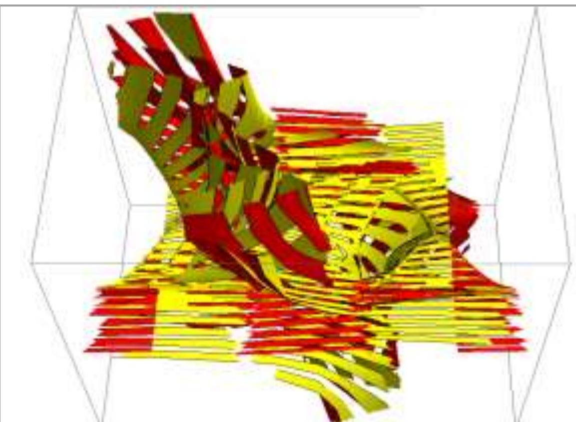
ParametricPlot[Evaluate[Table[{t − ArcSin[0.2sSin[**7t**]], Sin[t − ArcSin[0.2sSin[t]]]/Abs[Cos[t − ArcSin[0.2sSin[t]]]]}, {s, −5,5}], {t, 0,2Pi}]]





ParametricPlot[Evaluate[Table[{t − ArcSin[0.2sSin[**8t**]], Sin[t − ArcSin[0.2sSin[t]]]/Abs[Cos[t − ArcSin[0.2sSin[t]]]]}, {s, −5,5}], {t, 0,2Pi}]]





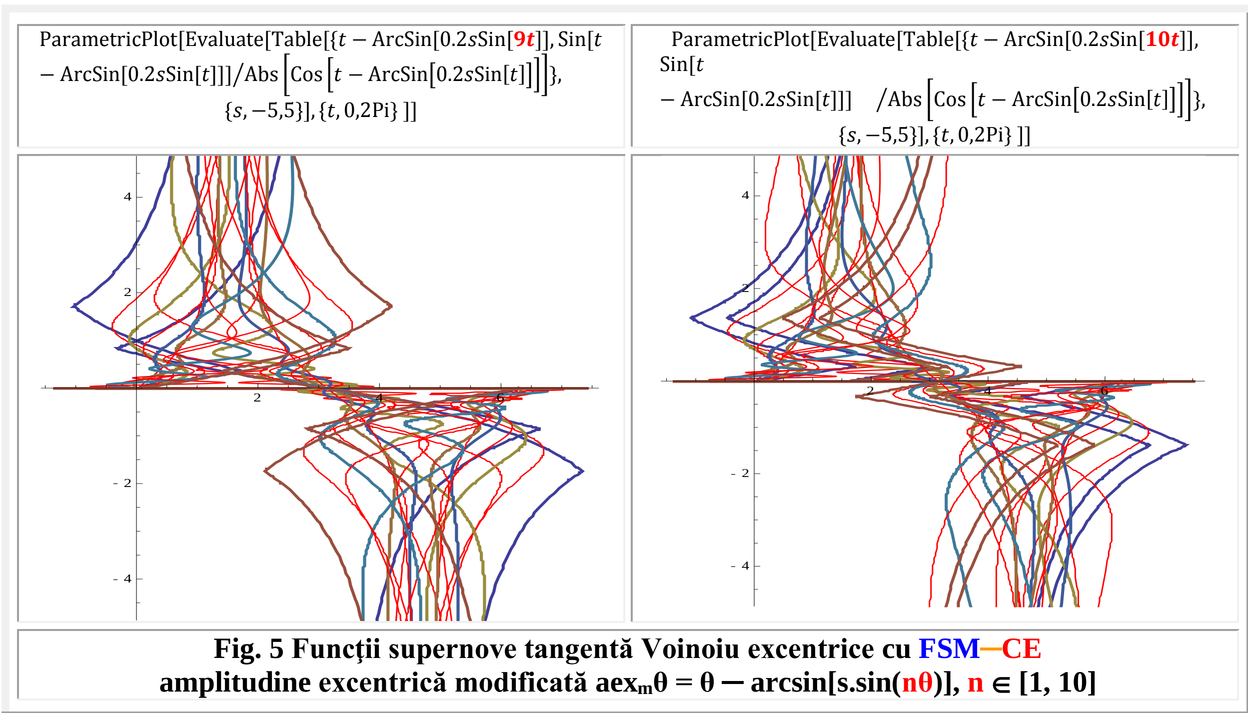
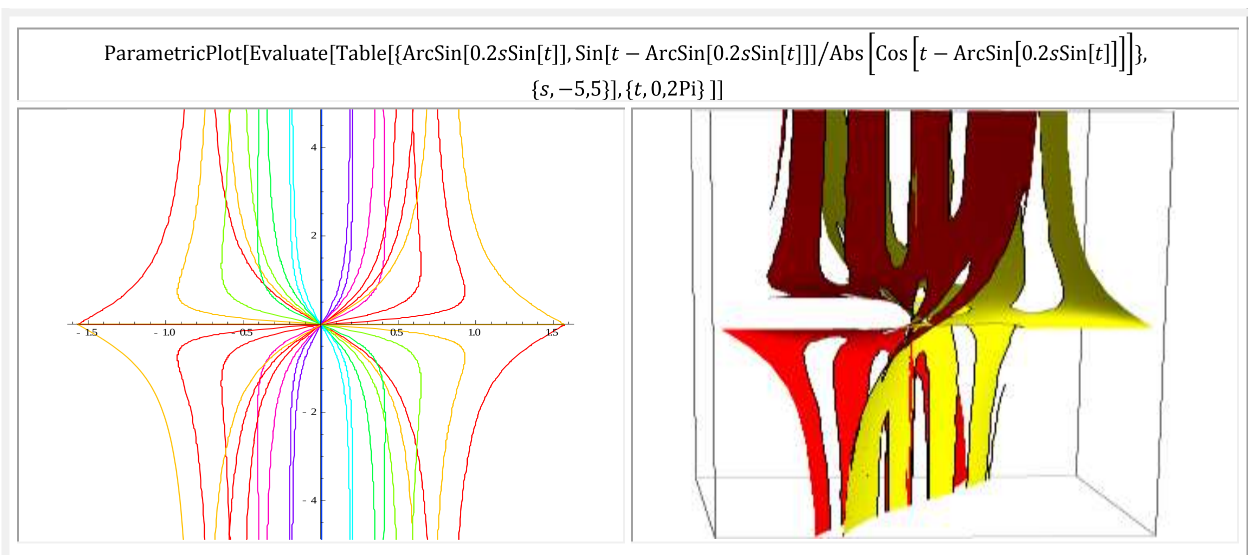


Fig. 5 Funcţii supernove tangentă Voinoiu excentrice cu FSM─CE amplitudine excentrică modificată aex$_m$θ = θ ─ arcsin[s.sin(nθ)], n ∈ [1, 10]

În **figura 5** sunt ilustrate familile de curbe ale funcţiilor supernove în ecuaţii parametrice în care x este funcţia amplitudine axcentrică modificată, prin beta excentrică modificată, iar y este **funcţia supermatematică circulară excentrică** (**FSM─CE**) tangentă excentrică Voinoiu, adică :

$$(3)\qquad \begin{cases} x = aex_m\theta = \theta - bex_m\theta = \theta - \arcsin[s.\sin(n\theta)] \\ y = texv\theta = \dfrac{sex\theta}{Abs[cex\theta]} = \dfrac{\sin\{\theta - \arcsin[s.\sin(\theta-\varepsilon)]\}}{Abs[cex\frac{\sin\{\theta - \arcsin[s.\sin(\theta-\varepsilon)]\}}{Abs[cos\{\theta - \arcsin[s.\sin(\theta-\varepsilon)]\}]}]} \end{cases}$$

Scopul prezentării este de a evidenţia diversitatea, complexitatea şi, de ce nu, frumuseţea acestora, *"de gustibus non est disputandum"*.



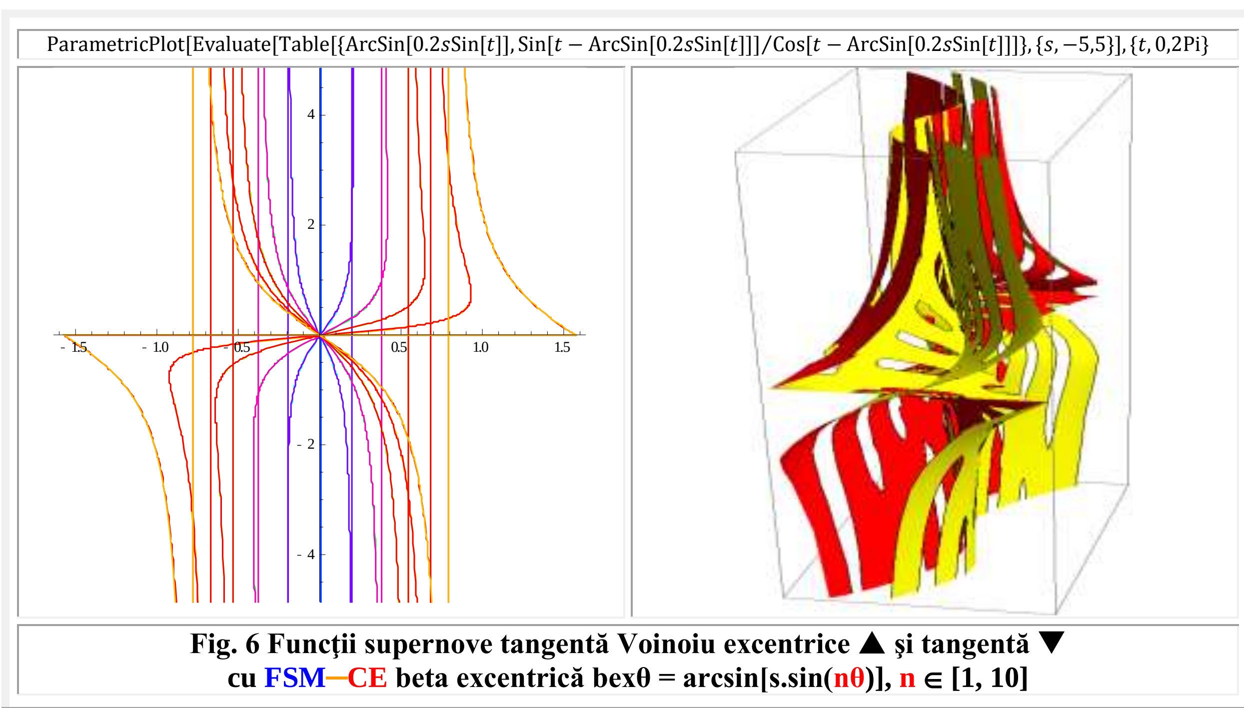
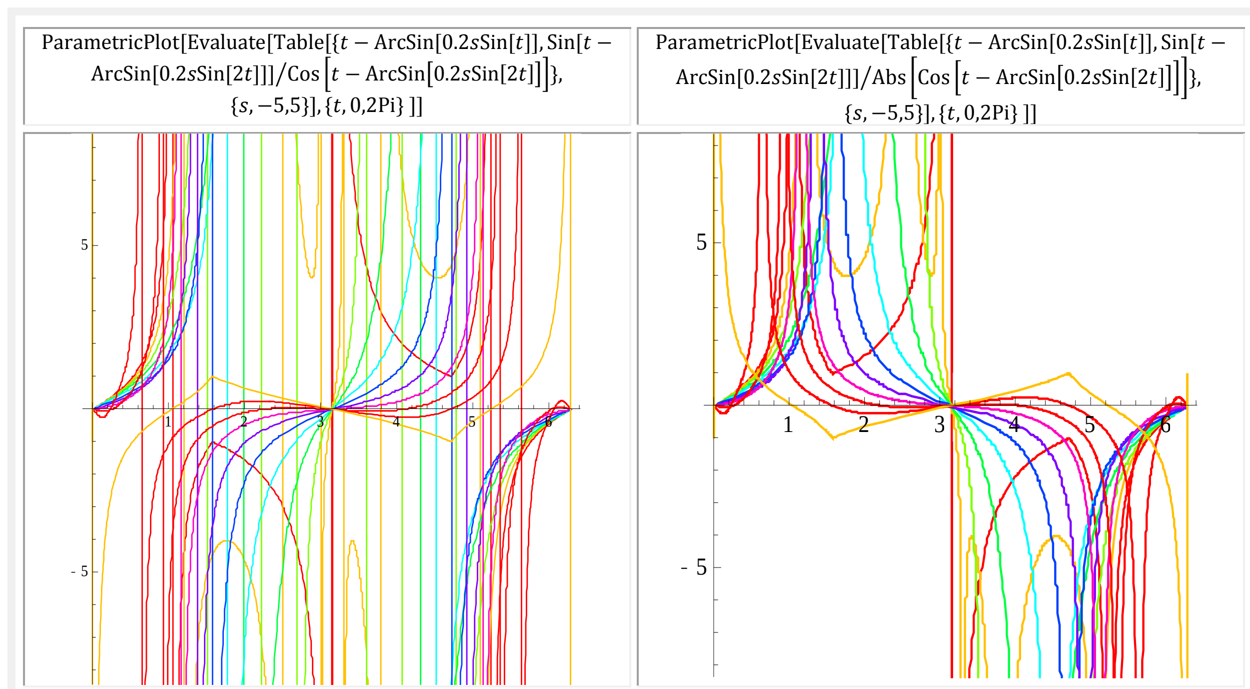
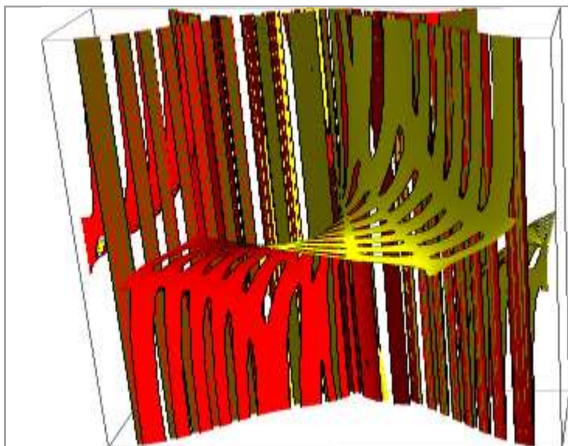
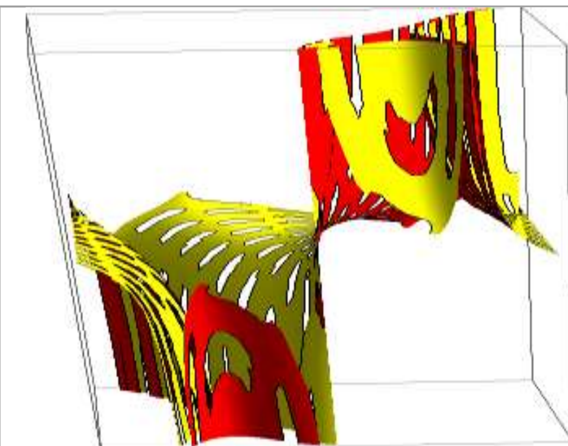
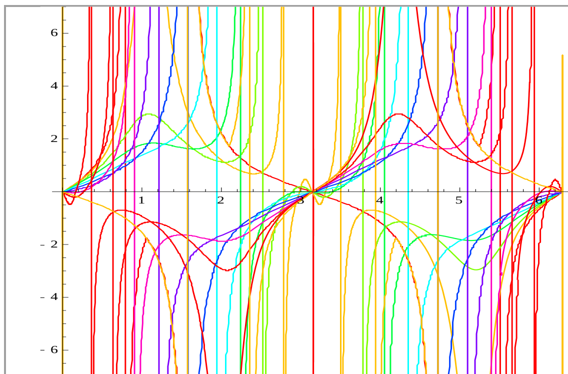
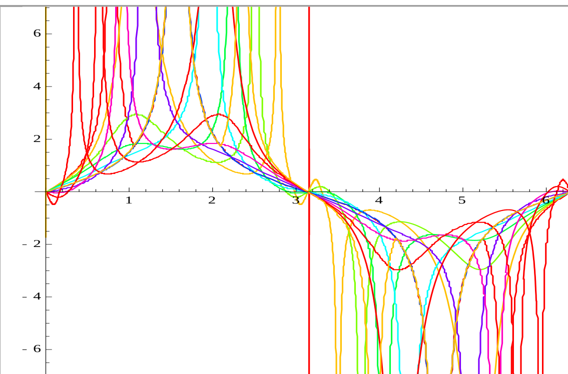
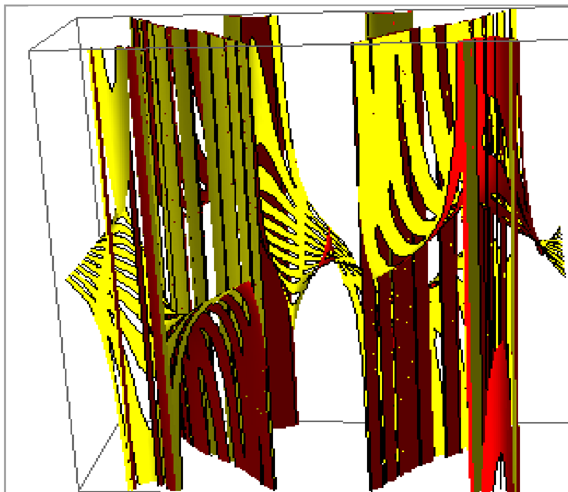
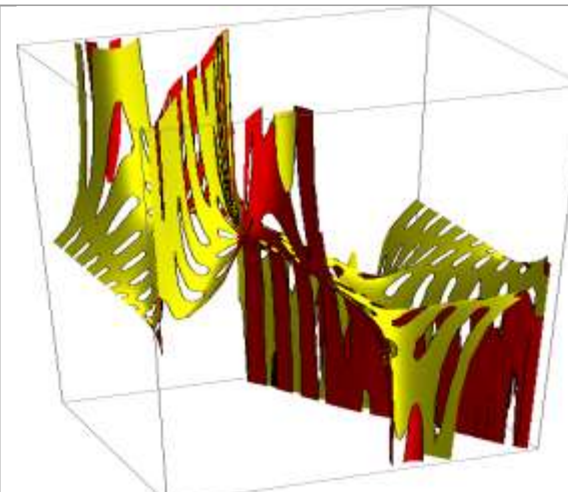


Fig. 6 Funcţii supernove tangentă Voinoiu excentrice ▲ şi tangentă ▼ cu FSM—CE beta excentrică bexθ = arcsin[s.sin(nθ)], n ∈ [1, 10]

În **figura 6 FSM—CE** aexθ a fost înlocuită cu bexθ, sus ▲, iar jos ▼ texv a fost înlocuită cu tangenta centrică (tgθ ≡ tanθ = sinθ / cosθ).

Înlocuind tangentele excentrice **Euler** ◄ şi pe cele **Voinoiu** ► de variabilă excentrică θ cu funcţii de arc multiplu dublu, triplu ş.a. se obţin funcţiile supernove din **figura 7**.



ParametricPlot3D[{t − ArcSin[0.2sSin[t]], Sin[t − ArcSin[0.2sSin[2t]]]/Cos[t − ArcSin[0.2sSin[2t]]],0.5s}, {s, −5,5}, {t, 0,2Pi}]]	ParametricPlot3D[{t − ArcSin[0.2sSin[t]], Sin[− ArcSin[0.2sSin[2t]]]/ Abs[Cos[t − ArcSin[0.2sSin[2t]]]],0.5s}, {s, −5,5}, {t, 0,2Pi}]]
	
ParametricPlot[Evaluate[Table[{t − ArcSin[0.2sSin[t]], Sin[t − ArcSin[0.2sSin[3t]]]/Cos[t − ArcSin[0.2sSin[3t]]]}, {s, −5,5}], {t, 0,2Pi}	ParametricPlot[Evaluate[Table[{t − ArcSin[0.2sSin[t]], Sin[t − ArcSin[0.2sSin[3t]]]/Abs[Cos[t − ArcSin[0.2sSin[3t]]]]}, {s, −5,5}], {t, 0,2Pi}
	
ParametricPlot3D[{2t − ArcSin[0.2sSin[t]], Sin[t − ArcSin[0.2sSin[3t]]]/Cos[t − ArcSin[0.2sSin[3t]]],0.5s}, {s, −5,5}, {t, 0,2Pi}]]	ParametricPlot3D[{t − ArcSin[0.2sSin[t]], Sin[t − ArcSin[0.2sSin[3t]]]/Abs[Cos[t − ArcSin[0.2sSin[3t]]]],0.5s}, {s, −5,5}, {t, 0,2Pi}]]
	

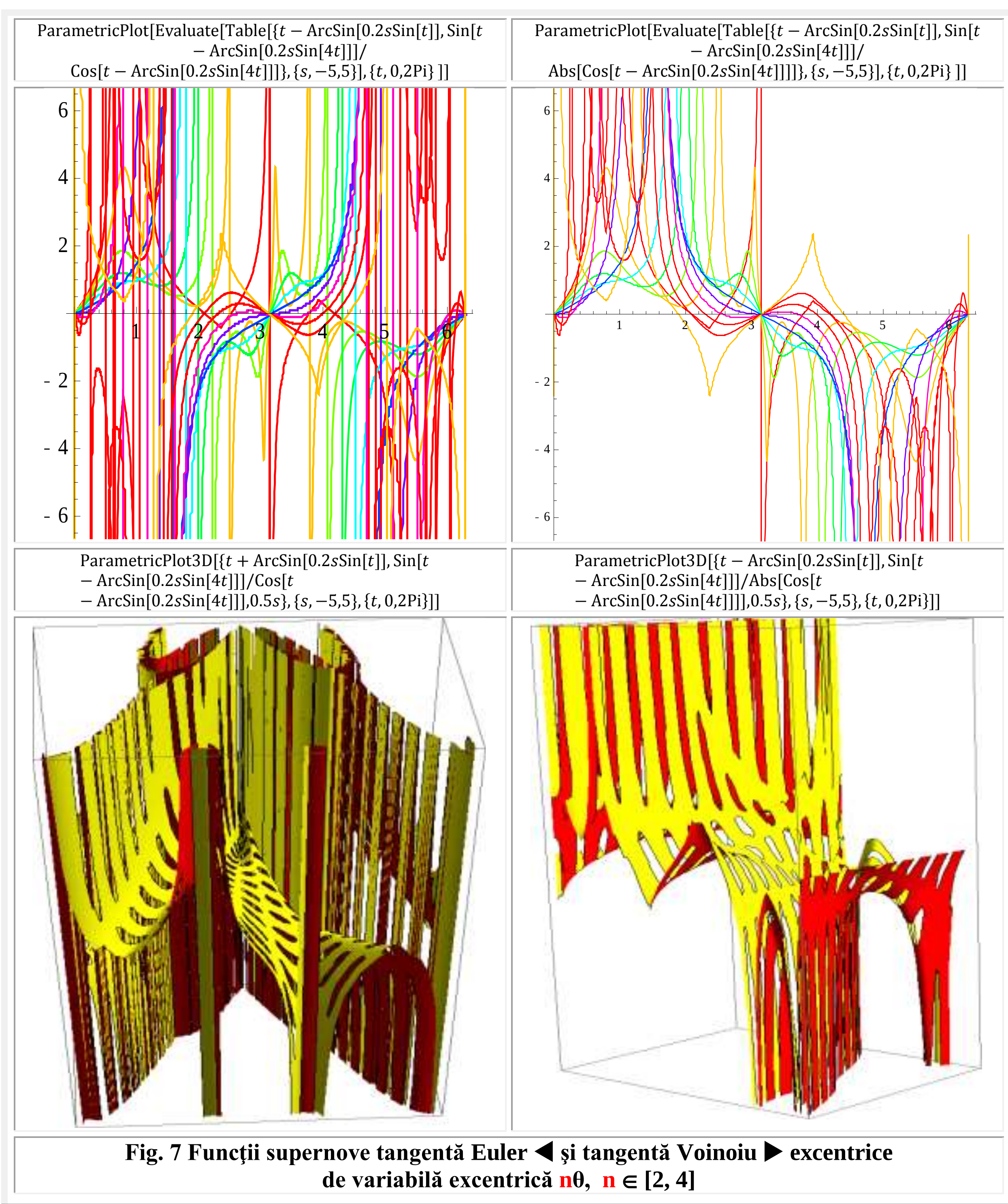
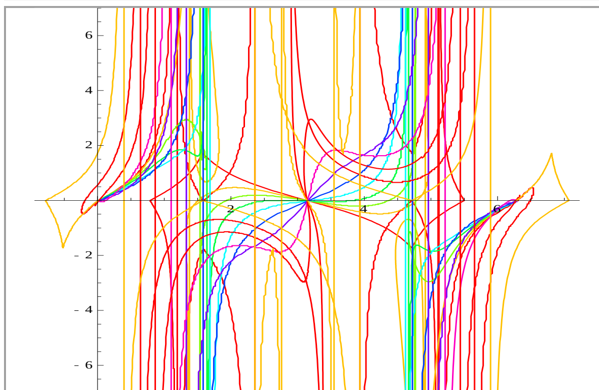
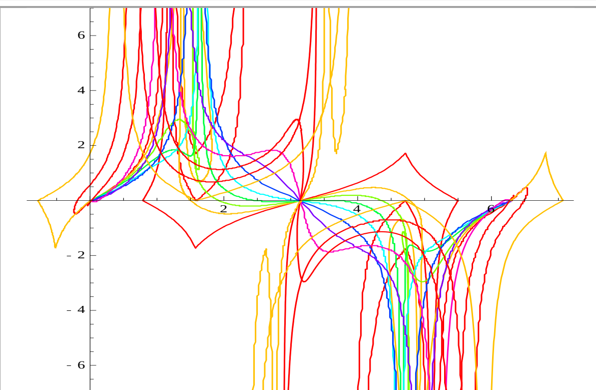
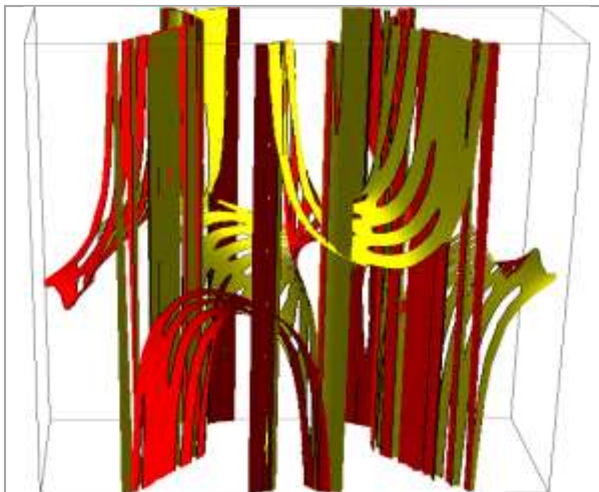
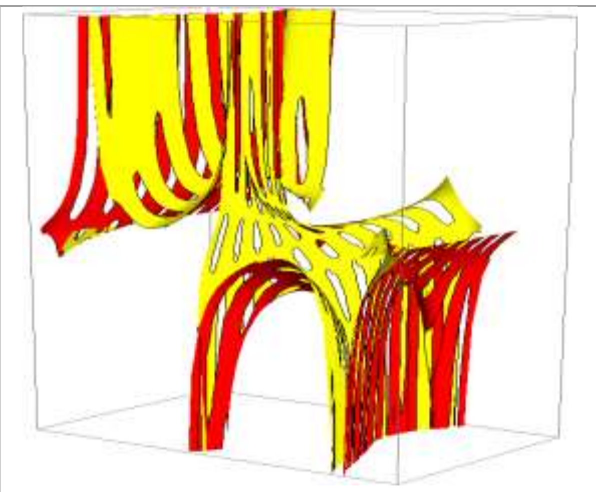
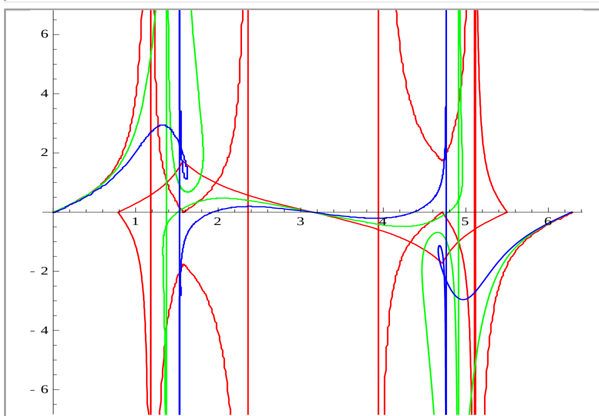
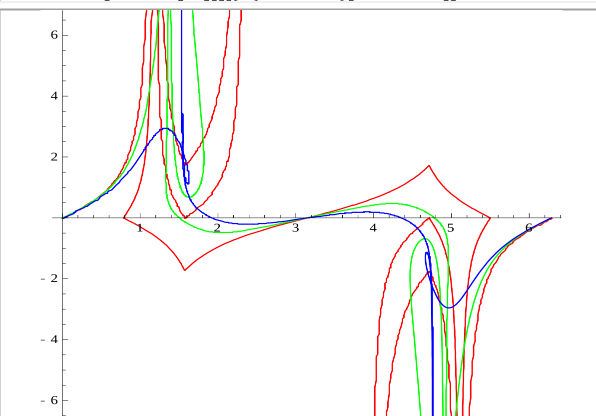


Fig. 7 Funcţii supernove tangentă Euler ◀ şi tangentă Voinoiu ▶ excentrice de variabilă excentrică nθ, n ∈ [2, 4]

Considerând şi funcţia x = aexnθ, n = 2, 3 se obţin familile de funcţiile supernove din **figura 8**. Pentru a evidenţia originalitatea, complexitatea şi, uneori, frumuseţea unor funcţii supernove, au fost extrase câteva din mulţimea familiilor de funcţii şi prezentate în partea a doua / jos ▼ a **figurii 8**.

ParametricPlot[Evaluate[Table[{t − ArcSin[0.2sSin[2t]], Sin[t − ArcSin[0.2sSin[3t]]]/Cos[t − ArcSin[0.2sSin[3t]]]}, {s, −5,5}], {t, 0,2Pi}]]	ParametricPlot[Evaluate[Table[{t − ArcSin[0.2sSin[2t]], Sin[t − ArcSin[0.2sSin[3t]]]/Abs[Cos[t − ArcSin[0.2sSin[3t]]]]}, {s, −5,5}], {t, 0,2Pi}]]
	
ParametricPlot3D[{t − ArcSin[0.2sSin[2t]], Sin[t − ArcSin[0.2sSin[3t]]]/ Cos[t − ArcSin[0.2sSin[3t]]],0.5s}, {s, −5,5}, {t, 0,2Pi}]]	ParametricPlot3D[{t − ArcSin[0.2sSin[2t]], Sin[t − ArcSin[0.2sSin[3t]]]/Abs[Cos[t − ArcSin[0.2sSin[3t]]]],0.5s}, {s, −5,5}, {t, 0,2Pi}]]
	
ParametricPlot[Evaluate[Table[{t − ArcSin[0.2sSin[2t]], Sin[t − Cos[t − ArcSin[0.2sSin[3t]]]]}, {s, −5, −3}], {t, 0,2Pi}]]	ParametricPlot[Evaluate[Table[{t − ArcSin[0.2sSin[2t]], Sin[t − ArcSin[0.2sSin[3t]]]/Abs[Cos[t − ArcSin[0.2sSin[3t]]]]}, {s, −5, −3}], {t, 0,2Pi}]]
	

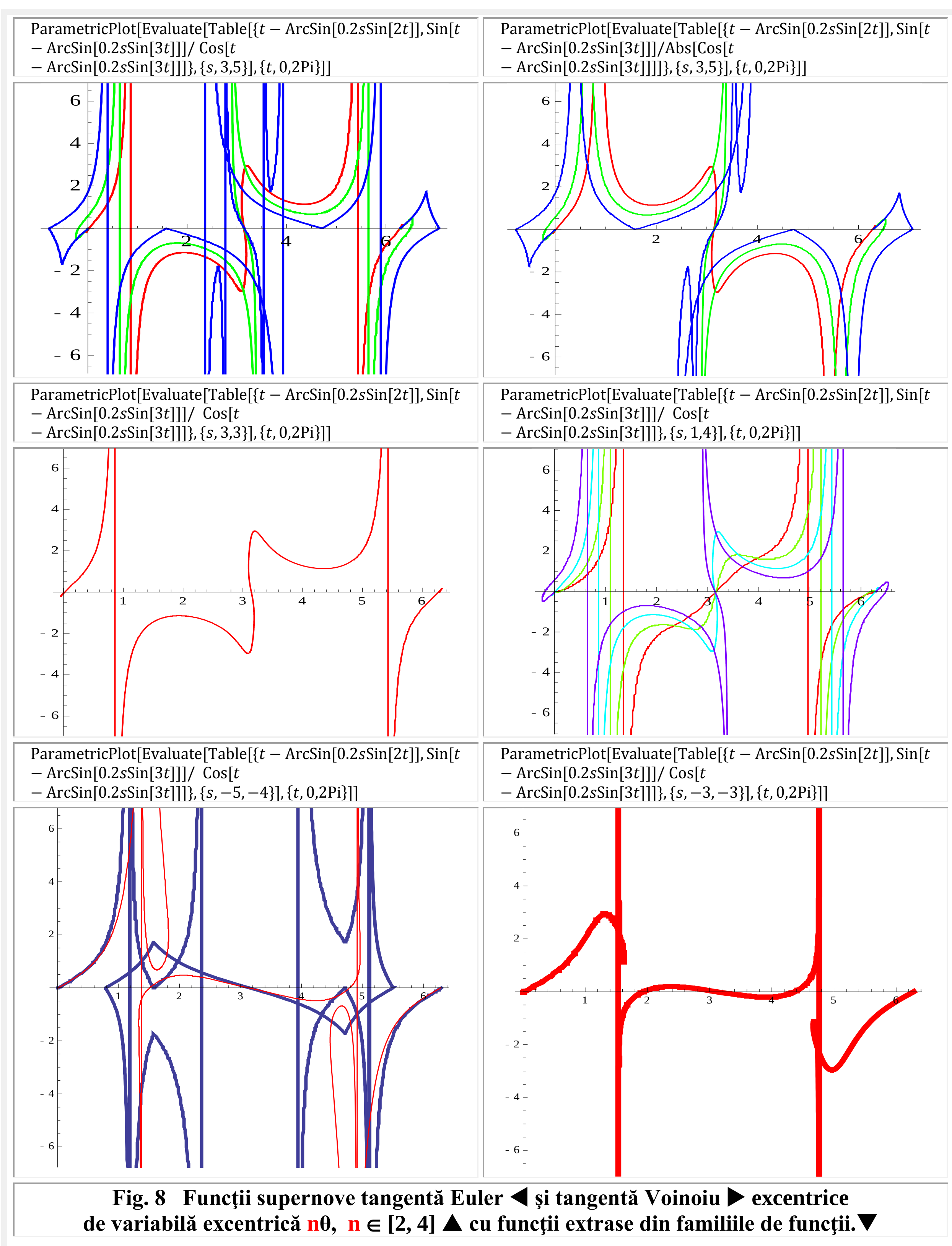


Fig. 8 Funcţii supernove tangentă Euler ◀ şi tangentă Voinoiu ▶ excentrice de variabilă excentrică nθ, n ∈ [2, 4] ▲ cu funcţii extrase din familiile de funcţii.▼

Motto: *" Matematician nu este cel ce ştie matematică, ci cel ce creează matematică.* "
Gr. C. Moisil

CAPITOLUL XII

FUNCŢII SUPERNOVE CU COSINUSURI ŞI SINUSURI SUPERMATEMATICE

1 INTRODUCERE

Aceste funcţii pot fi realizate cu ajutorul **funcţiilor supermatematice (FSM) circulare centrice (CC: cosα** şi **sinα**) sau **circulare excentrice** propriu-zise de variabilă excentrică (**CE : cexθ** şi **sexθ**) sau de variabilă centrică (**Cexα** şi **Sexα**), precum şi cu ajutorul **FSM** elevate (**EL: celθ** şi **selθ** sau **Celα** şi **Selα**) sau exotice (**FSM-Ex : cexoθ , sexoθ** sau **Cexoα** şi **Sexoα**) dar şi din combinarea acestora şi reprezentarea lor în ecuaţii parametrice.

Dacă ne referim la **FSM—CE** în care x şi y sunt funcţii de acelaşi arc (**m = n**), de exemplu θ:

(1) $$\begin{cases} x = cex\boldsymbol{m}\theta \\ y = sex\boldsymbol{n}\theta \end{cases}$$

atunci în spaţiul bidimensional **2D** reprezintă un cerc, indiferent de excentricitatea numerică **s**, iar în spaţiu treidimensional **3D** un cilindru (**Fig. 1,a**).

Dacă în expresia / ecuaţia lui x variabila este **θ**, iar în y este **2θ** (**Fig 1,b**), adică **m ≠ n**, atunci situaţia se schimbă radical şi este redată în **figura 1,b** (**3D** în 4 vederi). Ea demonstrează sensibilitatea foarte ridicată a **funcţiilor supernove** (**FSN**) la modificarea parametrului. Pentru a întări cele afirmate, au fost reprezentate în **figura 1,c FSM** sinus excentrică modificată y = $sex_m\theta$ = sin[θ — arcsin[s.sin2θ]] prin modificarea doar a **FSM—CE** ***beta excentrică*** bexθ = arcsin(s.sinθ) → bex2θ = arcsin(s.sin2θ).

Modificări esenţiale survin şi dacă variabila θ din y(θ) trece în y(3θ), aşa cum se poate observa în **figura 1,d** şi în **figura 1,e.**

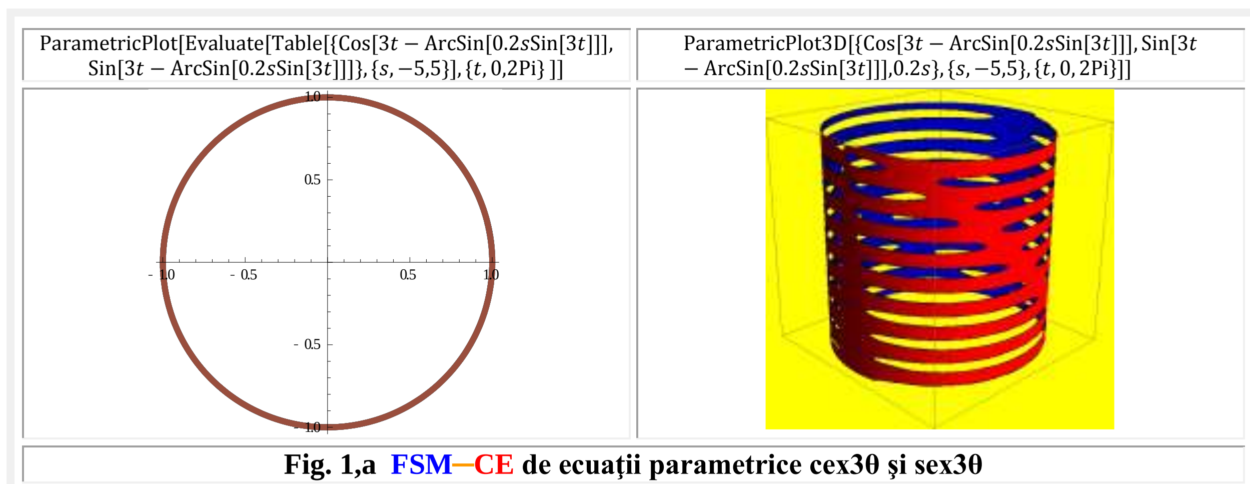
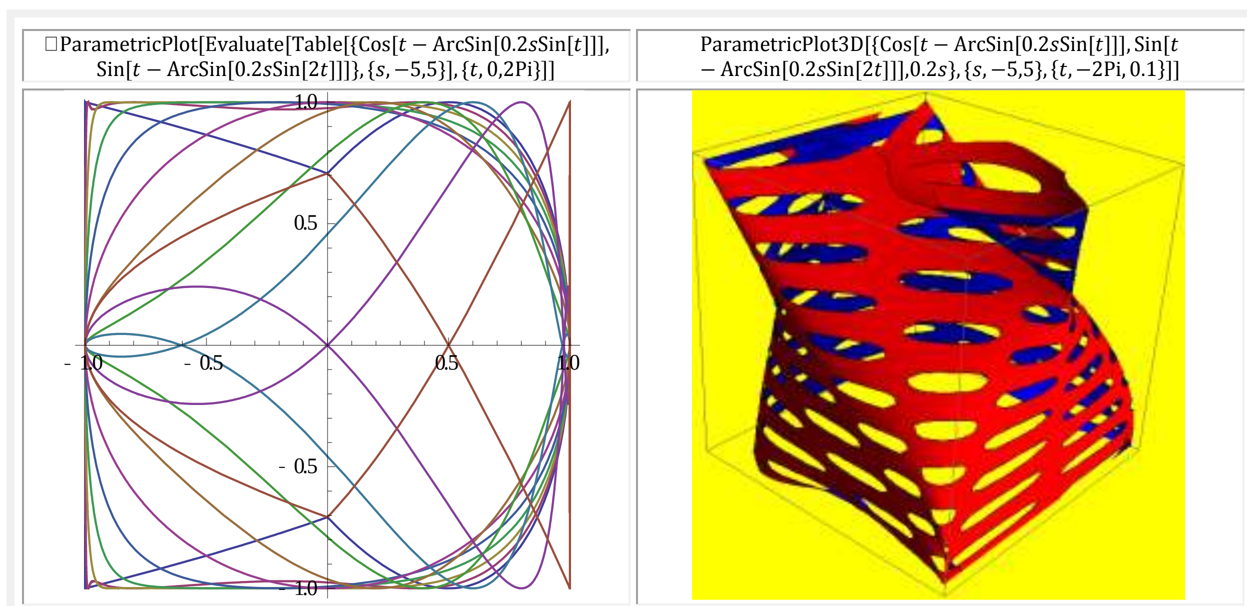


Fig. 1,a FSM—CE de ecuaţii parametrice cex3θ şi sex3θ

ParametricPlot[Evaluate[Table[{Cos[t − ArcSin[0.2sSin[t]]], Sin[t − ArcSin[0.2sSin[2t]]]}, {s, −5,5}], {t, 0,2Pi}]]	ParametricPlot3D[{Cos[t − ArcSin[0.2sSin[t]]], Sin[2t − ArcSin[0.2sSin[2t]]],0.2s}, {s, −5,5}, {t, −2Pi, 0.1}]]

Fig. 1,b Funcţii supernove circulare excentrice



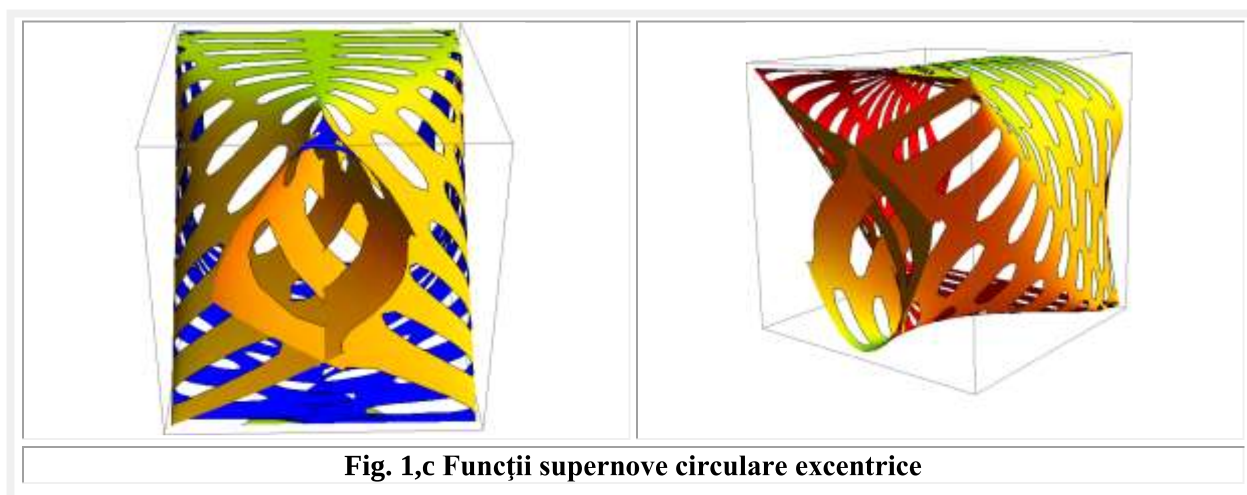


Fig. 1,c Funcţii supernove circulare excentrice

ParametricPlot[Evaluate[Table[{Cos[t − ArcSin[0.2sSin[2t]]], Sin[t − ArcSin[0.2sSin[3t]]]}, {s, −5,5}], {t, 0,2Pi}]]	ParametricPlot3D[{Cos[t − ArcSin[0.2sSin[2t]]], Sin[t − ArcSin[0.2sSin[3t]]],0.2s}, {s, −5,5}, {t, −2Pi, 0.1}]]

Fig. 1,d Funcţii supernove circulare excentrice

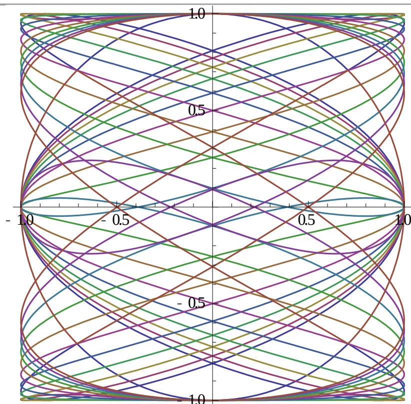
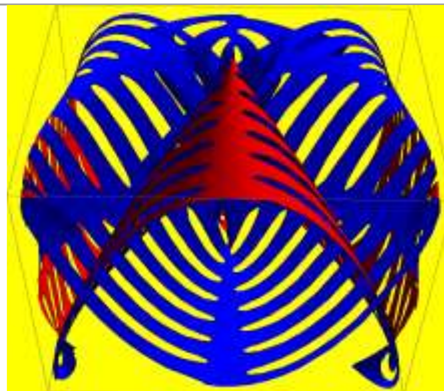
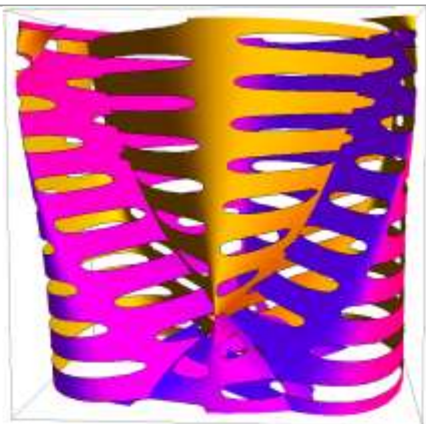
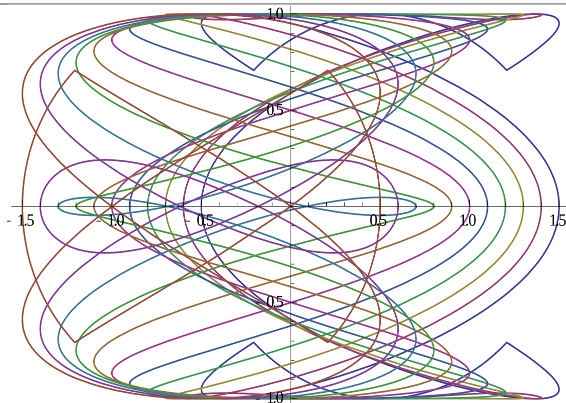
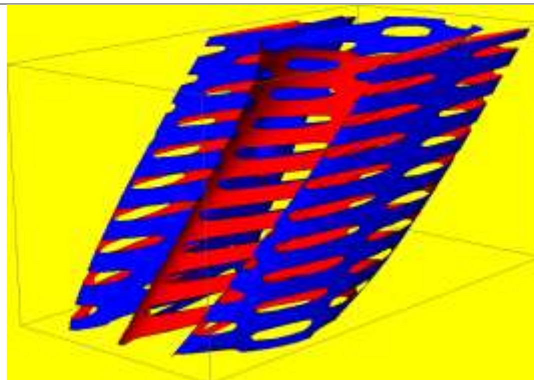
ParametricPlot[Evaluate[Table[{Cos[3t − ArcSin[0.2sSin[2t]]], Sin[t − ArcSin[0.2sSin[2t]]]}, {s, −5,5}], {t, 0,2Pi}]]	ParametricPlot3D[{Cos[3t − ArcSin[0.2sSin[2t]]], Sin[t − ArcSin[0.2sSin[2t]]],0.2s}, {s, −5,5}, {t, −2Pi, 0.1}]]
	
	

Fig. 1,e Funcţii supernove circulare excentrice

Daca în (1) **FSM–CE** cexmθ se înlocuieşte cu funcţia **supermatematică circulară elevată** (**FSM–CEL**) atunci se obţin FSN din **figura 2,a**.

ParametricPlot[Evaluate[Table[{Cos[3t − ArcSin[0.2sSin[2t]]] − 0.1s, Sin[t − ArcSin[0.2sSin[2t]]]}, {s, −5,5}], {t, 0,2Pi}]]	ParametricPlot3D[{Cos[3t − ArcSin[0.2sSin[2t]]] − 0.2s, Sin[t − ArcSin[(0.2)^2Sin[2t]]],0.2s}, {s, −5,5}, {t, −2Pi, 2Pi}]]
	

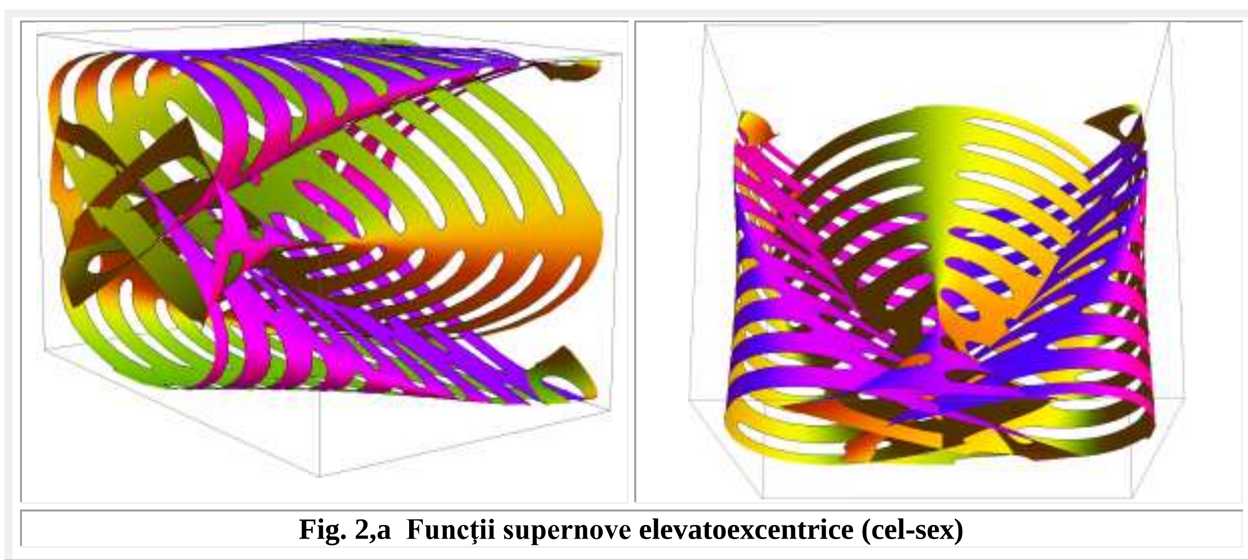
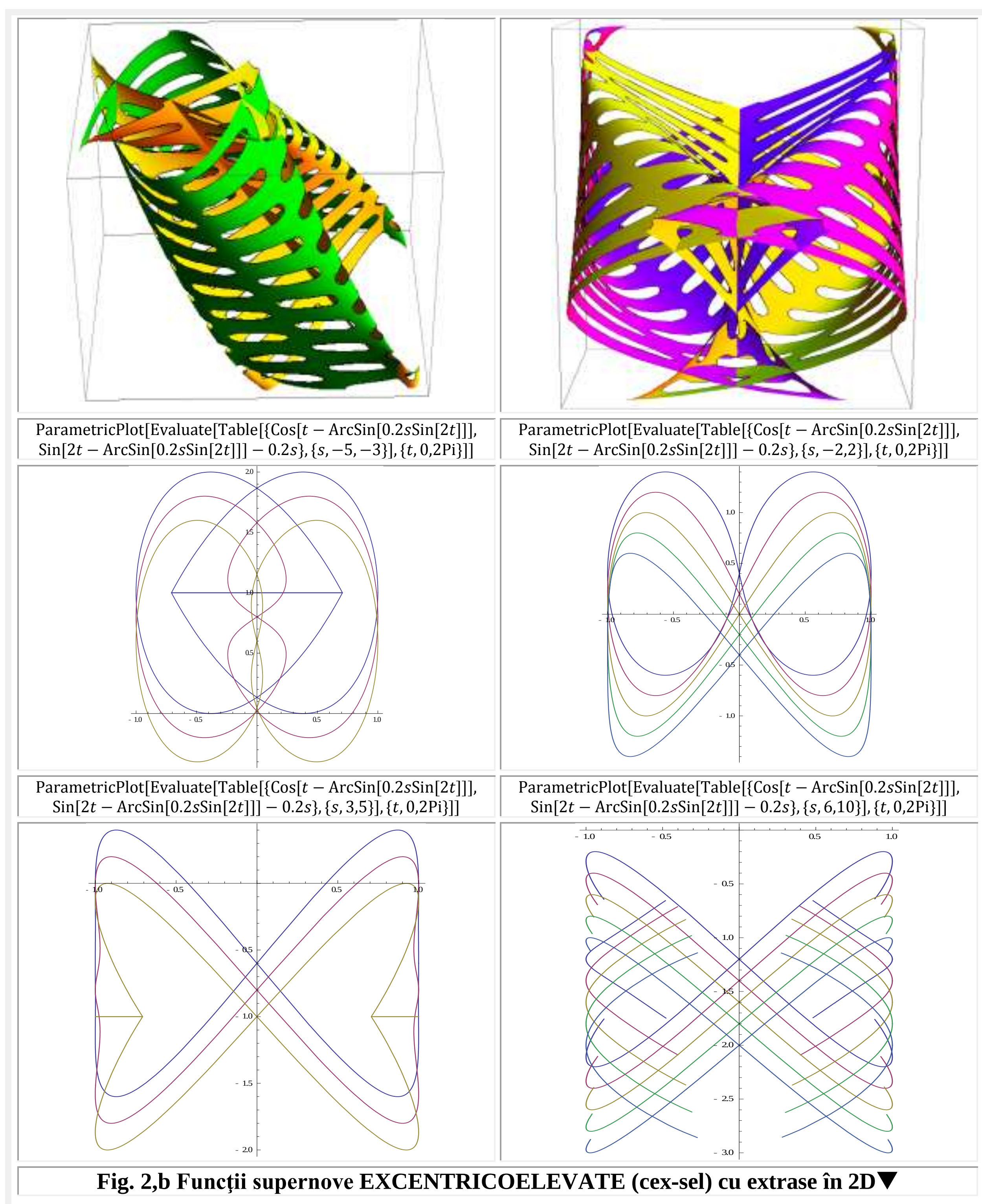


Fig. 2,a Funcţii supernove elevatoexcentrice (cel-sex)

ParametricPlot[Evaluate[Table[{Cos[t − ArcSin[0.2sSin[2t]]], Sin[2t − ArcSin[0.2sSin[2t]]] − 0.2s}, {s, −5,5}], {t, 0,2Pi}]]	ParametricPlot3D[{Cos[t − ArcSin[0.2sSin[2t]]], Sin[2t − ArcSin[(0.2)^2Sin[2t]]] − 0.2s, 0.2s}, {s, −5,5}, {t, −2Pi, 2Pi}]]



ParametricPlot[Evaluate[Table[{Cos[t − ArcSin[0.2sSin[2t]]], Sin[2t − ArcSin[0.2sSin[2t]]] − 0.2s}, {s, −5, −3}], {t, 0,2Pi}]]

ParametricPlot[Evaluate[Table[{Cos[t − ArcSin[0.2sSin[2t]]], Sin[2t − ArcSin[0.2sSin[2t]]] − 0.2s}, {s, −2,2}], {t, 0,2Pi}]]

ParametricPlot[Evaluate[Table[{Cos[t − ArcSin[0.2sSin[2t]]], Sin[2t − ArcSin[0.2sSin[2t]]] − 0.2s}, {s, 3,5}], {t, 0,2Pi}]]

ParametricPlot[Evaluate[Table[{Cos[t − ArcSin[0.2sSin[2t]]], Sin[2t − ArcSin[0.2sSin[2t]]] − 0.2s}, {s, 6,10}], {t, 0,2Pi}]]

Fig. 2,b Funcţii supernove EXCENTRICOELEVATE (cex-sel) cu extrase în 2D▼

În **figura 2,b** sunt reprezentate funcţiile supernove de cosinus excentric (cex) şi de sinus elevat (sel) iar în partea inferioară a figurii sunt extrase unele curbe din reprezentarea iniţială s ∈ [-1, +1] în 2D.

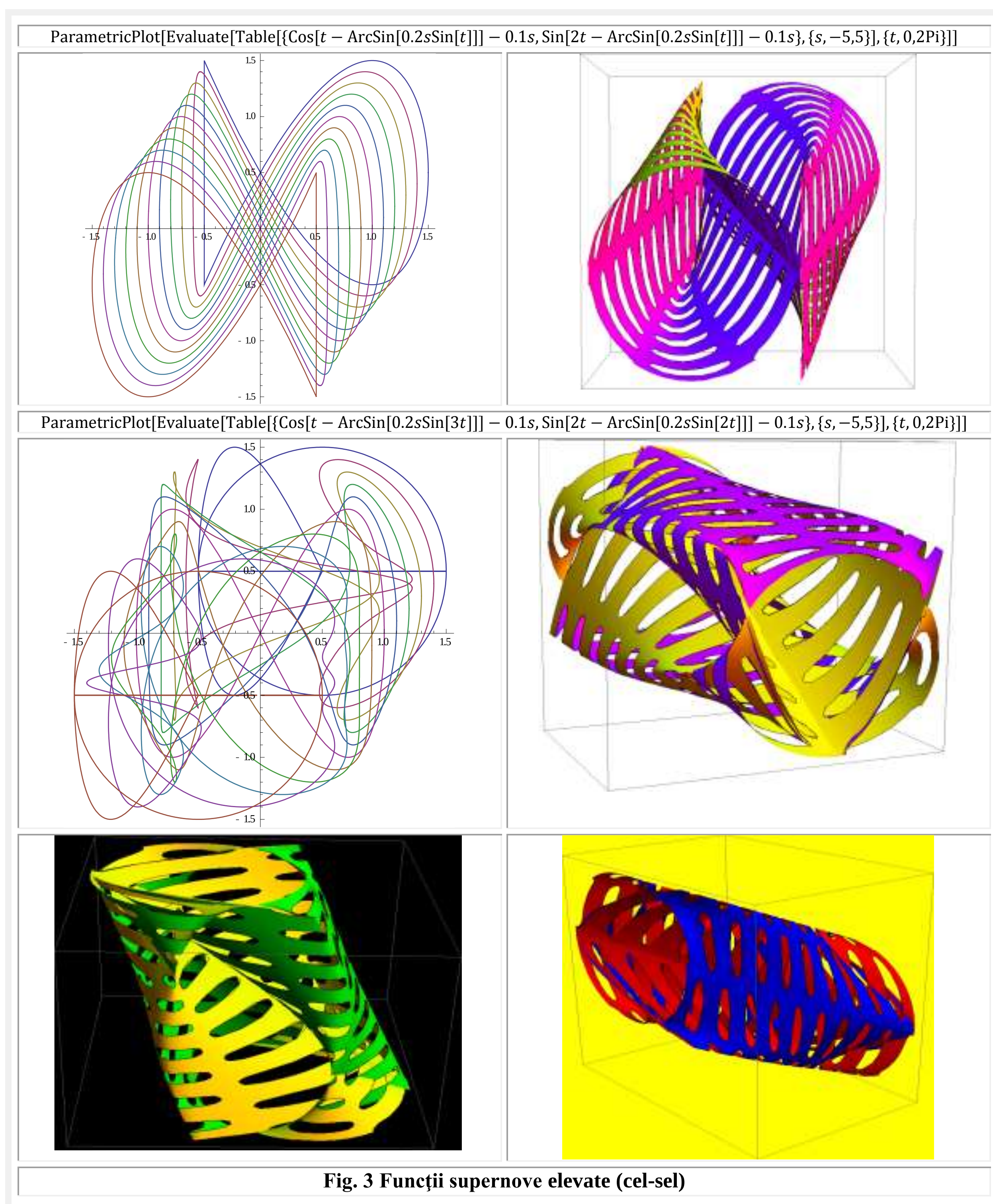
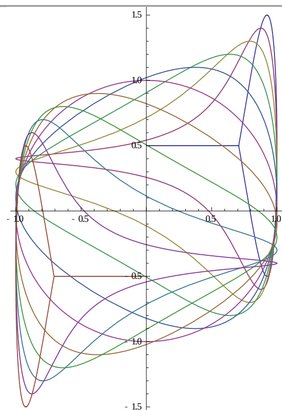


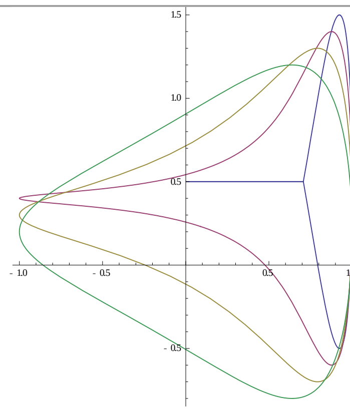
Fig. 3 Funcţii supernove elevate (cel-sel)

Figura 3 conţine graficele funcţiilor supernove din domeniul elevat ─ cosinus (celθ) şi sinus (selθ) elevate ─ de diverse argumente excetrice θ, iar în **figura 4** ca funcţii excentrice de α (Cexα).

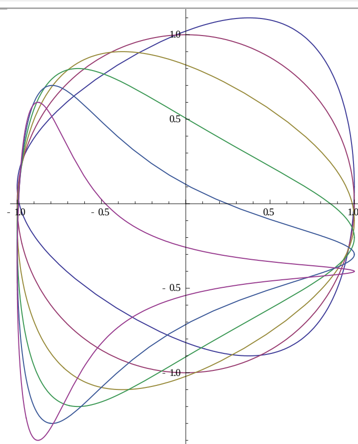
```
ParametricPlot[Evaluate[Table[{Cos[t
+ ArcSin[0.2s Sin[t]/Sqrt[1 + (0.2s)^2 − 0.4sCos[t]]]], Sin[t
− ArcSin[0.2sSin[t]]] − 0.1s}, {s, −5,5}], {t, 0,2Pi}]]
```



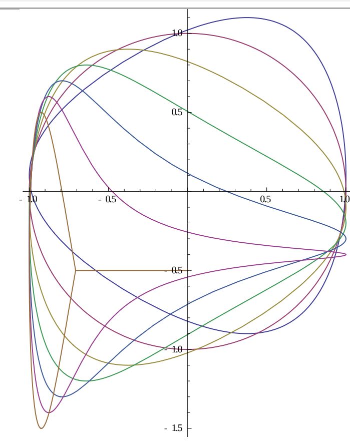
```
ParametricPlot[Evaluate[Table[{Cos[t
+ ArcSin[0.2s Sin[t]/Sqrt[1 + (0.2s)^2 − 0.4sCos[t]]]], Sin[t
− ArcSin[0.2sSin[t]]] − 0.1s}, {s, −5, −2}], {t, 0,2Pi}]]
```



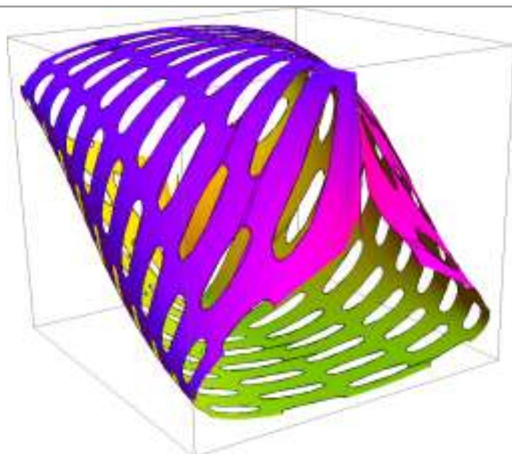
```
ParametricPlot[Evaluate[Table[{Cos[t
+ ArcSin[0.2s Sin[t]/Sqrt[1 + (0.2s)^2 − 0.4sCos[t]]]], Sin[t
− ArcSin[0.2sSin[t]]] − 0.1s}, {s, −1,4}], {t, 0,2Pi}]]
```



```
ParametricPlot[Evaluate[Table[{Cos[t
+ ArcSin[0.2s Sin[t]/Sqrt[1 + (0.2s)^2 − 0.4sCos[t]]]], Sin[t
− ArcSin[0.2sSin[t]]] − 0.1s}, {s, −1,5}], {t, 0,2Pi}]]
```



```
ParametricPlot3D[{Cos[t + ArcSin[0.2s Sin[t]/Sqrt[1 + (0.2s)² − 0.4sCos[t]]]],     Sin[t − ArcSin[(0.2)^2Sin[t]]], 0.2s},
{s, −5,5}, {t, −2Pi, 2Pi}  ]]
```



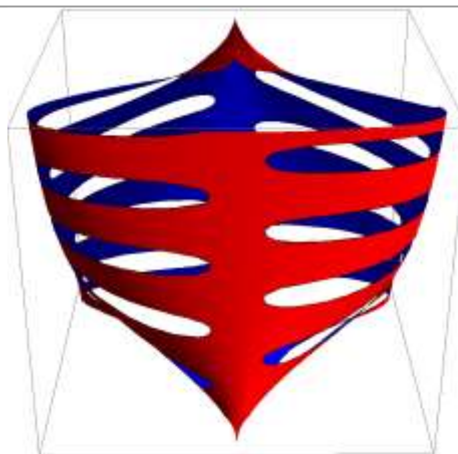


Fig. 4,a Funcţii supernove Cexα - sexθ de variabilă centrică α şi excentrică θ

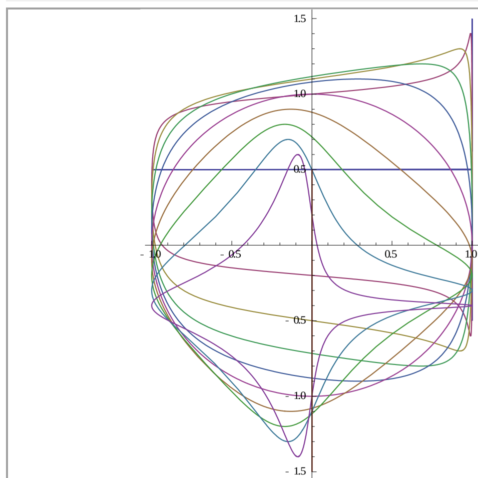
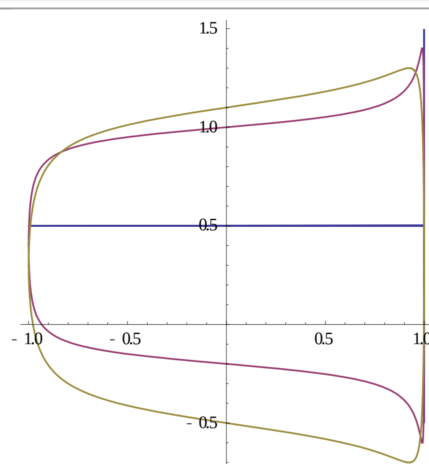
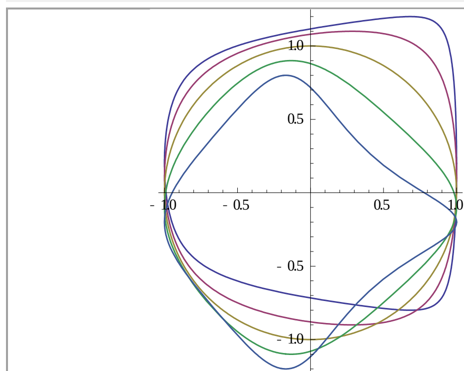
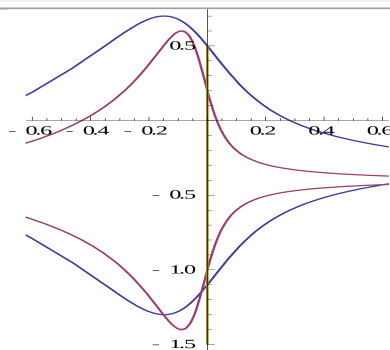
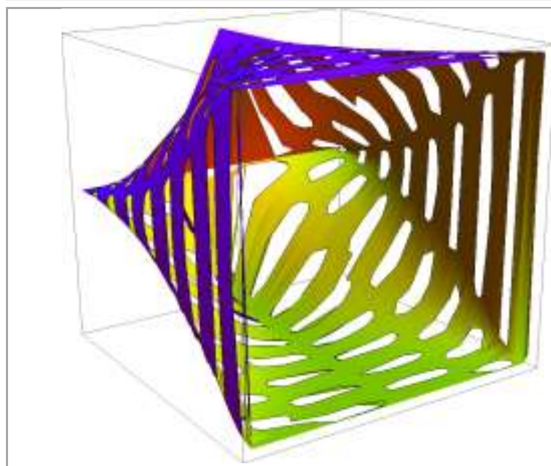
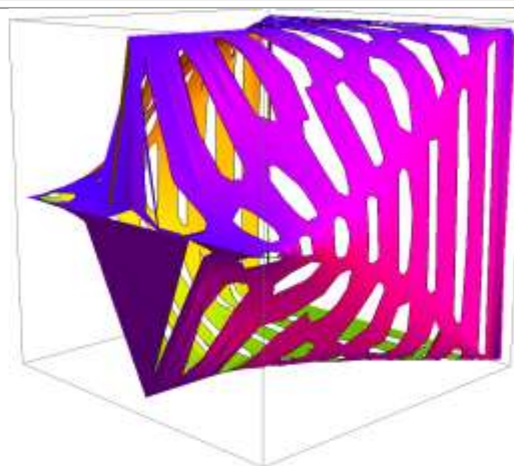
ParametricPlot[Evaluate[Table[{Cos[t + ArcSin[0.2s Sin[2t]/Sqrt[1 + (0.2s)^2 − 0.4sCos[2t]]]], Sin[t − ArcSin[0.2sSin[t]]] − 0.1s}, {s, −5,5}], {t, 0,2Pi}]]	ParametricPlot[Evaluate[Table[{Cos[t + ArcSin[0.2s Sin[2t]/Sqrt[1 + (0.2s)^2 − 0.4sCos[2t]]]], Sin[t − ArcSin[0.2sSin[t]]] − 0.1s}, {s, −5, −3}], {t, 0,2Pi}]]
	
ParametricPlot[Evaluate[Table[{Cos[t + ArcSin[0.2s Sin[2t]/Sqrt[1 + (0.2s)^2 − 0.4sCos[2t]]]], Sin[t − ArcSin[0.2sSin[t]]] − 0.1s}, {s, −2,2}], {t, 0,2Pi}]]	ParametricPlot[Evaluate[Table[{Cos[t + ArcSin[0.2s Sin[2t]/Sqrt[1 + (0.2s)^2 − 0.4sCos[2t]]]], Sin[t − ArcSin[0.2sSin[t]]] − 0.1s}, {s, 3,5}], {t, 0,2Pi}]]
	
ParametricPlot3D[{Cos[tArcSin[0.2s Sin[2t]/Sqrt[1 + (0.2s)^2 − 0.4sCos[2t]]]], Sin[tArcSin[(0.2)^2Sin[t]]],0.2s}, {s, −5,5}, {t, −2Pi, 2Pi}]]	
	

Fig. 4,b Funcţii supernove Cex-sex de variabilă centrică 2α şi excentrică θ

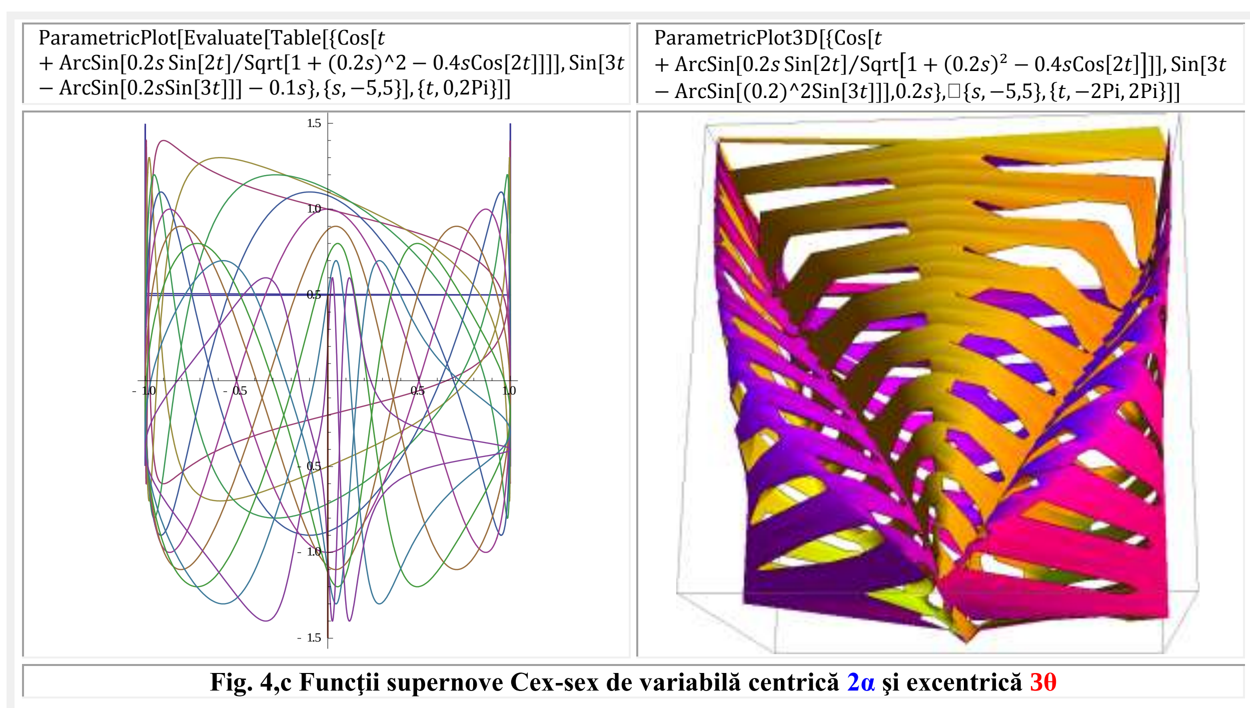


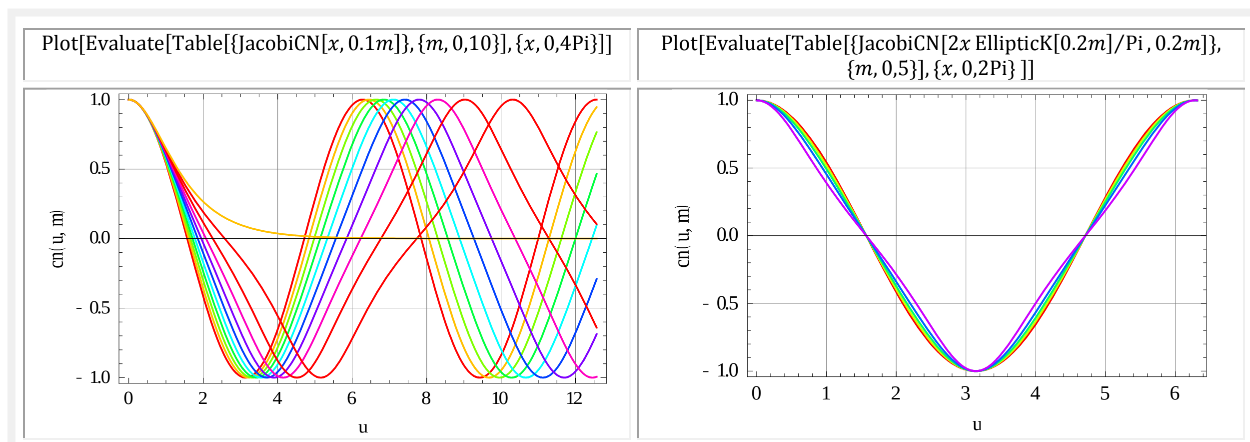
Fig. 4,c Funcţii supernove Cex-sex de variabilă centrică 2α şi excentrică 3θ

FUNCŢII SUPERNOVE CU FUNCŢII ELIPTICE

Funcţiile eliptice poartă denumirea şi de **Jacobi** (**FEJ**) deoarece au fost introduse ca funcţii inverse ale integralelor eliptice de **Carl Gustav Jacob Jacobi**. Ele au fost denumite astfel pentru că sunt în strânsă legătură cu integrala de determinare a perimetrului unei elipse. Ele satisfac ecuaţiile diferenţiale neliniare de ordinul doi şi au o multitudine de aplicaţii în fizică.

Le vom denumi şi centrice deoarece autorul a introdus în matematică, sau mai precis în supermatematică, şi funcţii eliptice excentrice, elevate şi exotice.

FEJ sunt funcţii periodice de perioadă 4K(k), ceea ce înseamnă că fiecare funcţie din domeniul **k** ∈ [0, 1] are altă perioada şi frecvenţă (**Fig. 5** ◀). Pentru a aduce toată familia la aceeaşi perioada 2π, autorul a multiplicat argumentul x cu $\frac{2K(m)}{\pi}$, m = k^2 şi k = $\sqrt{m}$ şi a introdus în matematică ***funcţiile eliptice de perioadă 2π*** (**Fig. 5** ▶).



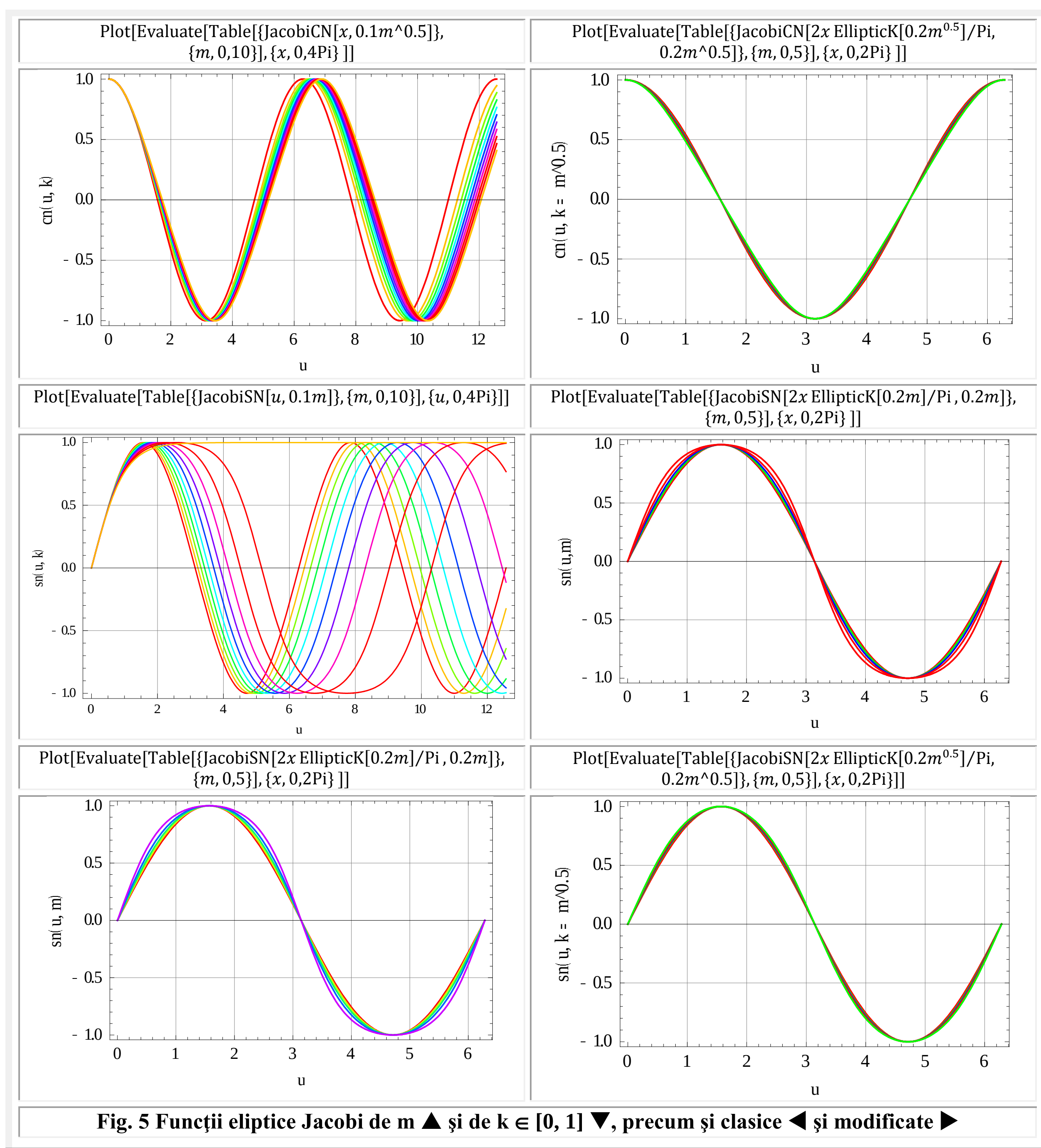


Fig. 5 Funcţii eliptice Jacobi de m ▲ şi de k ∈ [0, 1] ▼, precum şi clasice ◀ şi modificate ▶

Prin considerarea funcţiilor eliptice modificate de autor împreună cu alte funcţii sau cu aceleaşi dar de variabile diferite sau obţinut funcţiile supernove prezentate în continuare.

În coordonete parametrice, atât funcţiile clasice **Jacobi** cât şi cele modificate, să le numim Şelariu, reprezintă un cerc unitate / trigonometric, aşa cum se arată în **figura 6,** pentru toate valorile date modulului m sau k. Dacă un parametru x sau y se înlocuieşte în funcţiile parametrice eliptice **Jacobi** cu o funcţie circulară centrică atunci se obţin funcţii ***supernove cirularoeliptice*** Jacobi **(Fig.7).**

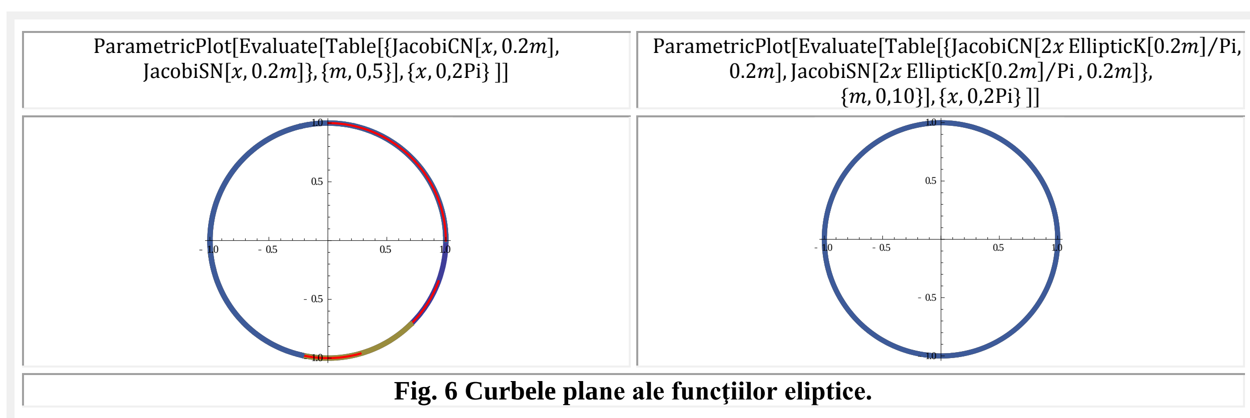


Fig. 6 Curbele plane ale funcţiilor eliptice.

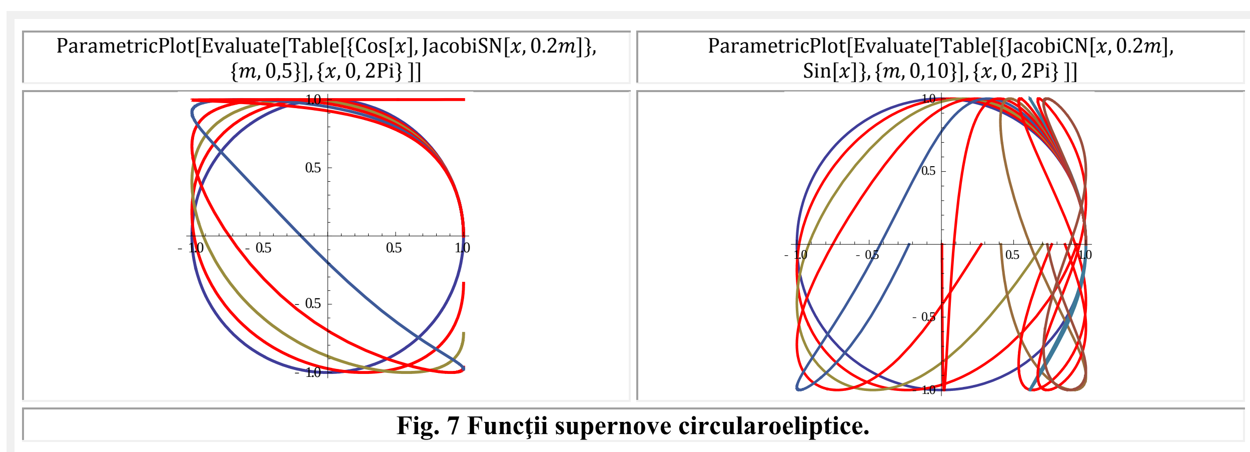


Fig. 7 Funcţii supernove circularoeliptice.

Dacă înlocuirea se face în unul dintre parametri funcţiilor eliptice modificate (Şelariu) atunci se obţin curbele din **figura 8** şi, pentru că ele trebuiau denumite cumva, au fost denumite cu numele autorului lor. Unele dintre ele putând fi denumite ***quadrilobe supernove elipticocirculare*** deoarece prezintă patru lobi, cu excepţia curbei de s = k = m = 0 care este un cerc (zero lobă).

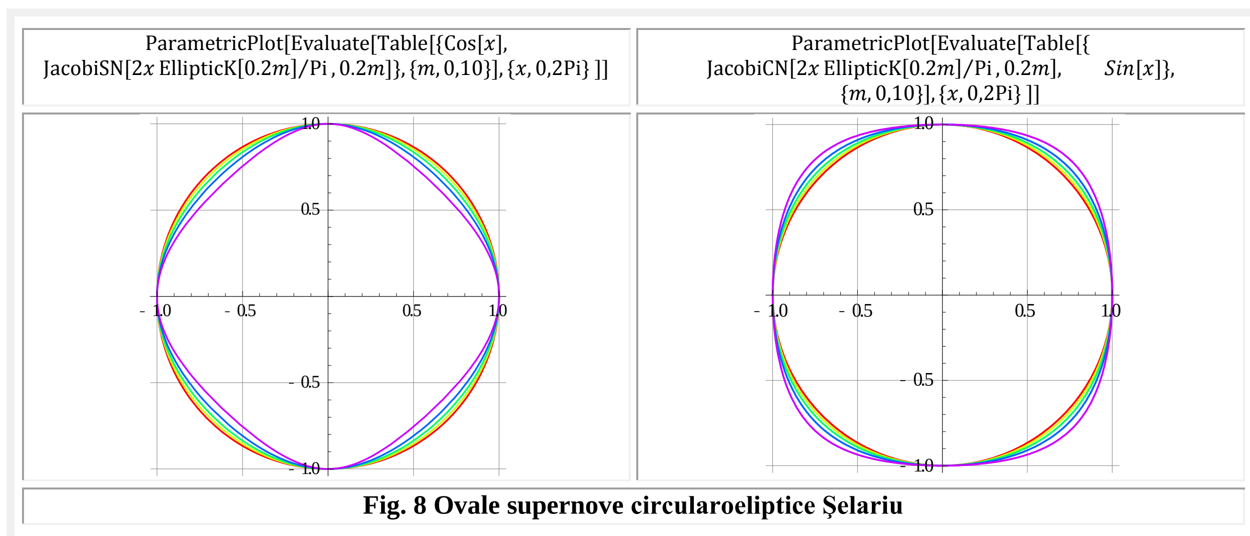


Fig. 8 Ovale supernove circularoeliptice Şelariu

În **figura 8** curbele de s = k = m = 1 nu sunt reprezentate din cauza programului de matematică. Mai precis, programul poate reprezenta curbele de s = **—**1 dar nu şi pe cele de s = +1, aşa cum se ilustrează în **figura 9**.

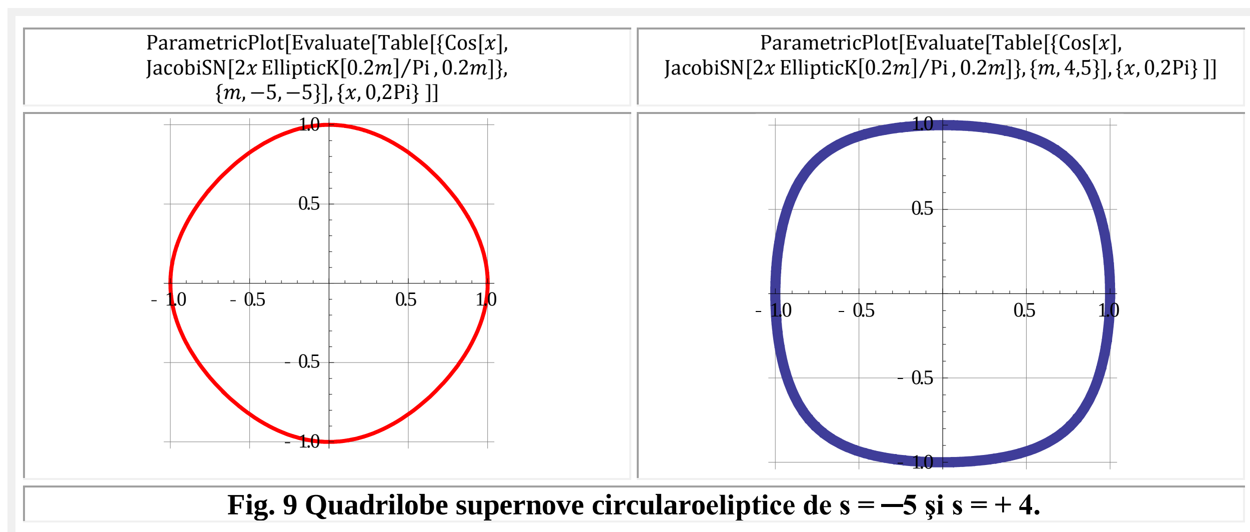


Fig. 9 Quadrilobe supernove circularoeliptice de s = —5 şi s = + 4.

Dacă funcţia eliptica Jacobi cn(u, k) se asociaza cu funcţia circulară de ecelaşi nume (cosx) atunci se obţin funcţii ◀ asemănătoare, ca formă nu şi valoric, cu funcţiile eliptice Jacobi amplitudine eliptică am(u, k) modificată ▶, aşa cum se ilustrează în **figura 10**.

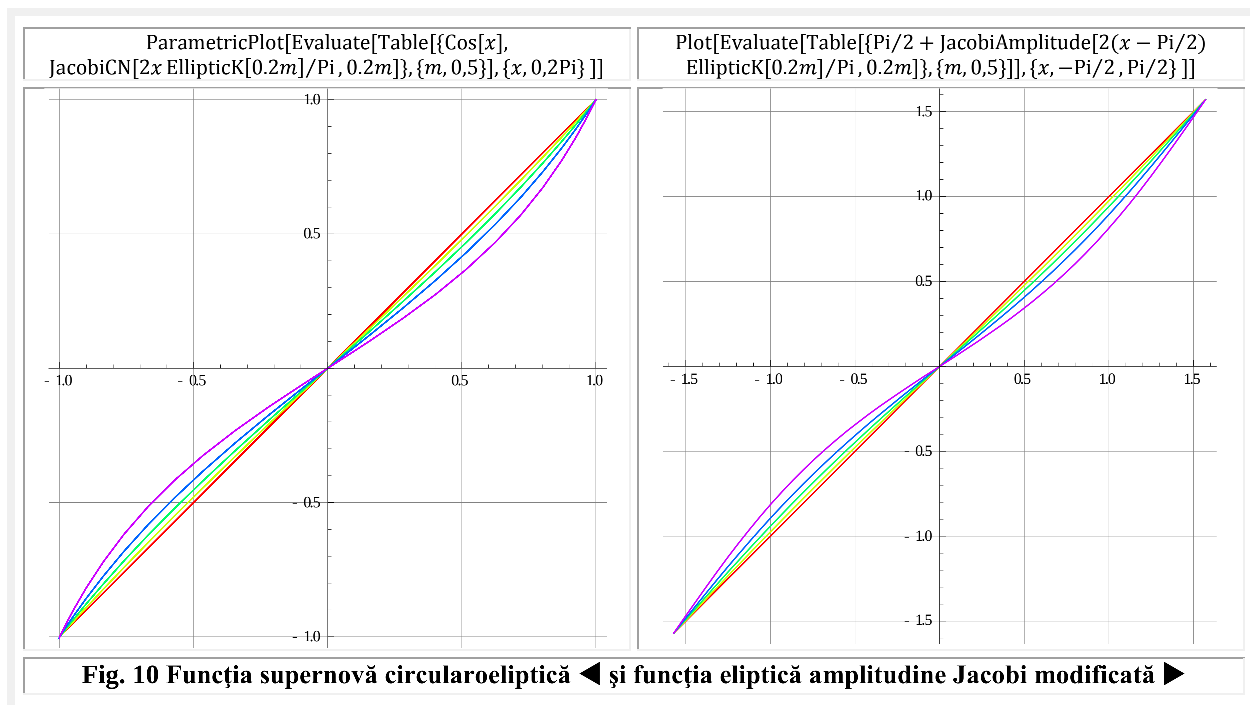
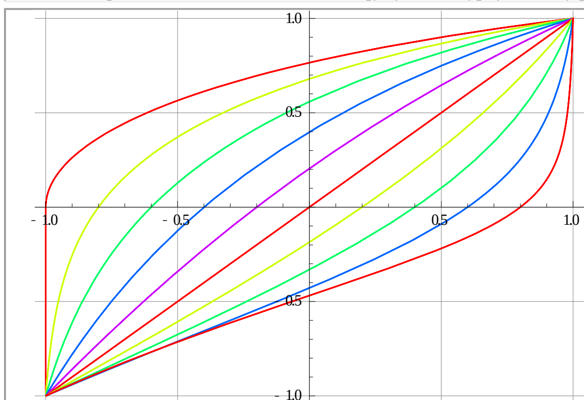


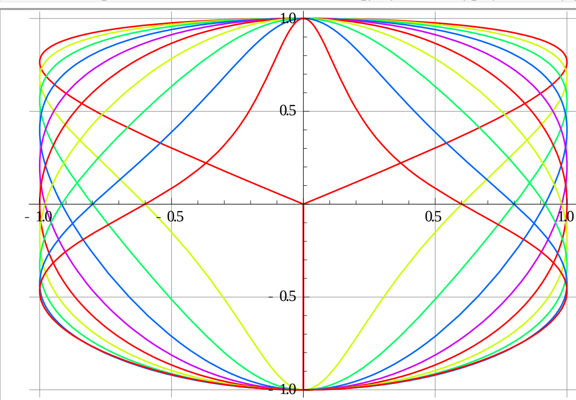
Fig. 10 Funcţia supernovă circularoeliptică ◀ şi funcţia eliptică amplitudine Jacobi modificată ▶

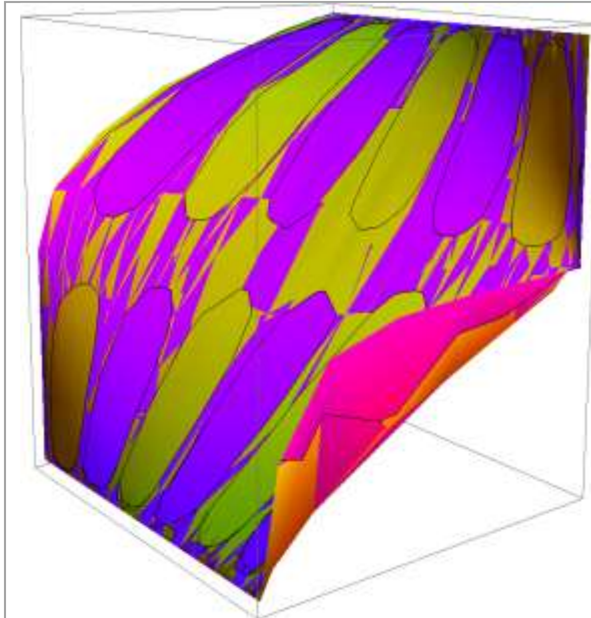
Dacă în locul funcţiilor circulare centrice cosα şi sinα se utilizează funţiile circulare excentrice cexθ şi sexθ atunci se obţin funcţiile supernove din **figura 11**.

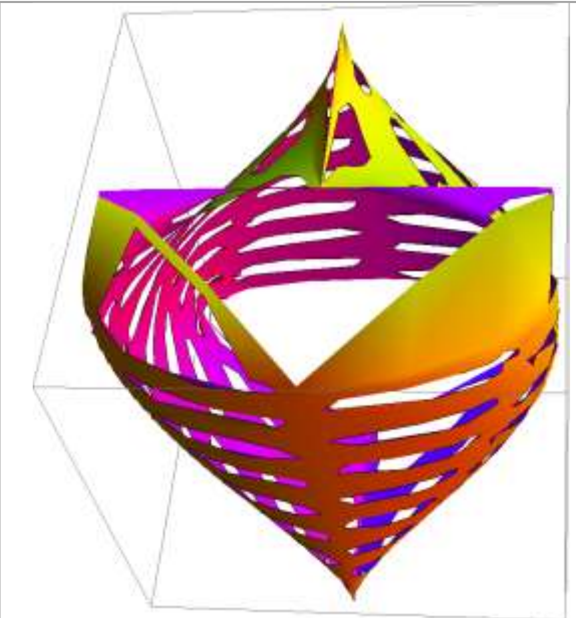
ParametricPlot[Evaluate[Table[{Cos[x − ArcSin[0.2mSin[x]]], JacobiCN[2x EllipticK[0.2m]/Pi , 0.2m]}, {m, −5,5}], {x, 0,2Pi}]]



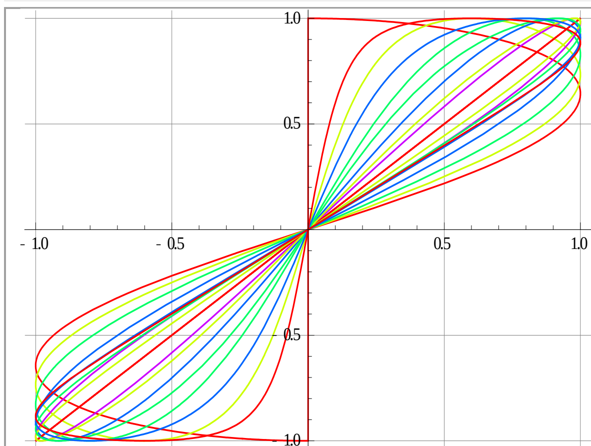
ParametricPlot[Evaluate[Table[{Sin[x − ArcSin[0.2mSin[x]]], JacobiCN[2x EllipticK[0.2m]/Pi , 0.2m]}, {m, −5,5}], {x, 0,2Pi}]]



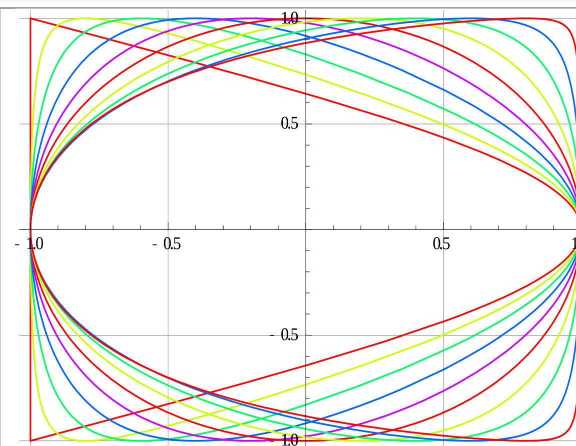




ParametricPlot[Evaluate[Table[{Sin[x − ArcSin[0.2mSin[x]]], JacobiSN[2x EllipticK[0.2m]/Pi , 0.2m]}, {m, −5,5}], {x, 0,2Pi}]]



ParametricPlot[Evaluate[Table[{Cos[x − ArcSin[0.2mSin[x]]], JacobiSN[2x EllipticK[0.2m]/Pi , 0.2m]}, {m, −5,5}], {x, 0,2Pi}]]



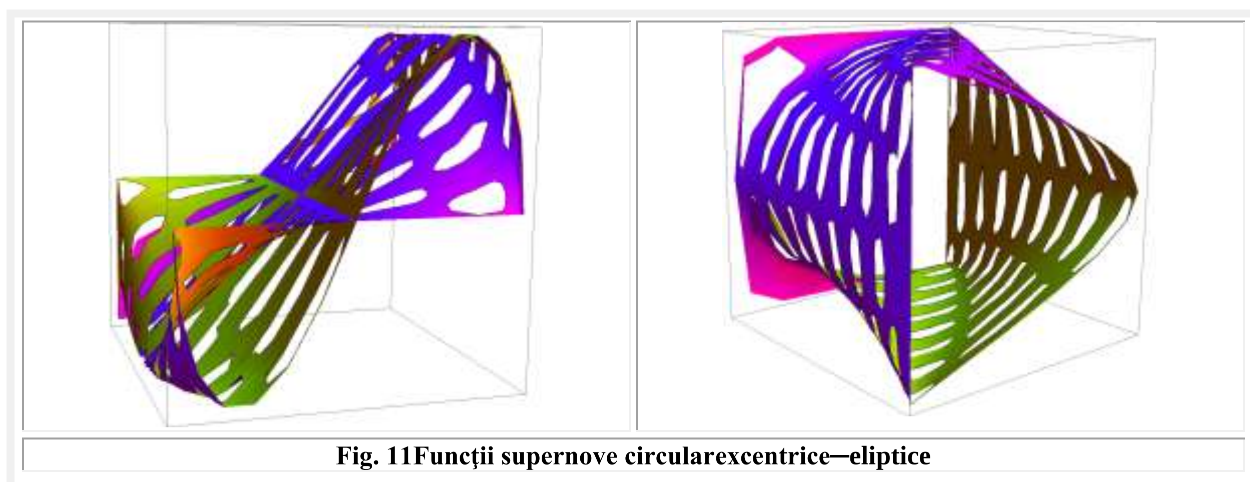


Fig. 11Funcţii supernove circularexcentrice–eliptice

Motto:" Omul e un animal care **aproximează**
şi ale cărui variante, constante, sunt "comodităţi mintale. "
Petre Ţuţea

CAPITOLUL XIII

0 PREAMBUL : UN SISTEM SUPERMATEMATIC CU BAZĂ CONTINUĂ DE APROXIMARE A FUNCŢIILOR

In acest capitol se prezintă un sistem nou de funcţii circulare / trigonometrice, denumite funcţii supermatematice circulare excentrice (**FSM-CE**) ca **cex**θ, **sex**θ ş.a. care constituie o ***bază continuă*** pentru aproximarea funcţiilor, pe de o parte, şi oferă posibilitatea modelării exacte a unor funcţii / curbe şi / sau suprafeţe, până de curând considerate **nematematice**, pe de altă parte şi totodată pot genera alte ***funcţii noi supernove***.

Deoarece, între două funcţii, de exemplu, **sinix** şi **sin(i+1)x**, din baza **sistemului trigonometric centric** (**STC**), sistem format din funcţiile circulare centrice (**FCC**) **cos**nx ∪ **sin**nx, nu există alte funcţii, **n** ⊂ Z, **STC** este considerat o ***bază discretă*** de funcţii.

În aceleaşi condiţii (**n** ⊂ Z), sistemul **trigonometric supermatematic** (**STS**) **sex(nx)** ∪ **cex(nx)** constituie o ***bază continuă*** de funcţii de aproximare, deoarece între două dintre funcţiile bazei **sex[**ix, **s** = 0) = sinx şi **sex[**(i + 1)x, **s** = 0] = sin (i+1)x se interpun o infinitate de alte funcţii, care pot completa ***continuu*** (**Fig.12** şi **Fig.13**) spaţiul dintre ele, când excentricitatea numerică **s** ia valorile din intervalul **s** ∈ [-∞, +∞] sau în domeniul **s** ∈ [-1, +1].

Aşa cum se va arăta în acest capitol, **sex**(x), pentru o excentricitate numerică **s** ∈ [0, ±1], degenerază, la cele două limite extreme ale intervalului, în **sin**x şi, respectiv, în **sin**2x, adică în două dintre funcţiile adiacente / limitrofe ale bazei **STC**, dar numai într-un anumit interval. Se ştie că, toate **FSM-CE** pentru s = 0, degenerează în **FCC**. Astfel, **sex**(x, s = 0) = sin x. Intervalul **periodic**, cu perioada 2π, în care **sex(x)** → sin2x este x ∈ [-π/2, +π/2] pentru **s** = - 1 şi x ∈ [π/2, 3 π/2], pentru **s** = +1, (**Fig. 12, 13**).

Capitolul va fi „pigmentat" din belşug cu grafice care să ilustreze cele afirmate.

1 INTRODUCERE

Există o multitudine de metode de aproximare a funcţiilor / curbelor. Dintre acestea, unele folosesc drept bază sistemul trigonometric, pe care suntem obligaţi să-l denumim şi ***centric*** (**STC**), pentru a-l distinge de noul sistem trigonometric ***excentric*** (**STE**), apărut odată cu descoperirea **funcţiilor supermatematice circulare** / **trigonometrice excentrice** (**FSM-CE**).

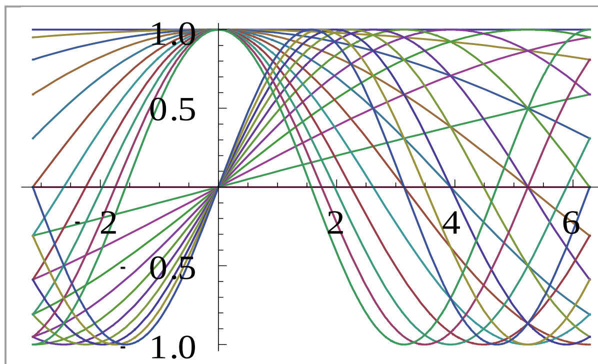


Fig. 1 Primele 10 funcţii ale **STC**

www.SuperMathematica.com

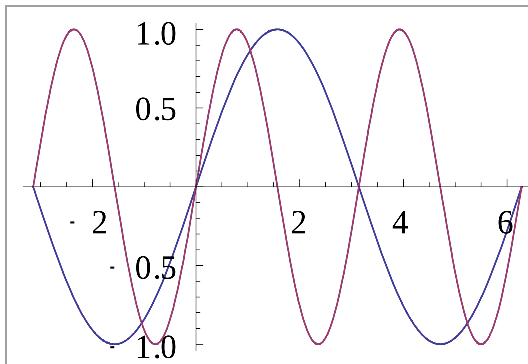


Fig.2 Funcţiile sinα şi sin2α din baza **STC**

www.SuperMatematica.ro

STC este format din asocierea funcţiilor cosinus şi sinus centrice de multiplii de arce

(1) $\begin{cases} \mathbf{1},\ \boldsymbol{cos} \propto,\ \boldsymbol{cos2} \propto,\ ..,\ \boldsymbol{cosn} \propto, ..\boldsymbol{n} \subset \mathbf{1}, \boldsymbol{N} \\ \mathbf{0},\ \boldsymbol{sin} \propto,\ \boldsymbol{sin2} \propto,\ ..,\boldsymbol{sinn} \propto, ..\boldsymbol{n} \subset \mathbf{1}, \boldsymbol{N} \end{cases}$

În realitate, doar mulţimea infinită (1) {1, sinα, cosα, sin2α, cos2α ,..., sin nα, cosnα,..} formează o bază a spaţiului de funcţii, care s-a dovedit deosebit de eficientă în aproximarea funcţiilor periodice, adică pentru **N → ∞.**

Primele 10 funcţii, **cosnx** şi **sinnx** ale bazei **STC,** sunt prezentate în **figura 1**, iar două dintre sinusuri, pentru n = 1 şi n = 2 sunt extrase separat în **figura 2**.

Un alt sistem de funcţii, folosit pe larg drept bază a spaţiului de funcţii, este sistemul exponenţial ***centric*** (SEC)

(2) $\{\boldsymbol{e}^{\boldsymbol{ik}\propto}\}$, k ia toate valorile întregi.

2 SISTEME SUPERMATEMATICE DE BAZE

Lucrarea **SUPERMATEMATICA** [1], [4], [5] a scos în evidenţă faptul că doar prin separarea celor 3 puncte confundate, alese de **Euler** la definirea funcţiilor circulare din **MC** (**O -** originea unui reper, **C -** centrul cercului unitate şi **S(s,ε)** pentru **C(1,O)** sau **E(e,ε)** pentru cercul oarecare **C(R,O) -** polul unei drepte turnante-, se trece la **ME**, în care, toate funcţiile trigonometrice (circulare şi hiperbolice, eliptice ş.m.a.) cunoscute (centrice) se multiplică la infinit şi, în plus, apar o serie de **FCC** ca şi de **FCE** noi.

Astfel, fiecărei funcţii **cos, sin, tan**, etc din **MC** îi corespund, în **ME,** câte o familie, cu o infinitate de membri, de **FSM-CE cex, sex, tex**, etc. pentru o excentricitate numerică **s** $\in[-\infty,+\infty]$. Se deduce că, **MC** este un caz particular, de **s = 0**, al **ME**, în care toate **FCE** degenerează în **FCC**. Rezultă că **FCE** sunt o ***generalizare vastă şi extrem de utilă*** a **FCC**, iar **ME** este o extindere nemărginită a **MC**.

FCE *noi*, deosebit de valoroase, care apar sunt **FSM-CE** :

- **rexθ** şi **Rexα - radial excentric** de variabilă ***excentrica θ*** şi, respectiv, de ***variabilă centrică α***, o adevarată funcţie rege, cum a denumit-o Prof. dr. math, **Octav Em. Gheorghiu**, funcţie care, ***singură***, poate exprima toate curbele plane din **MC** şi o infinitate de curbe noi [1].
  Important este şi faptul că ele pot exprima forma trigonometrică a sumei şi a diferenţei numerelor complexe, aşa cum se arată în [7].
- **dexθ** şi **Dexα** – **derivată excentrică**, care exprimă funcţia de transfer de ordinul unu, sau funcţia de transmitere a vitezelor sau a turaţiilor tuturor mecanismelor plane cunoscute, aşa cum se arată în lucrarea [8];
- **aexθ** şi **Aexα** – **amplitudine excentrică**, a cărei denumire este similară, nu din întâmplare, cu a funcţiei amplitudin(e)/(us) a lui **Jacobi**, deoarece sin[**aexθ**] = **sexθ**, cos[**aex θ**] = **cexθ** şi cos[**Aexα**] = **Cexα**, sin[**Aexα**] = **Sexα**, ş.a.m.d.
- **bexθ** şi **Bexα** - **beta excentrică** [1],
- **uexθ** şi **Uexα** – **unghiular excentric**, ş.m.a.

la care se adaugă **FSM monolobe, bilobe, trilobe, quadrilobe, eliptice excentrice, hiperbolice excentrice, parabolice excentrice** ş.m.a.

Precum şi cu funcţiile noi descrise pe larg în Vol III al „**Supermatematicii. Fundamente**” cu subtitlul „***Nemărginirea şi măreţia supermatematicii***” şi, bineînţeles, cele din acest volum intitulate „**Funcţii Supernove**” (**FSN**).

Se cunosc devoltările în serii de puteri ale funcţiilor **cos, sin, tan**, etc., sau, altfel spus, că aceste funcţii constituie rezultatul însumării acestor serii de puteri, adică, o funcţie sumă.

Multor serii de puteri nu li se cunoaşte, însă, o funcţie sumă, ci, eventual, o relaţie de mai multe funcţii. Acest neajuns este cauzat tocmai de lipsa din **MC** a unor funcţii noi, funcţii care au apărut odată cu **ME**.

Unele dintre acestea vor fi prezentate în prezenta lucrare. Mai mult, o multitudine de funcţii / semnale puteau fi reprezentate matematic doar prin dezvoltări în serii trigonometrice **Fourier**. Cu noile **FSM-CE**, ele pot fi reprezentate mai simplu şi mai exact şi, în plus, apare posibilitatea reprezentării matematice a transformării continue a semnalelor, din unul în altul, aşa cum se va prezenta în continuare.

3 FUNCŢII MATEMATICE CENTRICE NOI

Funcţiile matematice centrice noi (denumite radial centrice – **rad** şi derivată excentrică **der**) sunt funcţiile **Euler-Cotes** vechi :

(3) **radα** = $e^{i\alpha}$ = **rex**[**θ**, **S** ≡ C → s = 0] = **Rex**[α , **S** ≡ C → s = 0 şi α = θ]

şi reprezintă corespondenţa, în centric, a noii **FCE Rexα** ca şi **rexθ** pentru excentricitate **e** = **s** = 0, caz în care, **θ** ≡ **α** şi cele două funcţii radial excentrice degenerează în funcţia **radial centric** – **radα**.

Totodată, **radα** reprezintă vectorul de poziţie al punctului curent W(x,y) ≡ W(α,1) de pe cercul unitate, faţă de centrul **C ≡ O(0,0)** ≡ **S(s = 0, ε)** al acestuia. În consecinţă, argumentul acestuia este **α** ≡ **θ** şi modulul lui este 1. El este, în acelaşi timp, un număr complex şi un vector unitate (versor / **fazor**) şi, neputând să aibă altă semnificaţie matematică, ***marcarea cu bară deasupra devine superfluă***.

Derivata lui **radα**, denumită **derivată centrică**, prin analogie cu **dexθ** – ***derivata excentrică*** - este

(4) **derα** = $i.e^{i\alpha}$ = rad(α + π/2)

şi este, de asemenea, un vector unitate, defazat în avans cu π/2 (δ = - π/2) faţă de **radα**.

Funcţiile **rad** şi **der**, ca sumă şi diferenţă de arce, au expresii asemănătoare cu cele de la funcţiile sin şi cos :

(5) rad(A ± B) = radA.cosB ± derA.sinB = radA (· / :) radB

(6) der(A ± B) = derA.cosB ± radA.sinB = derA (· / :) derB

Cu ajutorul acestor funcţii, ca şi cu corespondentele lor din excentric, **rexθ** şi **Rexα**, pot fi exprimate formele trigonometrice ale sumei şi ale diferenţei numerelor complexe, aşa cum se prezintă în lucrarea [2]. Astfel, dacă doi vectori sau două numere complexe au expresia

(7) $Z_{1,2} = R_{1,2}$.**radα** $_{1,2}$

suma Σ şi **diferenta lor Δ** este dată de

(8) $Z_{\Sigma,\Delta} = Z_2 \pm Z_1 = R_2\,.\mathrm{Rex}\alpha_{\Sigma,\Delta}.\mathrm{rad}\alpha_{\Sigma,\Delta},$

în care $R_{\Sigma,\Delta} = R_2$,

(9) $\mathrm{Rex}_{\Sigma,\Delta}\alpha_2 = \sqrt{1+s^2-2s\cos(\alpha_2-\varepsilon_{\Sigma,\Delta})}$.

Prin $\varepsilon_{\Sigma,\Delta}$ semnul din faţa lui 2s, de sub semnul radical, devine plus (+) pentru sumă şi minusul (—) pentru diferenţă.

Excentricitatea numerică este **s** = $R_1 / R_2 \leqq 1$ şi $\varepsilon_\Sigma = \alpha_1 + \pi$ şi $\varepsilon_\Delta = \alpha_1$, dacă se alege raza cercului R = R_2 = Max|R_1, R_2| şi excentricitatea reală **e** = min|R_1, R_2 |.

Coordonatele ***excentrului*** pentru cercul de rază este R = R_2 sunt **E**(**e**, **ε**) şi pentru cercul unitate este **S**(**s**, ε).

4 SUME DE FUNCŢII CIRCULARE CENTRICE NOI

Notând modulul numărului complex **z** cu valoarea **s** a modulului coordonatei polare a excentrului **S**(**s**, **ε**), corespunzător cercului unitate, pentru un argument **α** rezultă

(10) z = s. radα şi

(11) $z^n = s^n$. radnα, astfel că suma

(12) $$\sum_{n=0}^{\infty} z^n = \sum sn.radsα = \frac{z}{1-z} = s\frac{rad\theta}{rex\theta},$$ în care

(13) $$\theta = \alpha + \beta(\alpha) = \alpha + \arcsin\frac{s.\sin\alpha}{\sqrt{1+s^2-2s.\cos(\alpha-\varepsilon)}}.$$

Unghiul β mai poate fi exprimat şi astfel:

(14) $\beta(\boldsymbol{\alpha}) = \arctan\dfrac{s.\sin\alpha}{1-s.\cos\alpha} = \sum_{n=0}^{\infty}\dfrac{s^n}{n}\sin n\alpha$,   sau

(15) $\beta(\boldsymbol{\theta}) = \arcsin(s.\sin\theta) = s.\sin\theta + \dfrac{1}{2}\dfrac{(s.\sin\theta)^3}{3} + \dfrac{1.3}{2.4}\dfrac{(s.\sin\theta)^5}{5} + \ldots$

$$+ \frac{1.3.5...(2n-3)(s.\sin\theta)^s}{2.4....(2n-2)(2n-1)} + ...,\quad r = 1.$$

Proiecţiile lui **radα** sunt **cosα** şi, respectiv, **sinα**, astfel că suma **S,** dată de (5), se descompune în suma în cosinusuri :

(16) **C(α)** = ***Re***(**Σ**) = ***Re*** (s^n.radnα) =

$$\sum_{n=0}^{\infty} s^n.\cos n\alpha = \frac{1-\cos\alpha}{1+s^2-2s.\cos\alpha} = \frac{\mathrm{Re}\, x\alpha.\cos\beta}{\mathrm{Re}\, x^2\alpha} = \frac{\cos\beta(\alpha)}{\mathrm{Re}\, x\alpha} = \mathbf{Dex\alpha} = \frac{d\theta(\alpha)}{d\alpha}$$

şi suma în sinusuri :

(17) **S(α)=Im(Σ)=Im(**k^s.radsα)= $\sum_{s=0}^{\infty} k^s \sin s\alpha = \dfrac{s.\sin\alpha}{1+s^2-2s.\cos\alpha} = \dfrac{s.\sin\alpha}{\mathrm{Re}\, x^2\alpha} = \dfrac{\sin\beta(\alpha)}{\mathrm{Re}\, x\alpha} =$

$\dfrac{k.\sin\theta}{rex\theta}$ = sinβ(α) / Rexα = sin(Bexα) / Rexα = sin β(θ) / rexθ = sin(bexθ) / rexθ .

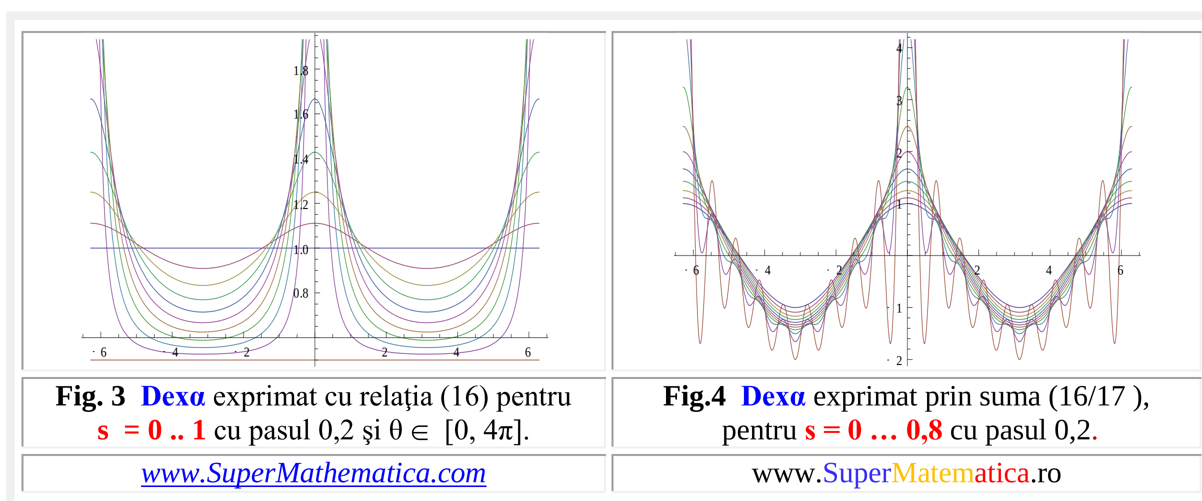


Fig. 3 **Dexα** exprimat cu relaţia (16) pentru **s = 0 .. 1** cu pasul 0,2 şi θ ∈ [0, 4π].
www.SuperMathematica.com

Fig.4 **Dexα** exprimat prin suma (16/17), pentru **s = 0 … 0,8** cu pasul 0,2.
www.SuperMatematica.ro

În relaţiile anterioare, s-au folosit relaţiile dintre cele trei unghiuri importante din **ME**: **α** – unghiul la centrul O(0,0), **θ** – unghiul la excentrul **S(s,ε)** şi **β** = **θ — α** unghiul sub care se văd punctele **O** şi **S** din punctul curent **W** de pe cercul unitate.

Dacă **R = 1** este raza cercului unitate, distanţa dintre **C(0,0) ≡ O(0,0)** şi punctul curent de pe cerc **W (x,y) ≡ W (1, α) ≡ W (r,θ),** în care cu

(18) **r = rexθ = Rexα** s-a notat **raza excentrică**, exprimată în funcţie de cele două variabile independente, adică, distanţa de la excentrul **S**(**s**, **ε**) la **W**, atunci [4], [5] :

(19) s.sinθ =1.sin β   şi

(20) s.sinα = **r**.sinβ .

Figurile 3 şi **4** arată, comparativ, diferenţele care există la exprimarea funcţiei **Dexα** cu relaţia ei invariantă de definiţie şi, respectiv, prin dezvoltarea ei în serie trigonometrică, la care s-au reţinut primii 10 termeni din seria (16/17) şi se vede că pentru valori mari ale lui **s** (s = 0.8; 0,9; 1) „capotează”.

Un exemplu mai concludent, privind avantajele utilizării **FSM-CE** de variabilă excentrică, îl constituie funcţia y = **dexθ** care, pentru **s = 0**, este dreapta y = 1, iar pentru **s = ± 1** este un semnal dreptunghiular sau funcţia poartă temporală care, prin dezvoltare în serie **Fourier**, se **apropie** de reprezentarea **exactă** dată de funcţia :

(21) **dexθ** = 1 - $\frac{s.\cos(\theta-\varepsilon)}{\sqrt{1-s^2\sin^2(\theta-\varepsilon)}}$

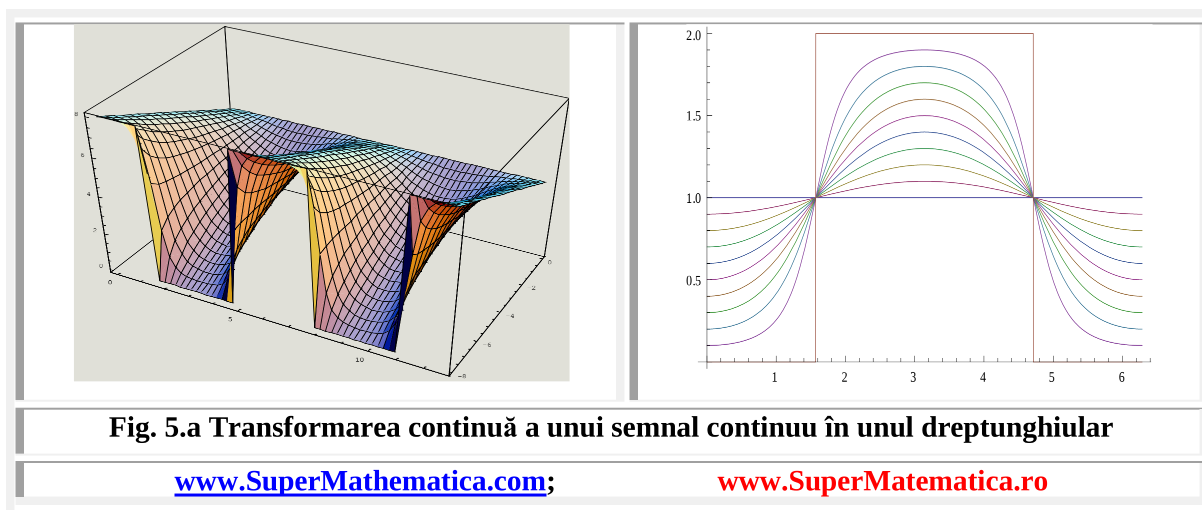


Fig. 5.a Transformarea continuă a unui semnal continuu în unul dreptunghiular

www.SuperMathematica.com; **www.SuperMatematica.ro**

Pentru o baleiere continuă a excentricităţii numerice **s**, de la 0 la 1, se va obţine o transformare continuă a unui semnal continuu în unul dreptunghiular, aşa cum se ilustrează în **figura 5,a.**

Relaţia (15) exprimă **FSM-CE** denumită beta excentrică **bexθ** care transformă continuu un semnal triunghiular simetric (**Fig. 6,a**), în altul defazat cu **π**, iar pentru **s = 0**, trece printr-un semnal continuu, în timp ce, **FSM-CE Bexα** il transformă în unul triunghiular asimetric (**Fig. 7**).

Un semnal trapezoidal se poate obţine prin funcţia y = bexθ — bex(θ — π/2) , reprezentată în **figura 8**. Aceeaşi diferenţă pentru funcţia **Bexα** are alura din **figura 9.**

Funcţia y = Bex(α + π / 2) — Bex(α – π / 2) este identică cu

$dex_2\,\theta = 1 + \frac{s.\cos(\theta-\varepsilon)}{\sqrt{1-s^2\sin^2(\theta-\varepsilon)}}$ (v. **Fig.10**).

FSM au două determinări: una **principală**, notată cu indice **1-** sau fară indice **-** şi una secundară, notată cu indicele **2**, corespunzatoare celor două puncte de intersecţie ale cercului unitate cu o dreaptă turnantă în jurul **polului unitate / excentrului S** şi nu cu o semidreaptă ca în **MC-Euler**.

5 FUNCŢII DELTA SAU FUNCŢII DIRAC PERIODICE

În anul 1926, **P.A.M. Dirac** a introdus în mecanica cuantică ***„funcţia" delta*** (notată **δ**) care, d.p.d.v. fizic, reprezintă densitatea unei sarcini egale cu unitatea şi situată într-un anumit punct, de exemplu, în originea axelor de coordonate.

Dacă sarcina punctiformă este **m**, atunci densitatea liniară ρ(x) se exprimă cu relaţia;

(22) ρ (x) = m . δ(x).

Pentru ca distribuţia să fie punctiformă, este necesar ca funcţia δ(x) să fie nulă peste tot, cu excepţia punctului O(0,0), unde ia valoarea **∞** şi indeplineşte condiţia (23)

(23) $\int_{-\infty}^{+\infty}\delta(x).dx = 1.$

Din punctul de vedere al analizei matematice clasice, **centrice (!)**, nu există o funcţie care să indeplinească condiţiile anterior menţionate, astfel că funcţia delta nu este o funcţie obişnuită. Procedeul incorect d.p.d.v. al analizei matematice clasice, respectiv CENTRICE, a condus la crearea unei noi teorii, care să sintetizeze, să simplifice şi să justifice toate faptele d.p.d.v. matematic [20]. Aşa s-a ajuns

la elaborarea **TEORIEI DISTRIBUȚIILOR** sau a **<u>funcţiilor generalizate</u>**, ca un capitol al analizei matematice.

Numai că generalizarea nu s-a făcut în cel mai fericit caz; apariţia **matematicii excentrice** (**ME**), ca o generalizare a matematicii centrice (**MC** - clasice), fiind mult mai productivă, aşa cum se va constata în continuare. Astfel, o funcţie cu proprietăţile menţionate anterior, mai mult, una <u>periodică</u>, de porioadă 2π, este **FSM - CE cexθ** pentru o excentricitate numerică **s** ≡ k ⇒ ∞.

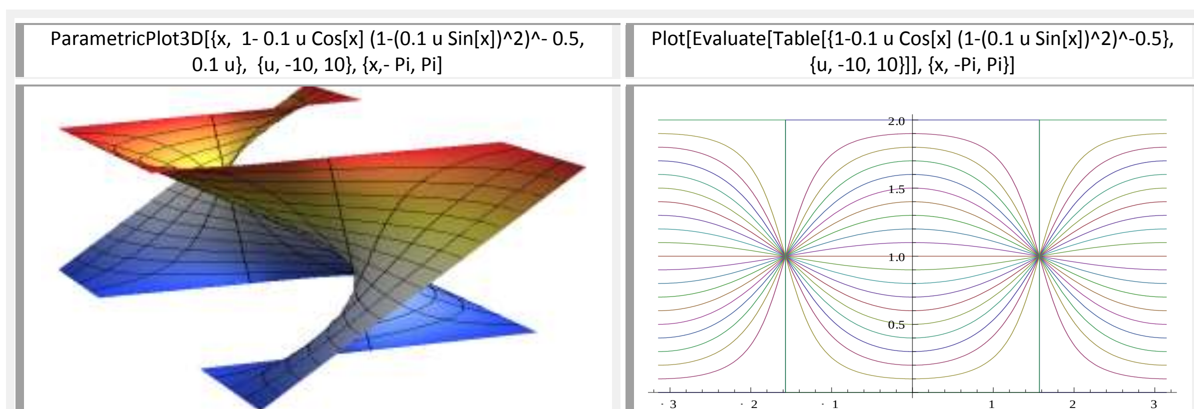


Fig. 6,a Funcţia supermatematică circulară excentrică (FSM-CE) derivată excentrică **dexθ**

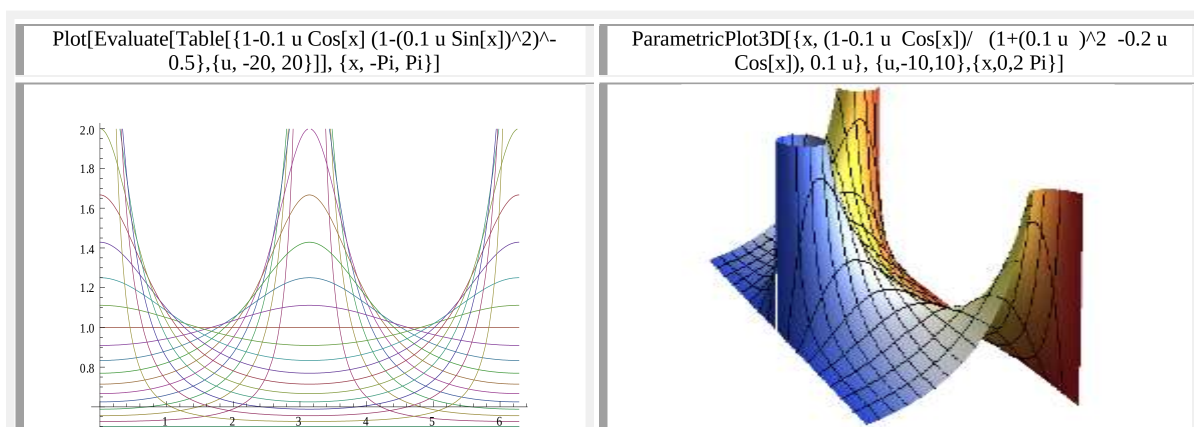


Fig. 6,b Funcţia supermatematică circulară excentrică (FSM-CE) derivată excentrică **Dexα**

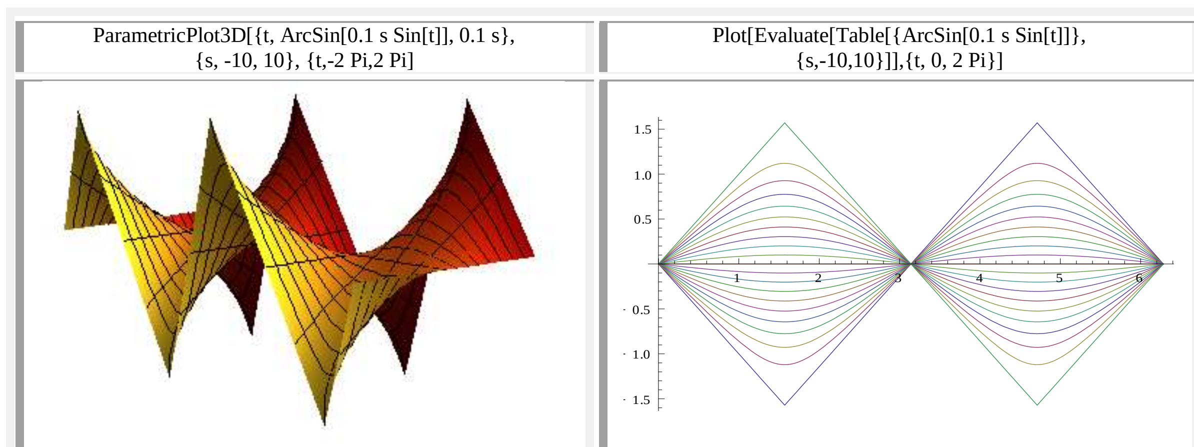


Fig. 7 Funcţia bexθ, s = -1 … +1, θ ∈ [- 2π, 2 π]

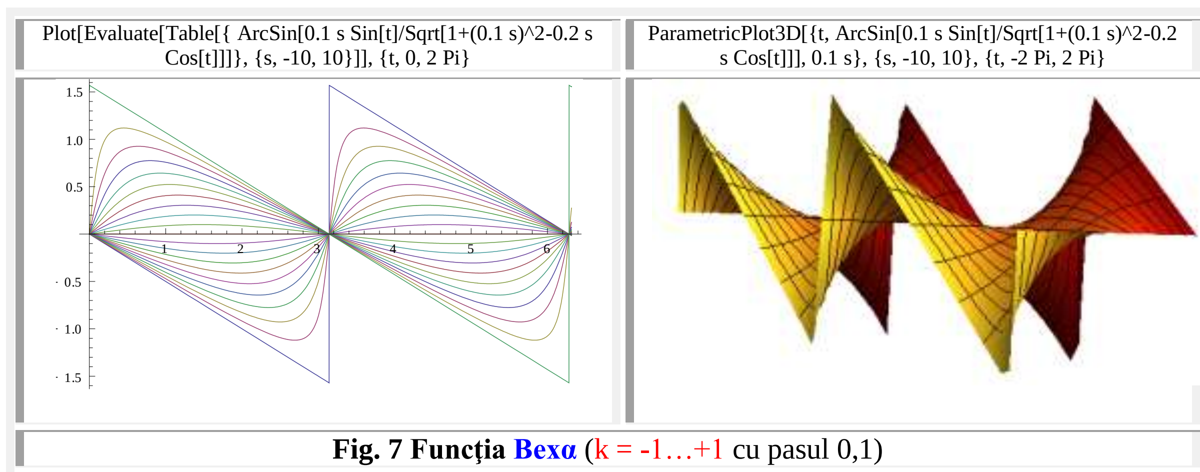


Fig. 7 Funcţia Bexα (k = -1…+1 cu pasul 0,1)

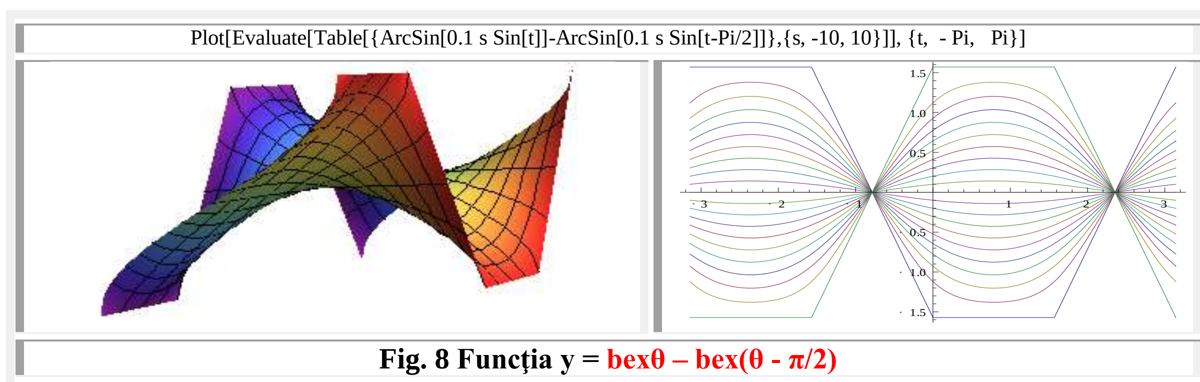


Fig. 8 Funcţia y = bexθ – bex(θ - π/2)

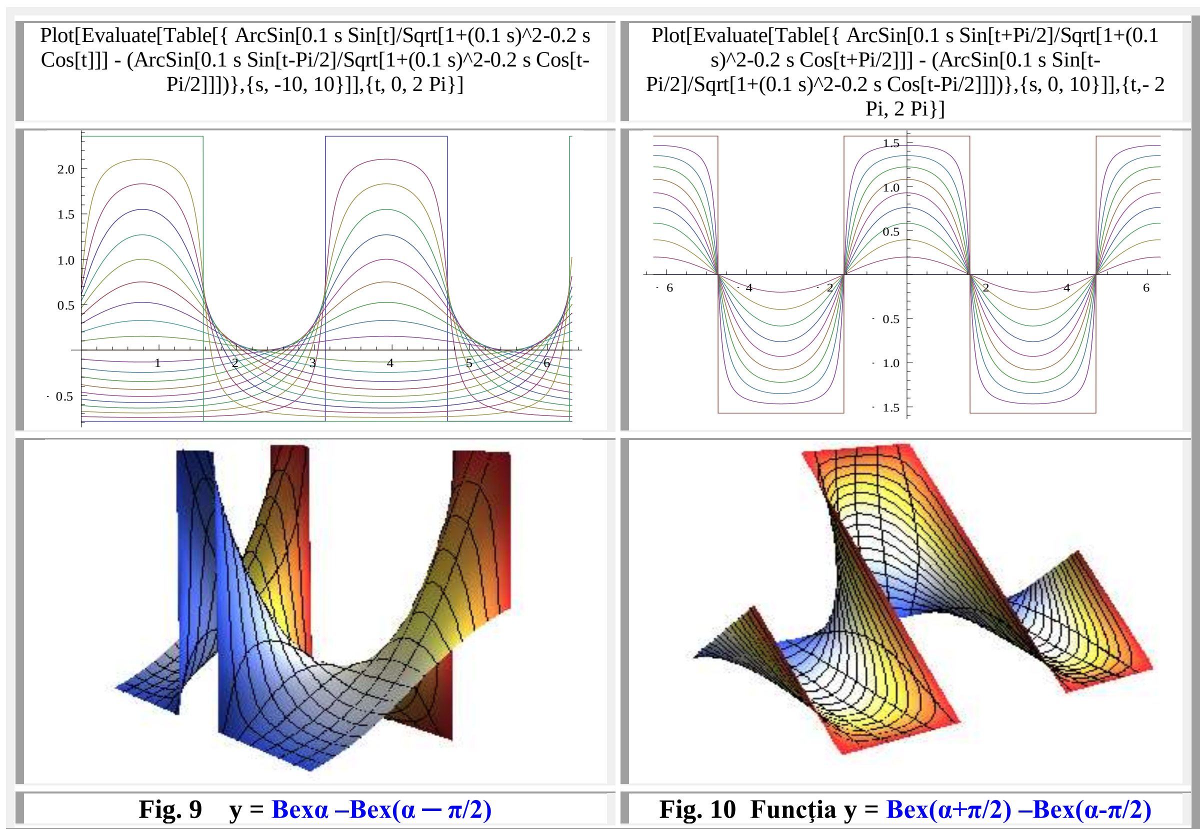


Fig. 9 y = Bexα –Bex(α – π/2)

Fig. 10 Funcţia y = Bex(α+π/2) –Bex(α-π/2)

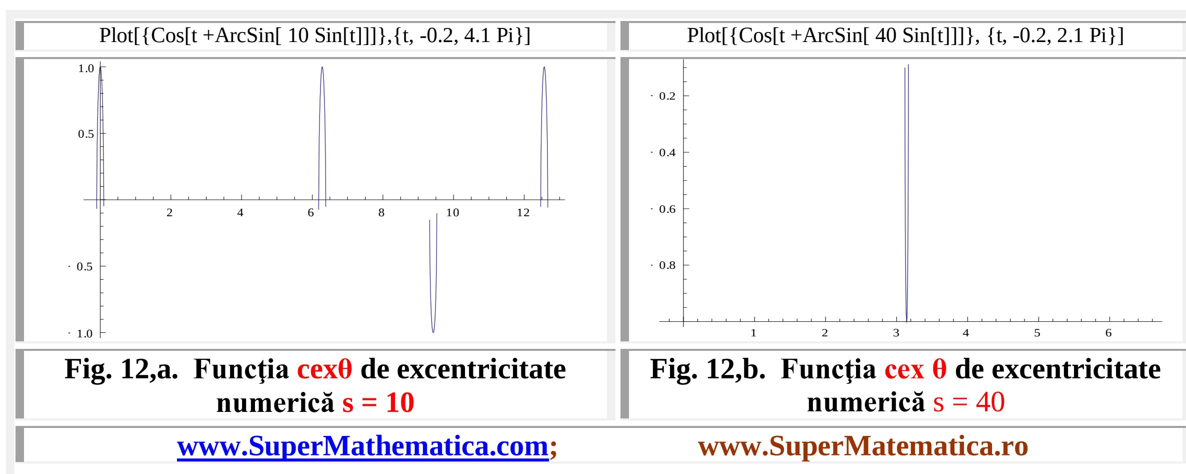


Fig. 12,a. Funcţia cexθ de excentricitate numerică s = 10

Fig. 12,b. Funcţia cex θ de excentricitate numerică s = 40

www.SuperMathematica.com; www.SuperMatematica.ro

Una din cele două semidrepte din **excentrul S** (∞, 0) va intersecta cercul unitate numai pentru **θ** = π ± 2kπ, k = 1, 2, 3, …

O astfel de funcţie este prezentată în **figura 12,a** pentru **s = 10**, şi în **figura 12,b** pentru **s = 40**.

Cu creşterea **excentricităţii s** cresc exponenţial şi punctele plotate, astfel „calculatorul / programul” nu nimereşte ţinta din **S**: cercul unitate, la saltul dintr-un punct la cel următor şi graficele rezultă alterate.

În acest caz, intervalul de integrare infinit trebuie redus la unul din intervalele în care apare doar o singură dată valoarea funcţiei, condiţie ce poate fi acceptată în multe situaţii practice.

6. SISTEMUL TRIGONOMETRIC EXCENTRIC (STE).

STE este format prin asocierea funcţiilor cosinus şi sinus excentrice de ***variabilă excentrică***

(24) $$\textbf{STE}\ \begin{cases} \mathbf{1},\ \boldsymbol{cex\theta},\ \boldsymbol{cex2\theta}, \dots, \boldsymbol{cexn\theta}, \dots \\ \mathbf{0},\ \boldsymbol{sex\theta},\ \boldsymbol{sex2\theta}, \dots, \boldsymbol{sexn\theta}, \dots \end{cases}$$

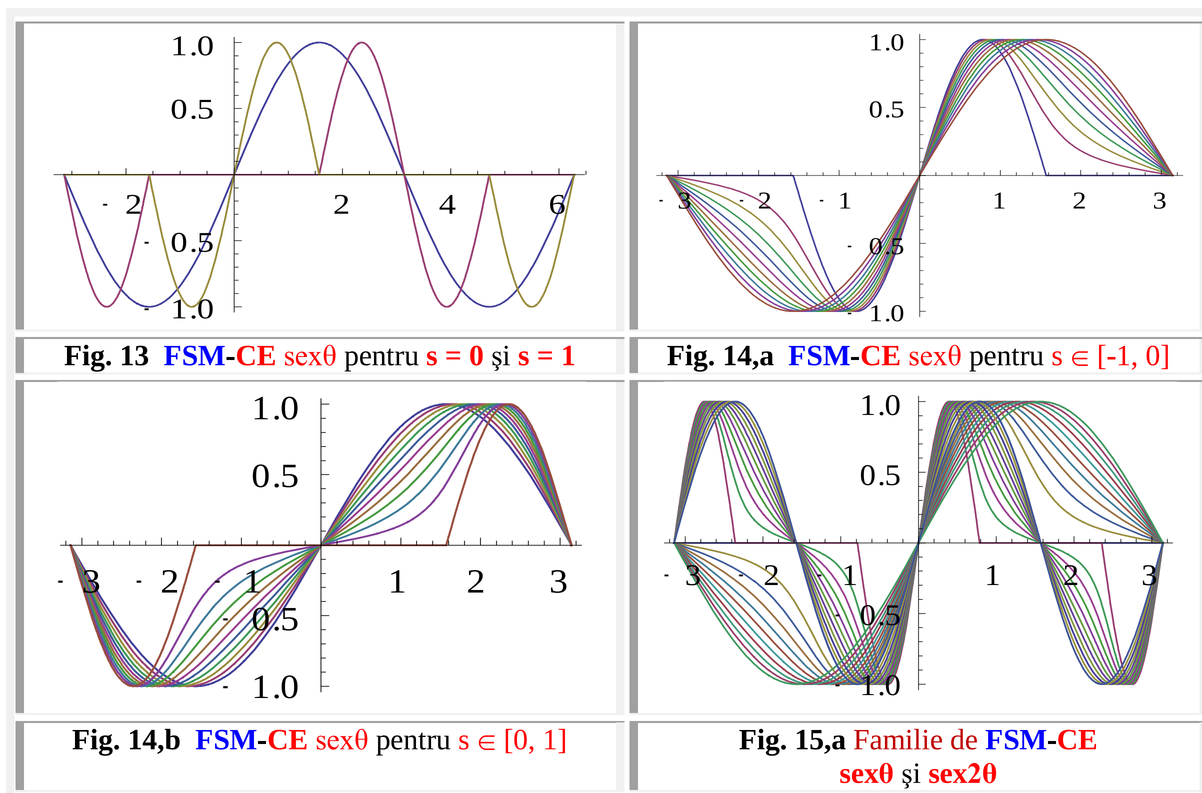


Fig. 13 FSM-CE sexθ pentru **s = 0** şi **s = 1**

Fig. 14,a FSM-CE sexθ pentru s ∈ [-1, 0]

Fig. 14,b FSM-CE sexθ pentru s ∈ [0, 1]

Fig. 15,a Familie de **FSM-CE sexθ** şi **sex2θ**

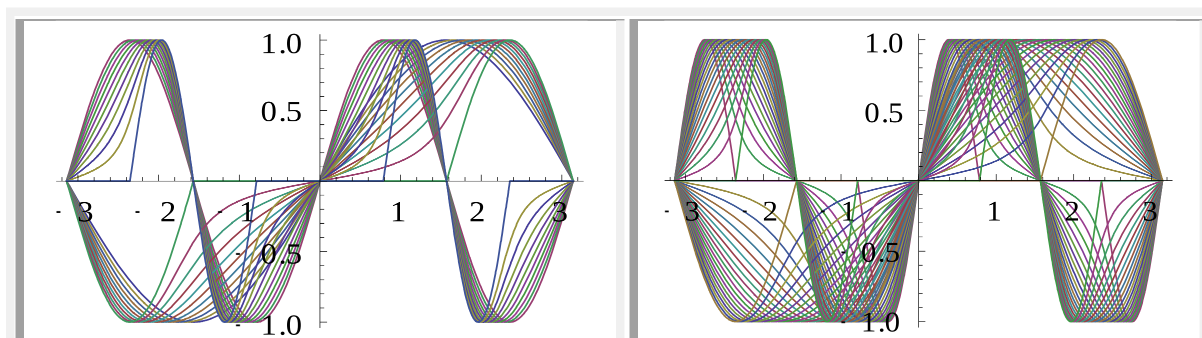


Fig. 15,b Familie de FSM-CE sex θ şi sex 2θ | **Fig.15,c** Reprezentare suprapusă s ∈ [**-1,1**].

www.SuperMathematica.com; www.SuperMatematica.ro

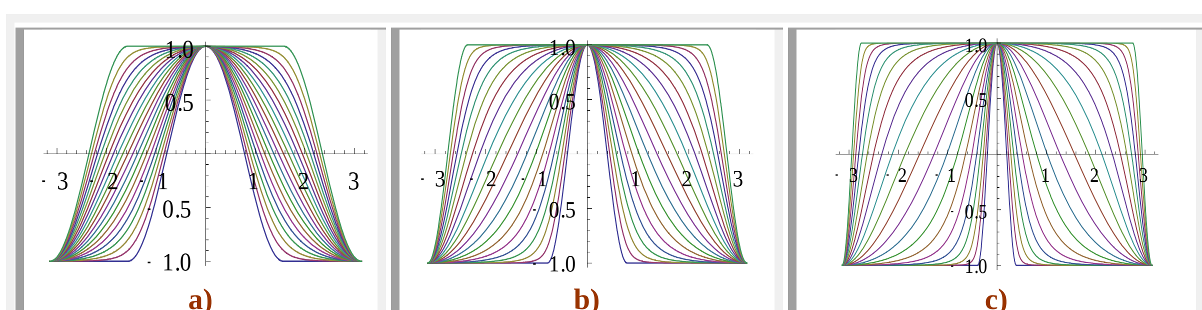


Fig. 16 FSM-CE cex θ de simplă, dublă şi triplă excentricitate, pentru s_0 ∈[-1,1], θ ∈[-π, π] dintre care funcţiile de dublă (b) şi triplă (c) **excentricitate** pot fi considerate totodata şi **funcţii supernove cosinus excentrice**.

www.SuperMathematica.com; www.SuperMatematica.ro

Aşa cum s-a afirmat, într-un anumit interval, vizibil în **figura 13**, o singură **FCE** din baza supermatematică **STE** poate reprezenta două **FCC** din baza centrică, pentru valorile **marginale** ale excentricităţii numerice **s**, în domeniul **± 1** şi o infinitate de alte funcţii, pentru valorile intermediare ale lui **s**. În cazul din **figura 13, sexθ** exprimă pe **sinθ,** pentru **s = 0** şi pe **sin2θ**, pentru **s = -1** şi pe **sin(2t + π)** pentru **s = +1**.

Celelalte funcţii intermediare ale bazei sunt prezentate în **figura 14,a** pentru **s ∈ [-1,0]** şi în **figura 14,b** pentru **s** ∈ [**-1, 0**]. În ambele figuri **θ** ∈ [-π, +π].

Existenţa unei baze, mult mai largi de funcţii în cadrul **STE**, cu care se poate opera simplu, facilitează aproximarea funcţiilor periodice cu grafice din cele mai complicate.

Dacă se reprezintă doar două dintre funcţiile bazei excentrice, pentru n = 1 şi n = 2, situaţia se prezintă ca în **figurile 15,a** pentru **s** ∈ [-1,0] şi în **15,b** pentru **s** ∈ [0,1] şi impreună în **15,c** → **s** ∈ [-1,1].

Această bază de date a **STE** poate fi mult lărgită, pentru a acoperi şi mai bine domeniul, prin utilizarea **FSM-CE** de **dublă, triplă sau multiplă excentricitate**. Cu cât baza de funcţii este mai numeroasă şi mai diferită, cu atât aproximaţiile se pot realiza mai uşor şi mai precis.

FSM-CE cexθ de simplă, dublă şi de triplă excentricitate sunt prezentate în **figura 16**, dintre care cele de dublă (b) şi de tripla (c) excentricitate pot fi considerate şi ***funcţii supernove***.

Se observă din **figura 16** că spaţiul rămas neacoperit de funcţia cosinus excentric scade cu creşterea gradului de multiplicitate a excentricităţii funcţiilor.

Aşa cum **FSM-CE** se obţin din cele centrice, prin înlocuirea variabilei centrice **α** cu cea **excentrică θ**, sau cu funcţia amplitudine excentrica **aexθ**

(25) $\alpha(\theta) = \mathbf{aex\theta} = \boldsymbol{\theta} - \arcsin(s.\sin(\boldsymbol{\theta} - \boldsymbol{\varepsilon}))$, adică,

(26) cexθ = cosα = cos[**aexθ**], procedând în continuare şi înlocuind pe **θ**, din expresia invariantă a lui **cexθ** cu funcţia **aexθ**, se va obţine un *cosinus excentric* de dublă excentricitate, notat **c2exθ** [1], adică

(27) c2exθ = **cex**[**aexθ**] şi procedând în continuare, în mod asemănător, se pot obţine **FSM-CE supernove** de triplă, ... sau multiplă excentricitate.

Dacă primele 10 funcţii ale **STC (Fig. 1)** pot fi plotate simultan, nu acelaşi lucru are sens în cazul **STE** în care, din cauza numărului extrem de mare de funcţii, chiar dacă se alege doar domeniul **s** ∈ [**0, 1**], din cel infinit posibil, nu s-ar mai putea desluşi nimic din grafice.

7. APROXIMAREA UNOR FUNCŢII ELIPTICE JACOBI.

Dacă se reuşeşte o bună aproximare a funcţiei amplitudine **Jacobi** am(u,k), atunci se pot aproxima cu succes implicit funcţiile sinus **sn(u,k)** şi cosinus **cn(u,k) eliptice**, deoarece, aşa cum se ştie

(28) $$\begin{cases} cn(u,k) = \cos[am(u,k)] \\ sn(u,k) = \sin[am(u,k)] \end{cases}$$

Funcţia amplitudine / amplitudinus a lui **Jacobi** este de perioadă **4K**. Convertită pentru a fi o funcţie de perioada 2π (**Fig.17**), se aseamănă foarte mult cu funcţia amplitudine excentrică **aexθ** (**Fig. 18, a** şi **b**) de excentricitate variabilă.

Funcţia amplitudine a lui **Jacobi** are expresia computaţională (29) şi se calculează cu seria din aceeaşi relaţie. Atragem atenţia că m = k^2 → k = $\sqrt{m}$ = $\mathbf{m^{0,5}}$.

(29) JacobiAmplitude[u,m] = $z - \frac{mz^3}{6} + \frac{1}{120}(4m + m^2)z^5 + \frac{(-16m-44m^2-m^3)z^7}{5040} + O[z]^9$

În **figura 18,a excentricitatea s** este variabilă, fiind la puterea a doua şi are expresia

(30) s → $\frac{2}{3}s^2$, sau s = $2k^2/3$ astfel că **FSM-CE** este

(31) y = am(2**θ**, S($\frac{2}{3}s^2$, **0**)) = 2θ + arcsin[$\frac{2}{3}s^2 \sin 2\theta$], u ≡ **θ**, m = s^2.

Fără a evoca istoria, s-a ajuns la concluzia că o aproximare şi mai bună se obţine dacă coeficientul 2/3 →1, dat domeniului **s** ∈ [0,1] se converteşte în domeniul **s** ∈[0; 0,7] sau în domeniul **s** ∈[0; 0,8], ceea ce este cam acelaşi lucru (**Fig. 18,b**), sau dacă, în relaţia (31) arcsin → arctan.

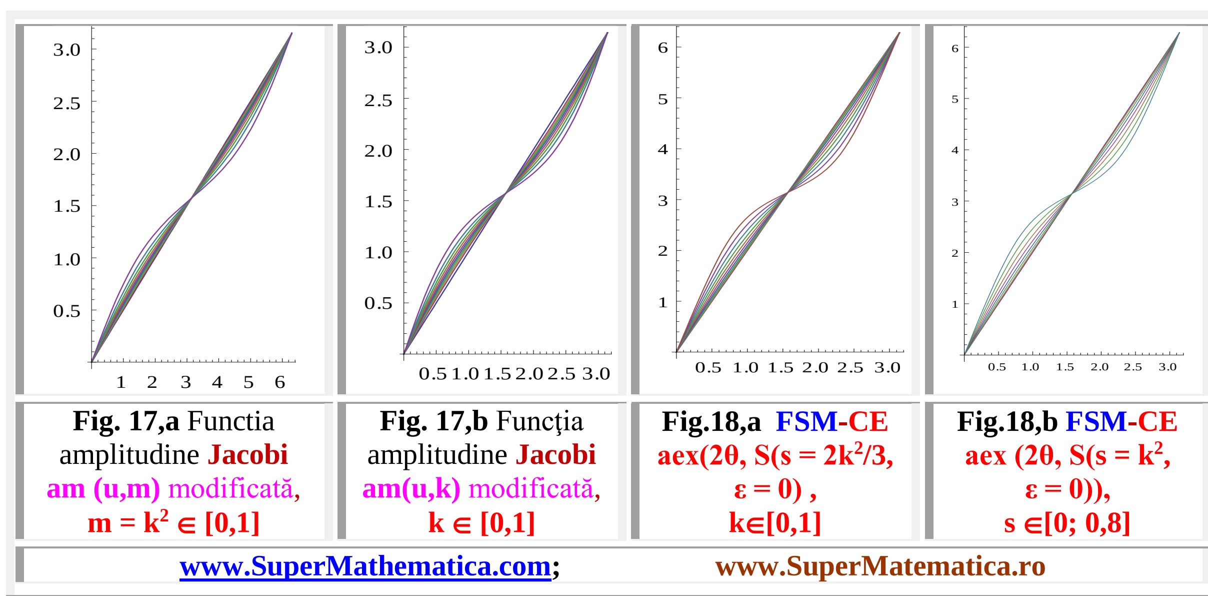


Fig. 17,a Functia amplitudine **Jacobi am (u,m)** modificată, **m = k^2 ∈ [0,1]**

Fig. 17,b Funcţia amplitudine **Jacobi am(u,k)** modificată, **k ∈ [0,1]**

Fig.18,a FSM-CE aex(2θ, S(s = $2k^2/3$, ε = 0) , k∈[0,1]

Fig.18,b FSM-CE aex (2θ, S(s = k^2, ε = 0)), s ∈[0; 0,8]

www.SuperMathematica.com; **www.SuperMatematica.ro**

Realizând, în programul Mathematica a lui **Stephan Wolfram**, diferenţa dintre cele două funcţii supermatematice **aexθ** şi eliptice Jacobi **am(u,k),** pentru un coeficient de 2/3, situaţia apare ca în figura **19**. Din figură rezultă că diferenţa este tot o funcţie asemănătoare cu cele două, de unde se trage concluzia ca **FSM-CE** trebuie injumatăţită, adică

(32) am($u\frac{K}{\pi}$,k) ≅ $\frac{1}{2}aex(\theta,s)$.

Făcând acum diferenţa

(33) $\frac{1}{2}aex(\theta,s)$ - am($u\frac{K}{\pi}$,k) = Δ(θ) ea este prezentată în **figura 20**.

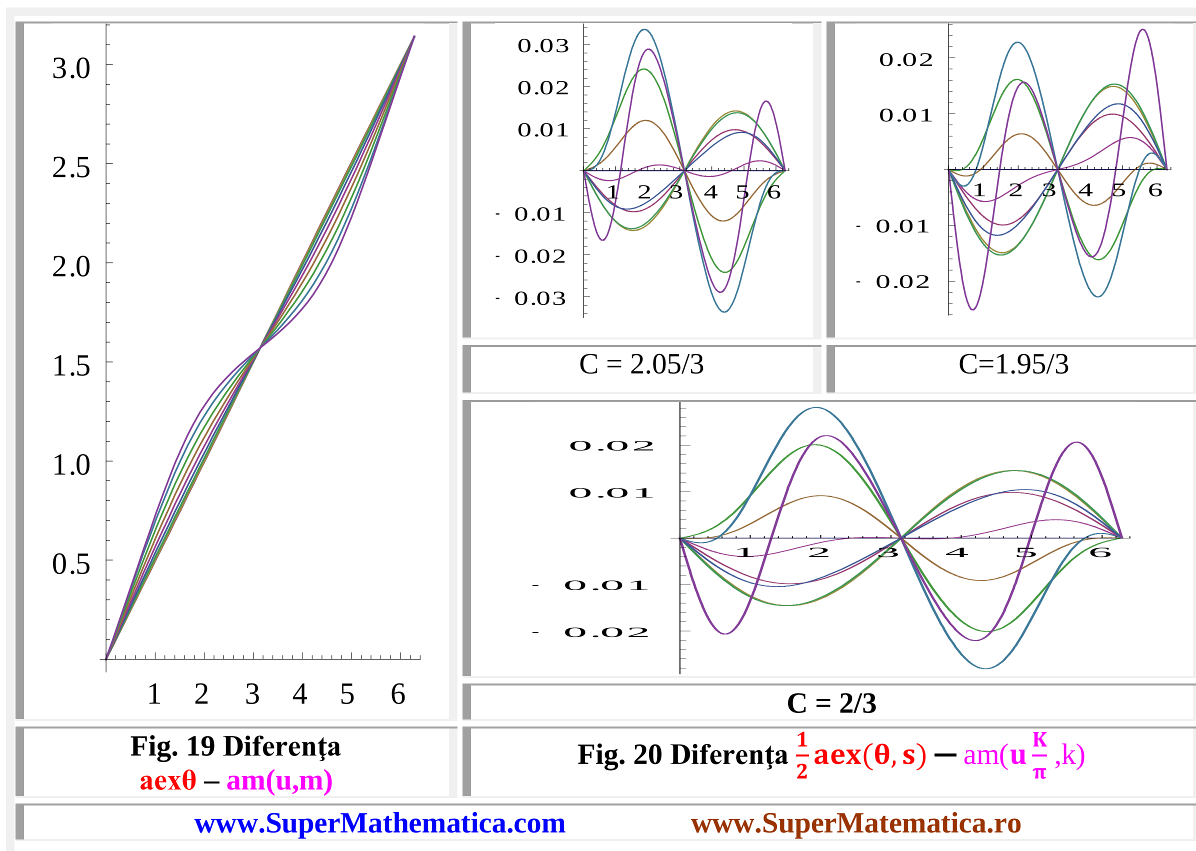


Fig. 19 Diferenţa aexθ – am(u,m)

Fig. 20 Diferenţa $\frac{1}{2}$**aex(θ, s)** — am(u$\frac{K}{\pi}$,k)

Se observă, din **figurile 20**, că situaţia cea mai bună, dintre cele 3 analizate / încercate, este pentru **C = 2/3**, în care, diferenţa maxim maximorum nu depăşeste eroarea de 5 sutimi (5.10^{-2}) eroare acceptabilă în multe din situaţiile tehnice.

O îmbunătăţire este posibilă pentru valorile modulului **k** luate separat, facându-se diferenţa (33) nu pentru familia de funcţii, ci pentru anumite funcţii, de un anumit **modul k**. Prezentăm în **figura 21** diversele diferenţe pentru valorile **k** indicate.

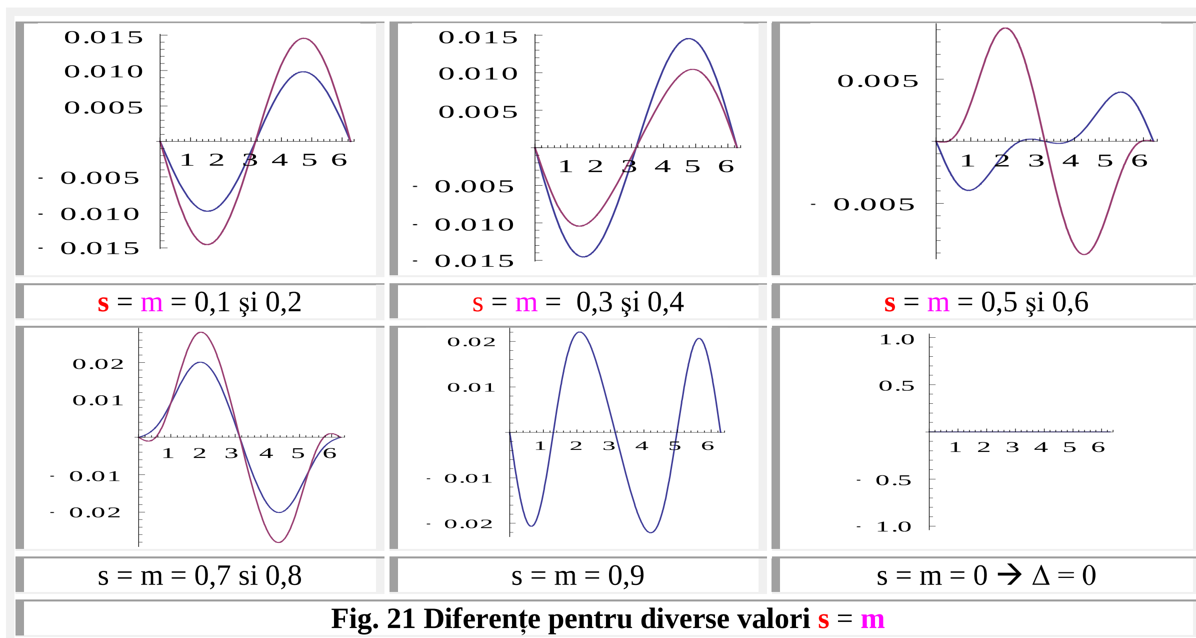


Fig. 21 Diferențe pentru diverse valori s = m

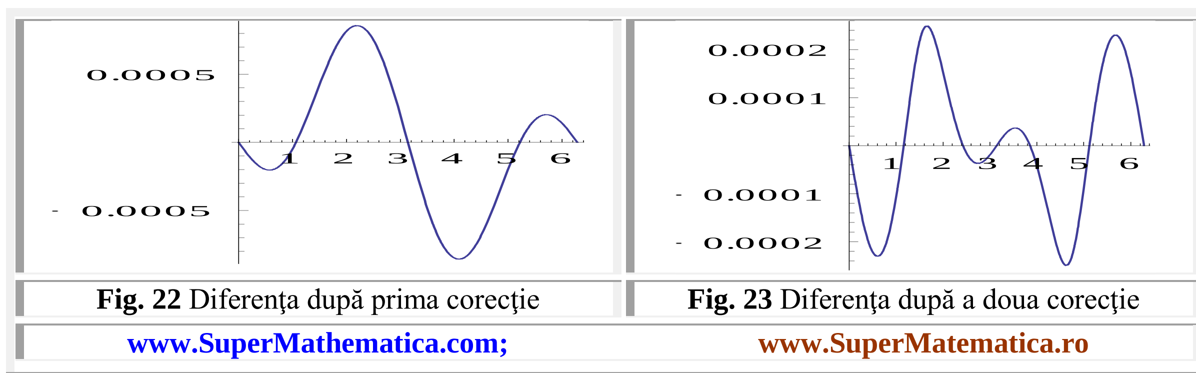


Fig. 22 Diferenţa după prima corecţie | **Fig. 23** Diferenţa după a doua corecţie

www.SuperMathematica.com; www.SuperMatematica.ro

Se observă că diferenţele minime se obţin pentru valorile **s** = **m** din mijlocul domeniului, pentru **s** = **m** = 0,5 şi 0,6. Pentru **s** = **m** = 0,5, eroarea maximă, în domeniul de existenţă al funcţiilor **θ** ∈ [0, 2π], nu depăşeşte valoarea de 4 miimi (0,004 = 4. 10^{-3}), ceea ce, în acest domeniu, este o performanţă remarcabilă, dată fiind simplitatea **FSM-CE** amplitudine excentrică de variabilă excentrică şi de excentricitate variabilă.

În continuare, ameliorarea preciziei se face separat pentru diversele valori **s** = **m**. Astfel, de exemplu, pentru **s** = **m** = 0,2 în diferenţa (33) mai trebuie adăugat termenul

(34) **+ 0.015 sinθ** şi rezultă

(35) y_2 = aex (θ, $2s^2/3$, ε = 0) + **0.015 sin θ**

şi noua diferenţă va fi de numai 6.10^{-4}, de 10 ori mai bună, aşa cum se observă în **figura 22**.

Analizând forma funcţiei diferenţă, din **figura 22,** se constată că diferenţa se mai poate ameliora prin scăderea din diferenţa anterioară a funcţiei **sexθ**, adică, funcţia de aproximarea va lua forma

(36) $y_3 = y_2$ - 0.0008.**sex**[θ, **s** = 0,95; **ε** = 0)

şi rezultă noua diferenţă, care este numai jumatate din cea anteriaoară, aşa cum se poate observa în **figura 23**.

Şi procesul de amaliorare a preciziei de aproximare ar putea continua prin adăugarea unei funcţii care să reducă diferenţele maxime din **figura 23**, numai că, datorită erorilor de rotunjire operaţia devine dificilă şi precizia, deja obţinută, este de notorietate matematică, tinând cont de numărul redus de termeni ai funcţiei de aproximare a funcţiei eliptice amplitudine **Jacobi**.

În lucrarea [18] se prezintă aproximarea cu o extraordinar de ridicată precizie, de minimum 15 zecimale exacte, a functiei **K(k)**, a ***integralei eliptice complete de prima speţă*** şi aplicaţiile **funcţiilor supermatematice** sunt de-abia la începutul lor.

8 UTILIZAREA SERIEI FUNCŢIEI AMPLITUDINE JACOBI LA GNERAREA UNOR FUNCŢII SUPERNOVE

Se ştie că funcţiile eliptice **Jacobi** pot fi reprezentate în diverse programe de matematică cu seria de puteri (28)**:**

Series[JacobiAmplitude[z, m], {z, 0, 8}] :

(29') $$z - \frac{mz^3}{6} + \frac{1}{120}(4m + m^2)z^5 + \frac{(-16m - 44m^2 - m^3)z^7}{5040} + O[z]^9$$

iar în programele de **matematica din Matematic 8** a lui **Stephan Wolfram** cu expresia:

(37) **Plot[Evaluate[Table[{*JacobiAmplitude*[u, 0.1m]}, {m, 0, 10}], {u, 0, 2Pi}]]]**

prin care rezultă funcţiile de perioada **4K(k)** (**Fig. 24**) şi cu comanda

(38) $$\mathbf{Plot}\left[\mathbf{Evaluate}\left[\mathbf{Table}\left[\left\{\boldsymbol{JacobiAmplitude}\left[\boldsymbol{u}\frac{K(k)}{\pi}, \mathbf{0.1}\boldsymbol{m}\right]\right\}, \{\boldsymbol{m}, \mathbf{0}, \mathbf{10}\}\right], \{\boldsymbol{u}, \mathbf{0}, \mathbf{2Pi}\}\right]\right]\right]$$

prin care rezultă funcţii **amplitudine Jacobi** de perioada **2π** (**Fig. 25**).

Dacă argumentul **u** se înlocuieşte cu **FSM-CE** amplitudine excentrică (**aexθ**) se obţin funcţiile **Jacobi** supernove amplitudine elipticoexcentrice, notate cu **amaexθ** **(Fig. 26).**

Dacă relaţia (38) se scrie cu **0 m** în locul lui **0.1m** atunci din suma (29') se alege doar primul termen **z** sau cu alte notaţii x sau t şi programul îl plotează pe **z.** Dacă **z** este funcţia **aexθ**, ca în **figura**

27 ▲, atunci se va plota această funcţie şi nu ***JacobiAmplitude***. Dacă se scrie **0.2 m** atunci se va plota funcţia (29') cu doi termeni adică

(38') $$z - \frac{mz^3}{6} = \text{aex}\theta - \frac{m}{6}(\text{aex}\theta)^3$$

ş.a.m.d. (**Fig. 27 ▼**) permiţând astfel generarea unor funcţii noi **supernove** prezetate în continuare.

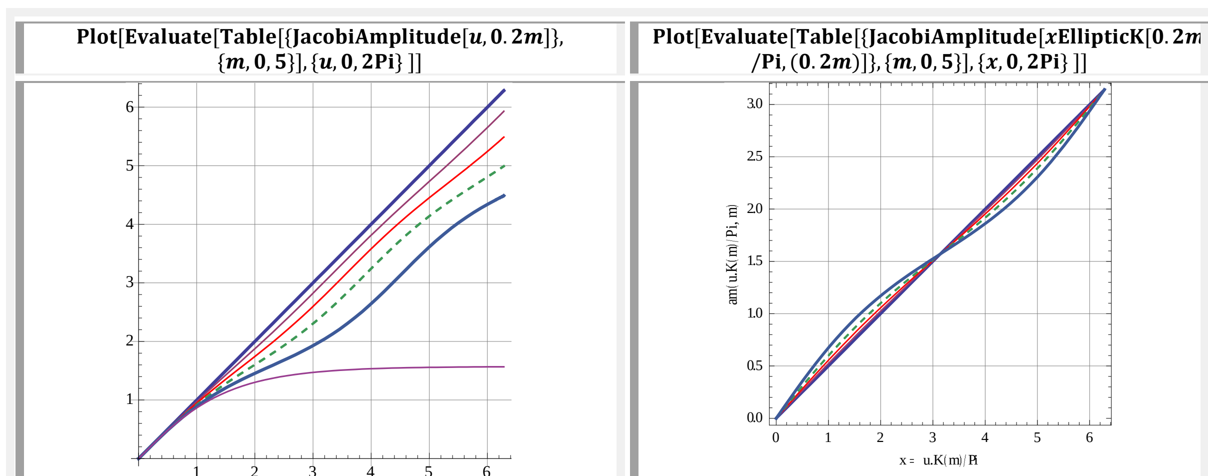


Fig. 24,a Funcţia am(u,m) de perioadă **4K(m)**

Fig. 25,a Funcţia am(u,m) de perioadă 2π

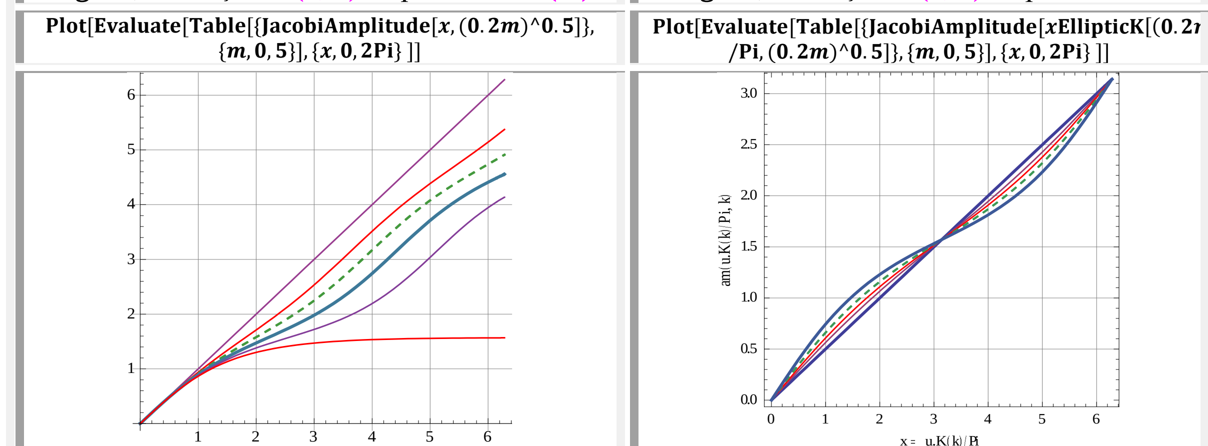


Fig. 24,b Funcţia am(u,k) de perioadă **4K(k)**

Fig. 25,b Funcţia am(u,k) de perioadă 2π

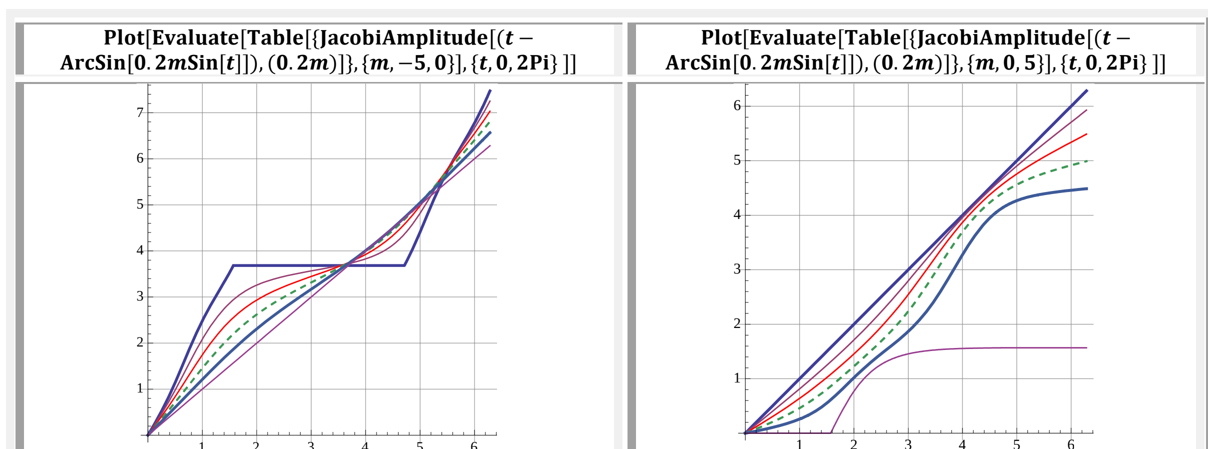


Fig. 26 Funcţii amexθ = am(aexθ) de m = k²

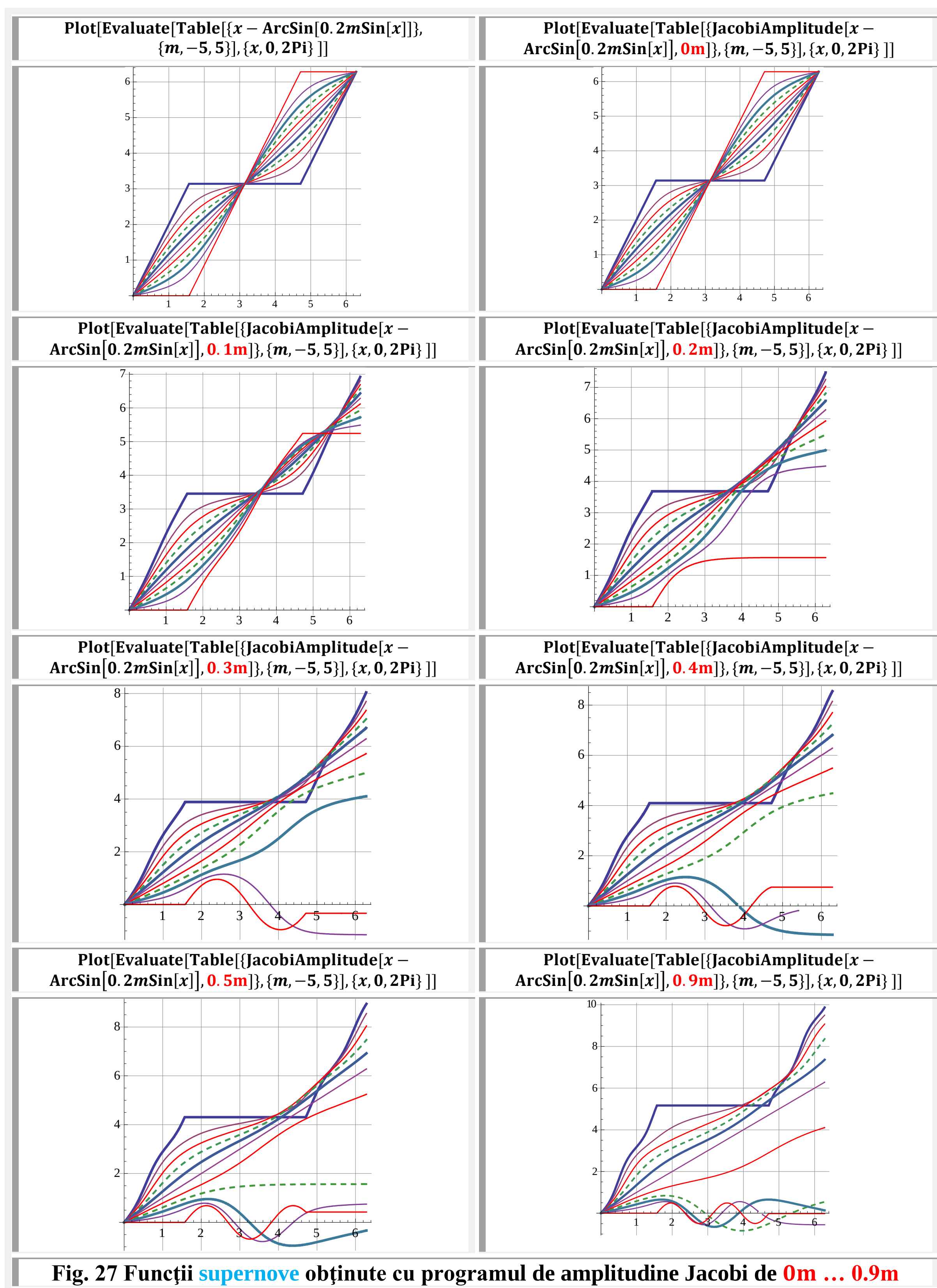


Fig. 27 Funcţii supernove obţinute cu programul de amplitudine Jacobi de 0m … 0.9m

Dacă se **alege z = cexθ** sau **z = sexθ (θ ≡ x)** se obţin, în acelaşi mod, din seria lui **am(u, k)** **funcţii circularexcentricoeliptice supernove am**(**cexθ**) şi, respectiv, **am**(**sexθ**) din **figura 28,a şi b**, iar pentru **rexθ** şi **dexθ**. rezulta **FSN am**(rexθ) şi, respectiv, **am**(dexθ) din **figura 29 a** şi **b.**

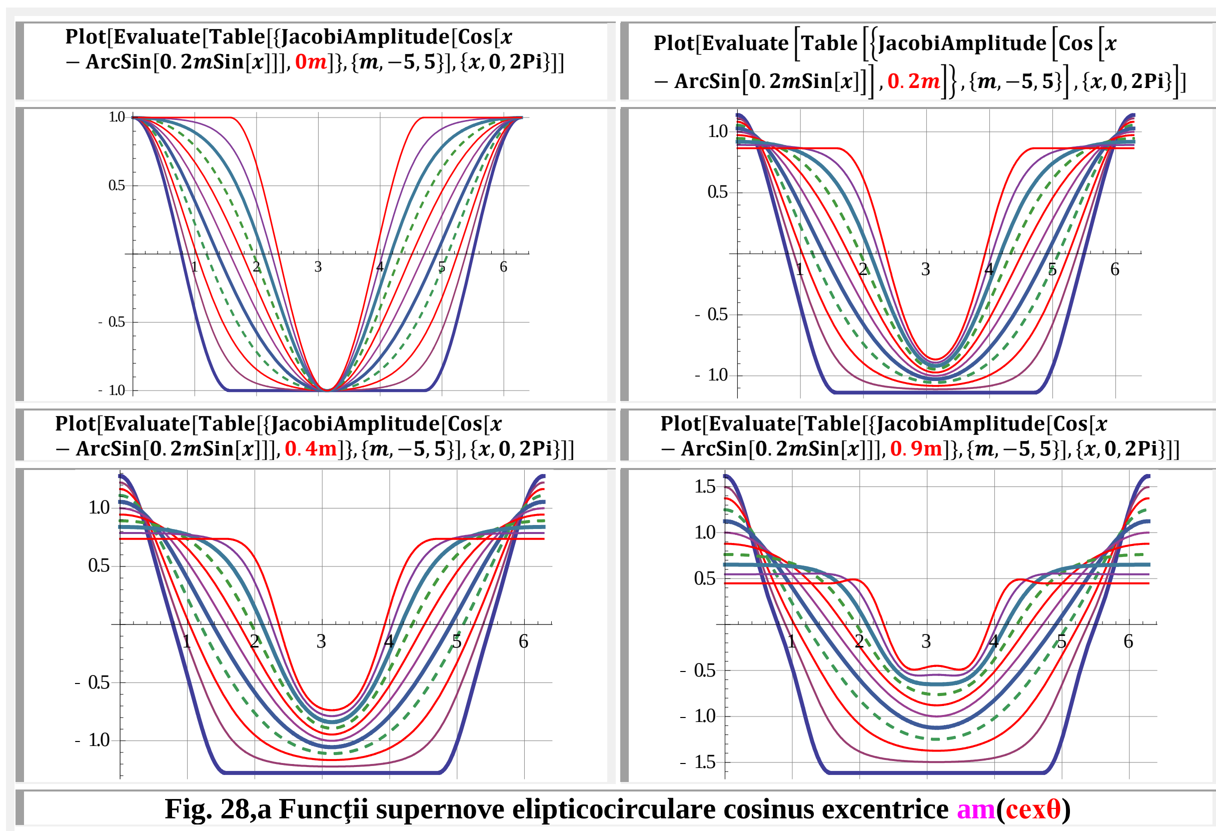


Fig. 28,a Funcţii supernove elipticocirculare cosinus excentrice am(cexθ)

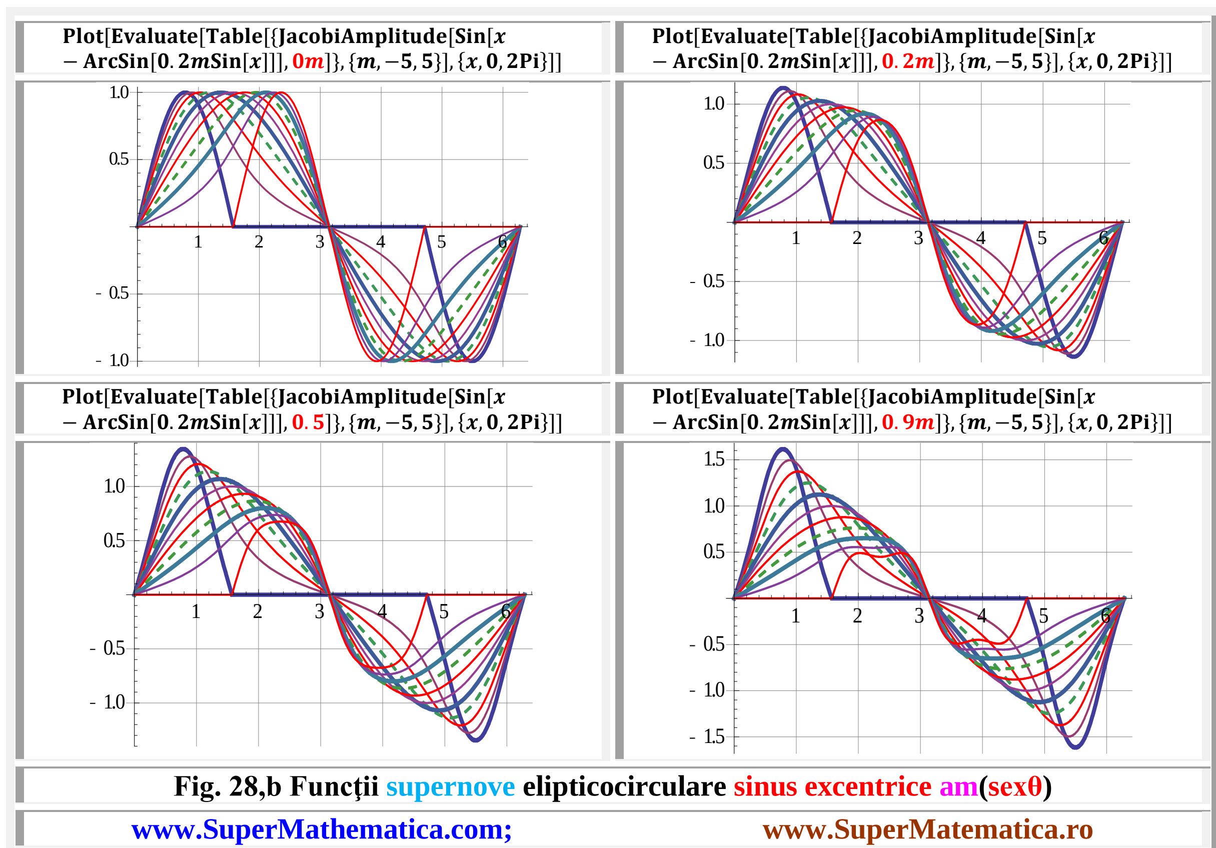
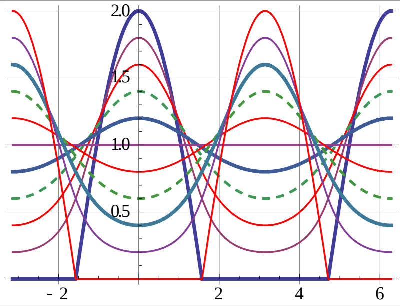


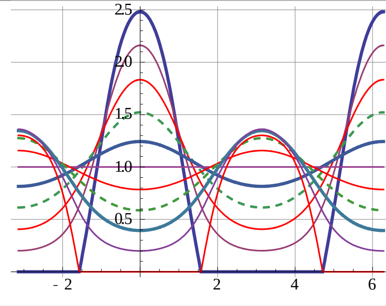
Fig. 28,b Funcţii supernove elipticocirculare sinus excentrice am(sexθ)

www.SuperMathematica.com; www.SuperMatematica.ro

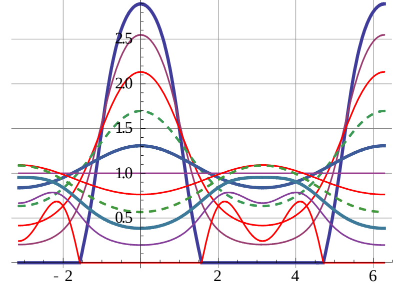
Plot[Evaluate[Table[{JacobiAmplitude[−0.2*m*Cos[x] + Sqrt[1 − (0.2*m*Sin[x])^2], 0*m]}, {m, −5, 5}], {x, −Pi, 2Pi}]]



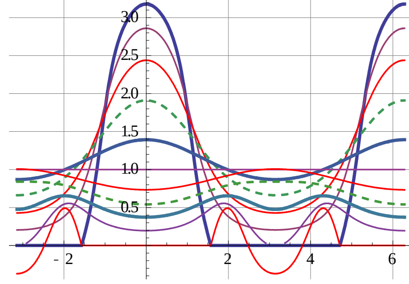
Plot[Evaluate[Table[{JacobiAmplitude[−0.2*m*Cos[x] + Sqrt[−(0.2*m*Sin[x])^2], 0.2*m]}, {m, −5, 5}], {x, −Pi, 2Pi}]]



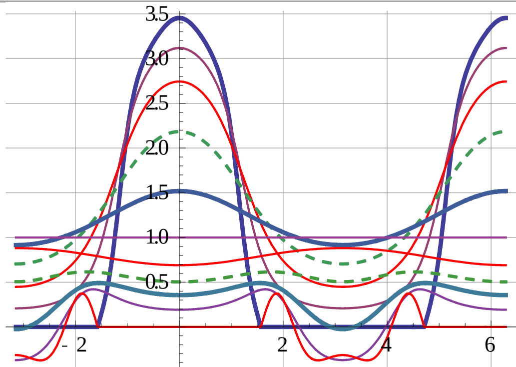
Plot[Evaluate[Table[{JacobiAmplitude[−0.2*m*Cos[x] + Sqrt[−(0.2*m*Sin[x])^2], 0.5 m]}, {m, −5, 5}], {x, −Pi, 2Pi}]]



Plot[Evaluate[Table[{JacobiAmplitude[−0.2*m*Cos[x] + Sqrt[−(0.2*m*Sin[x])^2], 0.9 m]}, {m, −5, 5}], {x, −Pi, 2Pi}]]



Plot[Evaluate[Table[{JacobiAmplitude[−0.2*m*Cos[x] + Sqrt[−(0.2*m*Sin[x])^2], 1.5 m]}, {m, −5, 5}], {x, −Pi, 2Pi}]]



Plot[Evaluate[Table[{JacobiAmplitude[−0.2*m*Cos[x] + Sqrt[−(0.2*m*Sin[x])^2], 2 m]}, {m, −5, 5}], {x, −Pi, 2Pi}]]

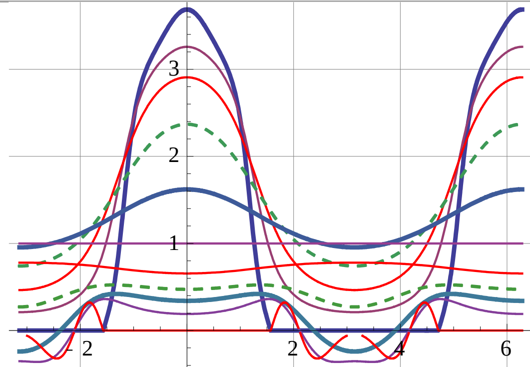
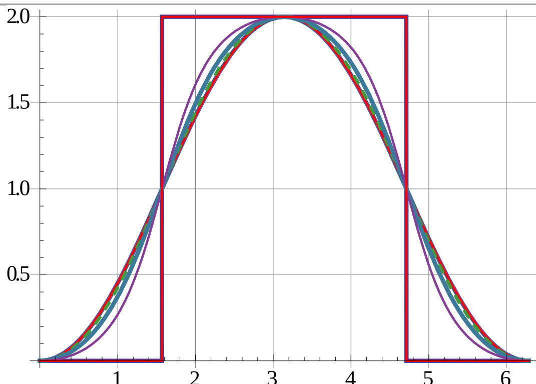
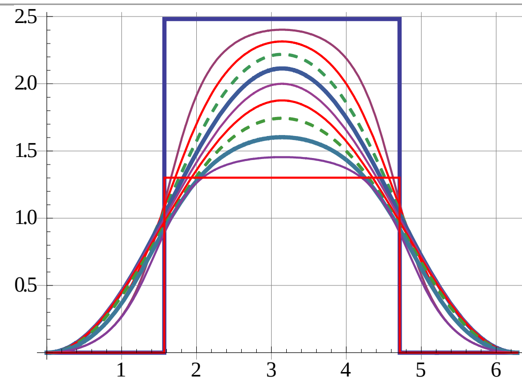


Fig. 29,a Funcţii supernove elipticocirculare radial excentrice am(rexθ)

Plot[Evaluate[Table[{JacobiAmplitude[1 − Cos[x]/Sqrt[1 − (0.2*m*Sin[x])^2], 0*m]}, {m, −5, 5}], {x, 0, 2Pi}]]



Plot[Evaluate[Table[{JacobiAmplitude[1 − Cos[x]/Sqrt[1 − (0.2*m*Sin[x])^2], 0.2*m]}, {m, −5, 5}], {x, 0, 2Pi}]]



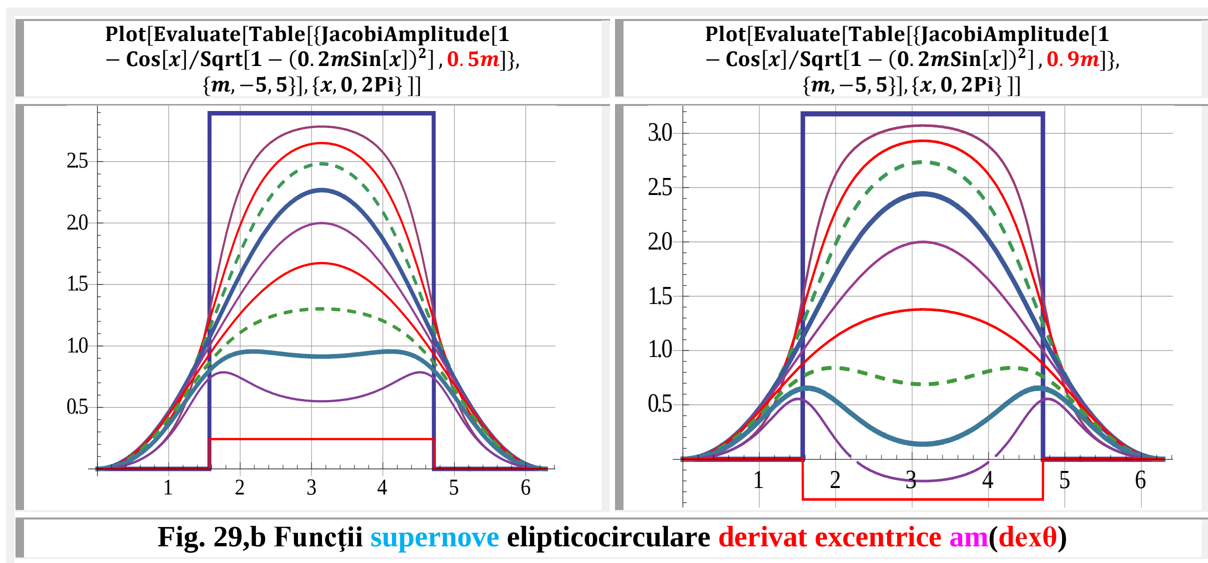


Fig. 29,b Funcţii supernove elipticocirculare derivat excentrice am(dexθ)

Plot[Evaluate[Table[{JacobiAmplitude[Sqrt[1 + (0.2m)^2 − 0.4mCos[x]], 0m]}, {m, −5, 5}], {x, 0, 2Pi}]]

Plot[Evaluate[Table[{JacobiAmplitude[Sqrt[1 + (0.2m)^2 − 0.4mCos[x]], 0.2m]}, {m, −5, 5}], {x, 0, 2Pi}]]

Plot[Evaluate[Table[{JacobiAmplitude[Sqrt[1 + (0.2m)^2 − 0.4mCos[x]], 0.5m]}, {m, −5, 5}], {x, 0, 2Pi}]]

Plot[Evaluate[Table[{JacobiAmplitude[Sqrt[1 + (0.2m)^2 − 0.4mCos[x]], 0.9m]}, {m, −5, 5}], {x, 0, 2Pi}]]

Fig. 30,a Funcţii supernove elipticocirculare radial excentrice am(Rexα)

Funcţii similare, dar de ***variavila centrică α*** sunt prezentate în **figurile 30,a** şi **30,b**.

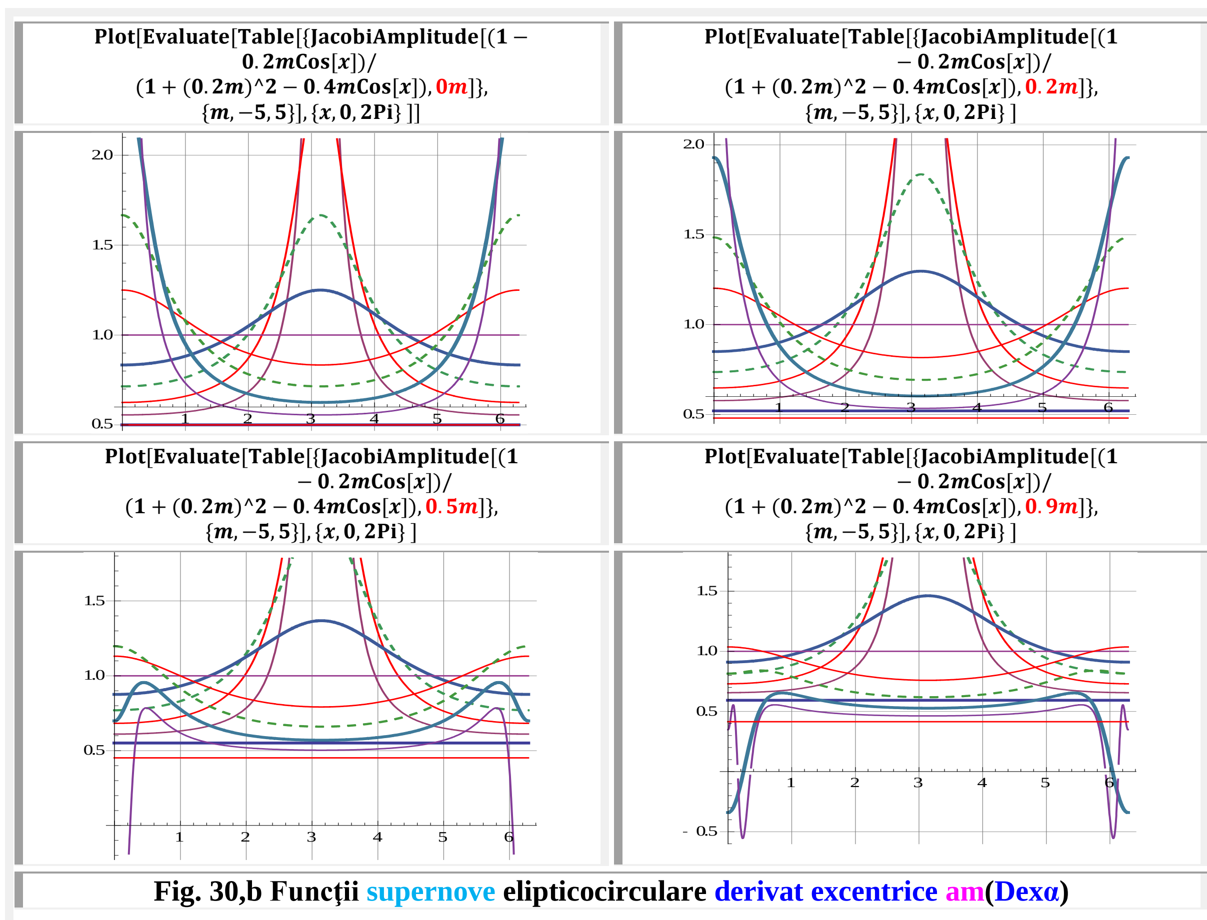


Fig. 30,b Funcţii supernove elipticocirculare derivat excentrice am(Dexα)

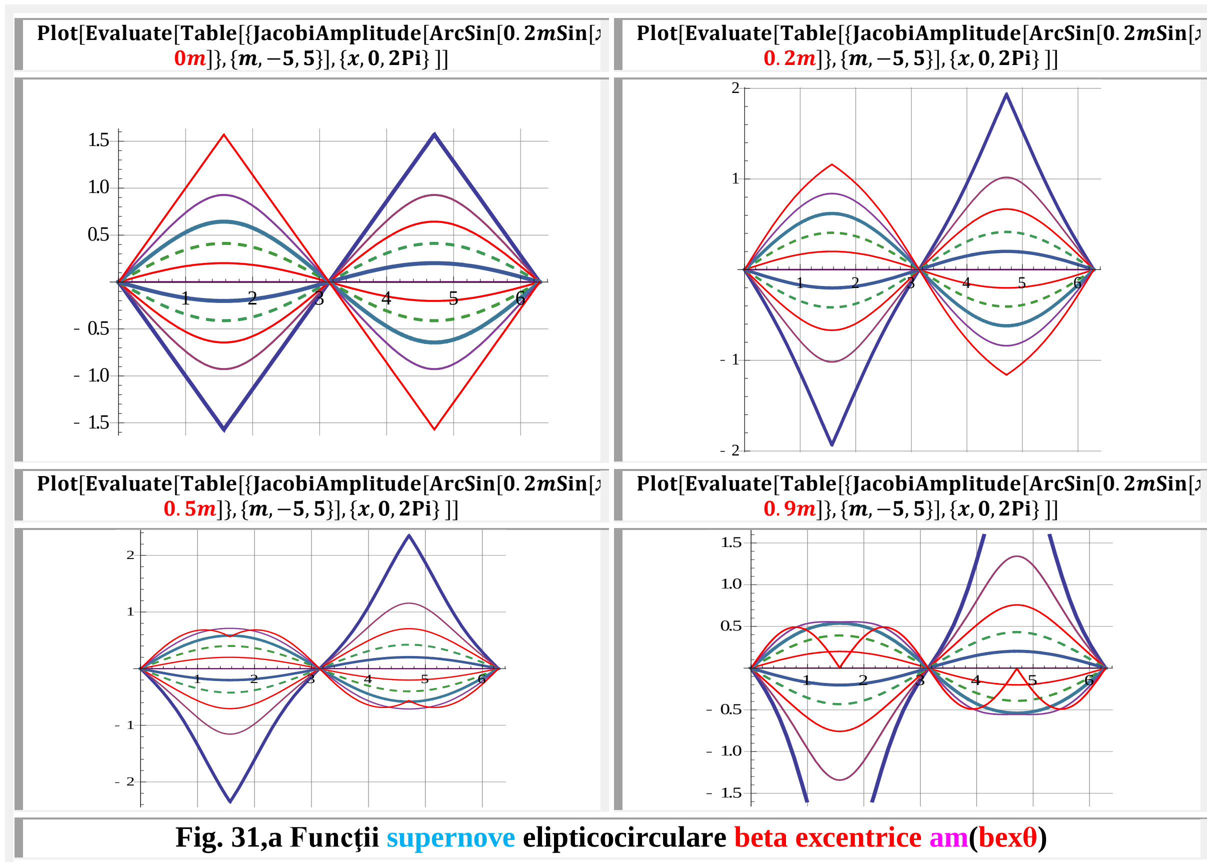


Fig. 31,a Funcţii supernove elipticocirculare beta excentrice am(bexθ)

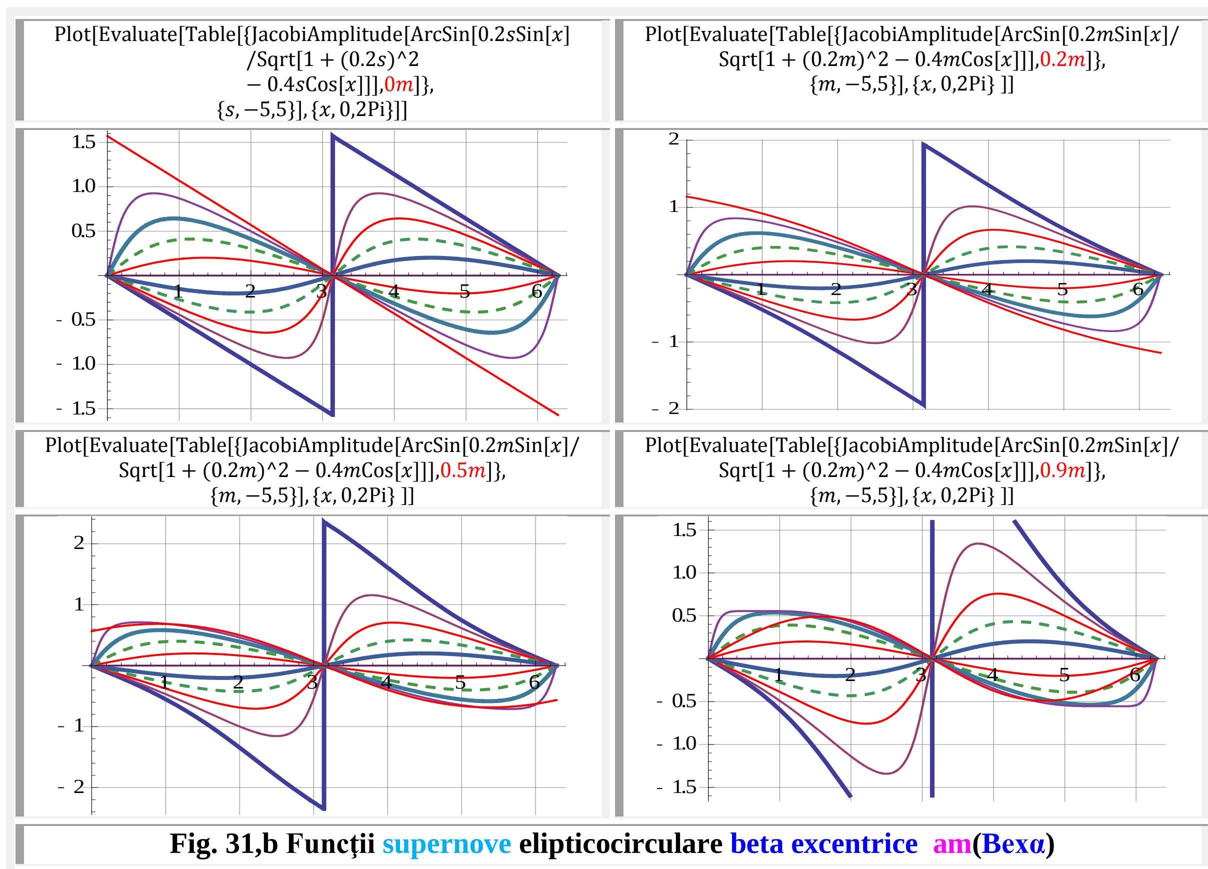


Fig. 31,b Funcţii supernove elipticocirculare beta excentrice am(Bexα)

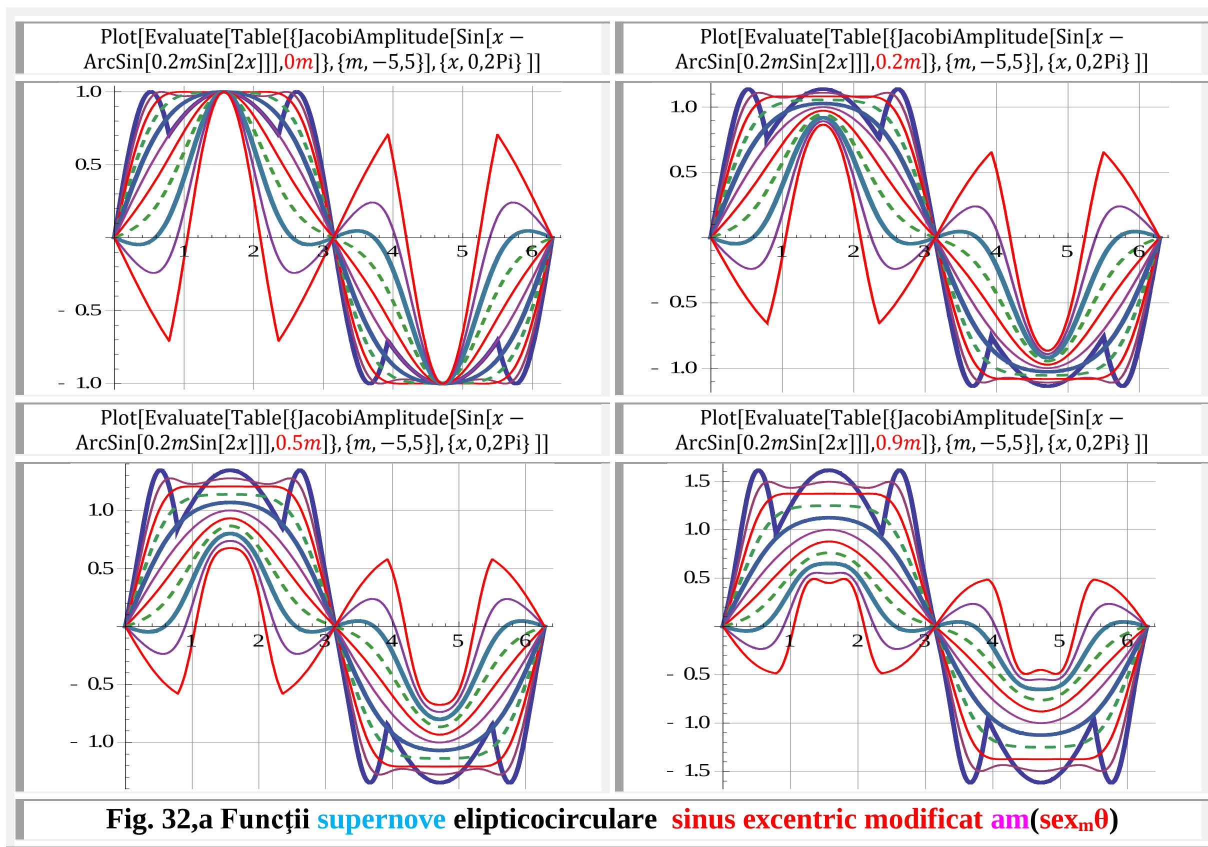


Fig. 32,a Funcţii supernove elipticocirculare sinus excentric modificat am($sex_m\theta$)

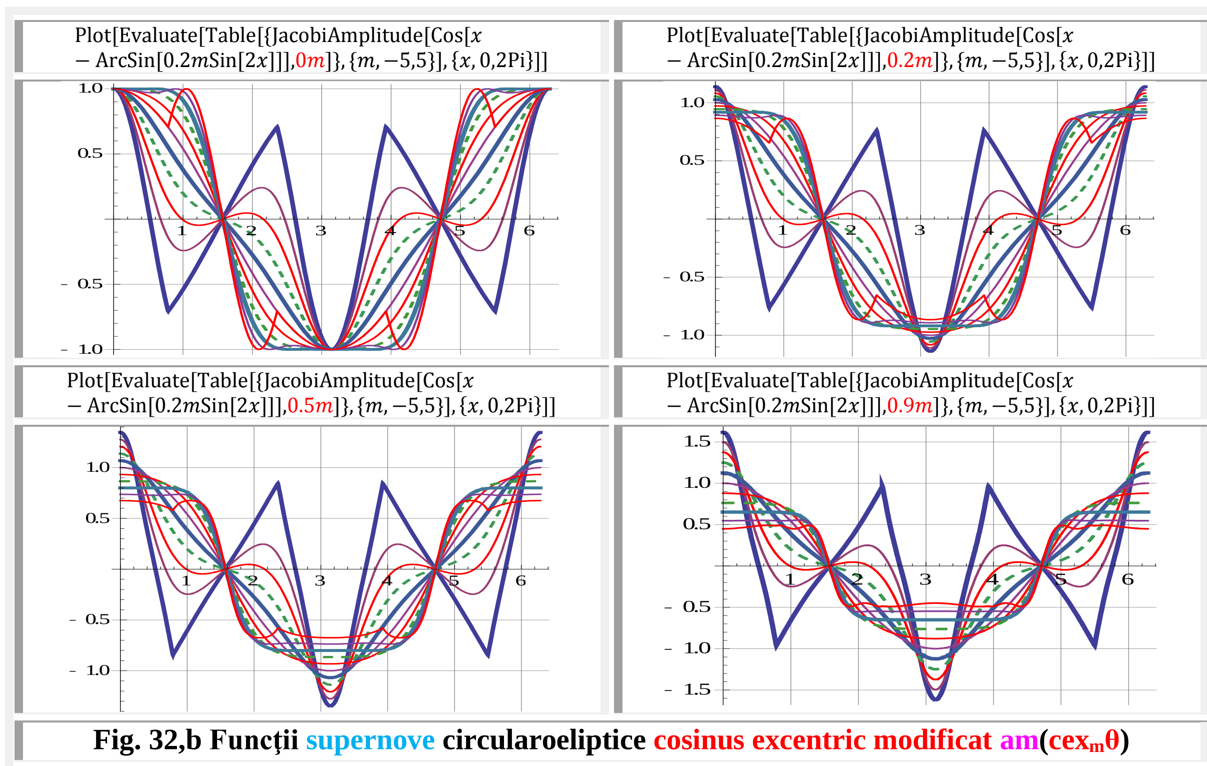
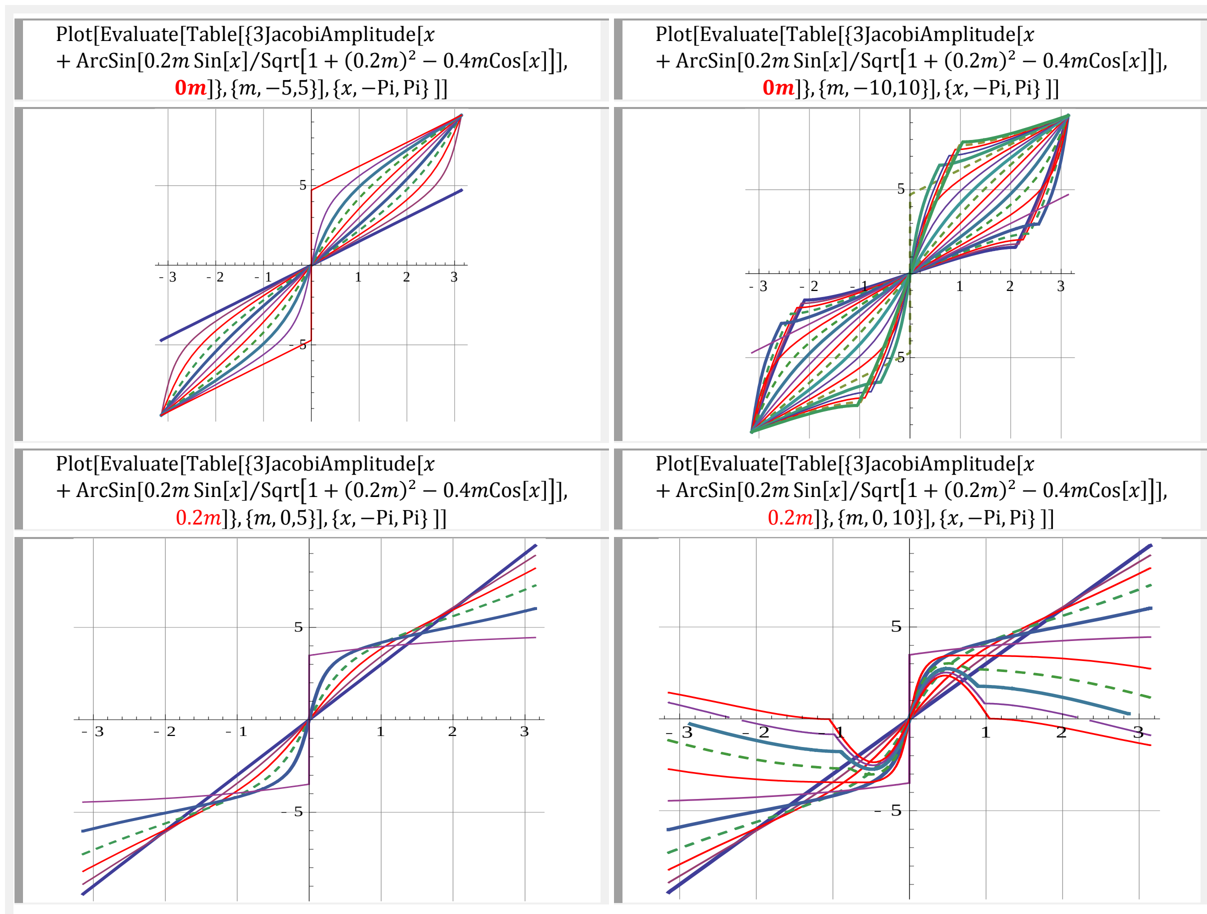


Fig. 32,b Funcții supernove circularoeliptice cosinus excentric modificat am($cex_m\theta$)



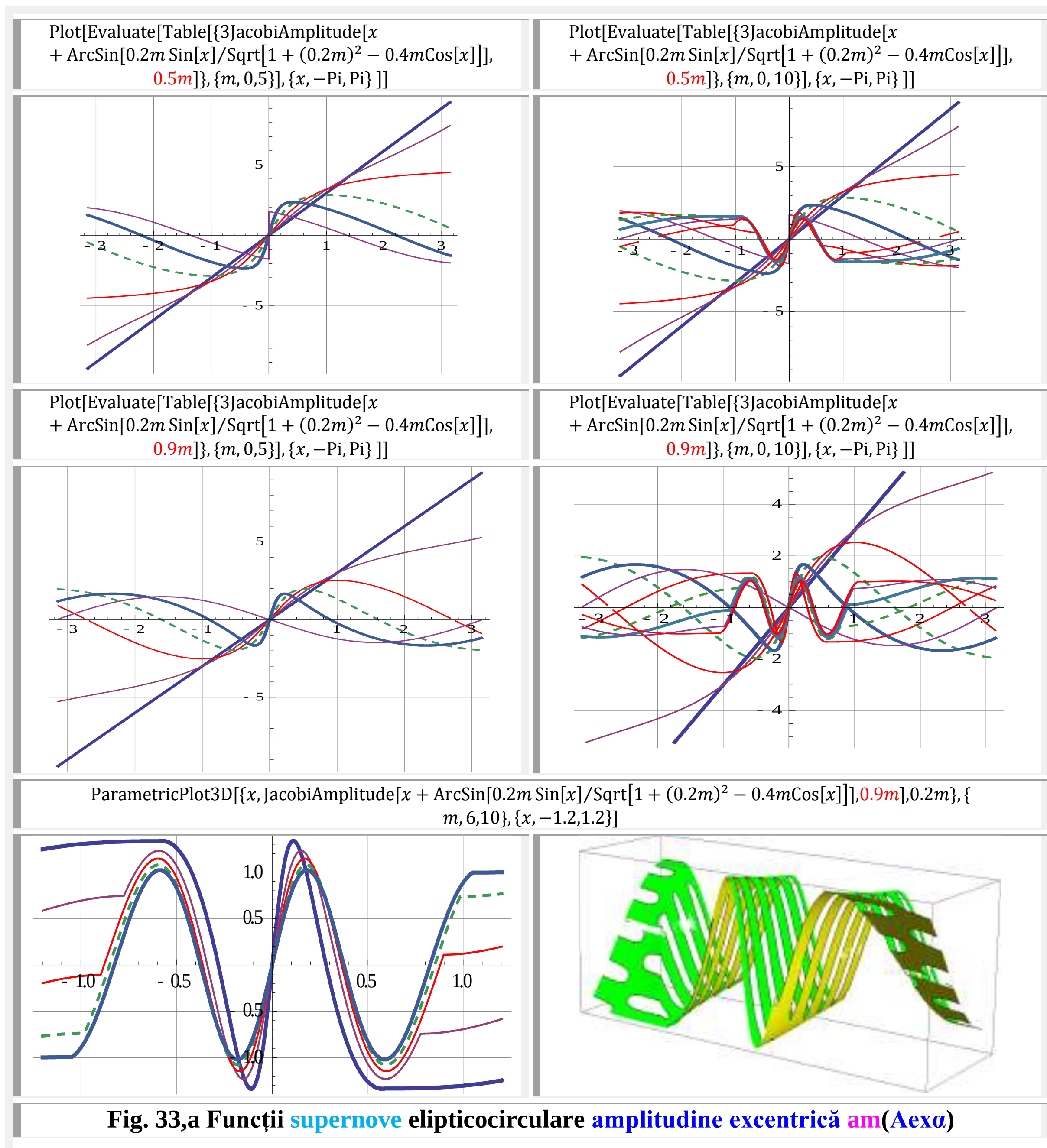


Fig. 33,a Funcţii supernove elipticocirculare amplitudine excentrică am(Aexα)

7. BIBLIOGRAFIE

1	Şelariu, M.,	SUPERMATEMATICA. Fundamente	Ed. POLITEHNICA, Timişoara, 2007
2	Şelariu, M	TEHNO-ART OF ŞELARIU SUPER-MATHEMATIC FUNCTIONS	Ed. American Research Press (ARP), 2007
3	Şelariu, M	**SUPERMATEMATICA**	Com IV Conf. Internaţ. Ing. Man. &Tehnologică TEHNO'95, Vol.9 Mat. Apl.. p. 41…64
4	Şelariu, M	SMARANDACHE STEPPED FUNCTIONS	SCIENTIA MAGNA, An international Journal, Vol.3, No 1, 2007, p. 81..92
5	Şelariu, M	FUNCŢII CIRCULARE EXCENTRICE	Com.I Conf. Naţ. Vibr. Constr. Maş., p. 101…108

6	Şelariu M	FUNCŢII CIRCULARE EXCENTRICE ŞI EXTENSIA LOR	Bul. Şt.&Teh. IPTVTimişoara, Seria Mecanică, Tom 25 (39), Fasc. 1- 1980, p. 189…196
7	Şelariu, M	FORMA TRIGONOMETRICĂ Ă SUMEI ŞI A DIFERENŢEI **NUMERELOR COMPLEXE**	TEHNO'95, p.65…72.
8	Şelariu, M	ANALIZA CALITĂŢII MIŞCĂRILOR PROGRAMATE CU **FUNCŢII SUPERMATEMATICE**	TEHNO'95, Vol.VII, p. 163…184
9	Şelariu, M	FUNCŢIILE SUPERMATEMATICE cex ŞI sex–SOLUŢIILE UNOR SISTEME MECANICE NELINIARE	Com. VII Conf. VCM, Timişoara, 1993, p. 275…284
10	Şelariu, M	THE DEFINITION OF THE ELLIPTIC ECCENTRICES WITH FIXED ECCENTRE	V-a Conf. Naţ. VCM, Timişoara, 1985,p. 175..182.
11	Şelariu, M	ELLIPTIC ECCENTRICES WITH MOBILE ECCENTRE	ibidem, p. 183…188
12	Şelariu, M	CIRCULAR ECCENTRICES AND HYPERBOLICS ECCENTRES	ibidem, p. 189…194
13	Şelariu, M	ECCENTRICES LISSAJOUS FIGURES	ibidem, p. 195 … 202
14	Şelariu, M	RIGIDITATEA DINAMICĂ EXPRIMATĂ CU FUNCŢII SUPERMATEMATICE	VII Conf. Internaţ. TEHNO'95, Timişoara, 1955, Vol.7, p. 185 … 194
15	Şelariu, M	FUNCŢII SUPERMATEMATICE EXCENTRICE DE VARIABILĂ CENTRICĂ	VII-a Conf. Internat. Ing. Man. & Tehn. TEHNO'98, Timişoara, 1998, p. 531 … 548
16	Şelariu,M,	FUNCŢII SUPERMATEMATICE EXCENTRICE DE VARIABILĂ CENTRICĂ CA SOLUŢII ALE UNOR SISTEME OSCILANTE NELINIARE	VII-a Conf. Internaţ. Ing. Man.& Tehn. TEHNO'98, Timişoara, 1998, p. 557 … 572
17	Şelariu, M	TRANSFORMAREA RIGUROASA IN CERC A DIAGRAMEI POLARE A COMPLIANŢEI	Bul. X Conf. VCM, Bul Şt. Tehn. al Univ. POLITEHNICA, Timişoara, Seria Mec.., Tom 47(61), 2002, Vol II p. 247 … 260.
18	Şelariu, M	DETERMINAREA ORICÂT DE EXACTĂ A RELAŢIEI DE CALCUL A INTEGRALEI ELIPTICE COMPLETE DE SPEŢA ÎNTÂIA K(K)	Bul. VII Conf. VCM, Timişoara, 1996, Vol. III , p. 15 … 24
19	Şelariu, M	QUADRILOBIC VIBRATION SYSTEMS	Sc. Bull. of the « Politehnica » University of Timişoara, Transactions on Macanics Special Issue, 2005 (A 11-a Conf. VCM)
20	Kecs,.W., Teodorescu P.P.,	APLICAŢII ALE TEORIEI DISTRIBUŢIILOR ÎN MECANICĂ	Ed. Academiei, Buc., 1970
21	Smarandache, Fl., Şelariu, M	IMMEDIATE CALCULATION of SOME POISSON TYPE INTEGRALS USING SUPERMATHEMATICS CIRCULAR EX-CENTRIC FUNCTIONS	The ArxIV AN JOURNALS 0705. 4238

Motto: „Oamenii **se tem** de ***gândurile originale*** mai mult decît de orice altceva, mai mult decât ***de ruină***, mai mult decât ***de moarte***."

Bertrand Russel

CAPITOLUL XIII

FUNCŢII SUPERMATEMATICE CIRCULARE EXCENTRICE INVERSE SUPERNOVE

1 INTRODUCERE

Denumirea de ***arcfuncţie*** (arccosx, **arc**sinx, **Arc**tanx, **Arc**cotx etc.) provine din limba latină. *Arcus cuius sinus x est* înseamnă ***arcul al cărui sinus este egal cu x***.

Deoarece funcţiile trigonometrice / circulare directe sunt funcţii de arc, din însăşi denumirea funcţiei **Arc** / **arc** rezultă că ea este inversa funcţiei directe.

Ca urmare, ecuaţiile parametrice ale funcţiei directe **sinx** sunt

(1) $\begin{cases} x = x \\ y = \sin x \end{cases}$, → **sinx**

iar a inversei ei, **arcsinx**, sunt

(2) $\begin{cases} x = sinx \\ y = x \end{cases}$ → **arcsinx**.

Din relaţia (2) rezultă că aceste funcţii circulare, foste trigonometrice, centrice şi / sau excentrice ca şi cele elevate şi exotice pot fi considerate ca aparţinând totodată şi ***funcţiilor supernove circulare centrice*** şi, respectiv, excentrice, elevate si exotice.

Pe cât de simplu se pot obţine graficele funcţiilor inverse, în coordonate parametrice, pe atât de complicat se pot obţine expresiile lor analitice, deoarece este necasar să se rezolve unele ecuaţii algebrice neliniare de grad infinit.

Astfel, dacă expresia funcţiei **directe sin x** este

(3) $y(x) = sinx = 1 - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} - \frac{x^7}{7!} + \frac{x^9}{9!} - \cdots + \cdots$ şi nu este chiar simplă !

Pentru determinarea expresiei funcţiei inverse, este necesar să se rezolve ecuaţia neliniară de grad infinit:

(4) $1 - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} - \frac{x^7}{7!} + \frac{x^9}{9!} - \cdots + \cdots - y = 0$ → x(y) = ?

Soluţia ei este, după cum se ştie seria infinită:

(5) $x(y) = \arcsin y = y + \frac{1}{2.3}y^3 + \frac{1.3}{2.4.5}y^5 + \frac{1.3.5}{2.4.6.7}y^7 + \ldots \quad |y| < \frac{\pi}{2}$

Dar soluţia poate fi dată şi în serii hipergeometrice astfel

(6) $arcsinz = \int_0^1 \frac{1}{\sqrt{1-z^2}} dz = \int_0^x {}_1F_0\left(\frac{1}{2};;\ z^2\right) dz = z_2F_1\left(\frac{1}{2},\frac{1}{2};\frac{3}{2};z^2\right)\Big|_0^x = x_2F_1(\frac{1}{2},\frac{1}{2};\frac{3}{2};x^2)$

În privinţa determinării analitice a inversei unei funcţii există şi excepţii, adică funcţii a căror inverse se determină imediat. O astfel de funcţie este ***funcţia supermatematică circulară excentrică*** (**FSM**-**CE**) ***beta excentrică*** de variabilă excentrică (**bexθ**), a cărei expresie este

(7) y (θ) = bexθ = arcsin[s.sin(θ−ε)]

astfel că rezolvarea excuaţiei

(8) y (θ) − arcsin[s.sin(θ−ε)] = 0 , sau y (θ) = arcsin[s.sin(θ−ε)]

este simplă.

Scriind

(9) siny(θ) = sin{arcsin[s.sin(θ−ε)]} → siny(θ) = s.sin(θ−ε) →

(10) $\sin(\theta-\varepsilon) = \frac{\sin y(\theta)}{s}$ → $\theta(y) = \arcsin\frac{\sin y(\theta)}{s} + \varepsilon$ care este inversa lui ***bexθ***, adică

(11) $\text{bex}\theta^{(-1)} = \text{invbex}\theta = \arcsin\frac{\sin y}{s} + \varepsilon$ cu graficele din **figura 1,a**.

Cu notaţiile clasice $\beta(\theta) = \text{bex}\theta = \arcsin[s \sin(\theta - \varepsilon)]$, iar $\theta(\beta) = \text{bex}\theta^{(-1)} = \arcsin\frac{\sin\beta}{s} + \varepsilon$.

De ce trebuie notată inversa lui bexθ cu **inv** sau **Inv** şi nu cu **arc** sau **Arc ?**

Pentru că **arc**bexθ ≠ **inv**bexθ ca şi **Arc**bexθ ≠ **Inv**bexθ aşa cum se poate observa din graficele din **figurile 1,a**.

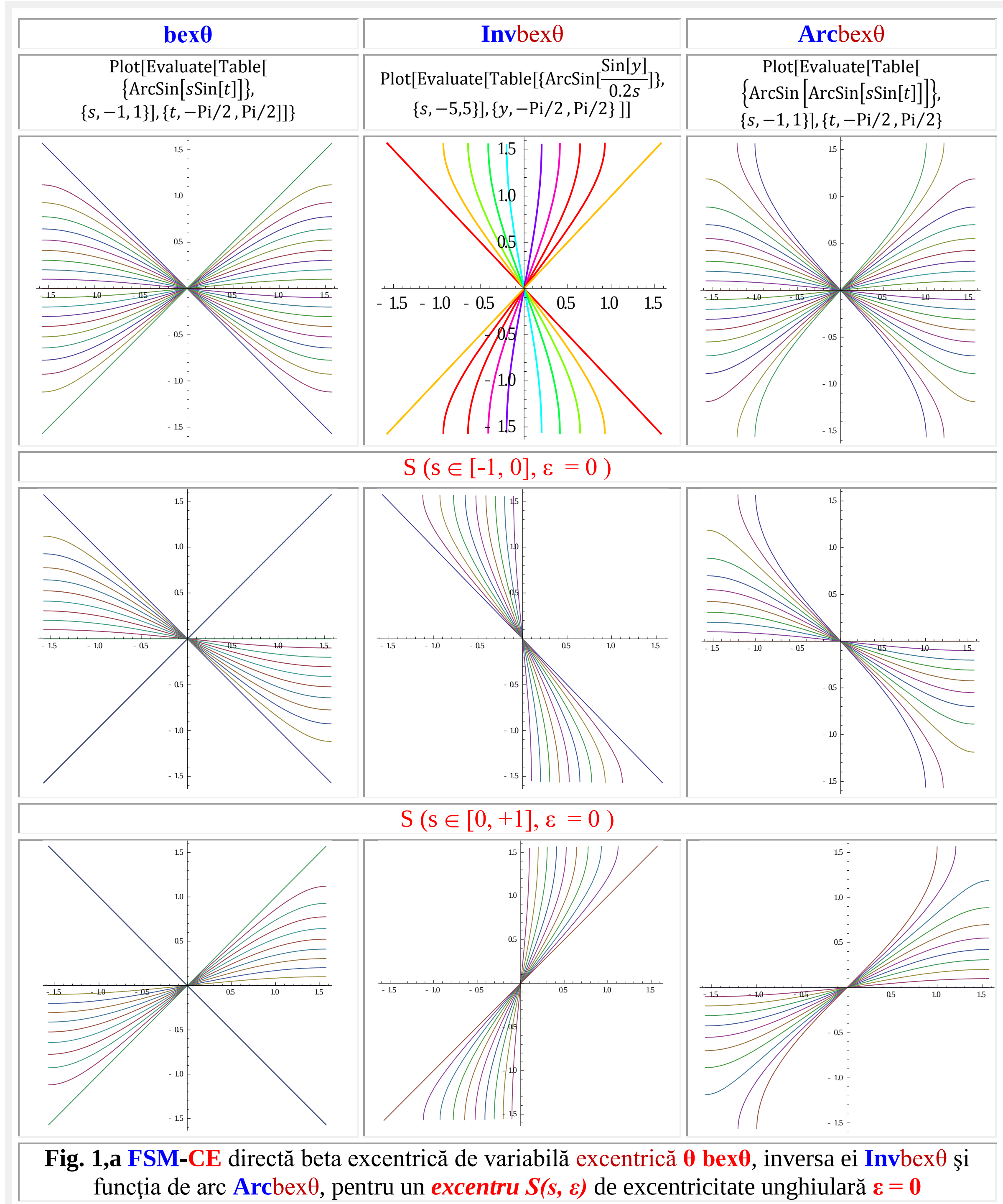


Fig. 1,a FSM-CE directă beta excentrică de variabilă excentrică **θ bexθ**, inversa ei **Inv**bexθ şi funcţia de arc **Arc**bexθ, pentru un ***excentru S(s, ε)*** de excentricitate unghiulară **ε = 0**

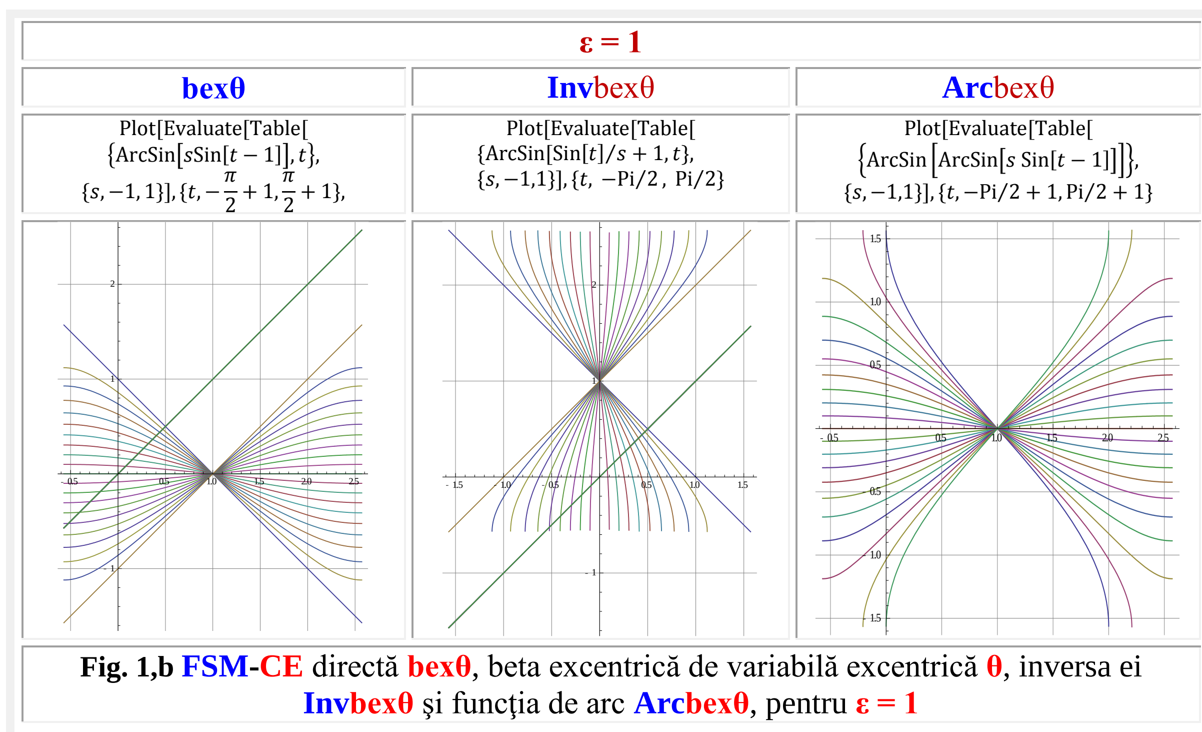


Fig. 1,b FSM-CE directă **bexθ**, beta excentrică de variabilă excentrică **θ**, inversa ei **Invbexθ** şi funcţia de arc **Arcbexθ**, pentru **ε = 1**

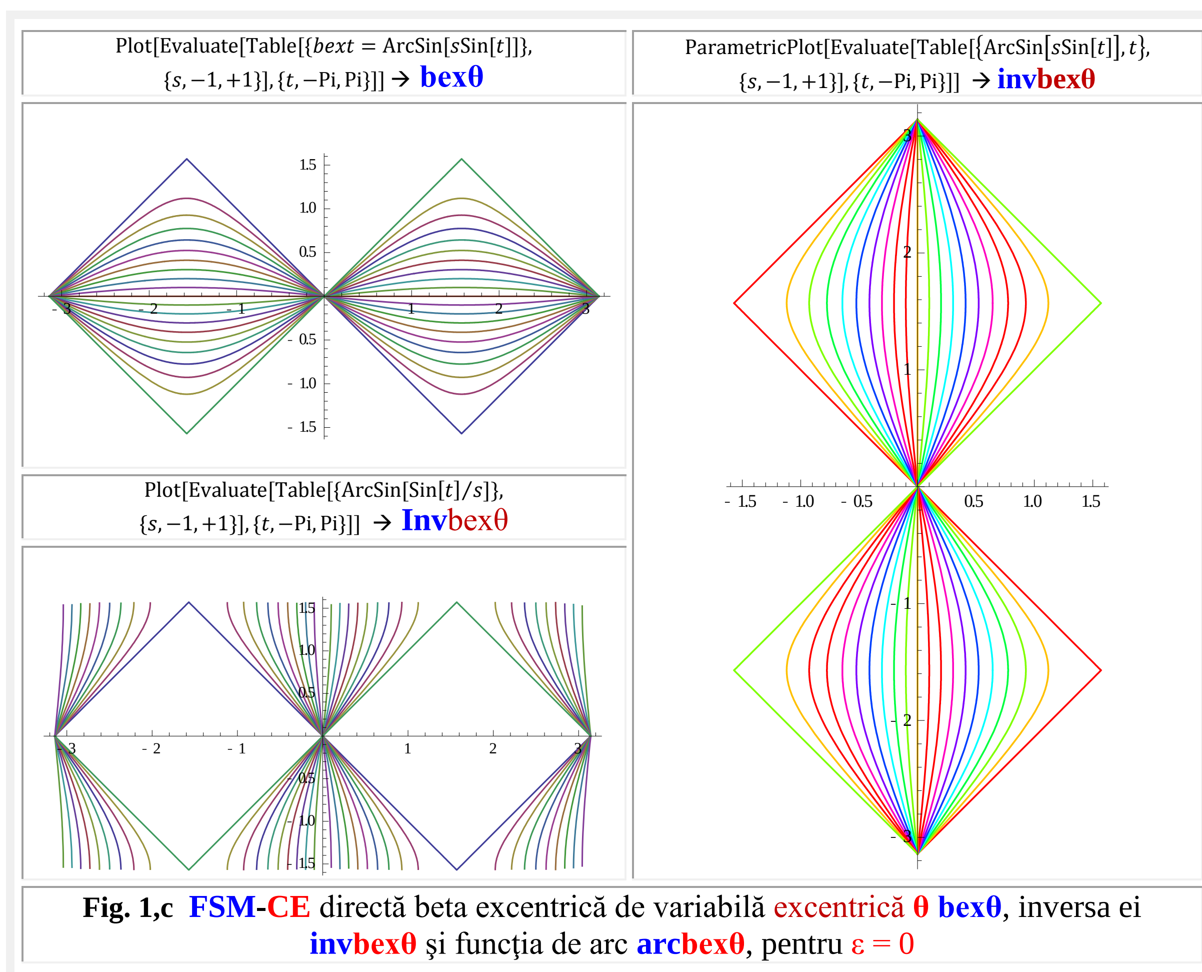


Fig. 1,c FSM-CE directă beta excentrică de variabilă excentrică **θ bexθ**, inversa ei **invbexθ** şi funcţia de arc **arcbexθ**, pentru ε = 0

Pentru **sinx**, de exemplu, din domeniul / intervalul x∈ $[-\frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{2}]$, rezultă codomeniul lui y = sinx ∈ [− 1 + 1], iar pentru y = Arcsinx, inversa lui sinx, rezultă domeniul de definiţie x ∈ [− 1, + 1] şi codomeniul funcţiei inverse y = Arcsinx ∈ $[-\frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{2}]$. Rezultă acelaşi codomeniul pentru y = arcsinx ∈ [-1, +1]. Mai rezultă, totodată, că funcţiile directă şi inversă sunt simetrice faţă de prima bisectoare şi, în consecinţă, sunt inverse una alteia.

2 REMEMBAR: FUNCŢII CIRCULARE CENTRICE INVERSE

O funcţie f : X →Y este ***inversabilă*** sau ***biunivocă*** dacă există o funcţie g : Y → X, astfel încât f ° g = 1Y şi g ° f = 1X, în care 1M : M → M, 1M(x) = x, oricare ar fi x din M, se numeşte aplicaţia identică a mulţimii M. În cazul în care X = Y, are loc egalitatea f ° g = g° f = 1X.

Mulţimea funcţiilor monotone, crescătoare şi descrescătoare, este conţinută în mulţimea funcţiilor inversabile. O funcţie monotonă este inversabilă, pe când o funcţie inversabilă nu este neapărat monotonă.

Dacă există g, ca inversă a funcţiei directe f, atunci are loc echivalenţa

y = f(x) ⇔ x = g(y),

în care x parcurge domeniul de definiţie X al funcţiei f, iar y, imaginea lui x prin funcţia f, parcurge domeniul de definitie Y al funcţiei g sau codomeniul funcţiei f.

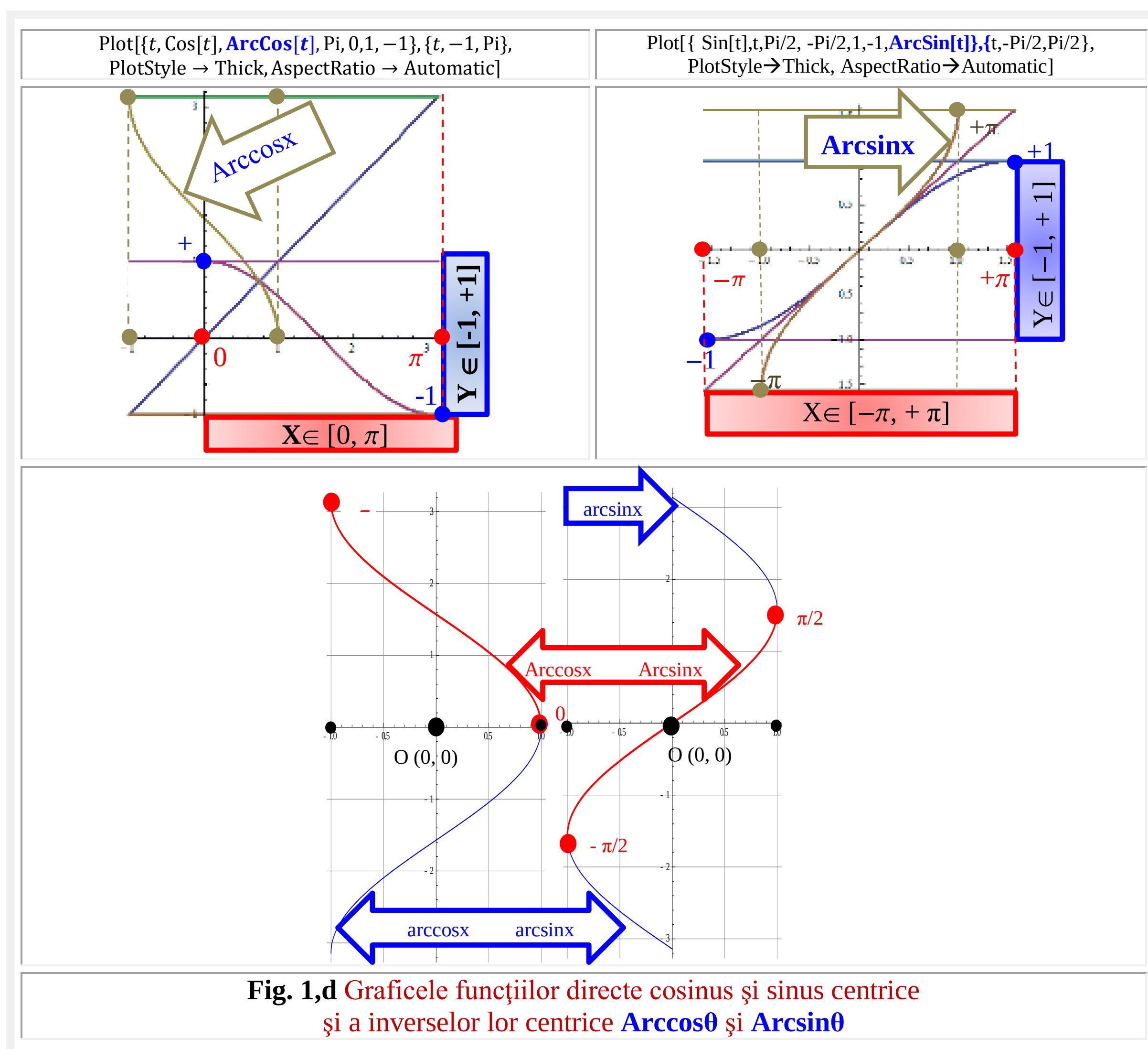


Fig. 1,d Graficele funcţiilor directe cosinus şi sinus centrice şi a inverselor lor centrice **Arccosθ** şi **Arcsinθ**

Fie funcţia f : X → Y, bijectivă. Inversa unei aplicaţii bijective este din nou bijectivă.

Funcţia g : Y → X, care asociază fiecărui element din y din Y elementul unic x din X, astfel încât f(y) = x, se numeşte funcţie inversă a funcţiei f şi se poate nota cu $g = f^{-1}$.

Funcţia **directă** f care are ca inversă funcţia $f^{-1} = g$, (funcţia **inversă** a lui f) se zice că este inversabilă.

Funcţia directă y = x, care reprezintă ecuaţia primei bisectoare, are drept funcţie inversă funcţia x = y. Ca urmare, prima bisectoare este, în acelaşi timp, şi funcţie directă şi funcţie inversă. Toate funcţiile inverse au graficele ca simetrice ale funcţiilor directe faţă de prima bisectoare.

Se notează cu **arcsinx** mulţimea tuturor arcelor a căror sinus este egal cu x şi cu **Arcsinx**, **Arccosx**, **Arctanx** etc. ***inversele*** funcţiilor **sinx**, **cosx**, **tanx**, etc.

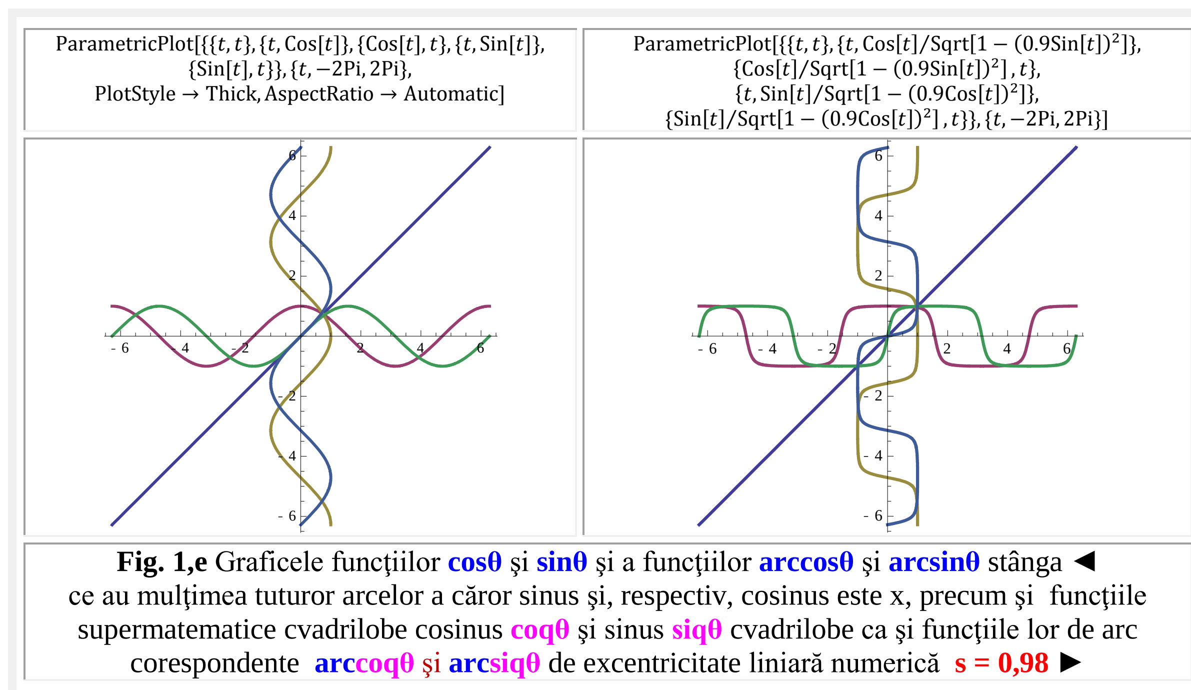
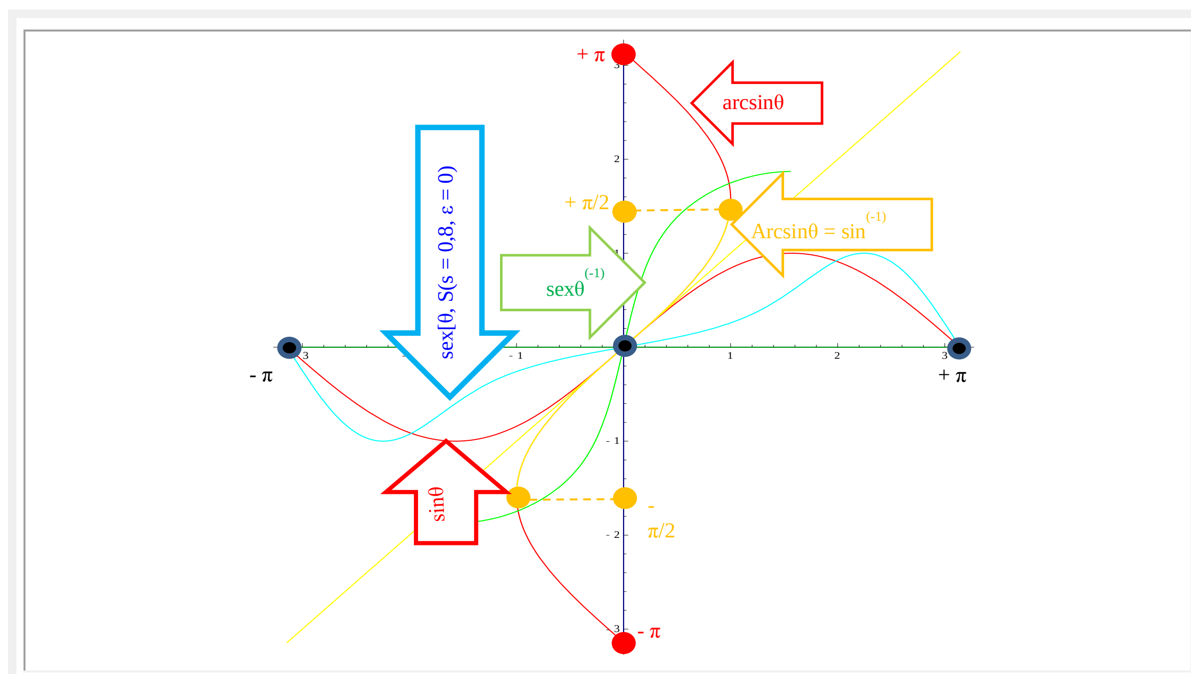


Fig. 1,e Graficele funcţiilor **cosθ** şi **sinθ** şi a funcţiilor **arccosθ** şi **arcsinθ** stânga ◄ ce au mulţimea tuturor arcelor a căror sinus şi, respectiv, cosinus este x, precum şi funcţiile supermatematice cvadrilobe cosinus **coqθ** şi sinus **siqθ** cvadrilobe ca şi funcţiile lor de arc corespondente **arccoqθ** şi **arcsiqθ** de excentricitate liniară numerică **s = 0,98** ►



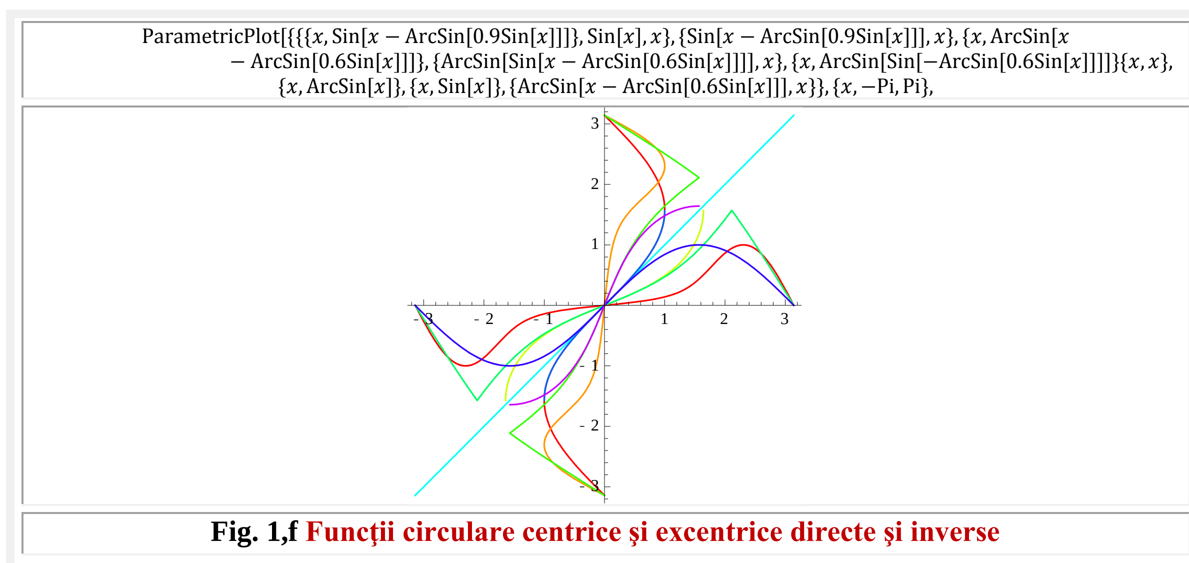


Fig. 1,f Funcţii circulare centrice şi excentrice directe şi inverse

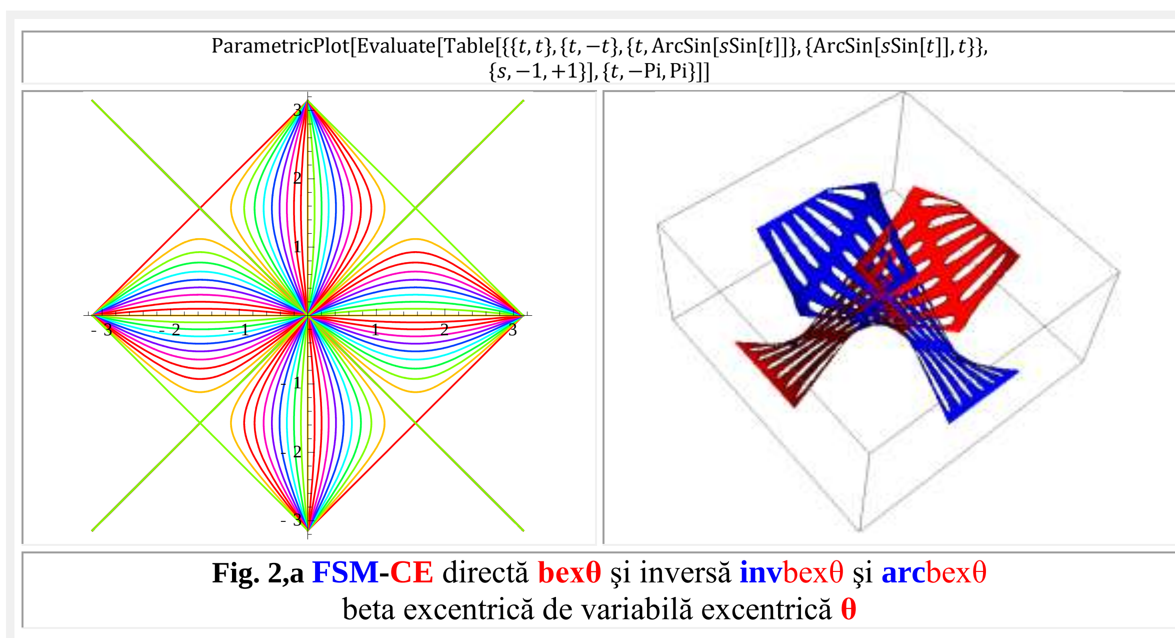


Fig. 2,a FSM-CE directă **bexθ** şi inversă **inv**bexθ şi **arc**bexθ
beta excentrică de variabilă excentrică **θ**

Funcţia circulară / trigonometrica directă **centrică cosinus**, restricţionată la intervalul X ∈ [0, π], adică f : [0, π] → [-1, +1], f(x) = y = cosx este inversabilă şi admite ca **inversă**, notată Arccosinus, pe g = f^{-1} :[−1, + 1] → [0, π]], g = f^{-1} (y) = **x = Arccosy**, cu graficul din **figura 1,d** ◄şi inversele **arccosx** şi arcsinx în **figura1,e** ◄, iar in dreapta ►**coqθ** şi **arccoqθ**, precum şi funcţiile cvadrilobe **siqθ** şi **arcsiqθ** inversabilă şi admite ca **inversă**, notată Arcsinus, pe g = f^{-1} :[−1, + 1] → [$-\frac{\pi}{2}, +\frac{\pi}{2}$], g = f^{-1} (y) = **x = Arcsiny**, cu graficul din **figura 1,d** dreapta ►.

În **figura 1,d** sunt prezentate în stânga ◄ funcţiile inverse **arccosx** şi **arcsinx** şi în partea dreaptă ►, pentru comparaţie, inversele **FSM** cvadrilobe cosinus **coqx** şi sinus **siqx** de excentru S(0,98; 0), în care excentricitatea liniară numerică este **s = 0,98**, iar cea unghiulară **ε = 0**.

În continuare se vor nota numai cu **arc** şi nu cu **Arc** ambele tipuri de funcţii inverse din domeniul matematicii centrice (**MC**), atât cele de arc simplu cât şi cele de arc multiplu, păstrând scrierea cu majusculă pentru **FSM-CE** şi **FSM-CEI** de variabilă centrică **α**, conform convenţiei din domeniul matematicii excentrice **(ME)** pentru funcţiile directe şi inverse (**$cex_{1,2}θ$ → $Cexα_{1,2}$, $sex_{1,2}θ$ → $Sexα_{1,2}$** etc.; $arccex_{1,2}θ$ → $arcCexα_{1,2}$, $arcsex_{1,2}θ$ → $arcSexα_{1,2}$ etc.).

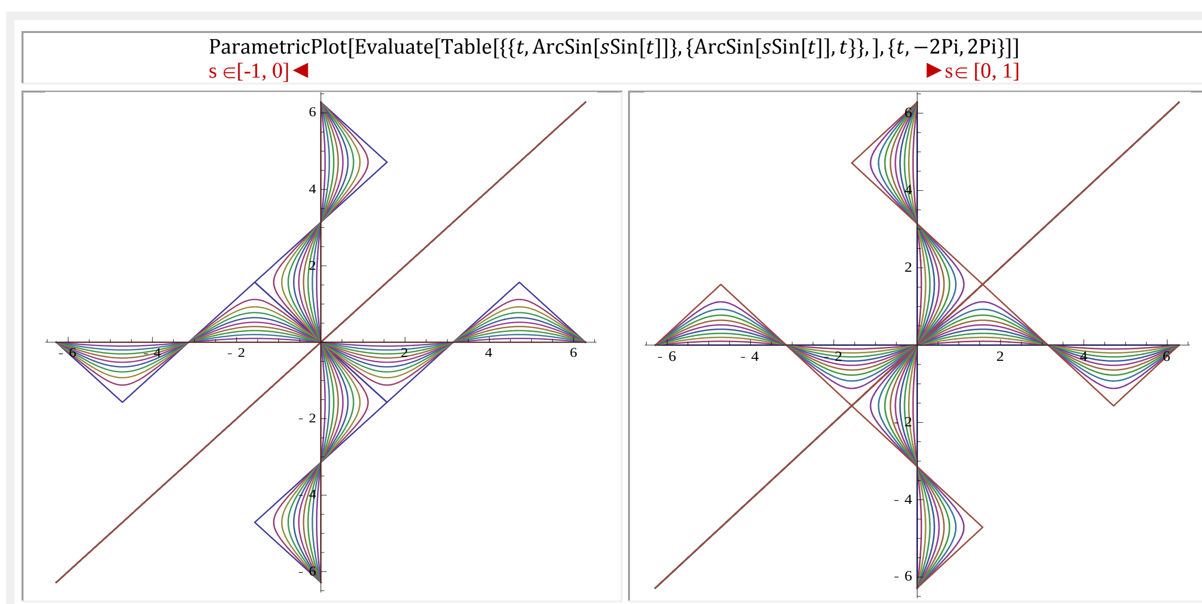
Plot[Evaluate[Table[{ArcSin[Sin[t]/s]}, {s, −1, +1}], {t, −Pi/2 , Pi/2}]]

ParametricPlot[Evaluate[Table[{ArcSin[sSin[t]], t} , {s, −1, +1}], {t, −Pi/2 , Pi/2}]]

ParametricPlot[Evaluate[Table[{{t, ArcSin[Sin[t]/s]}}, {s, −1, +1}], {t, −Pi/2 , Pi/2}]]

ParametricPlot[Evaluate[Table[{ ArcSin[Sin[t]/s], t}, {s, −1, +1}], {t, −Pi/2 , Pi/2}]]

Fig. 2,b Comparaţie între **FSM-CE** directă **bexθ** şi inversă **inv**bexθ şi **arc**bexθ beta excentrică de variabilă excentrică **θ** exprimate în moduri diferite



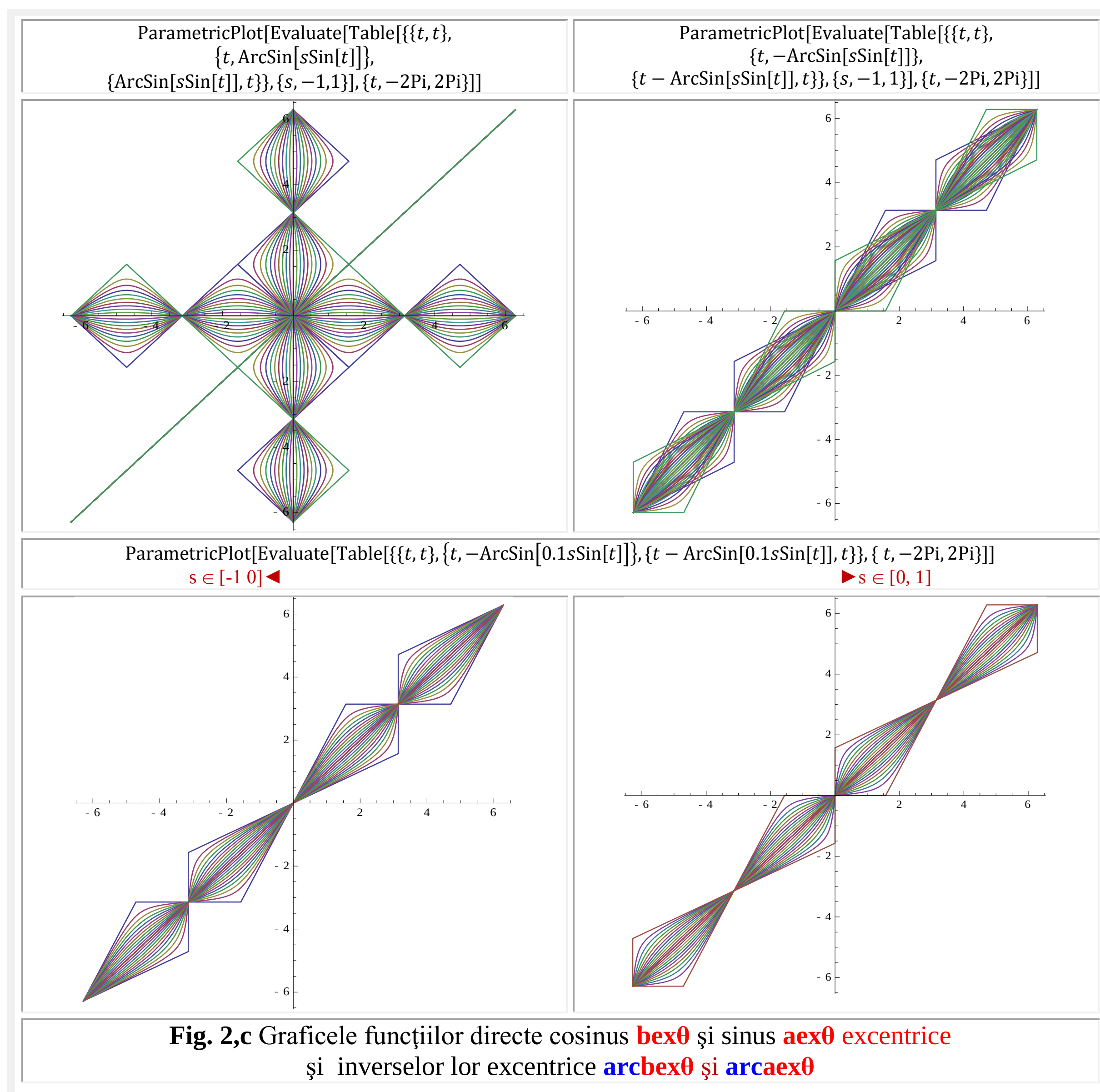


Fig. 2,c Graficele funcţiilor directe cosinus **bexθ** şi sinus **aexθ** excentrice
şi inverselor lor excentrice **arcbexθ** şi **arcaexθ**

3 FUNCŢII SUPERMATEMATICE CIRCULARE EXCENTRICE INVERSE (FSM-CEI) DE VARIABILĂ EXCENTRICĂ θ

Funcţiile circulare centrice directe (**FCC**) au fost introduse în matematică de elveţianul **Leonhard Euler** (1707-1783), care a constatat că funcţiile trigonometrice pot fi reprezentate ca intersecţie a unui cerc de rază R = 1 - trigonometric sau unitate **CU**(O,1) – cu o semidreaptă turnantă în jurul originii **O(0, 0)** a unui reper cartezian drept.

Tot **Euler** este acela care a definit funcţia exponenţială pentru numere complexe şi a făcut legătura dintre aceasta şi funcţiile trigonometrice prin celebra formulă

(12) $$e^{i\alpha} = cos\alpha + i.sin\alpha$$

funcţie exponenţială care, acum, este funcţia **radial centrică** $rad\alpha$, un fazor de la **O(0, 0)** la punctul curent **M**(x = cosα, y = sinα) de pe **CU**(O, 1) [23], fazor turnant în jurul centrului şi al originii **O(0,0)**

(13) $$\begin{cases} e^{i\alpha} = rad\alpha \\ \frac{d}{d\alpha}(rad\alpha) = i.e^{i\alpha} = der\alpha \end{cases}$$

şi a cărui derivată este fazorul **derivată centrică** $der\alpha$, fazor tangent în punctul curent **M** la **CU**.

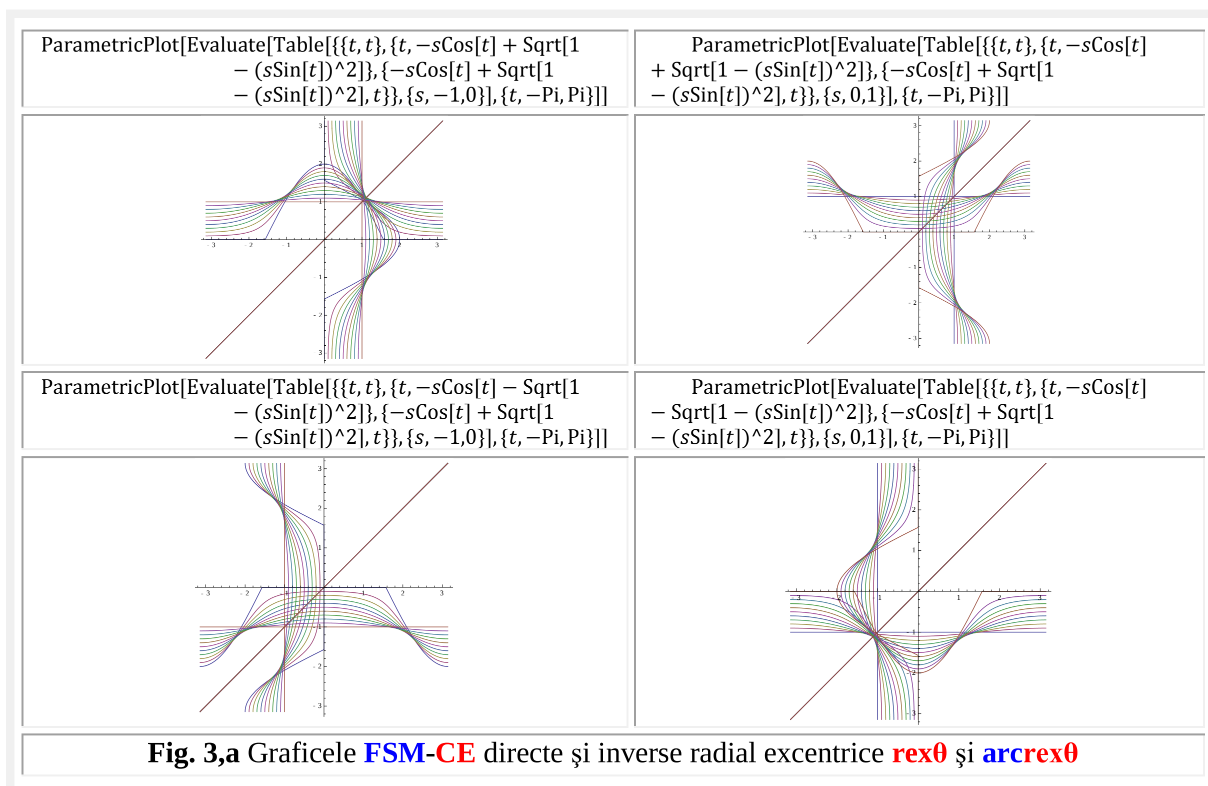


Fig. 3,a Graficele **FSM-CE** directe şi inverse radial excentrice **rexθ** şi **arcrexθ**

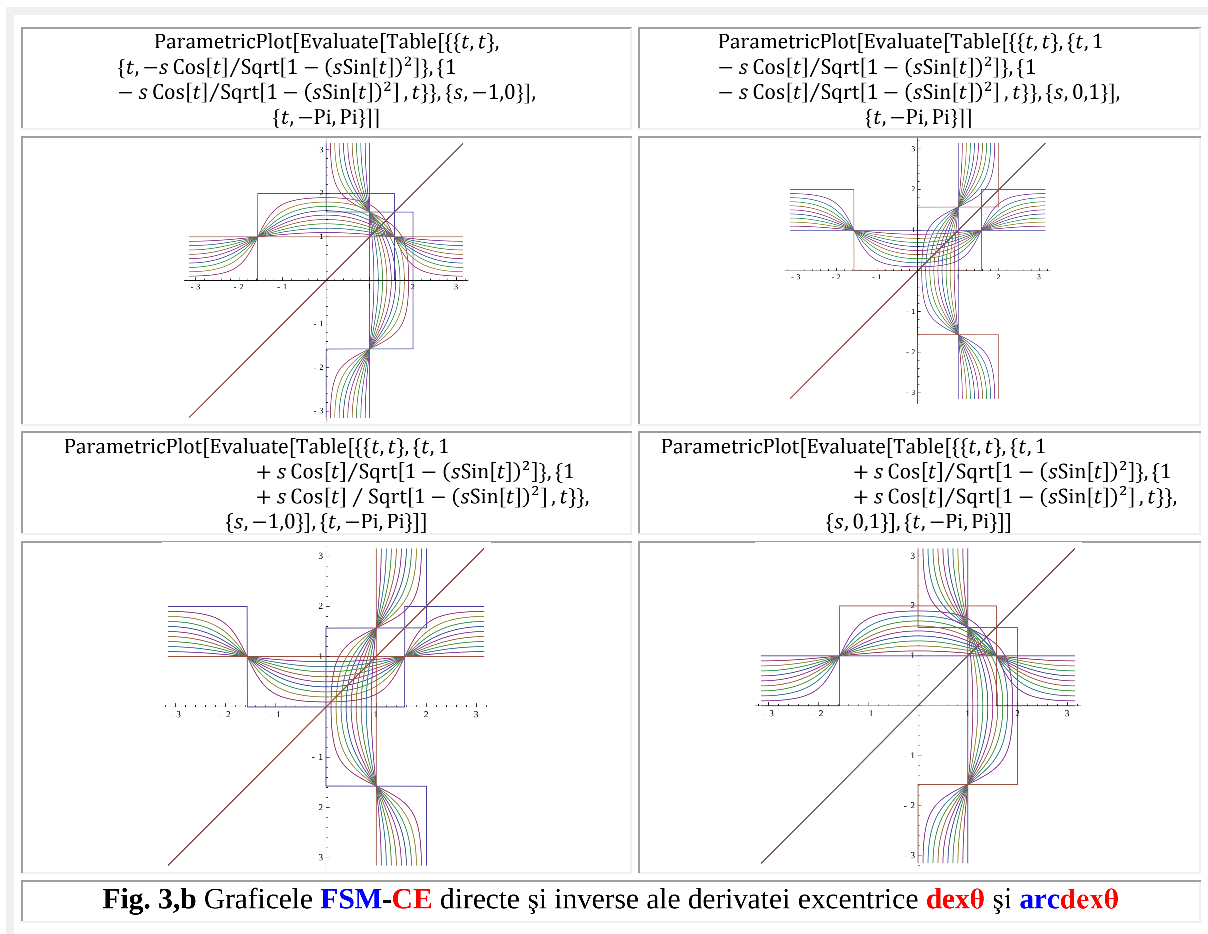


Fig. 3,b Graficele **FSM-CE** directe şi inverse ale derivatei excentrice **dexθ** şi **arcdexθ**

Funcţiile sau fazorii $\boldsymbol{rad\alpha}$ şi $\boldsymbol{der\alpha}$ sunt echivalenţii vectorilor **centrici** $\vec{R}(\boldsymbol{\alpha}) = \overrightarrow{OP}(\boldsymbol{\alpha})$ — $|\vec{R}(\boldsymbol{\alpha})| = |\boldsymbol{rad\alpha}| = 1$— şi a derivatei acestuia $\vec{V}(\boldsymbol{\alpha}) = \frac{d}{d\boldsymbol{\alpha}}\vec{R}(\boldsymbol{\alpha})$, tangent la CU în **M**, $|\vec{V}(\boldsymbol{\alpha})| = |\boldsymbol{der\alpha}| = 1$ şi au, evident, modulele lor egale cu unitatea.

Din cele expuse anterior, se poate deduce facil că, la definirea funcţiilor trigonometrice ca funcţii circulare, **Euler** a ales **trei puncte confundate**: centrul cercului **C**(0,0),originea reperului **O**(0,0) şi polul **P**(0,0) al semidreptei centrice **D⁺** ale cărei intersecţie cu **CU,** punctul M**(x, y),** dau funcţiile circulare considerate elementare dar şi **unice** **x = cosα** şi **y = sinα**.

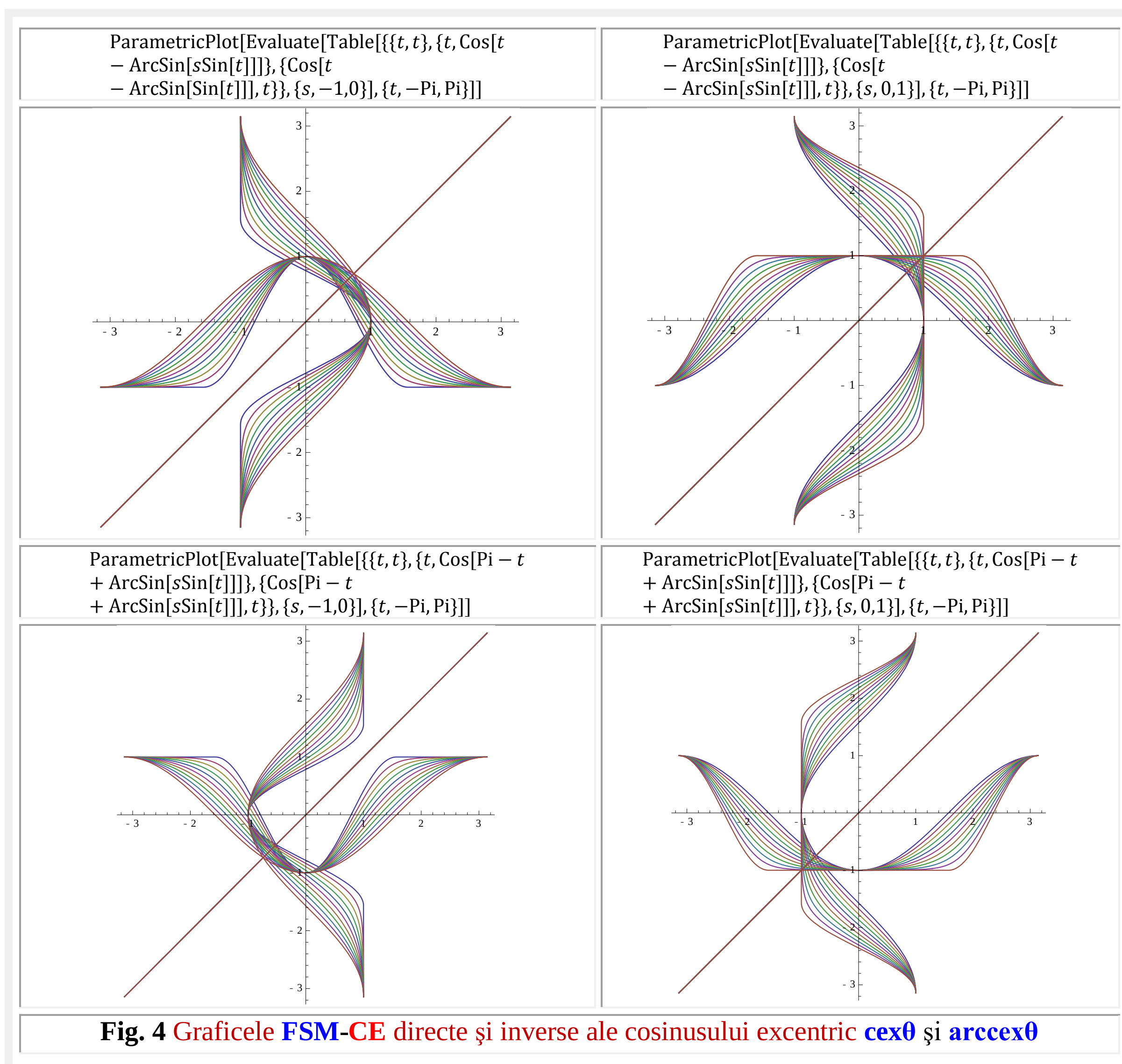


Fig. 4 Graficele **FSM-CE** directe şi inverse ale cosinusului excentric **cexθ** şi **arccexθ**

Din această cauză, apariţia unei infinităţi de funcţii circulare / trigonometrice cosinus şi sinus, precum şi a multor altora, a fost amânată din anul 1778 până în anul 1978 cu exact 200 de ani ! 200 de ani în care nimeni n-a observat că această suprapunere de puncte a sărăcit enorm matematica şi nimeni, dar nimeni, n-a mişcat din centru nici măcar un punct suprapus.

Matematica excentrică (**ME**) este cea care s-a născut prin expulzarea polul **P** din O(0, 0) şi la denumit excentru **E**(e, **ε**) pentru un cerc oarecare de rază R şi **S**(**s**, ε) pentru CU, denumind excentricitate liniară ***reală*** cu **e** şi excentricitate liniară ***numerică*** cu **s**, iar cu **ε** excentricitate *unghiulară*. Câte puncte există în planul cercului unitate, atâtea perechi de funcţii excentrice cosinus **cexθ** şi sinus **sexθ** au apărut şi există acum, adică o infinitate !

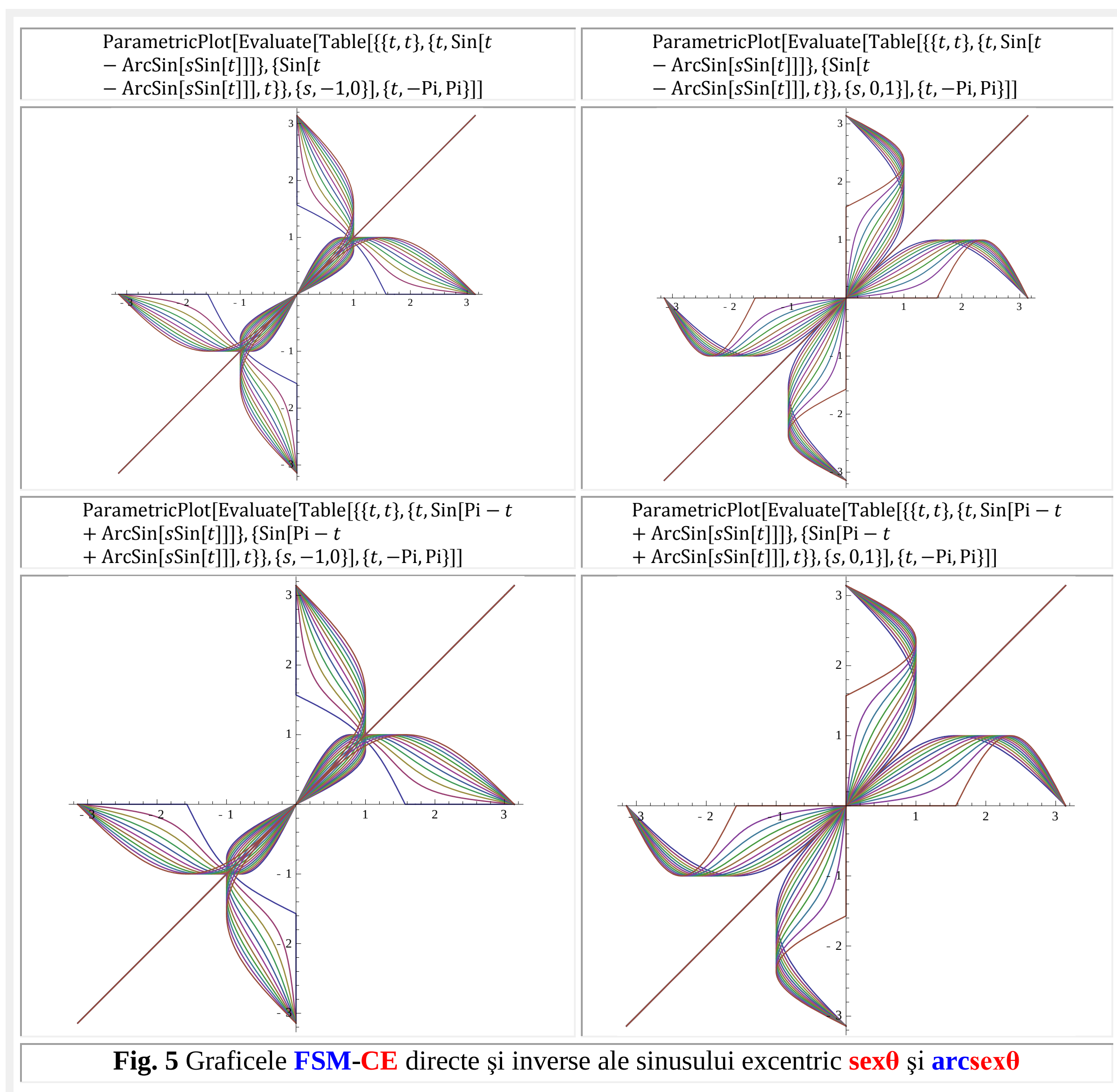


Fig. 5 Graficele **FSM-CE** directe şi inverse ale sinusului excentric **sexθ** şi **arcsexθ**

De-abia acum s-a putut observa că nu sinusul şi cosinusul sunt funcţiile elementare, ci unele noi apărute: funcţia radial excentrică **rexθ** şi derivată excentrică **dexθ**, care sunt modulele vectorilor de poziţie $\vec{r}_{1,2} = \overrightarrow{SW}_{1,2} = rex_{1,2}\theta.rad\theta$, faţa de S şi, respectiv derivata acestuia $\vec{v}_{1,2} = \vec{r}_{1,2}{}' = dex_{1,2}\theta * der\theta$ şi au echivalentele lor din domeniul centric fazorii **radα** şi **derα.**

Unghiul **α** la centrul **O(0,0)** a fost denumit **variabilă centrică**, iar unghiul **θ** la excentrul **S**(**s**, **ε**) a fost denumit **variabilă excentrică**.

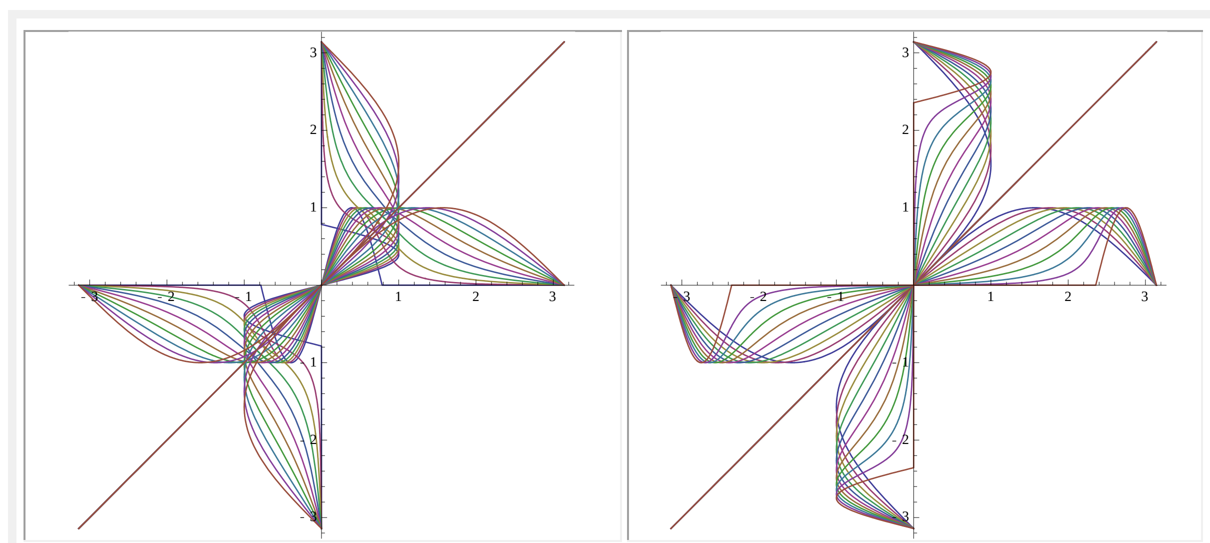
Deoarece, funcţiile excentrice de variabilă excentrică (**cexθ, sexθ, texθ** etc.) sunt continue numai pentru $s^2 < 1$, adică s ∈[-1, 1] ce corespunde unui excentru **S** plasat în interiorul discul cercului unitate, au fost introduse şi funcţiile excentrice de **variabilă centrică α,** care sunt continue pentru toate valorile lui **s**, adică pentru **s** ∈ [−∞, +∞] sau pentru un excentru **S** plasat în oricare punct din planului cercului unitate. Ele sunt notate, prin convenţie, cu majuscule (**Cexα, Sexα,Texα, Rexα, Dexα**, etc) pentru a se distinge de cele de ***variabilă excentrică* θ**.

La îndemnul şi sugestia unui mare matematician, l-am numit pe Prof.dr. math. **Horst Klepp,** de a pune de acord trigonometria, care opera cu **semidrepte**, cu geometria analitică care operază cu **drepte**, au fost redefinite funcţiile excentrice ca intersecţie a **dreptei excentrice**, pentru că este turnantă în jurul excentrului **S**, **d = d⁺ ∪ d⁻,** cu cercul unitate **CU(O, 1**), rezultând, astfel, două determinări: una principală,

de **indice 1**, sau fără indice când confuziile sunt excluse, din intersecţia cu semidreapta **d⁺** şi una secundară, de **indice 2**, ca intersecţie cu semidreapta **d⁻**.

```
ParametricPlot[Evaluate[Table[{{t, t}, {t, Cos[t − ArcSin[s Sin[t]] − ArcSin[s Sin[t − ArcSin[s Sin[t]]]]]}, {Cos[t
− ArcSin[s Sin[t]] − ArcSin[s Sin[t − ArcSin[s Sin[t]]]]], t}}, {s, −1, 1}], {t, −Pi, Pi}]]
```

Fig. 6 Graficele **FSM-CE** directe şi inverse ale cosinusului excentric
de dublă excentricitate **c2exθ** şi **arcc2exθ**



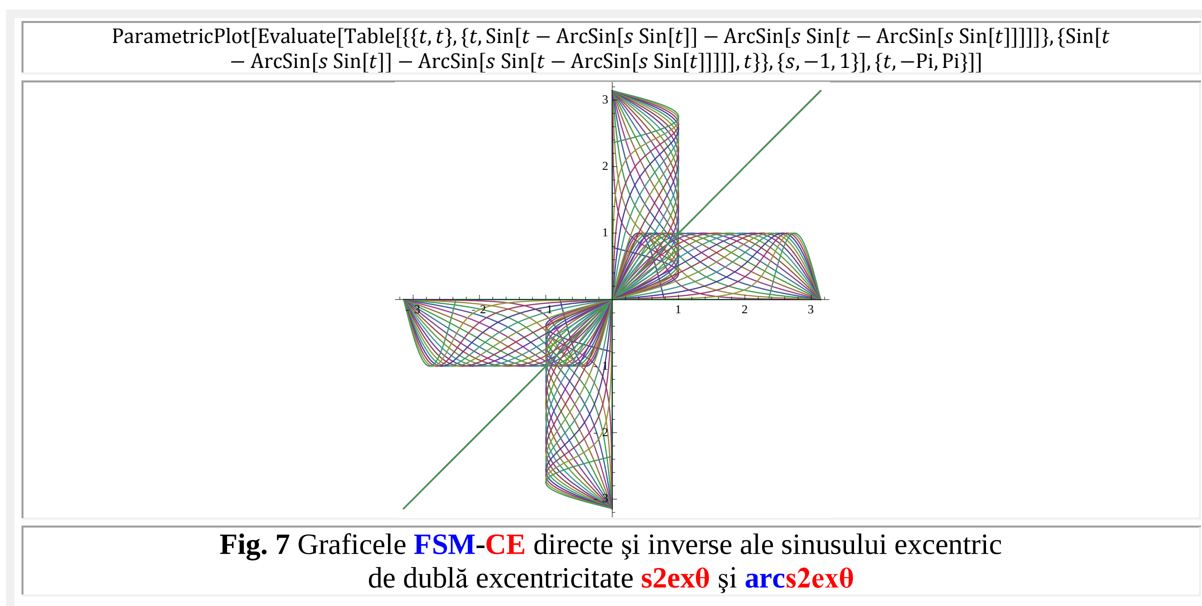


Fig. 7 Graficele **FSM-CE** directe şi inverse ale sinusului excentric de dublă excentricitate **s2exθ** şi **arcs2exθ**

Matematica elevată (**MEL**) este cea în care s-a mai considerat deplasat un punct, şi anume, **originea O** din **C(0, 0)** în excentrul **S**(**s**, **ε**) ≡ O(**s**, **ε**) şi astfel au apărut funcţiile supermatematice circulare **elevate** (**FSM-CEL**), precum cosinus elevat **celθ** şi **Celα**, sinus elevat **selθ** şi **Selα**, tangentă elevată **telθ** şi **Telα** etc. Au fost denumite **elevate**, pentru că **celθ** şi **selθ**, de exemplu, îşi elevează poziţia codomeniului în funcţie de poziţia excentrului S, în timp ce, codomeniul funcţiilor excentrice cexθ şi sexθ rămâne acelaşi **I** ∈ [-1, 1], indiferent de poziţia lui **S** în plan.

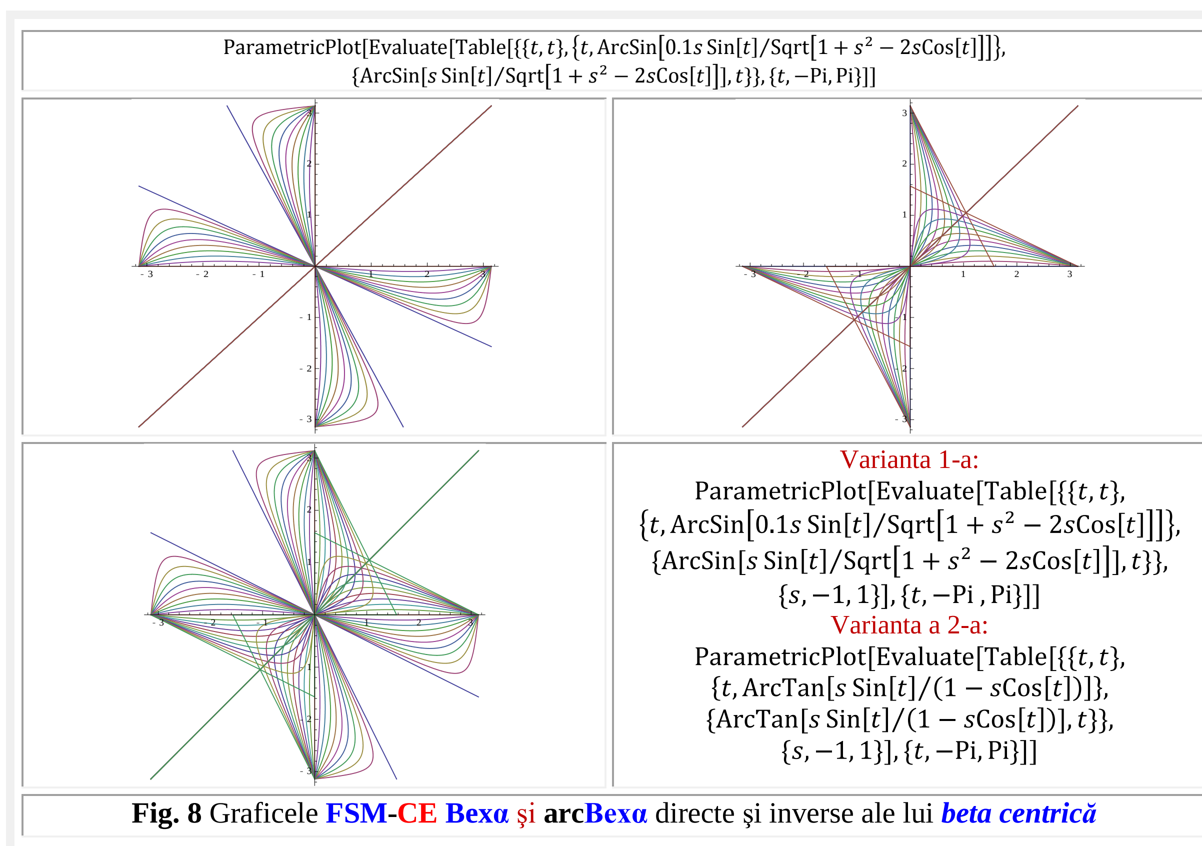


Fig. 8 Graficele **FSM-CE Bexα** şi **arcBexα** directe şi inverse ale lui ***beta centrică***

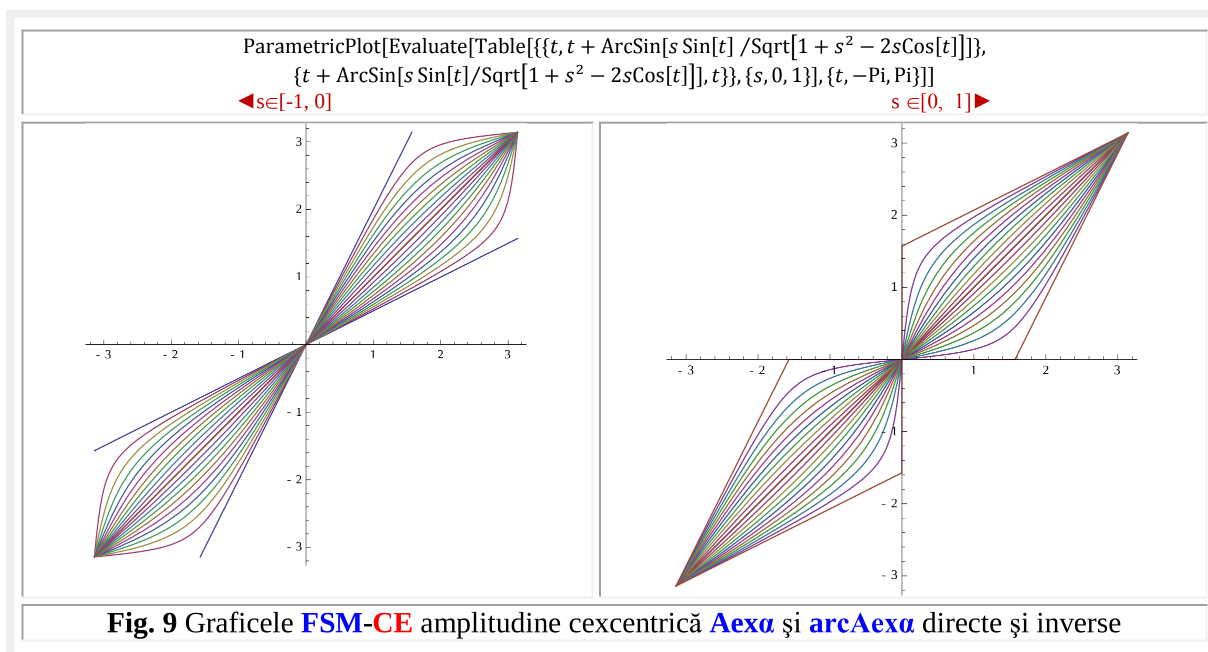
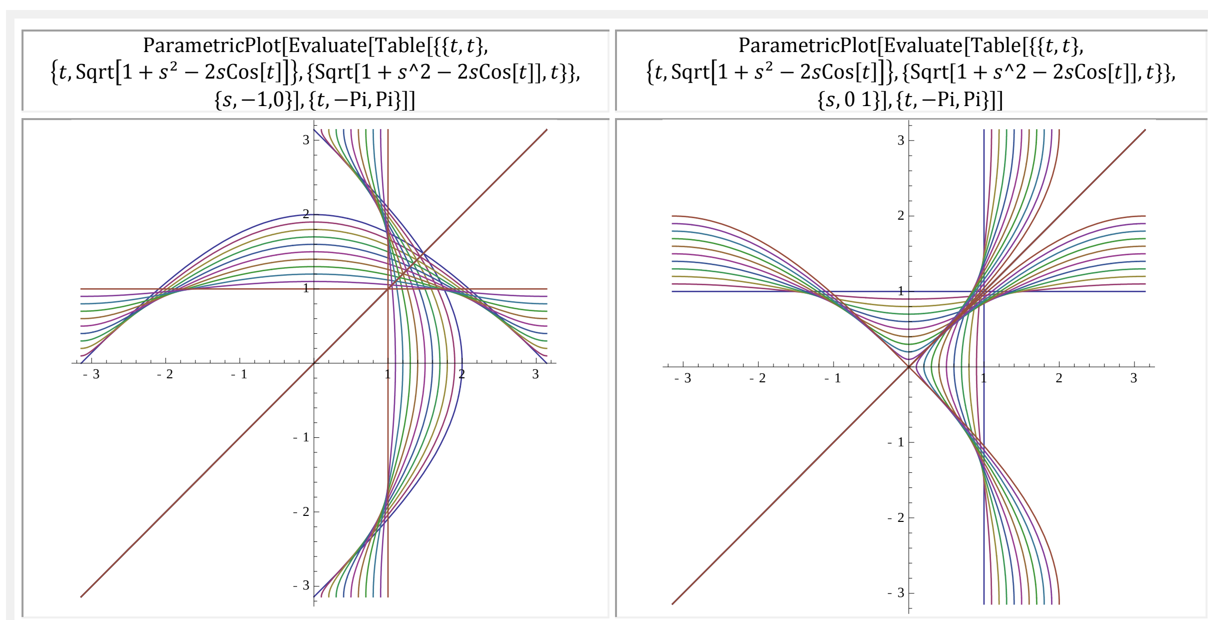


Fig. 9 Graficele **FSM-CE** amplitudine cexcentrică **Aexα** şi **arcAexα** directe şi inverse

După 240 de ani s-a renunţat la coinciderea vreunui punct, astfel că cele 3 puncte au devenit toate distincte în cadrul **matematicii exotice** (**MEX**), care a dat naştere funcţiilor supermatematice **circulare exotice** (**FSM-CEX**) cosinus exotic **cexoθ** şi **Cexoα**, sinus exotic **sexoθ** şi **Sexoα**, tangentă exotică **texoθ** şi **Texoα** etc.

Deoarece, în toate cele trei tipuri de matematici excentricitatea este prezentă şi diferită de zero, ele aparţin toate domeniului **matematicii excentrice** (**ME**). Pentru **s** = **e** = 0, **ME** → **MC.**

În toate aceste matematici, excentricităţile liniară **s** şi unghiulară **ε** sunt prezente ca a 3-a şi a 4-a dimensiune a spaţiul **2D** dacă **s** şi **ε** sunt **constante** şi diferite de zero, astfel că **S**(**s**, **ε**) este un punct fix în plan, a 5-a şi a 6-a dimensiune a spaţiului bi-dimensional, dacă **S** este un punct mobil în plan, care se deplasează după anumite legi, guvernate de o funcţie centrică sau tot excentrică de acelaşi excentru **S** (denumite funcţii de dublă excentricitate) sau o altă excentricitate $s_1 - s(\theta, s_1)$ – ş.a.m.d. până la a n-a dimensiune a spaţiului **2D**.



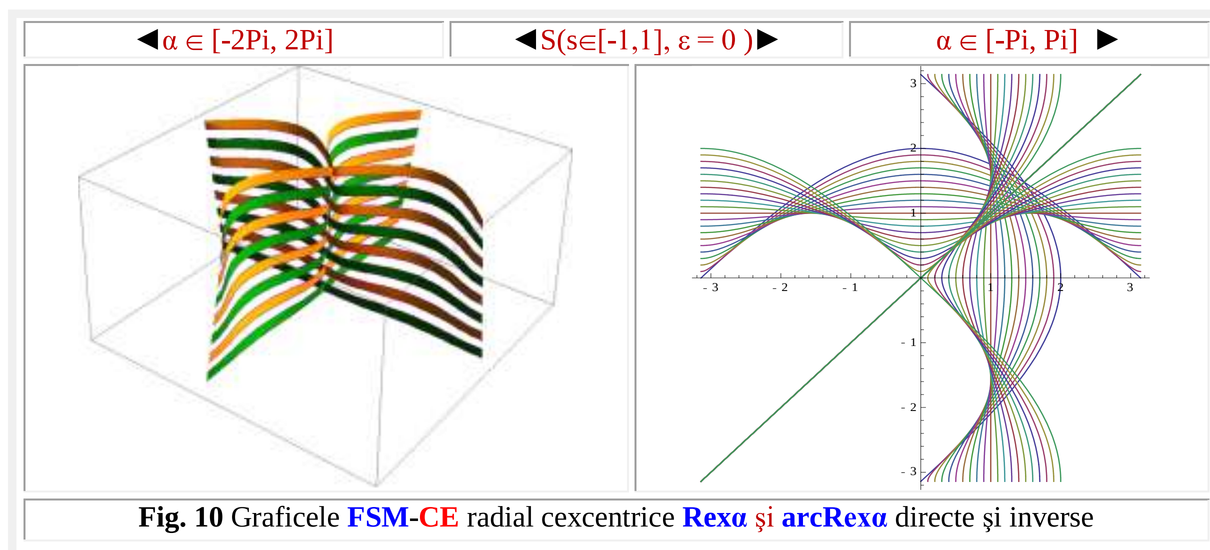
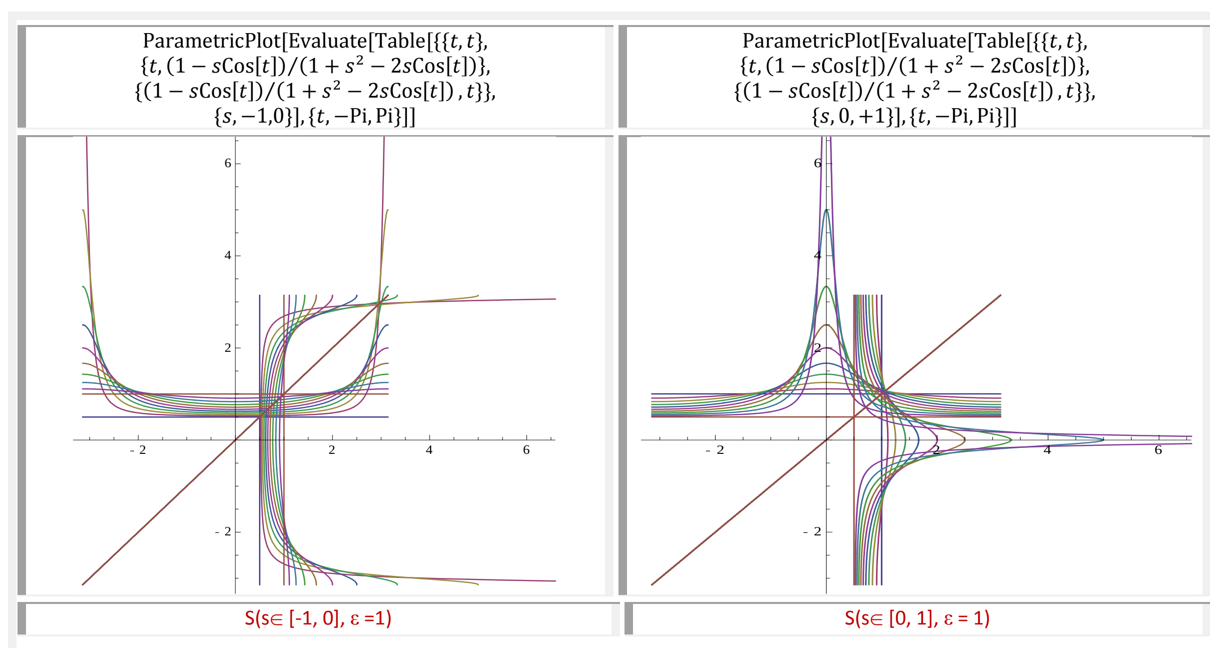


Fig. 10 Graficele **FSM**-**CE** radial cexcentrice **Rexα** şi **arcRexα** directe şi inverse

Totodată, excentricitatea poate fi a 4-a şi a 5-a dimensiune a spatiului 3D, dacă **s** şi **ε** sunt constante şi **S** un punct fix în spaţiul **3D**, a 6-a sau/şi a 7-a dimensiune dacă **s** sau/şi **ε** sunt variabile, a 8-a şi a 9-a dimensiune a spaţiului **3D** dacă **s** sau/şi **ε** sunt variabile ş.a.m.d., aidoma cazului **2D**, până la a n-a dimensiune a spaţiului **3D**.



Toate FSM-CE directe şi inverse se impart în două clase de funcţii:

1) Cele care depind de poziţia originii O(0, 0) – pentru funcţii excentrice sau O(s, ε) – pentru cele elevate – a reperului de la care se definesc / măsoară şi care au corespondente în matematica centrică (**MC**), cum sunt cex şi Cex → cos, sex şi Sex → sin, tex şi Tex → tan etc. şi
2) Cele care **nu** depind de poziţia originii **O**, ci de poziţia excentrului **S**(s, ε) de la care sunt definite şi se măsoară mărimea lor şi care nu aveau şi, unele, nu au nici acum funcţii corespondente în **MC,** deşi expresiile lor matematice sunt frecvent întâlnite în matematica şi în tehnică precum **rex** şi **Rex** → **rad**, **dex** şi **Dex** → **der**, **bex** şi **Bex** →, **aex** şi **Aex**→.

FSM-CE directe, care au corespondente în domeniul matematicii centrice (**MC**), se obţin din acestea, adică din funcţiile centrice **cos**, **sin**, **tan**, etc., ca funcţii induse o singură dată sau monoinduse sau compuse şi mai corect ca funcţii de funcţie, adică prin înlocuirea variabilelor excentrică **θ** şi centrică **α** cu funcţiile **α**(θ) şi **θ**(**α**) denumite **FSM-CE** amplitudine excentrică corespunzătoare, a căror expresii, a primei determinări principale, de indice 1 sau fără indice, sunt:

(15) $$\begin{cases} \alpha \Rightarrow \alpha(\theta) = aex_1\theta = \theta - \beta_1(\theta) = \theta - bex_1\theta = \theta - \arcsin[s.\sin(\theta-\varepsilon)] \\ \theta \Rightarrow \theta(\alpha) = Aex\alpha_1 = \alpha + \beta(\alpha) = \alpha + \arcsin\frac{s.\sin(\alpha-\varepsilon)}{\sqrt{1+s^2-2s\cos(\alpha-\varepsilon)}} = \alpha + \arcsin\frac{s\sin(\alpha-\varepsilon)}{Rex\alpha} \end{cases}$$

Cea de a doua determinare, secundară, de indice 2, se obţine din prima ştiind că

(16) $\beta_2 = \pi - \beta_1 = \pi - \beta.$

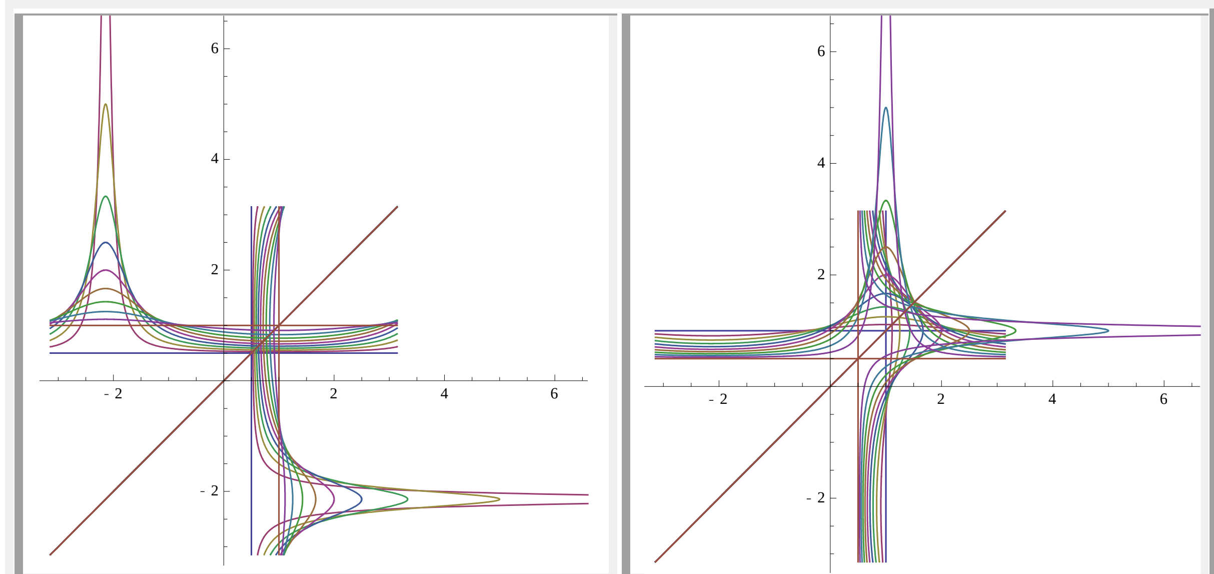
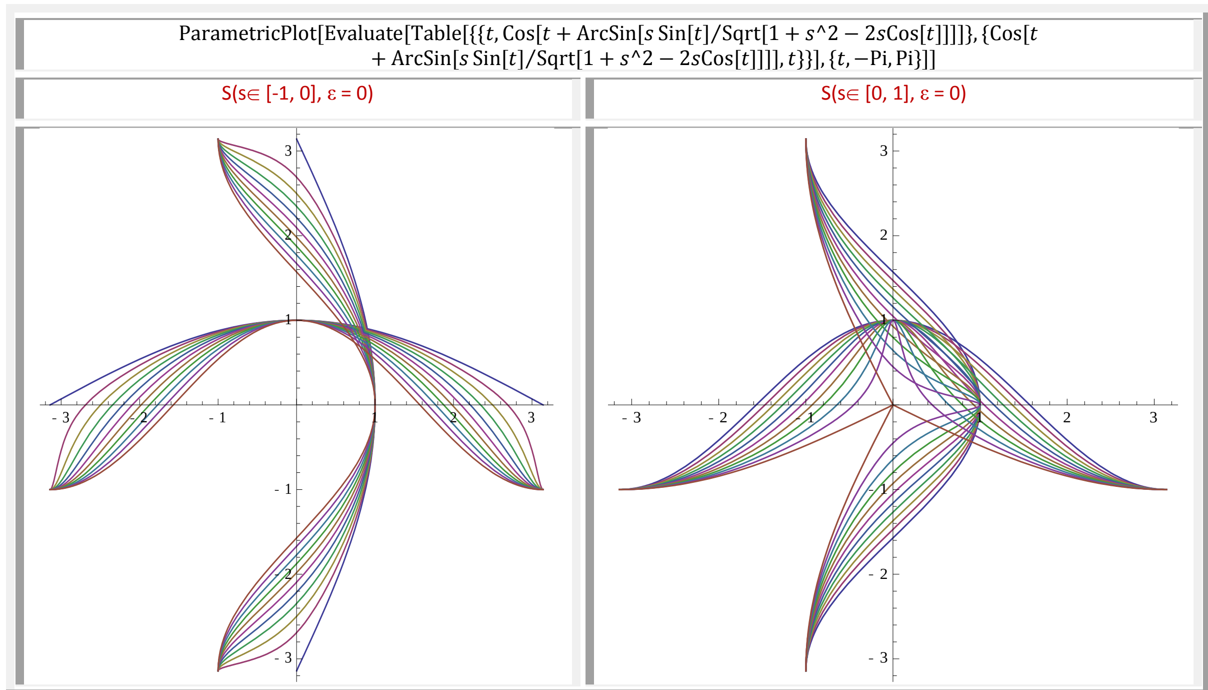


Fig. 11 Graficele **FSM-CE** radial cexcentrice de variabilă centrică, directe şi inverse **Dexα** şi **arcDexα**



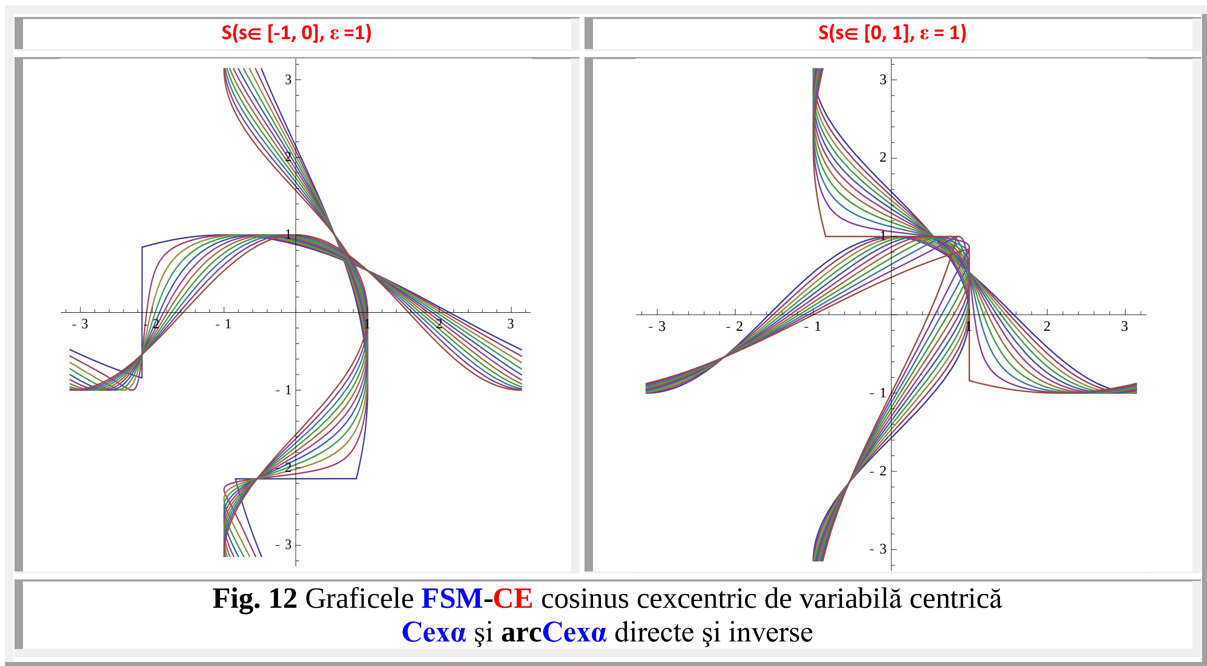


Fig. 12 Graficele **FSM-CE** cosinus cexcentric de variabilă centrică **Cexα** şi **arcCexα** directe şi inverse

4 FUNCŢII SUPERMATEMATICE CIRCULARE EXCENTRICE INVERSE (FSM-CEI) DE VARIABILĂ CENTRICĂ α

FSM-CE directe şi inverse de variabilă centrică **α**, independente de **O(0,0)** dar dependente de excentrul S(s, ε) sunt **Bexα** şi **arcBexα** din **figura 8**, **Aexα** şi **arcAexα** din **figura 9**, precum şi Rexα şi **arcRexα** prezentate în **figura 10** ca şi **Dexα** şi **arcDexα** din **figura 11**.

Ca urmare

(17) $$\begin{cases} \boldsymbol{\alpha} \Rightarrow \alpha_2(\theta) = aex_2\alpha = \theta - \beta_2(\theta) = \theta - bex_2\theta = \pi - \theta + \arcsin[s.sin(\alpha-\varepsilon)] \\ \boldsymbol{\theta} \Rightarrow \alpha_2 + \beta_2(\alpha) = \pi - \alpha_2 - arcsin\frac{s.\sin(\alpha-\varepsilon)}{\sqrt{1+s^2-2s\cos(\alpha-\varepsilon)}} = \pi - \alpha_2 - arcsin\frac{s\sin(\alpha-\varepsilon)}{Rex\alpha} \end{cases}$$

Dacă ecuaţiile parametrice ale unei funcţii directe şi graficele lor se obţin prin expresiile

(18) $$\begin{cases} x = t \\ y = f(t) \end{cases}$$

atunci funcţia ei inversă va avea ecuaţiile parametrice şi, ca urmare, şi graficele, date de ecuaţiile parametrice obţinute prin inversarea coordonatelor x cu y şi a lui y cu x, adică

(19) $$\begin{cases} x = f(t) \\ y = t \end{cases}$$

ceea ce se poate observa şi din ecuaţiile şi textele prezentate în desenele anterioare, în **figurile 1,a** şi **1,b** pentru funcţiile directe şi inverse beta excentrice şi amplitudine excentrică.

Funcţiile monoinduse (induse o singură dată) sunt **cex, sex, tex** etc. şi **Cex, Sex, Tex** etc. iar funcţiile inductoare sunt **$aex_{1,2}\theta$** şi, respectiv, **$Aex\alpha_{1,2}$**.

Prin repetarea procedeului de inducţie, se vor obţine **FSM**-CE directe şi inverse de dublă excentricitate (**Fig. 6** şi **7**). Procedeul putând fi repetat la nesfârşit, se pot obţine **FSM-CE** de triplă, cvadruplă ş.a.m.d. de a **n**-a sau multiplă excentricitate.

FSM-CE directe şi inverse cosinus (**cexθ** şi **arccexθ**) sunt prezentate în **figura 4**, iar sinusul (**sexθ** şi **arcsexθ**) în **figura 5**, în partea din stânga ◄ figurilor pentru S(s∈[-1,0], ε = 0) sau S(s∈[1,0], ε = π) şi în partea dreaptă ► pentru S(s∈[0,1, ε = 0)] . În ***figurile*** **6** şi **7** sunt prezentate aceleaşi funcţii dar de dublă excentricitate cosinus (**c2exθ** şi **arcc2exθ,** precum şi cosinus **s2exθ** şi **arcs2exθ**).
Pe lângă **FSM-CE** prezentate, mai sunt şi **arctexθ** şi **arcTexα, arcctexθ** şi **arcCtexα**, **ş.m.a.**

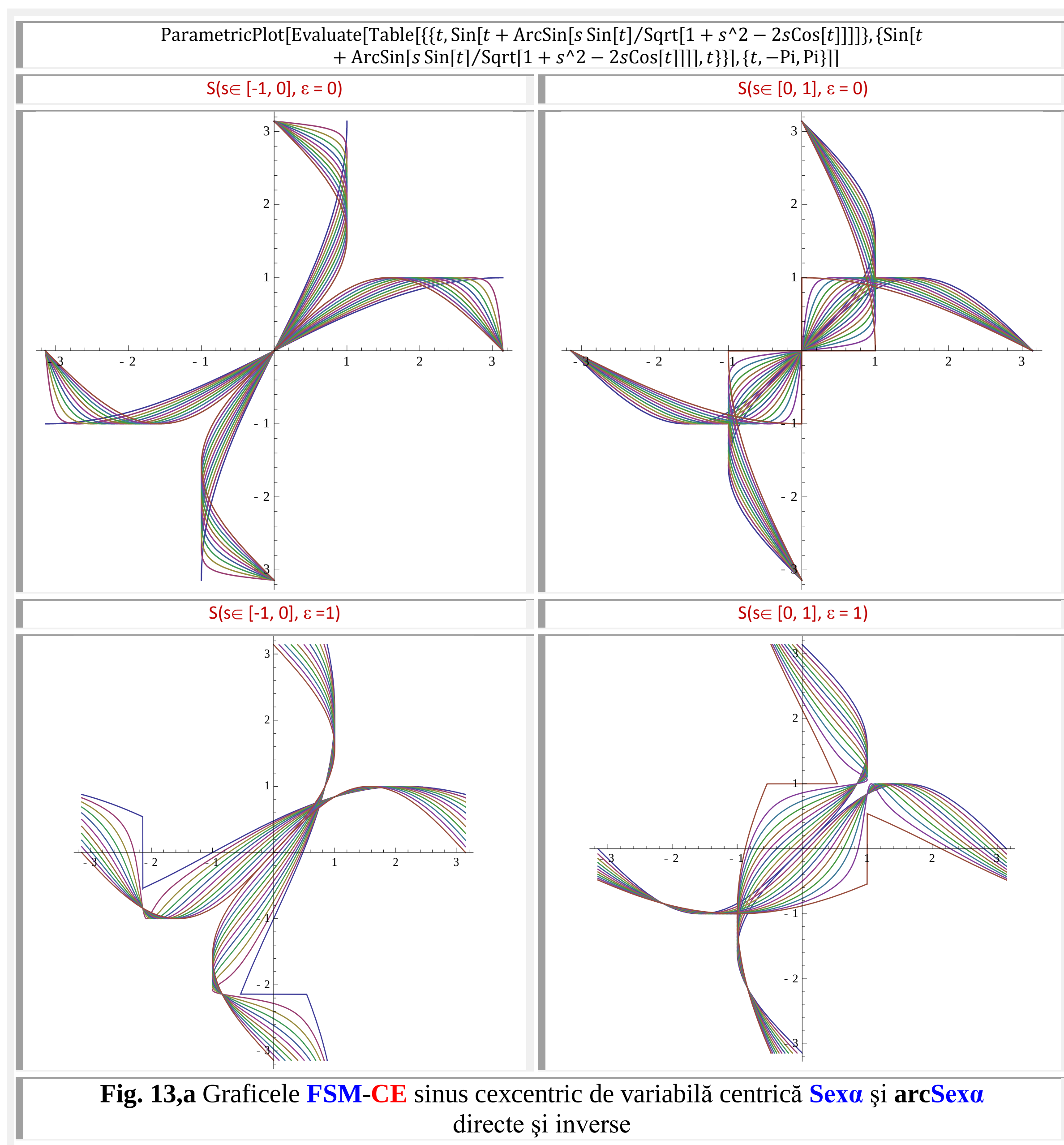


Fig. 13,a Graficele **FSM-CE** sinus cexcentric de variabilă centrică **Sexα** şi **arcSexα** directe şi inverse

5 FUNCŢII SUPERMATEMATICE CIRCULARE ELEVATE INVERSE (FSM-CELI) DE VARIABILĂ EXCENTRICĂ θ

Aşa cum s-a mai menţionat, funcţiile supermatematice circulare elevate (**FSM-CEL**) sunt coordonatele punctelor $\mathbf{W_{1,2}}$ de intersectie a dreptei excentrice **d** cu cercul unitate **CU**[C(0 ,1); 1], când dreapta turnantă se roteşte faţă de excentrul **S**(**s**, ε) în care este plasată, în acest caz, şi originea **O**(**s**, ε), origine de la care se definesc $\mathbf{X_{1,2}}$→ cosinusul elevat $\mathbf{cel_{1,2}\theta}$ şi $\mathbf{Cel\alpha_{1,2}}$ şi $\mathbf{Y_{1,2}}$ → sinusul elevat $\mathbf{sel_{1,2}\theta}$ şi $\mathbf{Sel\alpha_{1,2}}$.

Este uşor de observat că, pentru **ε** = 0 şi **ε** = π, funcţiile elevate $\mathbf{sel_{1,2}\theta}$ şi $\mathbf{Sel\alpha_{1,2}}$ se confundă cu cele excentrice $y_{1,2}$ → $\mathbf{sex_{1,2}\theta}$ şi $\mathbf{Sex\alpha_{1,2}}$, deoarece, în acest caz, originea **O,** confundată cu excentrul **S**, se află dispuse pe aceeaşi axă a absciselor ca şi centrul ***cercului unitate C***, astfel că $Y_{1,2} = y_{1,2}$, iar $X_{1,2} = x_{1,2} + s_x = x_{1,2} + s.\cos\varepsilon$.

Rezultă că între **FSM-CEL** şi **FSM-CE** există următoarele dependenţe (**Fig. 13**).

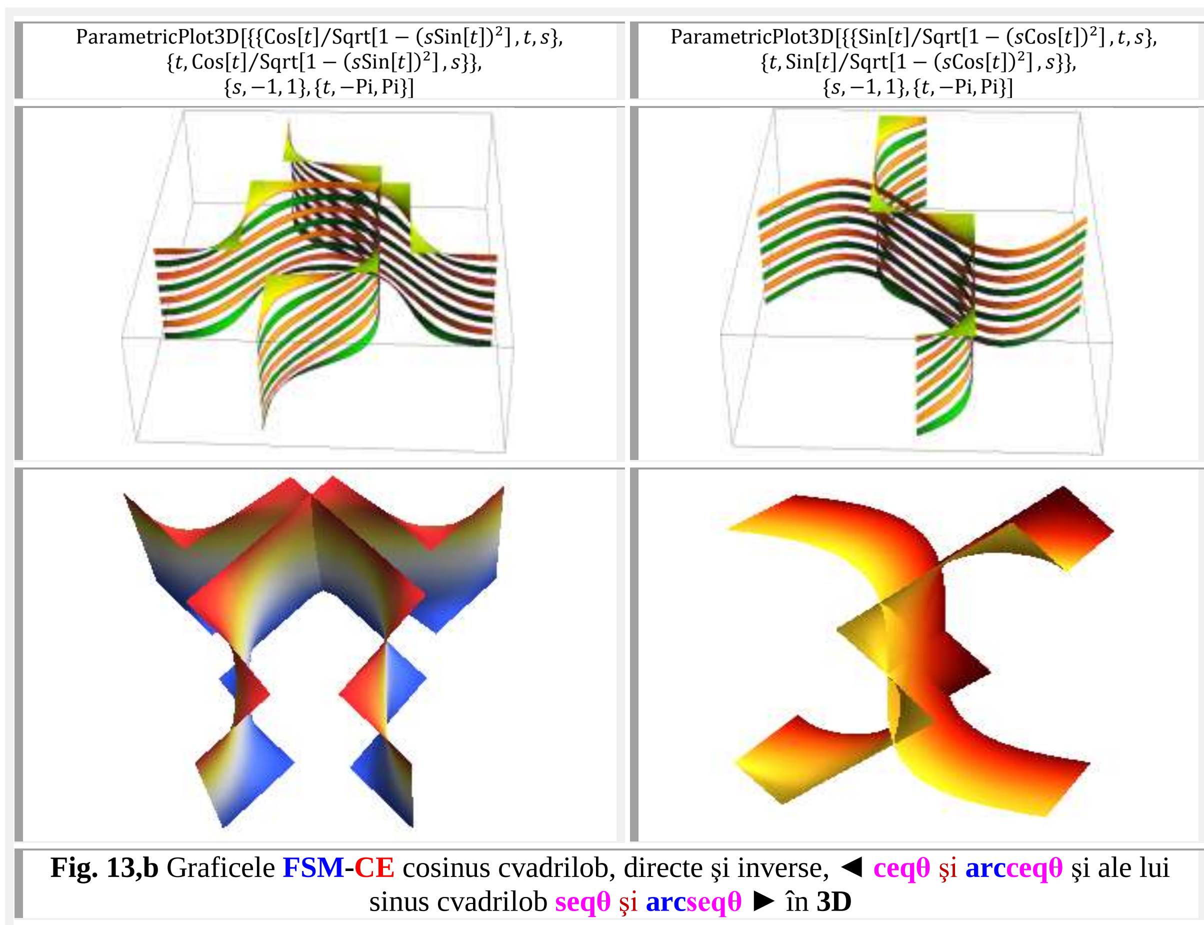


Fig. 13,b Graficele **FSM-CE** cosinus cvadrilob, directe şi inverse, ◄ **ceqθ** şi **arcceqθ** şi ale lui sinus cvadrilob **seqθ** şi **arcseqθ** ► în **3D**

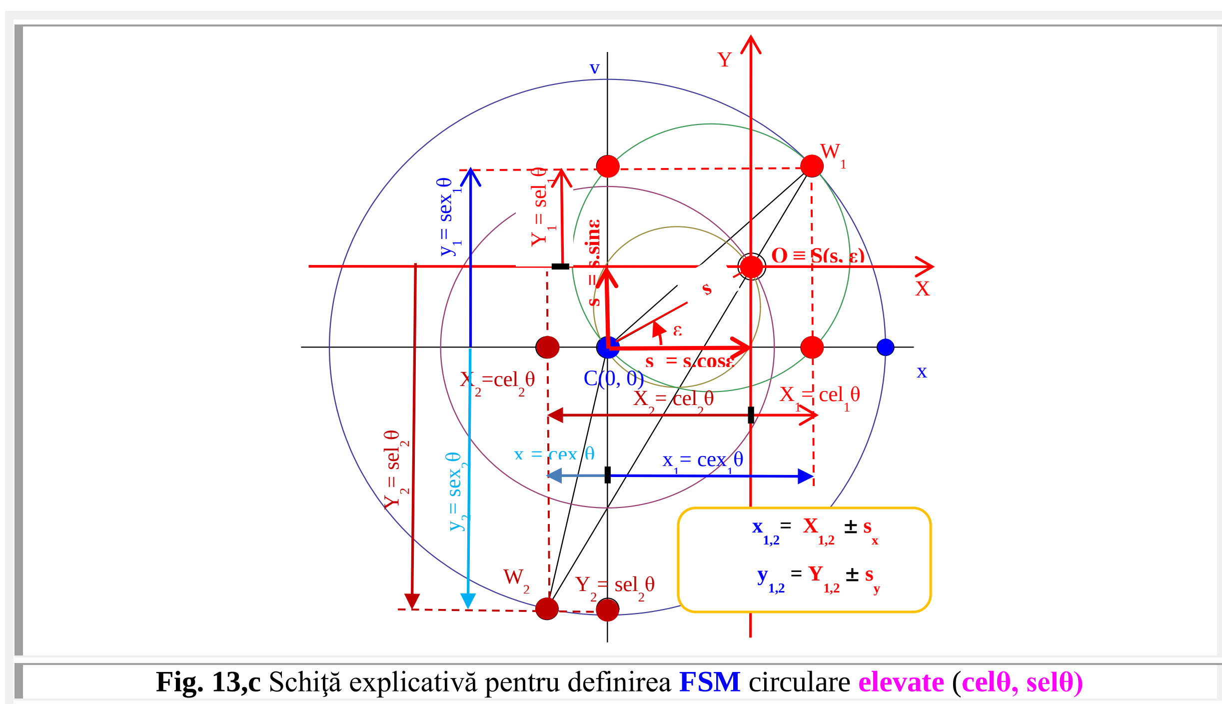


Fig. 13,c Schiţă explicativă pentru definirea **FSM** circulare **elevate** (**celθ, selθ**)

(20) $$\begin{cases} X_{1,2}(\theta) = cel_{1,2}\theta = x_{1,2}(\theta) \mp s.cos\varepsilon \rightarrow cel_{1,2}(\theta) = cex_{1,2}\theta \mp s.cos\varepsilon \\ Y_{1,2}(\theta) = sel_{1,2}\theta = y_{1,2}(\theta) \mp s.sin\varepsilon \rightarrow sel_{1,2}(\theta) = sex_{1,2}\theta \mp s.sin\varepsilon \end{cases}$$

Totodată, aşa cum rezultă din schiţa explicativă (**Fig. 13**), funcţiile ale căror expresii nu depind de poziţia centrului **C**(0,0), ci de poziţia excentrului S(s, ε), ca **aexθ** şi **Aexα**, **bexθ** şi **Bexα**, **rexθ** şi **Rexα**, **dexθ** şi **Dexα** sunt aceleaşi atât ca funcţii **excentrice** cât şi ca funcţii **elevate** şi **exotice**.

De aceea, funcţiile elevate inverse se rezumă la funcţiile cos, sin, tan, cot ş.a., adică **celθ** şi **Celα**, **selθ** şi **Selα**, **telθ** şi **Telα**, **ctexθ** şi **Ctelα**, ş.a. a căror inverse sunt arccelθ, arcselθ, arctelθ, arcctelθ, ş.a. ca funcţii de variabila excentrică şi arcCelα, arcSelα, arcTelα, arcCtelα, ş.a. ca funcţii de variabilă centrică **α**.

Graficele funcţiilor elvate directe şi inverse celθ şi arccelθ sunt prezentate în **figura 14** în **2D** şi pentru o înţelegere mai profundă şi în **3D**, iar în **figura 15** sunt prezentate, în **2D** şi în **3D**, graficele funcţiilor **selθ** şi **arcselθ** .

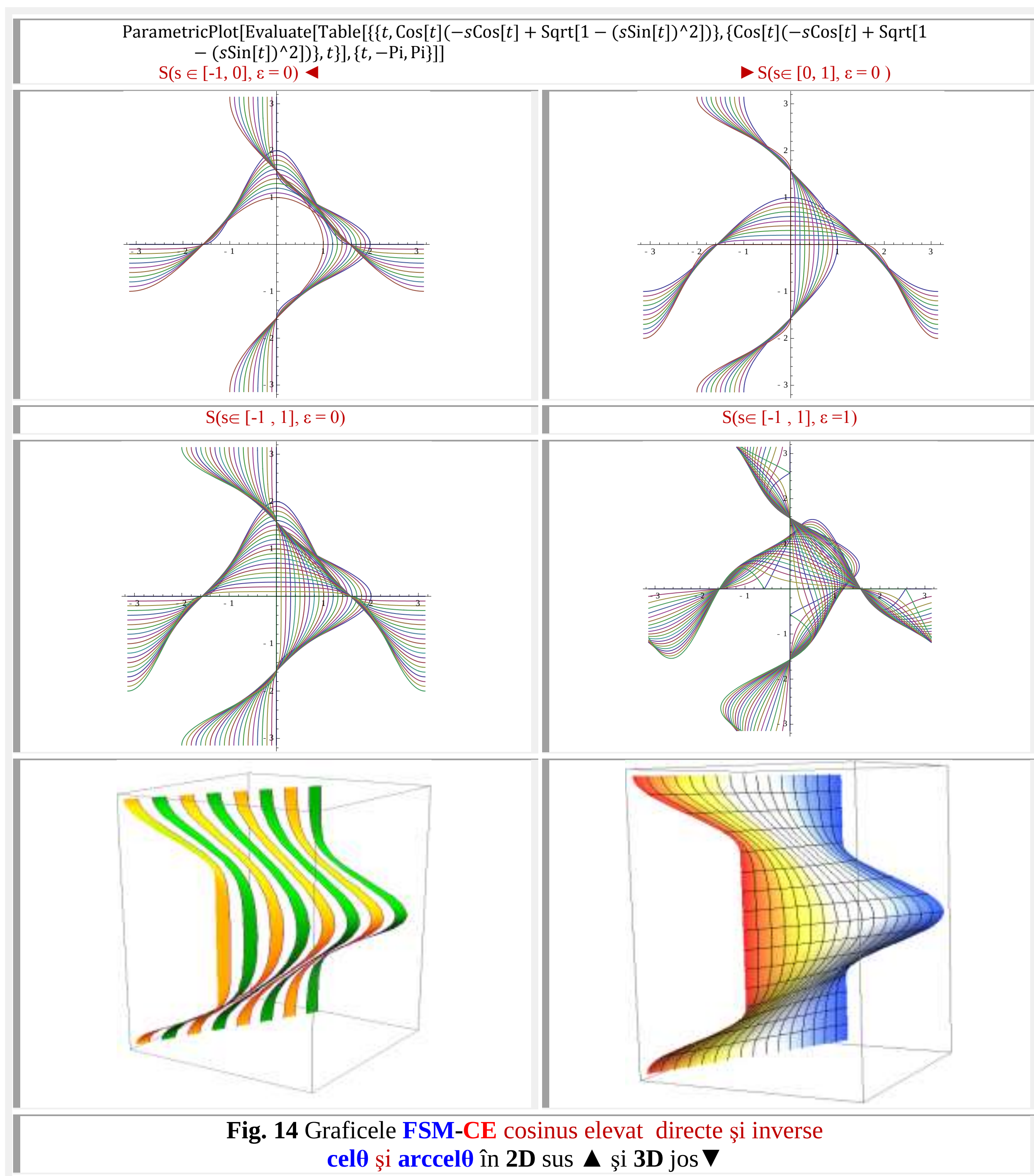


Fig. 14 Graficele **FSM-CE** cosinus elevat directe şi inverse
celθ şi **arccelθ** în **2D** sus ▲ şi **3D** jos ▼

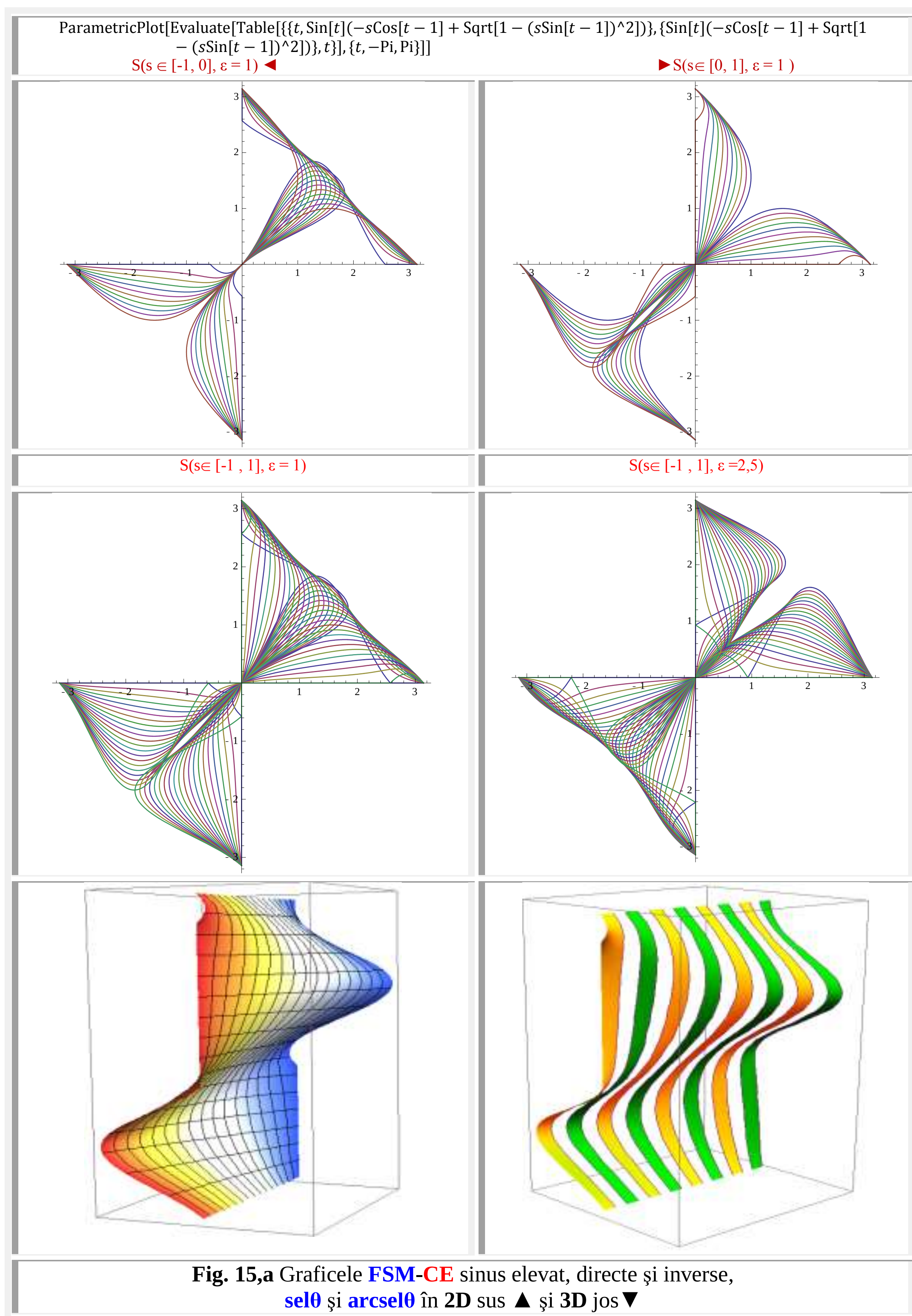


Fig. 15,a Graficele **FSM-CE** sinus elevat, directe şi inverse,
selθ şi **arcselθ** în **2D** sus ▲ şi **3D** jos▼

6 FUNCŢII SUPERMATEMATICE CIRCULARE ELEVATE INVERSE DE VARIABILĂ CENTRICĂ α

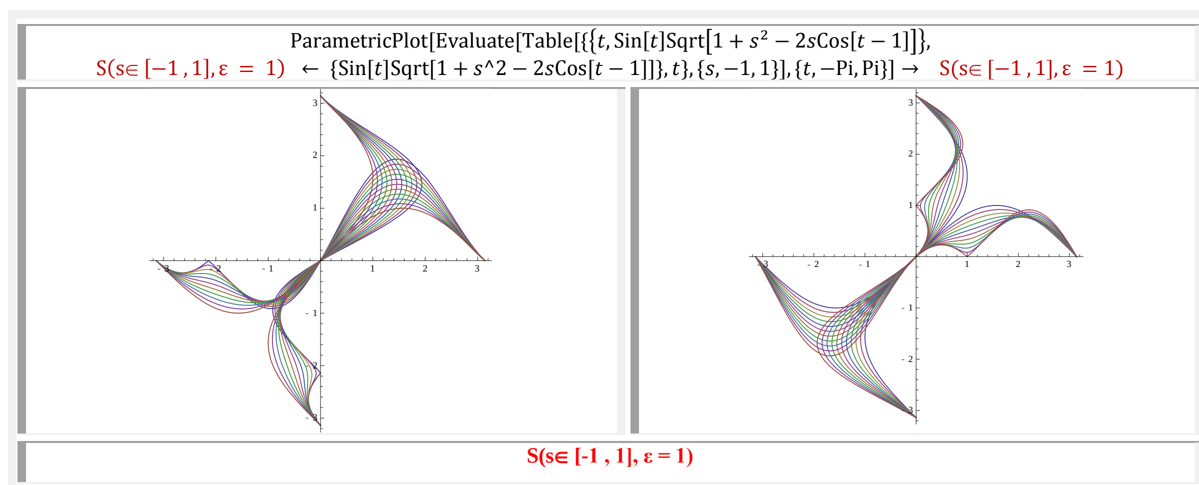
ParametricPlot[Evaluate[Table[{{t, Cos[t]Sqrt[1 + s^2 − 2sCos[t − 1]]}, {Cos[t]Sqrt[1 + s^2 − 2sCos[t − 1]]}, t}], {t, −Pi, Pi}]]

S(s∈ [-1 , 1], ε = 1) S(s∈ [-1 , 1], ε =1)

S(s∈ [-1 , 1], ε = 1)

Fig. 15,b Graficele **FSM-CE** sinus elevat, directe şi inverse, **Celθ** şi **arcCelθ** în **2D** sus ▲ şi **3D** jos▼

ParametricPlot[Evaluate[Table[{{t, Sin[t]Sqrt[1 + s^2 − 2sCos[t − 1]]}, S(s∈ [−1 , 1], ε = 1) ← {Sin[t]Sqrt[1 + s^2 − 2sCos[t − 1]]}, t}, {s, −1, 1}], {t, −Pi, Pi}] → S(s∈ [−1 , 1], ε = 1)



S(s∈ [-1 , 1], ε = 1)

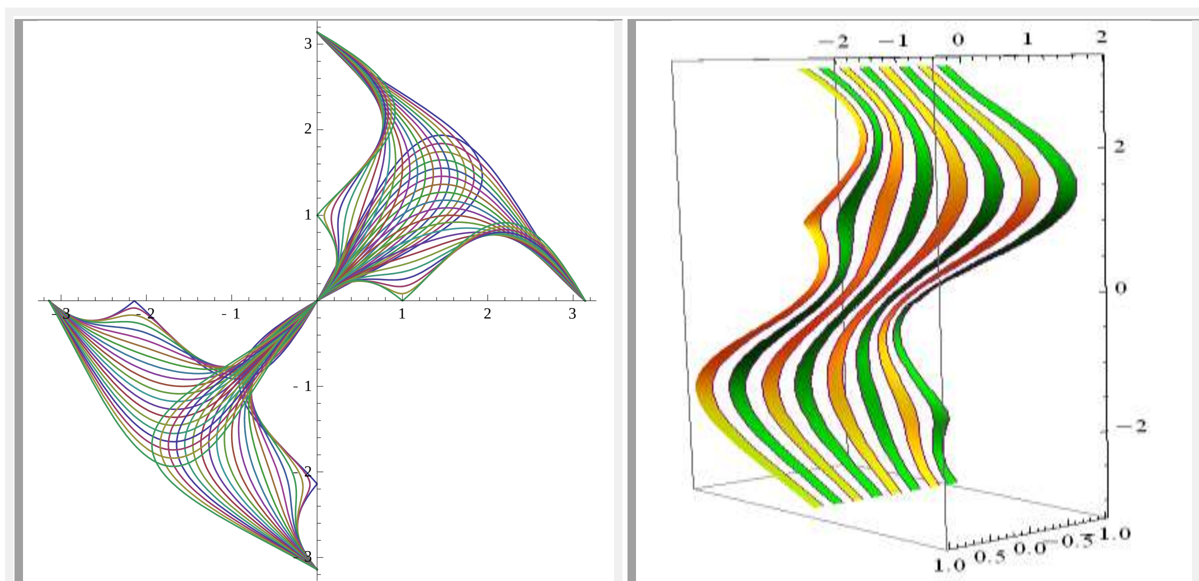


Fig. 15,c Graficele **FSM-CE** sinus elevate, directe şi inverse,
Selα şi **arcSelα** în **2D** sus ▲ şi **3D** jos▼

7 CONCLUZII ŞI ÎNCHEIERE

Prin prezentarea în această lucrare şi a **funcţiilor supermatematice (SM) circulare excentrice (CE), elevate (CEL)** şi **exotice (CEx) inverse** s-a completat studiul funcţiilor **SM inverse,** care pot fi ***asimilate*** **funcţiilor supernove**, fără să se prezinte şi *funcţii supernove inverse*.

S-a afirmat că relaţia (10) a **FSM-CE** beta excentrice bexθ a fost foarte simplu de rezolvat. Şi aşa a fost. Şi mai simplă este determinarea inversei funcţiei amplitudine excentrică de variabilă excentrică **aexθ**, deoarece aceeaşi funcţie de variabila centrică **Aexα** este chiar inversa ei şi viceversa deoarece, precum se ştie, inversa inversei este funcţia însăşi. Acestea rezultă din **figura 16** în care se vede imediat că **aexθ** este simetrica lui **Aexα** faţă de prima bisectoare, deci sunt funcţii inverse una alteia.

Ecuaţiile de definiţie ale acestor funcţii sunt:

(21) $$\begin{cases} aex\theta = \alpha(\theta) = \theta - \boldsymbol{\beta}(\theta) = \ \theta - \arcsin[s.\sin(\theta - \ \varepsilon)] \\ Aex\alpha = \theta(\alpha) = \alpha + \ \boldsymbol{\beta}(\alpha) = \ \alpha + arcsin\frac{s.\sin(\alpha-\varepsilon)}{\sqrt{1+s^2 sin^2(\alpha-\varepsilon)}} \end{cases},$$ cu graficele din **figura 16.**

Relaţia dintre cele două variabile, excentrice **θ** şi centrice **α**, este:

(22) $\boldsymbol{\theta} = \boldsymbol{\alpha} + \boldsymbol{\beta}$ în care $\begin{cases} \beta(\theta) = \arcsin[s.\sin(\theta - \ \varepsilon)] \\ \beta(\alpha) = \ arcsin\frac{s.\sin(\alpha-\varepsilon)}{\sqrt{1+s^2 sin^2(\alpha-\varepsilon)}} \end{cases}$ cu graficele din **figura 17**

Ca urmare, soluţia ecuaţiei:

(23) $\theta - \arcsin[s.sin(\theta - \ \varepsilon)] = 0$ este:

(24) $\theta(\alpha) = \ \alpha + arcsin\frac{s.\sin(\alpha-\varepsilon)}{\sqrt{1+s^2 sin^2(\alpha-\varepsilon)}}$ şi invers. Soluţia ecuaţiei:

(25) $\alpha + arcsin\frac{s.\sin(\alpha-\varepsilon)}{\sqrt{1+s^2 sin^2(\alpha-\varepsilon)}} = 0$ este

(26) $\alpha(\theta) = \theta - \arcsin[s.sin(\theta - \ \varepsilon)]$

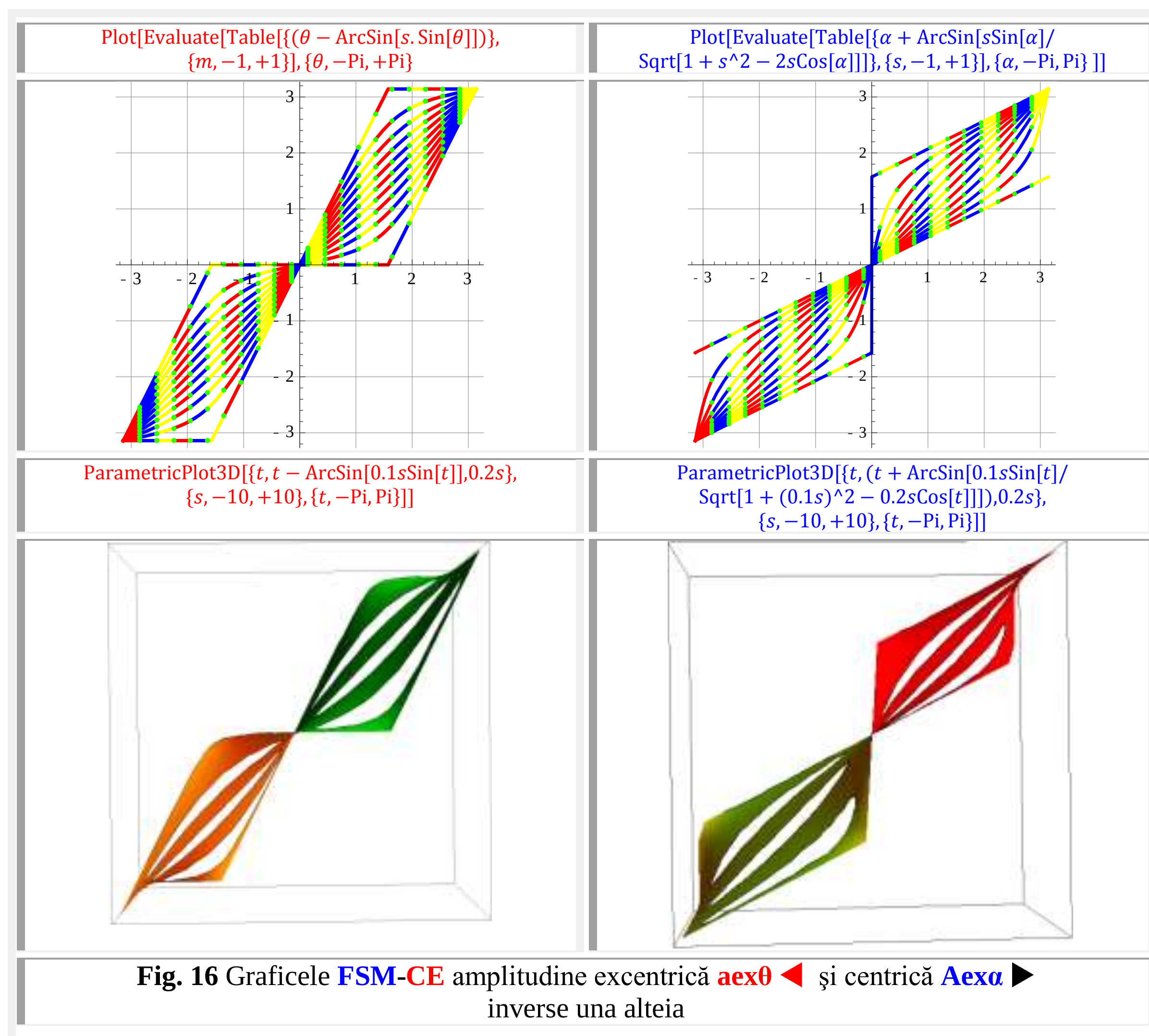


Fig. 16 Graficele **FSM-CE** amplitudine excentrică **aexθ** ◀ şi centrică **Aexα** ▶ inverse una alteia

Dacă ***excentricitatea unghiulara ε*** este nulă (**Fig. 16**) atunci pentru toate valorile ***excentricităţii numerice s*** soluţiile ecuaţiilor anterioare sunt nule, deoarece toate curbele intersecteaza axa **Ox** doar în originea **O(0,0)** a sistemului de axe sau ale reperului **xOy**.

Pentru ***ε ≠ 0*** (**Fig.17**) situaţia se modifică radical, deoarece pentru fiecare pereche de valor **s** şi **ε** = ct ≠ 0 curbele intersecteaza axa în alte puncte. Curba de excentru **S(0,5; π/4)** din **figura 17▲▶**, pentru x ∈ [− Pi/2 , + Pi/2], intersectează axa într-un punct de pe axa **Ox** negativă (**x < 0**) în domeniul redus la x ∈ (− 0,4 ; − 0.6). Alegând acest nou domeniu pentru reprezentarea grafică a funcţiei se constată că ea intersectează axa Ox într-un domeniul şi mai restrâns x ∈ (− 0.5; − 0.55) şi procedând tot aşa în continuare se ajunge la domeniul încă lizibil x ∈ (−0.5004742, −0.5004741) în care se va situa soluţia ecuaţiei

(27) x − arcsin[0,5 sin(x − Pi/4)] = 0

Am solicitat unui program evoluat de matematică soluţionare acestei ecuaţii astfel:

(28) NSolve[x − ArcSin[0.5Sin[x − Pi/4]] == 0, x]

iar răspunsul a fost:

NSolve::nsmet: "This system cannot be solved with the methods available to NSolve"
(Acest sistem nu poate fi rezolvat prin metodele disponibile pentru NSolve) !

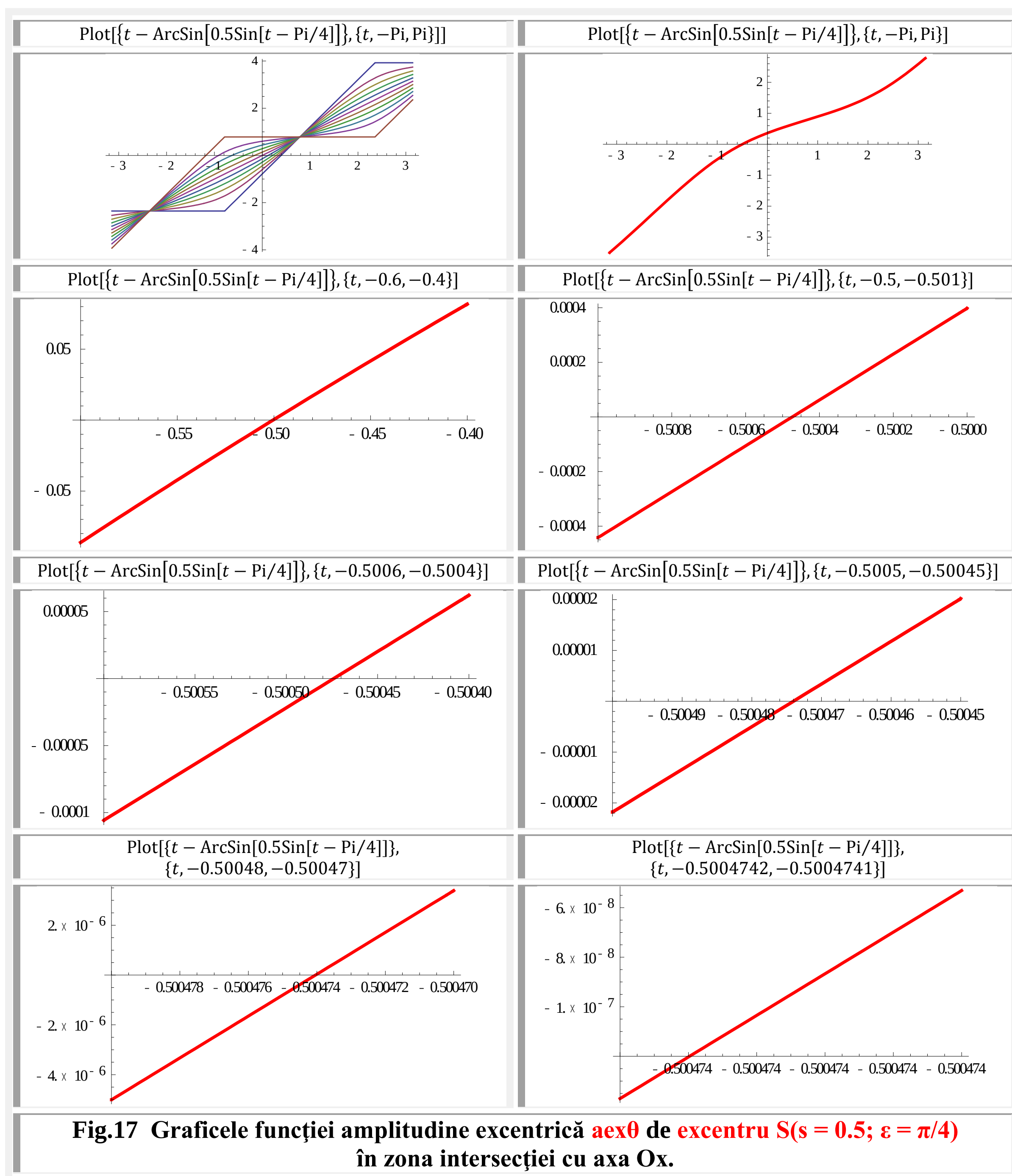


Fig.17 Graficele funcţiei amplitudine excentrică aexθ de excentru S(s = 0.5; ε = π/4) în zona intersecţiei cu axa Ox.

Ceea ce nu poate soluţiona un program evoluat de matematică, soluţionează metoda computaţională grafică prezentată anterior prin **figura 17** care, însă, este limitată la un număr de zecimale care încă mai sunt lizibile.

O metodă unică, mult mai perfecţionată, care nu limiteaza acest număr de zecimale este descris în lucrarea Şelariu Mircea Eugen "**Matematica Atomica**" din Editura de Vest din Timişoara, 2017. Întitulată "***Metoda determinării succesive a cifrelor consecutive ale numărului soluţie al unei ecuaţii***", pe scurt "***Metoda Succesiva*** (**MS**)" ea schimbă radical optica asupra determinării soluţiilor ecuaţiilor algebrice, trigonometrice şi /sau logaritmice de orice grad şi oricare tip, considerând ***numărul*** *ca* ***atom al matematicii*** şi ***cifrele*** *ca particulele sale elementare.*

Există o infinitate de numere, dar numai 10 cifre. Atunci de ce să căutăm soluţia unei ecuaţii direct în numere şi să nu o căutăm, indirect, în cifrele consecutive ce compun acest număr ?

În acest scop este suficient să scriem funcţia, care defineşte ecuaţia, de zece ori într-un program de matematică şi în prima ecuaţie, în locul variabilei, să-i zicem x, să considerăm ***ca o prima cifră exactă*** pe 0, în a doua pe 1, în a treia pe 2 ş.a.m.d iar în ultima îl înlocuim peste tot pe x cu citra 9 şi apoi "dăm" enter ! Vor apărea 10 rezultate.

Soluţia căutată, în general, este locul / punctul în care funcţia / curba intersectează axa **Ox**. Dacă unul dintre ele este zero, atunci cifra corespunzătoare este o soluţie exactă a ecuaţiei cu un număr format dintr-o singură cifră. Dacă nu, unele rezultate vor fi cu semn pozitiv, ce indică valori prea mari pentru x, iar altele cu semn negativ, ce indică valori prea mici pentru cifrele respective. Unde va fi soluţia, adică punctul de intersectie cu axa **Ox** ? Între ultimul punct cu valori de semn pozitiv sau negativ şi următorul cu valori de semn negativ sau pozitiv, puncte între care curba intersecteaza axa **Ox**, deoerece la traversarea axei **Ox** funcţia /curba îşi schimbă semnul / valorile.

În cazul ecuaţiei cosiderate (27), curba trece din cadranul II în cadranul III astfel că rădăcina / soluţia are prima cifră exactă a numărului soluţie pe **5**, adică **x_1 = — 0,5**, (Vezi **Tab 1**) domeniul în care curba trece din cadranul II în cadranul III, deoarece ne apropiem de soluţia exactă pe axa **Ox** < 0 de la stânga spre dreapta. Cifrele astfel obţinute se trec în cele 10 funcţii în faţa cifrelor de la 0 la 9 şi se dă din nou enter. Acum, ultima valoare a funcţiei cu semn pozitiv corespunde cifrei **0**, deci **x_2 = — 0,50; 0** fiind a doua cifră exactă a numărului soluţie căutat, ca şi a treia cifra caracteristică, adică **x3 = — 0.500** Continuând în acelaşi mod se obţin a patra cifră exactă **4 → x_4 = — 0,5004**, a cincea este **7** a şasea ete 4 şaptea este **3** şi a opta este opta este **0**. Ca urmare, numarul soluţie al ecuatiei (27) cu ***8 cifre exacte*** este X_8 = **— 0,50047403.**

Tabelul 1.1 Determinarea cifrelor consecutive exacte ale numărului soluţie al ecuaţiei (27)

PRIMA CIFRĂ EXACTĂ → 5			**A DOUA CIFRĂ EXACTĂ → 0**		
- 0,0	-0.0-ArcSin[0.5 Sin[-0.0-Pi/4]]	0.361367	**-0,50**	-0.50-ArcSin[0.5 Sin[-0.50-Pi/4]]	**0.000398042**
-0,1	-0.1-ArcSin[0.5 Sin[-0.1-Pi/4]]	0.297466	**-0,51**	-0.51-ArcSin[0.5 Sin[-0.51-Pi/4]]	-0.00802423
-0,2	-0.2-ArcSin[0.5 Sin[-0.2-Pi/4]]	0.229863	**-0,52**	-0.52-ArcSin[0.5 Sin[-0.52-Pi/4]]	-0.0165001
-0,3	-0.3-ArcSin[0.5 Sin[-0.3-Pi/4]]	0.1581	**-0,53**	-0.53-ArcSin[0.5 Sin[-0.53-Pi/4]]	-0.0250298
-0,4	-0.4-ArcSin[0.5 Sin[-0.4-Pi/4]]	0.0817429	**-0,54**	-0.54-ArcSin[0.5 Sin[-0.54-Pi/4]]	-0.0336136
-0,5	- 0.5-ArcSin[0.5 Sin[-0.5-Pi/4]]	**0.000398042**	**-0,55**	-0.55-ArcSin[0.5 Sin[-0.55-Pi/4]]	-0.0422518
-0,6	-0.6-ArcSin[0.5 Sin[-0.6-Pi/4]]	-0.0862674	**-0,56**	-0.56-ArcSin[0.5 Sin[-0.56-Pi/4]]	-0.0509446
-0,7	-0.7-ArcSin[0.5 Sin[-0.7-Pi/4]]	-0.178504	**-0,57**	-0.57-ArcSin[0.5 Sin[-0.57-Pi/4]]	-0.0596924
-0,8	-0.8-ArcSin[0.5 Sin[-0.8-Pi/4]]	-0.276463	**-0,58**	-0.58-ArcSin[0.5 Sin[-0.58-Pi/4]]	-0.0684953
-0,9	-0.9-ArcSin[0.5 Sin[-0.9-Pi/4]]	-0.380184	**-0,59**	-0.59-ArcSin[0.5 Sin[-0.59-Pi/4]]	-0.0773535

Tabelul 1.2 Determinarea cifrelor consecutive exacte ale numărului soluţie al ecuaţiei (27)					
A TREIA CIFRĂ EXACTĂ → 0			A PATRA CIFRĂ EXACTĂ → 4		
-0,500	-0.500-ArcSin[0.5 Sin[-0.500-Pi/4]]	**0.000398042**	**- 0,5000**	-0.5000-ArcSin[0.5 Sin[-0.5000-Pi/4]]	0.000398042
-0,501	-0.501-ArcSin[0.5 Sin[-0.501-Pi/4]]	-0.000441784	**- 0,5001**	-0.5001-ArcSin[0.5 Sin[-0.5001-Pi/4]]	0.000314083
-0,502	-0.502-ArcSin[0.5 Sin[-0.502-Pi/4]]	-0.00128214	**- 0,5002**	-0.5002-ArcSin[0.5 Sin[-0.5002-Pi/4]]	0.000230119
-0,503	-0.503-ArcSin[0.5 Sin[-0.503-Pi/4]]	-0.00212303	**- 0,5003**	-0.5003-ArcSin[0.5 Sin[-0.5003-Pi/4]]	0.00014615
-0,504	-0.504-ArcSin[0.5 Sin[-0.504-Pi/4]]	-0.00296446	**- 0,5004**	-0.5004-ArcSin[0.5 Sin[-0.5004-Pi/4]]	**0.0000621755**
-0,505	-0.505-ArcSin[0.5 Sin[-0.505-Pi/4]]	-0.00380642	**- 0,5005**	-0.5005-ArcSin[0.5 Sin[-0.5005-Pi/4]]	-0.0000218044
-0,506	-0.506-ArcSin[0.5 Sin[-0.506-Pi/4]]	-0.00464891	**- 0,5006**	-0.5006-ArcSin[0.5 Sin[-0.5006-Pi/4]]	-0.00010579
-0,507	-0.507-ArcSin[0.5 Sin[-0.507-Pi/4]]	-0.00549194	**- 0,5007**	-0.5007-ArcSin[0.5 Sin[-0.5007-Pi/4]]	-0.00018978
-0,508	-0.508-ArcSin[0.5 Sin[-0.508-Pi/4]]	-0.0063355	**- 0,5008**	-0.5008-ArcSin[0.5 Sin[-0.5008-Pi/4]]	-0.000273776
-0,509	-0.509-ArcSin[0.5 Sin[-0.509-Pi/4]]	-0.0071796	**- 0,5009**	-0.5009-ArcSin[0.5 Sin[-0.5009-Pi/4]]	-0.000357777

Tabelul 1.3 Determinarea cifrelor consecutive exacte ale numărului soluţie al ecuaţiei (27)					
A CINCEA CIFRĂ EXACTĂ → 7			A ŞASEA CIFRĂ EXACTĂ → 4		
-0,50040	-0.50040-ArcSin[0.5 Sin[-0.50040-Pi/4]]	0.0000621755	**- 0,500470**	-0.500470-ArcSin[0.5 Sin[-0.500470-Pi/4]]	3.39013×10^{-6}
-0,50041	-0.50041-ArcSin[0.5 Sin[-0.50041-Pi/4]]	0.0000537777	**- 0,500471**	-0.500471-ArcSin[0.5 Sin[-0.500471-Pi/4]]	2.55032×10^{-6}
-0,50042	-0.50042-ArcSin[0.5 Sin[-0.50042-Pi/4]]	0.0000453799	**- 0,500472**	-0.500472-ArcSin[0.5 Sin[-0.500472-Pi/4]]	1.71051×10^{-6}
-0,50043	-0.50043-ArcSin[0.5 Sin[-0.50043-Pi/4]]	0.0000369821	**- 0,500473**	-0.500473-ArcSin[0.5 Sin[-0.500473-Pi/4]]	8.70695×10^{-7}
-0,50044	-0.50044-ArcSin[0.5 Sin[-0.50044-Pi/4]]	0.0000285842	**- 0,500474**	-0.500474-ArcSin[0.5 Sin[-0.500474-Pi/4]]	**3.08844×10^{-8}**
-0,50045	-0.50045-ArcSin[0.5 Sin[-0.50045-Pi/4]]	0.0000201862	**- 0,500475**	-0.500475-ArcSin[0.5 Sin[-0.500475-Pi/4]]	-8.08927×10^{-7}
-0,50046	-0.50046-ArcSin[0.5 Sin[-0.50046-Pi/4]]	0.0000117882	**- 0,500476**	-0.500476-ArcSin[0.5 Sin[-0.500476-Pi/4]]	-1.64874×10^{-6}
-0,50047	-0.50047-ArcSin[0.5 Sin[-0.50047-Pi/4]]	**3.39013×10^{-6}**	**- 0,500477**	-0.500477-ArcSin[0.5 Sin[-0.500477-Pi/4]]	-2.48855×10^{-6}
-0,50048	-0.50048-ArcSin[0.5 Sin[-0.50048-Pi/4]]	-5.00799×10^{-6}	**- 0,500478**	-0.500478-ArcSin[0.5 Sin[-0.500478-Pi/4]]	-3.32837×10^{-6}
-0,50049	-0.50049-ArcSin[0.5 Sin[-0.50049-Pi/4]]	-0.0000134062	**- 0,500479**	-0.500479-ArcSin[0.5 Sin[-0.500479-Pi/4]]	-4.16818×10^{-6}

Tabelul 1.4 Determinarea cifrelor consecutive exacte ale numărului soluţie al ecuaţiei (27)					
A ŞAPTEA CIFRĂ EXACTĂ → 0			**A OPTA CIFRĂ EXACTĂ → 3**		
-0,5004740	-0.5004740-ArcSin[0.5 Sin[-0.5004740-Pi/4]]	**3.08844×10^{-8}**	**-0,50047400**	-0.50047400-ArcSin[0.5 Sin[-0.50047400-Pi/4]]	3.08844×10^{-8}
-0,5004741	-0.5004741-ArcSin[0.5 Sin[-0.5004741-Pi/4]]	-5.30968×10^{-8}	**-0,50047401**	-0.50047401-ArcSin[0.5 Sin[-0.50047401-Pi/4]]	2.24863×10^{-8}
-0,5004742	-0.5004742-ArcSin[0.5 Sin[-0.5004742-Pi/4]]	-1.37078×10^{-7}	**-0,50047402**	-0.50047402-ArcSin[0.5 Sin[-0.50047402-Pi/4]]	1.40882×10^{-8}
-0,5004743	-0.5004743-ArcSin[0.5 Sin[-0.5004743-Pi/4]]	-2.21059×10^{-7}	**-0,50047403**	-0.50047403-ArcSin[0.5 Sin[-0.50047403-Pi/4]]	**5.69005×10^{-9}**
-0,500474	-0.5004744-ArcSin[0.5 Sin[-0.5004744-Pi/4]]	-3.0504×10^{-7}	**-0,5004704**	-0.50047404-ArcSin[0.5 Sin[-0.50047404-Pi/4]]	-2.70807×10^{-9}
-0,5004745	-0.5004745-ArcSin[0.5 Sin[-0.5004745-Pi/4]]	-3.89021×10^{-7}	**-0,50047405**	-0.50047405-ArcSin[0.5 Sin[-0.50047405-Pi/4]]	-1.11062×10^{-8}
-0,5004746	-0.5004746-ArcSin[0.5 Sin[-0.5004746-Pi/4]]	-4.73003×10^{-7}	**-0,50047406**	-0.50047406-ArcSin[0.5 Sin[-0.50047406-Pi/4]]	-1.95043×10^{-8}
-0,5004747	-0.5004747-ArcSin[0.5 Sin[-0.5004747-Pi/4]]	-5.56984×10^{-7}	**-0,50047407**	-0.50047407-ArcSin[0.5 Sin[-0.50047407-Pi/4]]	-2.79024×10^{-8}
-0,5004748	-0.5004748-ArcSin[0.5 Sin[-0.5004748-Pi/4]]	-6.40965×10^{-7}	**-0,50047408**	-0.50047408-ArcSin[0.5 Sin[-0.50047408-Pi/4]]	-3.63005×10^{-8}
-0,5004749	-0.5004749-ArcSin[0.5 Sin[-0.5004749-Pi/4]]	-7.24946×10^{-7}	**-0,50047409**	-0.50047409-ArcSin[0.5 Sin[-0.50047409-Pi/4]]	-4.46986×10^{-8}

Procedeul se poate continua după acelaşi tipic şi se pot obţine oricâte ***cifre exacte*** ale soluţiei dorim. Procedeul poate fi mult scurtat dacă se începe de la ultima valoare lizibilă prin metoda grafică computaţională prezentata în **figura 17**, adică de la C = **— 0,500474.**

Dacă se introduce valoarea lui $\theta \equiv X_8 =$ **— 0,50047403** se observa că ecuaţia (27) este satisfăcută cu precizia de 8 **cifre** zecimale exacte

x — arcsin[0,5 sin(x — Pi/4)] = 0

(29) **— 0,50047403** — arcsin[0,5 sin(**— 0,50047403** — Pi/4)] rezultă

(30) $N[-0.50047403 - \text{ArcSin}[0.5\text{Sin}[-0.50047403 - \text{Pi}/4]]] = 5{,}690046211981325 \times 10^{-9}$ justificând precizia de 8 cifre zecimale exacte.

Aşa cum s-a afirmat anterior, ***soluţiile exacte*** ale ecuaţieie (27) sunt date de relaţiile (24) şi respectiv (26). Pentru datele din ecuaţia (27) rezultă valoarea unghiului α(θ) din ecuaţia (24) care este:

(31) $N[-0.50047403\text{ArcSin}[0.5\,\text{Sin}[-0.50047403 - \text{Pi}/4]/\frac{\text{Sqrt}[1.25 -}{\text{Cos}[-0.50047403 - \text{Pi}/4]]}]] \rightarrow$

$\alpha = -1.0096728210506547$

pentru care din relaţia exactă (26) rezultă soluţia exactă **θ**(α):

(32) $N[-1.0096728210506547 - \text{ArcSin}[0.5\text{Sin}[-1.0096728210506547 - \text{Pi}/4]]] =$
$= -0.50047403$

Conform programului de matematică ar rezulta că soluţia cu 8 cifre zecimale exacte este totodată şi soluţia absolut exactă a ecuaţiei (27), deoarece programul nu oferă mai multe zecimale. Pentru a ne convinge se va continua **MS** în **tabelul 1.5**.

Tabelul 1.5 Determinarea cifrelor consecutive exacte ale numărului soluţie al ecuaţiei (27)					
A NOUA CIFRĂ EXACTĂ → 6			**A ZECEA CIFRĂ EXACTĂ → 7**		
-0,500474030	-0.500474030-ArcSin[0.5 Sin[-0.500474030-Pi/4]]	5.69005×10^{-9}	**-0,5004740360**	-0.5004740360-ArcSin[0.5 Sin[-0.5004740360-Pi/4]]	6.51178×10^{-10}
-0,500474031	-0.500474031-ArcSin[0.5 Sin[-0.500474031-Pi/4]]	4.85023×10^{-9}	**-0,5004740361**	-0.5004740361-ArcSin[0.5 Sin[-0.5004740361-Pi/4]]	5.67197×10^{-10}
-0,500474032	-0.500474032-ArcSin[0.5 Sin[-0.500474032-Pi/4]]	4.01042×10^{-9}	**-0,5004740362**	-0.5004740362-ArcSin[0.5 Sin[-0.5004740362-Pi/4]]	4.83216×10^{-10}
-0,500474033	-0.500474033-ArcSin[0.5 Sin[-0.500474033-Pi/4]]	3.17061×10^{-9}	**-0,5004740363**	-0.5004740363-ArcSin[0.5 Sin[-0.5004740363-Pi/4]]	3.99235×10^{-10}
-0,500474034	-0.500474034-ArcSin[0.5 Sin[-0.500474034-Pi/4]]	2.3308×10^{-9}	**-0,5004740364**	-0.5004740364-ArcSin[0.5 Sin[-0.5004740364-Pi/4]]	3.15253×10^{-10}
-0,500474035	-0.500474035-ArcSin[0.5 Sin[-0.500474035-Pi/4]]	1.49099×10^{-9}	**-0,5004740365**	-0.5004740365-ArcSin[0.5 Sin[-0.5004740365-Pi/4]]	2.31272×10^{-10}
-0,500474036	-0.500474036-ArcSin[0.5 Sin[-0.500474036-Pi/4]]	**6.51178×10^{-10}**	**-0,5004740366**	-0.5004740366-ArcSin[0.5 Sin[-0.5004740366-Pi/4]]	1.47291×10^{-10}
-0,50047477	-0.500474037-ArcSin[0.5 Sin[-0.500474037-Pi/4]]	-1.88633×10^{-10}	**-0,5004740367**	-0.5004740367-ArcSin[0.5 Sin[-0.5004740367-Pi/4]]	**6.33099×10^{-11}**
-0,50047488	-0.500474038-ArcSin[0.5 Sin[-0.500474038-Pi/4]]	-1.02844×10^{-9}	**-0,5004740367**	-0.5004740368-ArcSin[0.5 Sin[-0.5004740368-Pi/4]]	-2.06711×10^{-11}
-0,500474039	-0.500474039-ArcSin[0.5 Sin[-0.500474039-Pi/4]]	-1.86826×10^{-9}	**-0,5004740368**	-0.5004740369-ArcSin[0.5 Sin[-0.5004740369-Pi/4]]	-1.04652×10^{-10}

Din **tabelul 1.5** rezultă că soluţia cu 8 zecimale nu este absolut exactă şi că cifrele exacte ale zecimalelor 9 şi 10 sunt $\mathbf{x_9}$ = **6** şi $\mathbf{x_{10}}$ = **7**, astfel că soluţia cu 10 zecimale exacte a ecuaţie (27) este $X_{10} = -\mathbf{0{,}5004740367\ldots}$

Introducând în relaţia (26) noua valoare a lui $X_{10} = -\mathbf{0{,}5004740367}$ rezultă valoarea lui $\alpha(\theta)$:

(33) $$N\Big[-0.5004740367 + \mathrm{ArcSin}\big[0.5\,\mathrm{Sin}[-0.5004740367 - \mathrm{Pi}/4]/\mathrm{Sqrt}\big[1.25 - \mathrm{Cos}[-0.5004740367 - \mathrm{Pi}/4]\big]\big]\Big] = \\ = -1.0096728269937603$$

pe baza căreia, din relaţia (24), rezultă valoarea lui $\theta(\alpha)$:

(34) $N[-1.0096728269937603 - \text{ArcSin}[0.5\text{Sin}[-1.0096728269937603 - \text{Pi}/4]]] =$
$= -0.5004740366999999 \cong \mathbf{-0.5004740367}$

adică soluţia ecuaţiei (27) cu 10 cifre zecimale exacte.

S-a constatat ca sub forma (23) $\theta - \arcsin[s.sin(\theta - \varepsilon)] = 0$ programul de matematică nu ştie să rezolve ecuatia (27). Dar, scriind funcţia sub forma

(35) $\sin\theta = s.sin(\theta - \varepsilon) \rightarrow \sin\theta - s.sin(\theta - \varepsilon) = \mathbf{0}$ programul de matematica dă soluţiile:

(36) $\text{Nsolve}[\text{Sin}[t] - 0.5\text{Sin}[t - \text{Pi}/4] == 0, t] \rightarrow \{\{t \to -0.5004740367753859\},$
$\{t \to 2.641118616814407\}\}$

printre care şi pe cea determinată anterior cu 10 zecimale exacte dar, de această dată, oferă mult mai multe zecimale exacte (16) : X = -0.5004740367753859

Pentru a obţine o expresie a soluţiei pentru ecuaţia generală (23) de excentrul **S(s, ε)** cu funcţia scrisă sub forma (35), adică ecuaţia:

(37) $\sin\theta - s.sin(\theta - \varepsilon) = \mathbf{0}$

programul de matematică oferă souţiile

(38) $\text{Solve}[\text{Sin}[t] - s\text{Sin}[t - \text{eps}] == 0, t]$ cu soluţiile $\rightarrow$

$$\{\{t \to -\text{ArcCos}[-\frac{-1+s\text{Cos}[\text{eps}]}{\sqrt{1-2s\text{Cos}[\text{eps}]+s^2\text{Cos}[\text{eps}]^2+s^2\text{Sin}[\text{eps}]^2}}]\},$$

$$\left\{t \to \text{ArcCos}\left[-\frac{-1+s\text{Cos}[\text{eps}]}{\sqrt{1-2s\text{Cos}[\text{eps}]+s^2\text{Cos}[\text{eps}]^2+s^2\text{Sin}[\text{eps}]^2}}\right]\right\},$$

$$\left\{t \to -\text{ArcCos}\left[\frac{-1+s\text{Cos}[\text{eps}]}{\sqrt{1-2s\text{Cos}[\text{eps}]+s^2\text{Cos}[\text{eps}]^2+s^2\text{Sin}[\text{eps}]^2}}\right]\right\},$$

$$\{t \to \text{ArcCos}[\frac{-1+s\text{Cos}[\text{eps}]}{\sqrt{1-2s\text{Cos}[\text{eps}]+s^2\text{Cos}[\text{eps}]^2+s^2\text{Sin}[\text{eps}]^2}}]\}\}$$

dintre care prima (subliniată) corespunde realităţii şi pentru datele concrete ale ecuţie (27) rezultă

(39) $N[-\text{ArcCos}[-\frac{-1+0.5\text{Cos}[\text{Pi}/4]}{\sqrt{1-2*0.5\text{Cos}[\text{Pi}/4]+0.5^2\text{Cos}[\text{Pi}/4]^2+0.5^2\text{Sin}[\text{Pi}/4]^2}}]] \rightarrow$

$X_{16} = -0.5004740367753859$

Evident că aceeaşi valoare se putea obţine şi prin **MS** care poate oferii chiar şi mai multe cifre exacte zecimale prin continuarea metodologiei exprimate în **Tabelele 1**, dar obţinerea unei relaţii generale exacte (38) este cu mult mai comodă şi constituie o realizare notabilă prezentată în această lucrare.

Motto: „Oamenii **se tem** de ***gândurile originale*** mai mult decît de orice altceva, mai mult decât ***de ruină***, mai mult decât ***de moarte***."
Bertrand Russel

CAPITOLUL XIV

FUNCŢII SUPERMATEMATICE CIRCULARE EXCENTRICE INVERSE SUPERNOVE

1 INTRODUCERE

Denumirea de ***arcfuncţie*** (arccosx, **arc**sinx, **Arc**tanx, **Arc**cotx etc.) provine din limba latină. *Arcus cuius sinus x est* înseamnă ***arcul al cărui sinus este egal cu x***.

Deoarece funcţiile trigonometrice / circulare directe sunt funcţii de arc, din însăşi denumirea funcţiei **Arc** / **arc** rezultă că ea este inversa funcţiei directe.

Ca urmare, ecuaţiile parametrice ale funcţiei directe **sinx** sunt

(1) $\begin{cases} x = x \\ y = \sin x \end{cases}$, → **sinx**

iar a inversei ei, **arcsinx**, sunt

(2) $\begin{cases} x = sinx \\ y = x \end{cases}$ → **arcsinx**.

Din relaţia (2) rezultă că aceste funcţii circulare, foste trigonometrice, centrice şi / sau excentrice ca şi cele elevate şi exotice pot fi considerate ca aparţinând totodată şi ***funcţiilor supernove circulare centrice*** şi, respectiv, excentrice, elevate si exotice.

Pe cât de simplu se pot obţine graficele funcţiilor inverse, în coordonate parametrice, pe atât de complicat se pot obţine expresiile lor analitice, deoarece este necasar să se rezolve unele ecuaţii algebrice neliniare de grad infinit.

Astfel, dacă expresia funcţiei **directe sin x** este

(3) $y(x) = sinx = 1 - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} - \frac{x^7}{7!} + \frac{x^9}{9!} - \cdots + \cdots$ şi nu este chiar simplă !

Pentru determinarea expresiei funcţiei inverse, este necesar să se rezolve ecuaţia neliniară de grad infinit:

(4) $1 - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} - \frac{x^7}{7!} + \frac{x^9}{9!} - \cdots + \cdots - y = 0$ → x(y) = ?

Soluţia ei este, după cum se ştie seria infinită:

(5) $x(y) = \arcsin y = y + \frac{1}{2.3}y^3 + \frac{1.3}{2.4.5}y^5 + \frac{1.3.5}{2.4.6.7}y^7 + \ldots \quad |y| < \frac{\pi}{2}$

Dar soluţia poate fi dată şi în serii hipergeometrice astfel

(6) $arcsinz = \int_0^1 \frac{1}{\sqrt{1-z^2}} dz = \int_0^x {}_1F_0\left(\frac{1}{2};;\, z^2\right) dz = z_2F_1\left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}; \frac{3}{2}; z^2\right) \Big|_0^x = x_2F_1(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}; \frac{3}{2}; x^2)$

În privinţa determinării analitice a inversei unei funcţii există şi excepţii, adică funcţii a căror inverse se determină imediat. O astfel de funcţie este ***funcţia supermatematică circulară excentrică*** (**FSM**-**CE**) ***beta excentrică*** de variabilă excentrică (**bexθ**), a cărei expresie este

(7) y (θ) = bexθ = arcsin[s.sin(θ−ε)]

astfel că rezolvarea excuaţiei

(8) y (θ) − arcsin[s.sin(θ−ε)] = 0 , sau y (θ) = arcsin[s.sin(θ−ε)]

este simplă.

Scriind

(9) siny(θ) = sin{arcsin[s.sin(θ−ε)]} → siny(θ) = s.sin(θ−ε) →

(10) $\sin(\theta-\varepsilon) = \frac{\sin y(\theta)}{s}$ → $\theta(y) = \arcsin\frac{\sin y(\theta)}{s} + \varepsilon$ care este inversa lui ***bexθ***, adică

(11) $\text{bex}\theta^{(-1)} = \text{invbex}\theta = \arcsin\frac{\sin y}{s} + \varepsilon$ cu graficele din **figura 1,a**.

Cu notaţiile clasice β(θ) = bexθ = arcsin[s sin(θ - ε)], iar $\theta(\beta) = \text{bex}\theta^{(-1)} = \arcsin\frac{\sin\beta}{s} + \varepsilon$.

De ce trebuie notată inversa lui bexθ cu **inv** sau **Inv** şi nu cu **arc** sau **Arc** **?**

Pentru că **arc**bexθ ≠ **inv**bexθ ca şi **Arc**bexθ ≠ **Inv**bexθ aşa cum se poate observa din graficele din **figurile 1,a**.

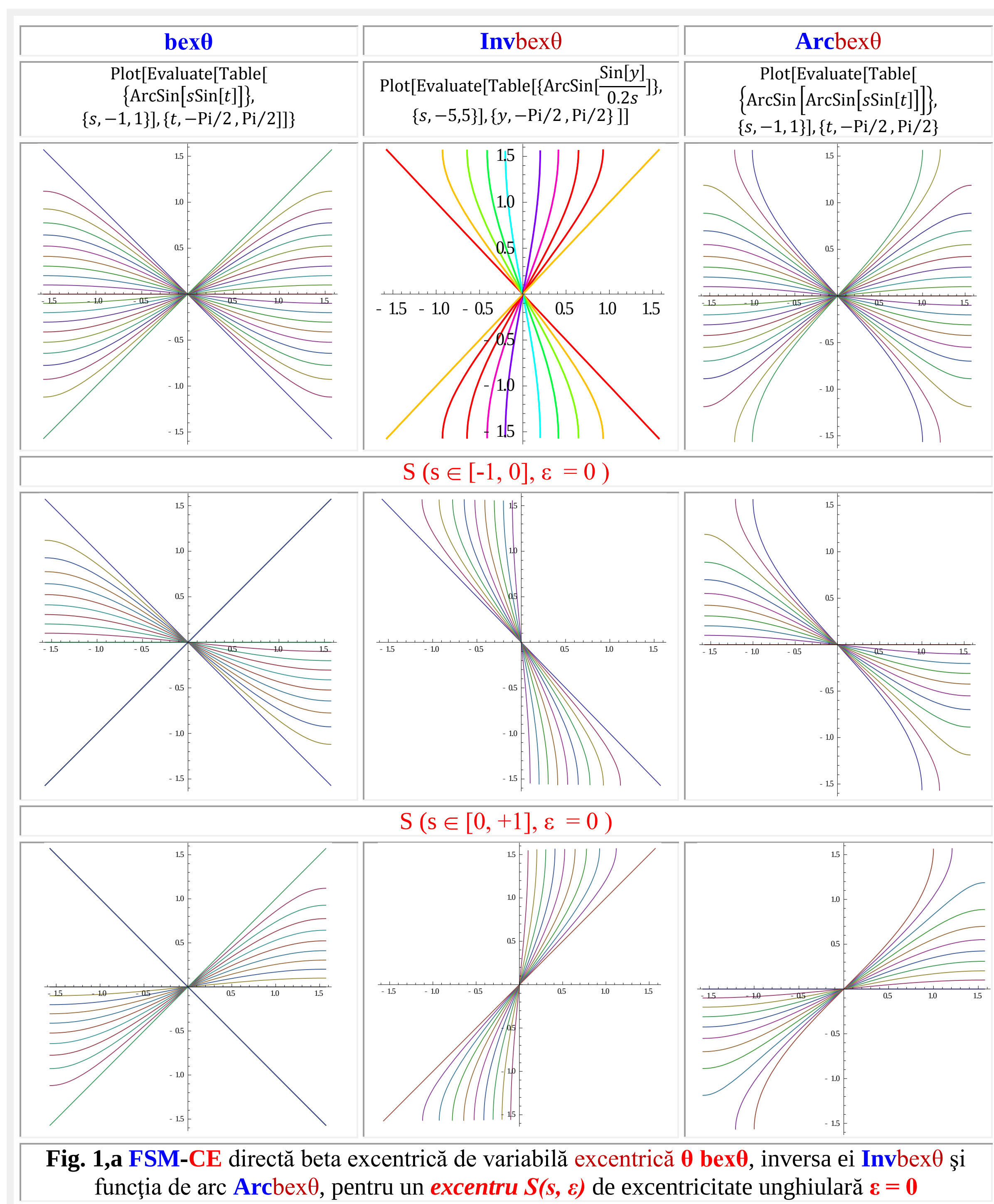


Fig. 1,a FSM-CE directă beta excentrică de variabilă excentrică **θ bexθ**, inversa ei **Inv**bexθ şi funcţia de arc **Arc**bexθ, pentru un ***excentru S(s, ε)*** de excentricitate unghiulară **ε = 0**

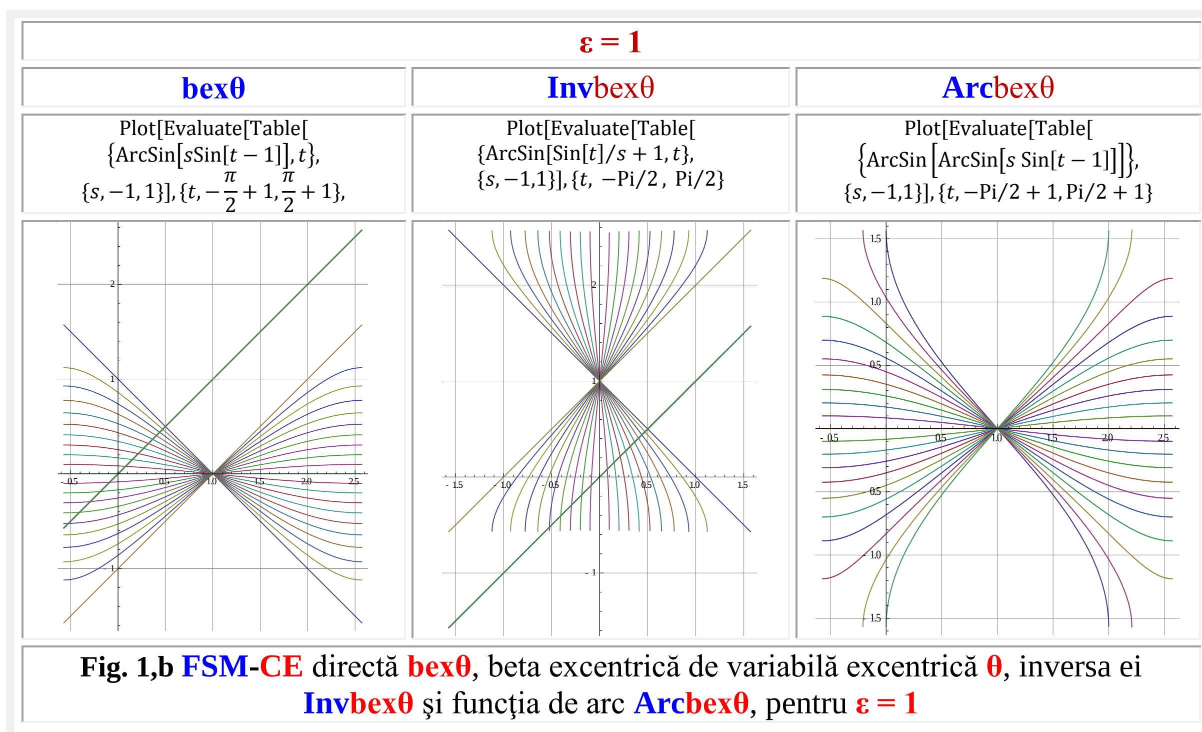


Fig. 1,b FSM-CE directă **bexθ**, beta excentrică de variabilă excentrică **θ**, inversa ei **Invbexθ** şi funcţia de arc **Arcbexθ**, pentru **ε = 1**

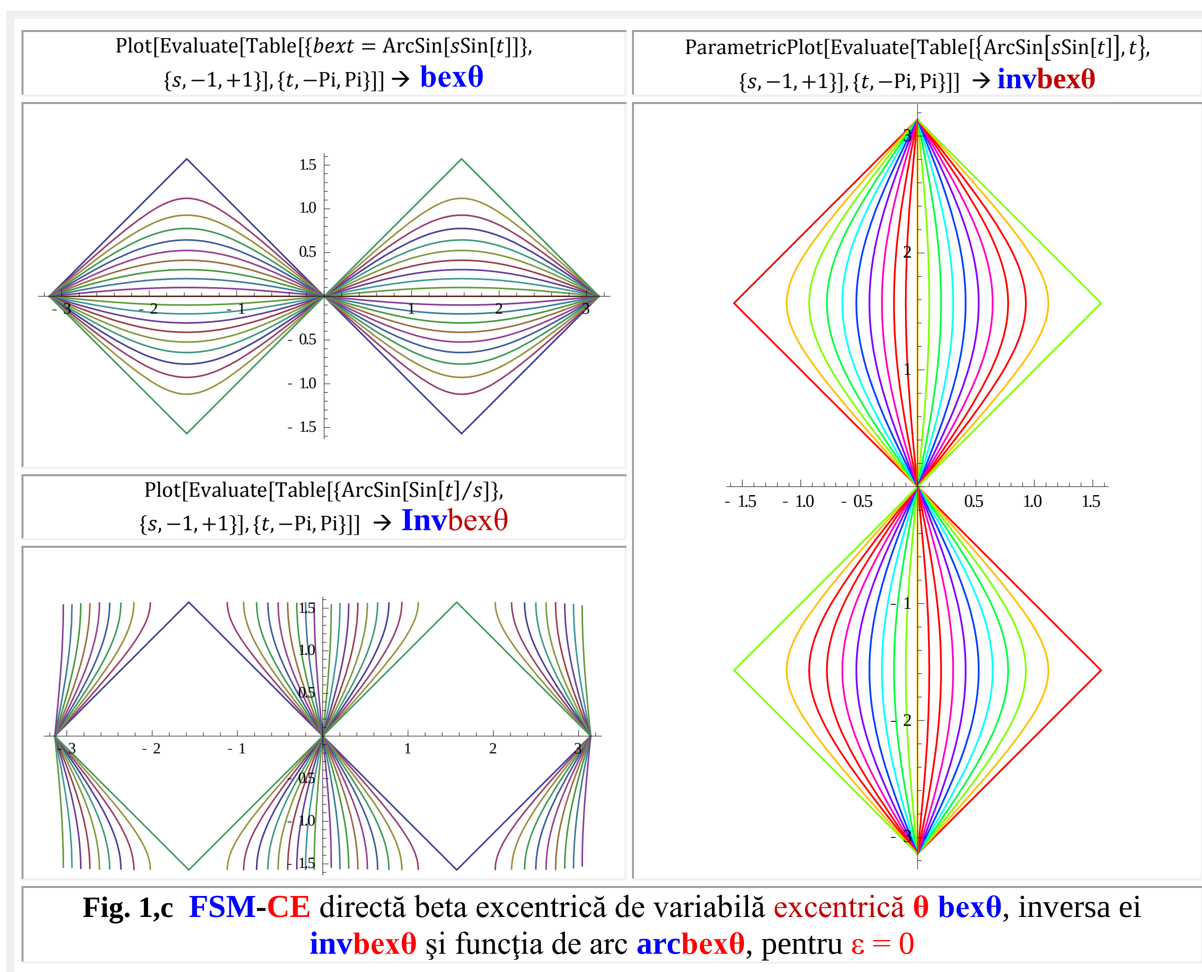


Fig. 1,c FSM-CE directă beta excentrică de variabilă excentrică **θ bexθ**, inversa ei **invbexθ** şi funcţia de arc **arcbexθ**, pentru ε = 0

Pentru **sinx**, de exemplu, din domeniul / intervalul x∈ $[-\frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{2}]$, rezultă codomeniul lui y = sinx ∈ [− 1 + 1], iar pentru y = Arcsinx, inversa lui sinx, rezultă domeniul de definiţie x ∈ [− 1, + 1] şi codomeniul funcţiei inverse y = Arcsinx ∈ $[-\frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{2}]$. Rezultă acelaşi codomeniul pentru y = arcsinx ∈ [-1, +1]. Mai rezultă, totodată, că funcţiile directă şi inversă sunt simetrice faţă de prima bisectoare şi, în consecinţă, sunt inverse una alteia.

2 REMEMBAR: FUNCŢII CIRCULARE CENTRICE INVERSE

O funcţie f : X → Y este ***inversabilă*** sau ***biunivocă*** dacă există o funcţie g : Y → X, astfel încât f ° g = 1Y şi g ° f = 1X, în care 1M : M → M, 1M(x) = x, oricare ar fi x din M, se numeşte aplicaţia identică a mulţimii M. În cazul în care X = Y, are loc egalitatea f ° g = g° f = 1X.

Mulţimea funcţiilor monotone, crescătoare şi descrescătoare, este conţinută în mulţimea funcţiilor inversabile. O funcţie monotonă este inversabilă, pe când o funcţie inversabilă nu este neapărat monotonă.

Dacă există g, ca inversă a funcţiei directe f, atunci are loc echivalenţa

y = f(x) ⇔ x = g(y),

în care x parcurge domeniul de definiţie X al funcţiei f, iar y, imaginea lui x prin funcţia f, parcurge domeniul de definitie Y al funcţiei g sau codomeniul funcţiei f.

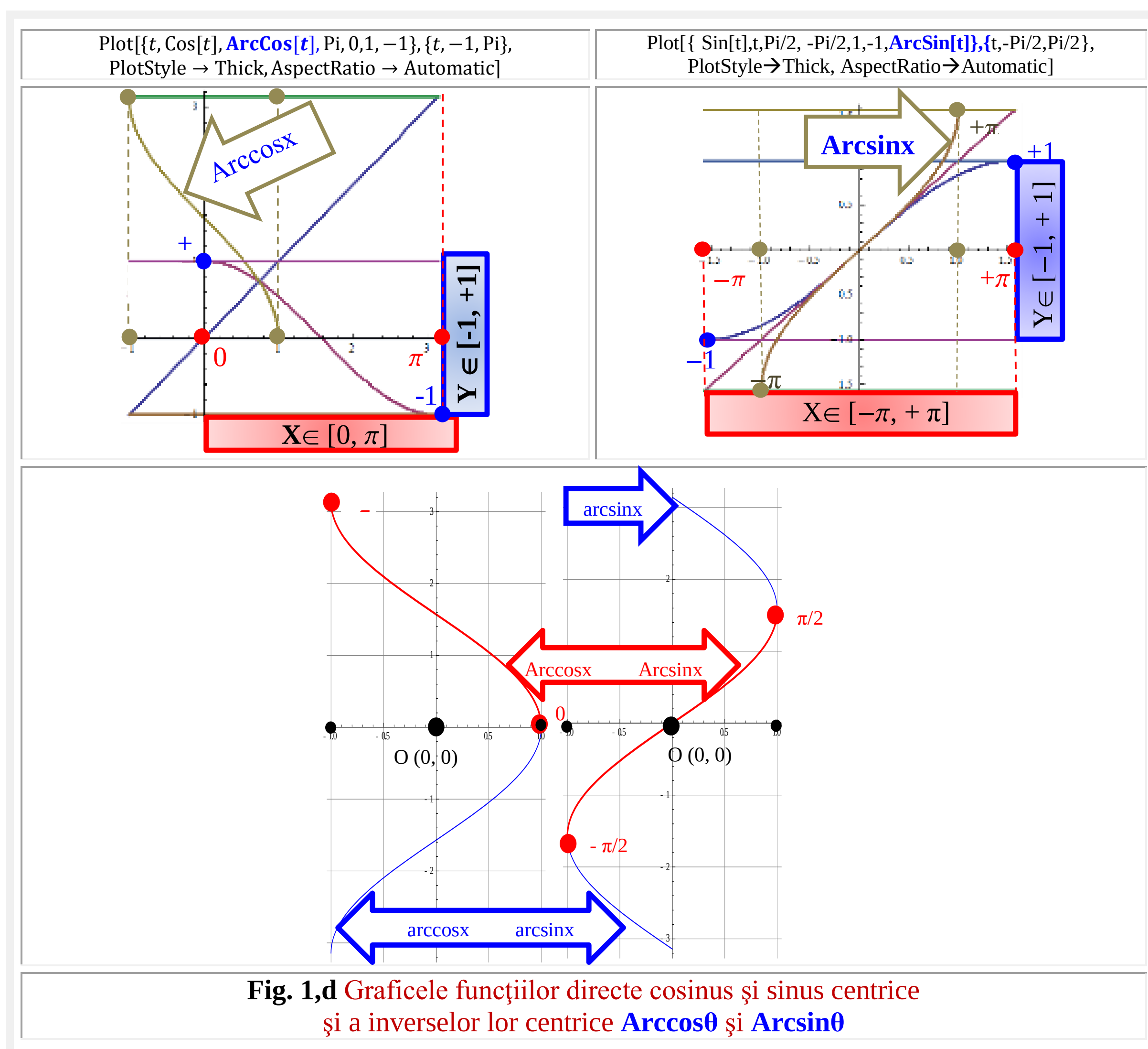


Fig. 1,d Graficele funcţiilor directe cosinus şi sinus centrice şi a inverselor lor centrice **Arccosθ** şi **Arcsinθ**

Fie funcţia f : X → Y, bijectivă. Inversa unei aplicaţii bijective este din nou bijectivă.

Funcţia g : Y → X, care asociază fiecărui element din y din Y elementul unic x din X, astfel încât f(y) = x, se numeşte funcţie inversă a funcţiei f şi se poate nota cu $g = f^{-1}$.

Funcţia **directă** f care are ca inversă funcţia $f^{-1} = g$, (funcţia **inversă** a lui f) se zice că este inversabilă.

Funcţia directă y = x, care reprezintă ecuaţia primei bisectoare, are drept funcţie inversă funcţia x = y. Ca urmare, prima bisectoare este, în acelaşi timp, şi funcţie directă şi funcţie inversă. Toate funcţiile inverse au graficele ca simetrice ale funcţiilor directe faţă de prima bisectoare.

Se notează cu **arcsinx** mulţimea tuturor arcelor a căror sinus este egal cu x şi cu **Arcsinx**, **Arccosx**, **Arctanx** etc. ***inversele*** funcţiilor **sinx**, **cosx**, **tanx**, etc.

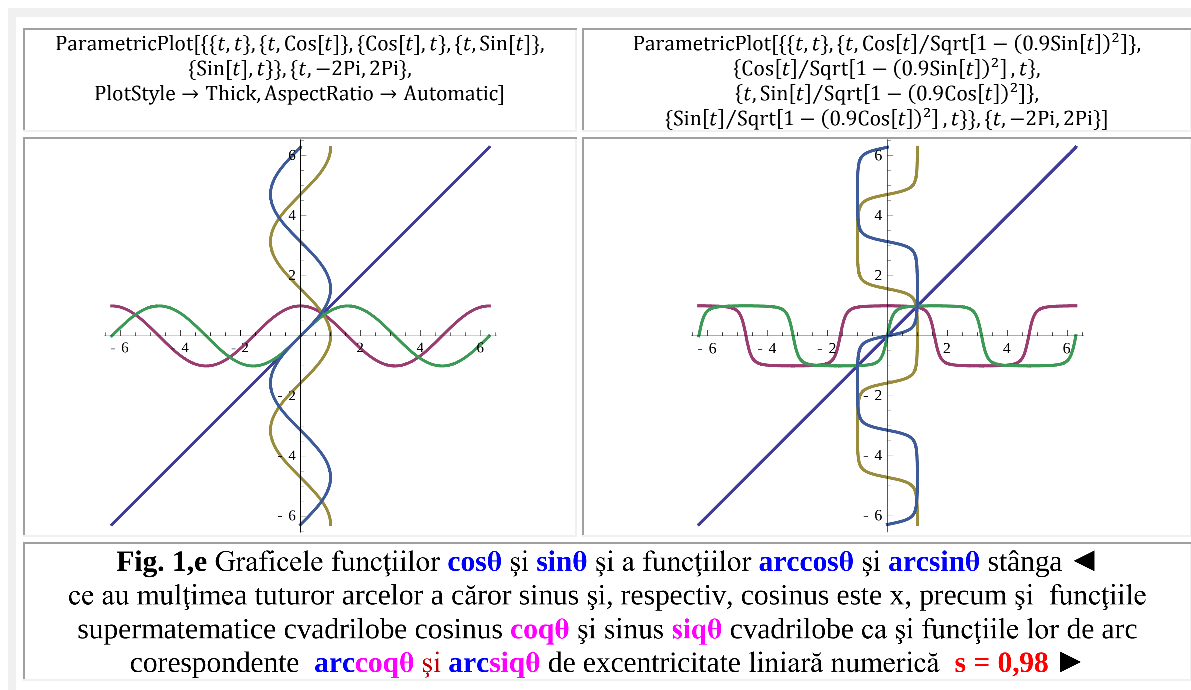
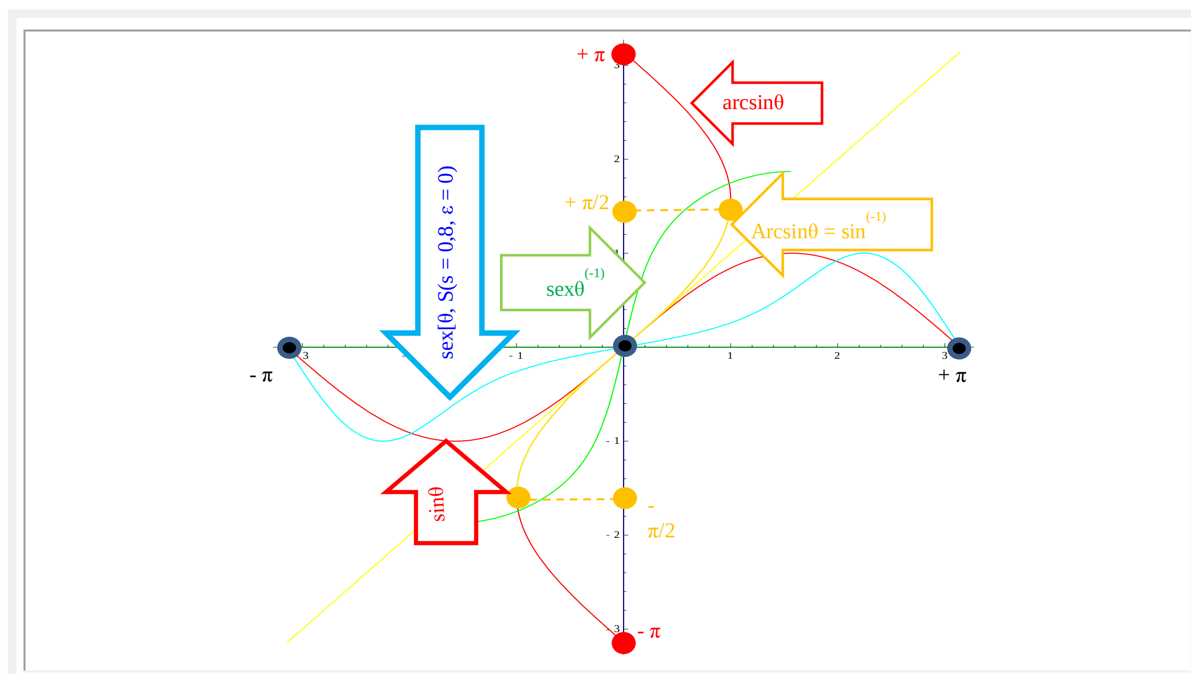


Fig. 1,e Graficele funcţiilor **cosθ** şi **sinθ** şi a funcţiilor **arccosθ** şi **arcsinθ** stânga ◄ ce au mulţimea tuturor arcelor a căror sinus şi, respectiv, cosinus este x, precum şi funcţiile supermatematice cvadrilobe cosinus **coqθ** şi sinus **siqθ** cvadrilobe ca şi funcţiile lor de arc corespondente **arccoqθ** şi **arcsiqθ** de excentricitate liniară numerică **s = 0,98** ►



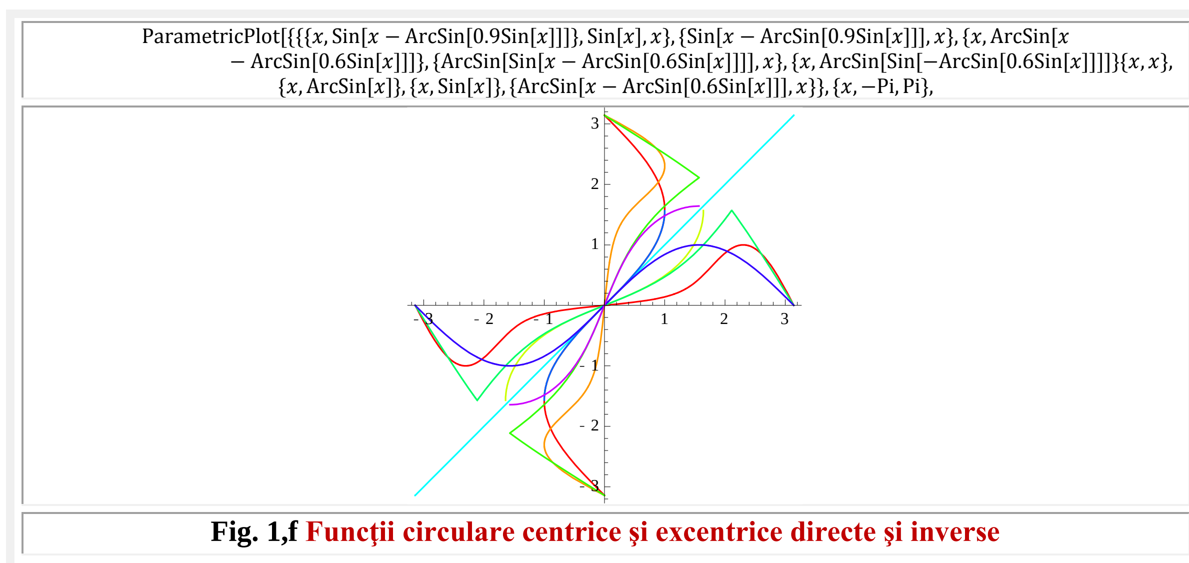


Fig. 1,f Funcţii circulare centrice şi excentrice directe şi inverse

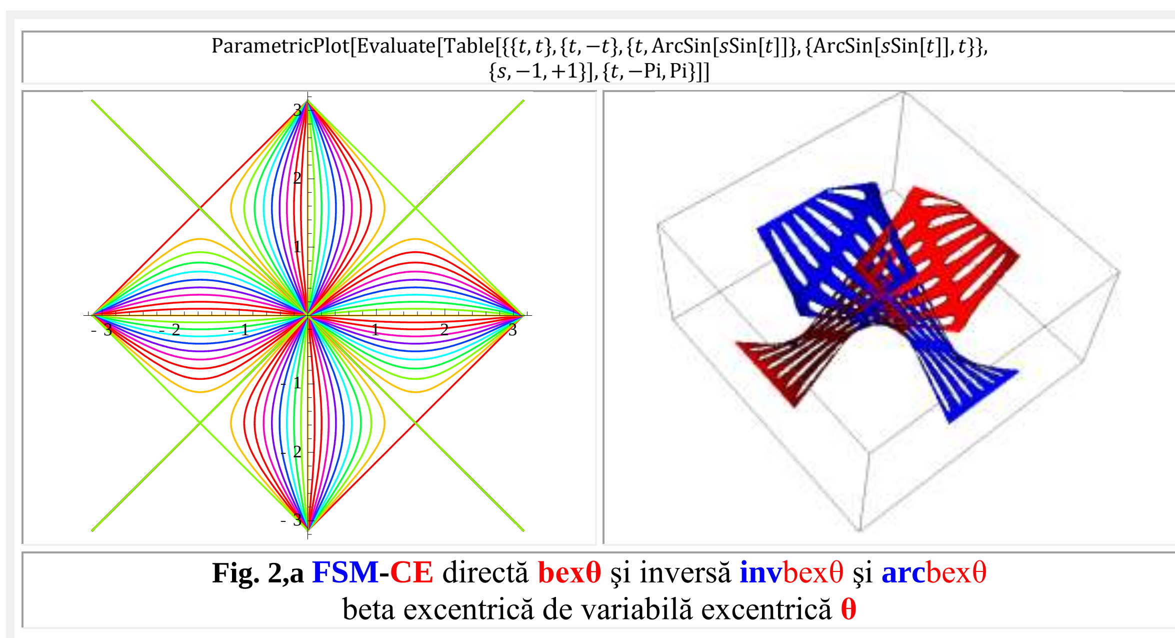


Fig. 2,a FSM-CE directă **bexθ** şi inversă **inv**bexθ şi **arc**bexθ
beta excentrică de variabilă excentrică **θ**

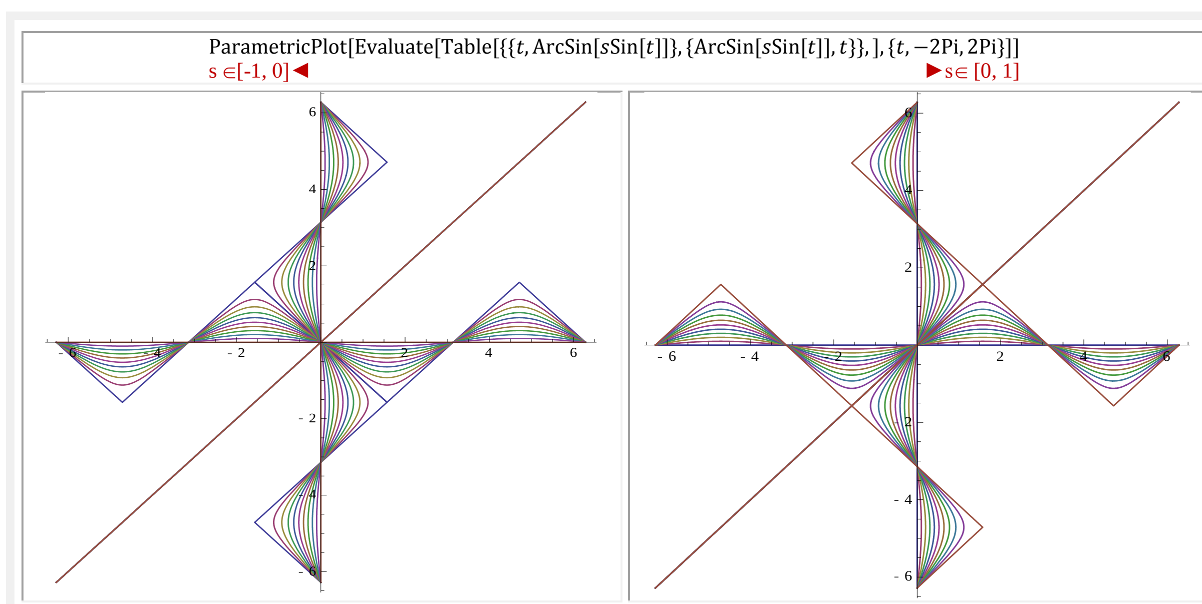
Funcţia circulară / trigonometrica directă **centrică cosinus**, restricţionată la intervalul X ∈ [0, π], adică f : [0, π] → [-1, +1], f(x) = y = cosx este inversabilă şi admite ca **inversă**, notată Arccosinus, pe $g = f^{-1}$:[−1, + 1] → [0, π]], $g = f^{-1}$ (y) = **x = Arccosy**, cu graficul din **figura 1,d** ◄şi inversele **arccosx** şi arcsinx în **figura1,e** ◄, iar in dreapta ►**coqθ** şi **arccoqθ**, precum şi funcţiile cvadrilobe **siqθ** şi **arcsiqθ** inversabilă şi admite ca **inversă**, notată Arcsinus, pe $g = f^{-1}$:[−1, + 1] → $[-\frac{\pi}{2}, +\frac{\pi}{2}]$, $g = f^{-1}$ (y) = **x = Arcsiny**, cu graficul din **figura 1,d** dreapta ►.

În **figura 1,d** sunt prezentate în stânga ◄ funcţiile inverse **arccosx** şi **arcsinx** şi în partea dreaptă ►, pentru comparaţie, inversele **FSM** cvadrilobe cosinus **coqx** şi sinus **siqx** de excentru **S**(0,98; 0), în care excentricitatea liniară numerică este **s = 0,98**, iar cea unghiulară **ε = 0**.

În continuare se vor nota numai cu **arc** şi nu cu **Arc** ambele tipuri de funcţii inverse din domeniul matematicii centrice (**MC**), atât cele de arc simplu cât şi cele de arc multiplu, păstrând scrierea cu majusculă pentru **FSM-CE** şi **FSM-CEI** de variabilă centrică **α**, conform convenţiei din domeniul matematicii excentrice **(ME)** pentru funcţiile directe şi inverse (**$cex_{1,2}θ$ → $Cexα_{1,2}$, $sex_{1,2}θ$ → $Sexα_{1,2}$** etc.; $arccex_{1,2}θ$ → $arcCexα_{1,2}$, $arcsex_{1,2}θ$ → $arcSexα_{1,2}$ etc.).

Plot[Evaluate[Table[{ArcSin[Sin[t]/s]}, {s, −1, +1}], {t, −Pi/2 , Pi/2}]]	ParametricPlot[Evaluate[Table[{ArcSin[sSin[t]], t} , {s, −1, +1}], {t, −Pi/2 , Pi/2}]]
ParametricPlot[Evaluate[Table[{{t, ArcSin[Sin[t]/s]}}, {s, −1, +1}], {t, −Pi/2 , Pi/2}]]	ParametricPlot[Evaluate[Table[{ ArcSin[Sin[t]/s], t}, {s, −1, +1}], {t, −Pi/2 , Pi/2}]]

Fig. 2,b Comparaţie între **FSM-CE** directă **bexθ** şi inversă **inv**bexθ şi **arc**bexθ beta excentrică de variabilă excentrică **θ** exprimate în moduri diferite



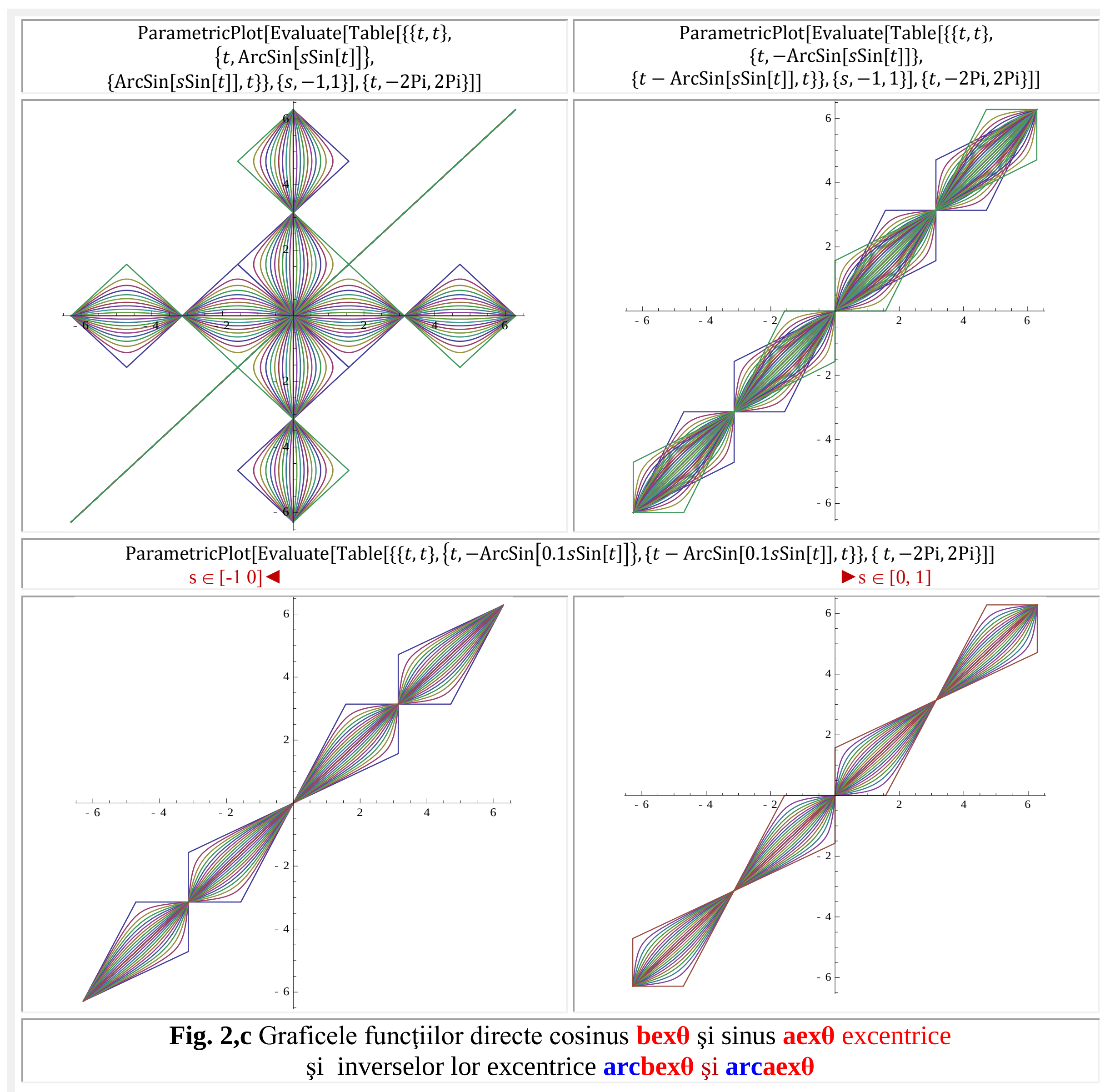


Fig. 2,c Graficele funcţiilor directe cosinus **bexθ** şi sinus **aexθ** excentrice
şi inverselor lor excentrice **arcbexθ** şi **arcaexθ**

3 FUNCŢII SUPERMATEMATICE CIRCULARE EXCENTRICE INVERSE (FSM-CEI) DE VARIABILĂ EXCENTRICĂ θ

Funcţiile circulare centrice directe (**FCC**) au fost introduse în matematică de elveţianul **Leonhard Euler** (1707-1783), care a constatat că funcţiile trigonometrice pot fi reprezentate ca intersecţie a unui cerc de rază R = 1 - trigonometric sau unitate **CU**(O,1) – cu o semidreaptă turnantă în jurul originii **O(0, 0)** a unui reper cartezian drept.

Tot **Euler** este acela care a definit funcţia exponenţială pentru numere complexe şi a făcut legătura dintre aceasta şi funcţiile trigonometrice prin celebra formulă

(12) $$e^{i\alpha} = cos\alpha + i.sin\alpha$$

funcţie exponenţială care, acum, este funcţia **radial centrică** $rad\alpha$, un fazor de la **O(0, 0)** la punctul curent **M**(x = cosα, y = sinα) de pe **CU**(O, 1) [23], fazor turnant în jurul centrului şi al originii **O(0,0)**

(13) $$\begin{cases} e^{i\alpha} = rad\alpha \\ \frac{d}{d\alpha}(rad\alpha) = i.e^{i\alpha} = der\alpha \end{cases}$$

şi a cărui derivată este fazorul **derivată centrică** $der\alpha$, fazor tangent în punctul curent **M** la **CU**.

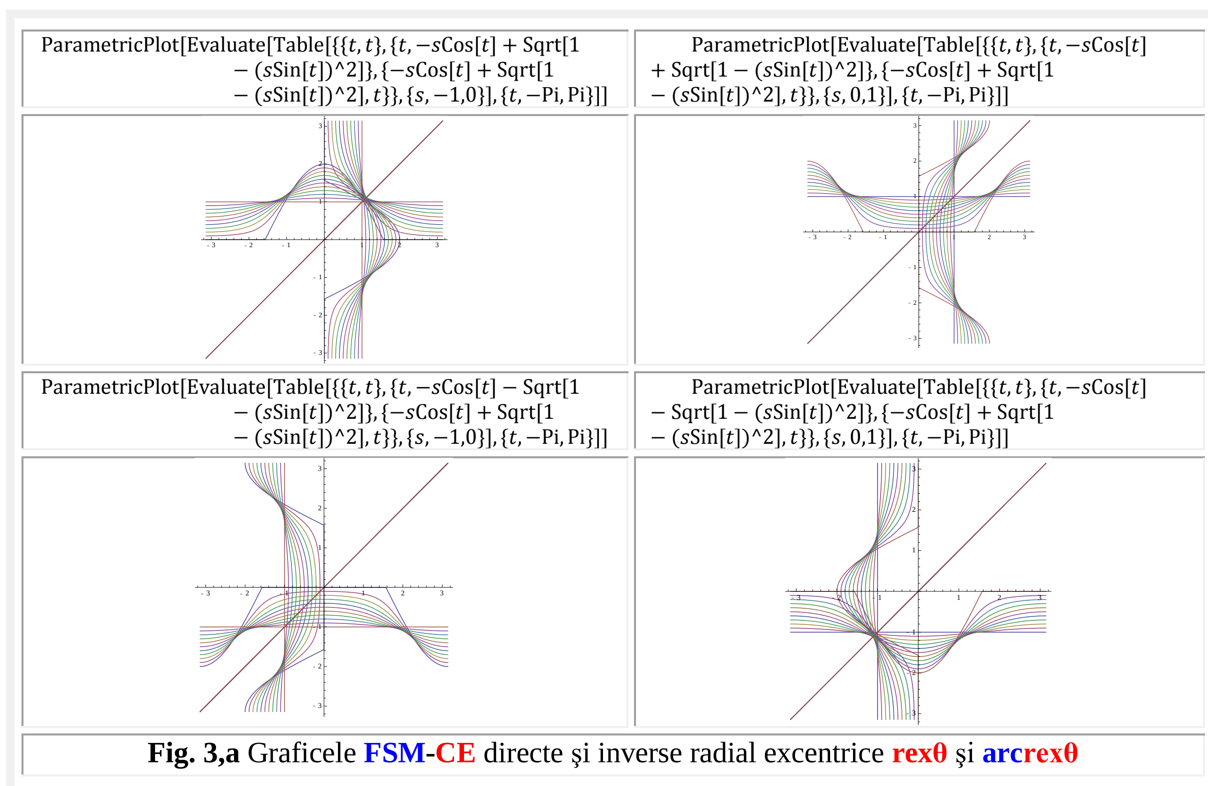


Fig. 3,a Graficele **FSM-CE** directe şi inverse radial excentrice **rexθ** şi **arcrexθ**

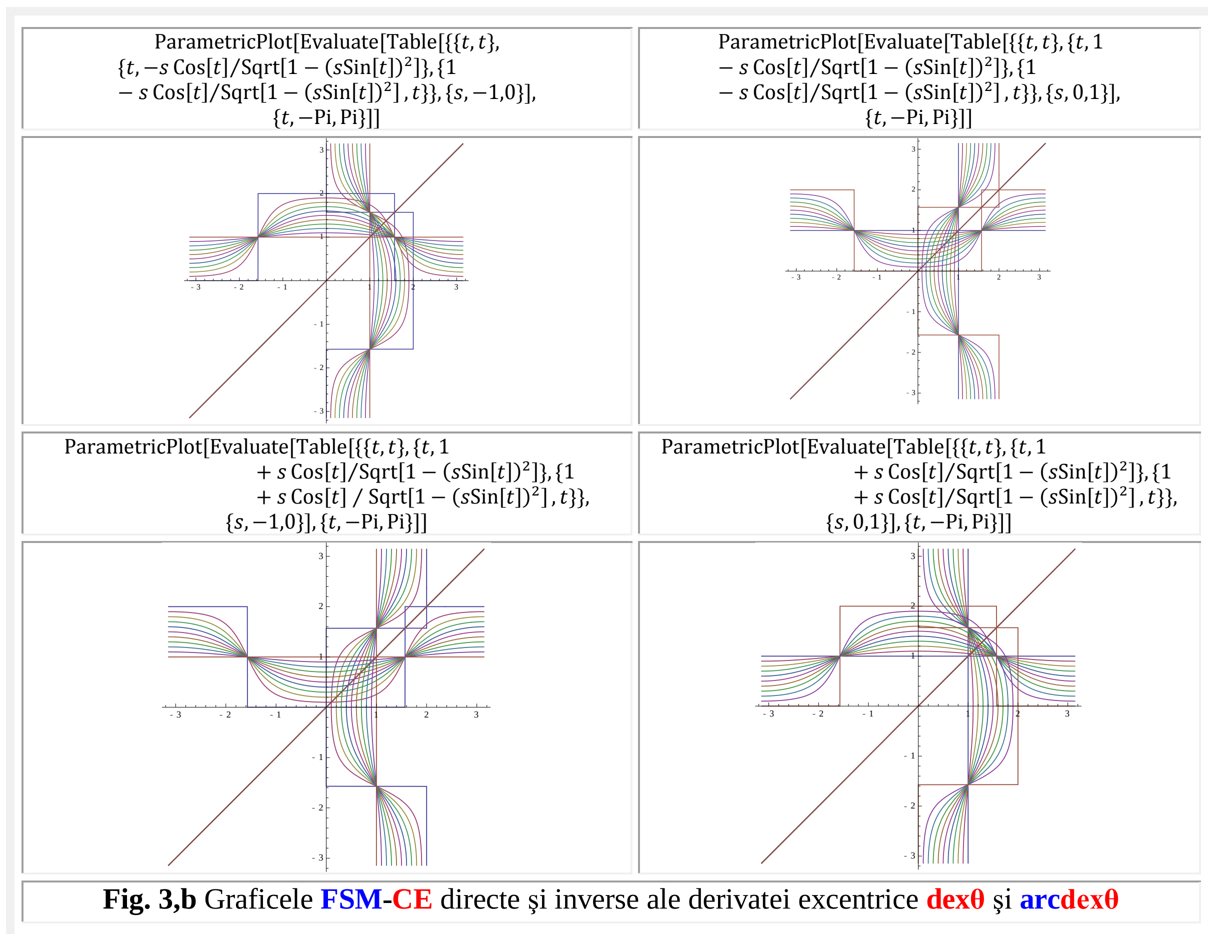


Fig. 3,b Graficele **FSM-CE** directe şi inverse ale derivatei excentrice **dexθ** şi **arcdexθ**

Funcţiile sau fazorii ***rada*** şi ***dera*** sunt echivalenţii vectorilor **centrici** $\vec{R}(\boldsymbol{\alpha}) = \overrightarrow{OP}(\boldsymbol{\alpha})$ — $|\vec{R}(\boldsymbol{\alpha})| = |\boldsymbol{rada}| = 1$— şi a derivatei acestuia $\vec{V}(\boldsymbol{\alpha}) = \frac{d}{d\boldsymbol{\alpha}}\vec{R}(\boldsymbol{\alpha})$, tangent la CU în **M**, $|\vec{V}(\boldsymbol{\alpha})| = |\boldsymbol{dera}| = 1$ şi au, evident, modulele lor egale cu unitatea.

Din cele expuse anterior, se poate deduce facil că, la definirea funcţiilor trigonometrice ca funcţii circulare, **Euler** a ales **<u>trei puncte confundate</u>**: centrul cercului **C**(0,0),originea reperului **O**(0,0) şi polul **P**(0,0) al semidreptei centrice $\mathbf{D}^{+}$ ale cărei intersecţie cu **CU,** punctul M**(x, y),** dau funcţiile circulare considerate elementare dar şi **<u>unice</u>** **x = cosα** şi **y = sinα**.

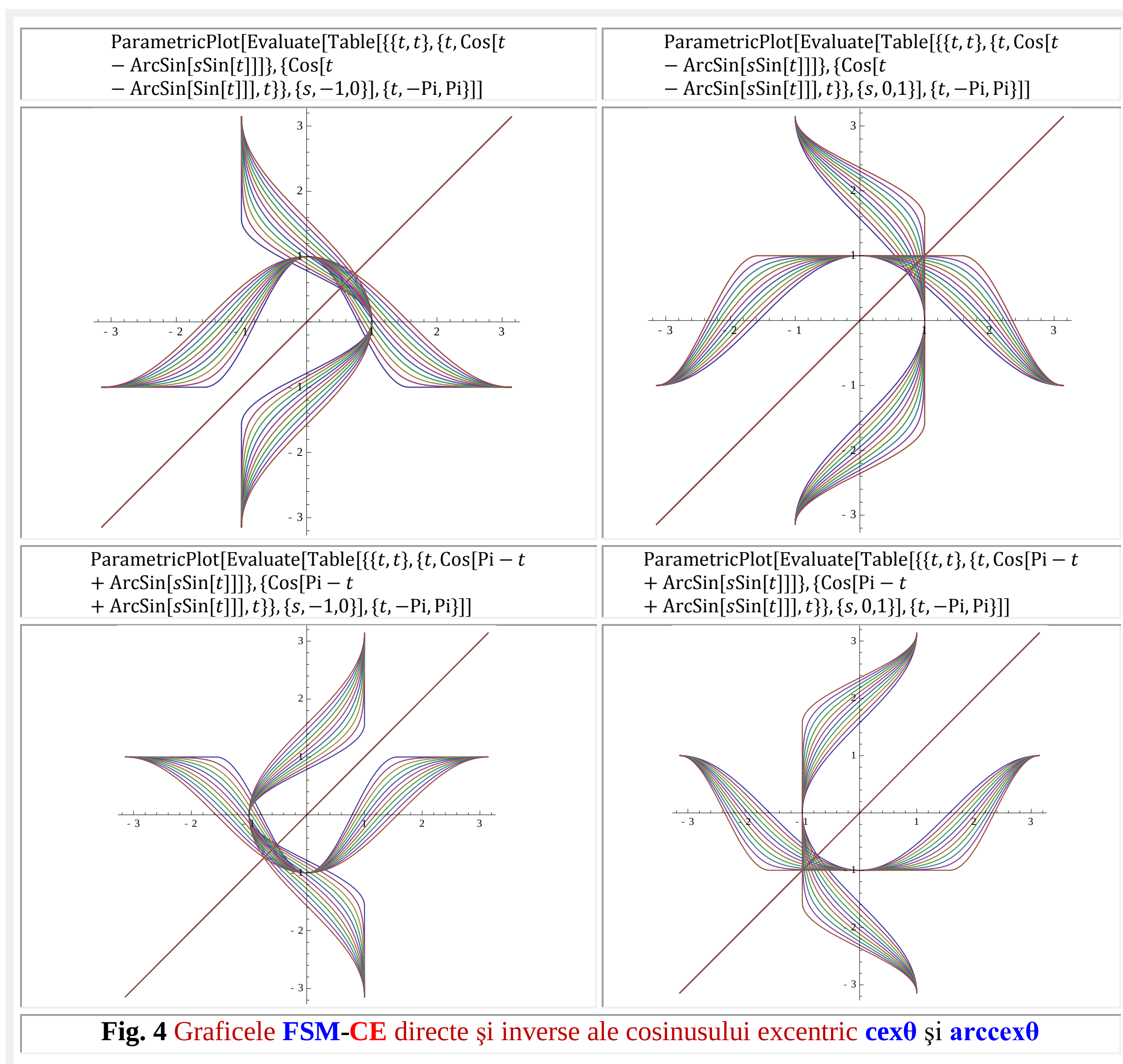


Fig. 4 Graficele **FSM-CE** directe şi inverse ale cosinusului excentric **cexθ** şi **arccexθ**

Din această cauză, apariţia unei infinităţi de funcţii circulare / trigonometrice cosinus şi sinus, precum şi a multor altora, a fost amânată din anul 1778 până în anul 1978 cu exact 200 de ani ! 200 de ani în care nimeni n-a observat că această suprapunere de puncte a sărăcit enorm matematica şi nimeni, dar nimeni, n-a mişcat din centru nici măcar un punct suprapus.

Matematica excentrică (**ME**) este cea care s-a născut prin expulzarea polul **P** din O(0, 0) şi la denumit excentru **E**(e, **ε**) pentru un cerc oarecare de rază R şi **S**(**s**, ε) pentru CU, denumind excentricitate liniară ***reală*** cu **e** şi excentricitate liniară ***numerică*** cu **s**, iar cu **ε** excentricitate *unghiulară*. Câte puncte există în planul cercului unitate, atâtea perechi de funcţii excentrice cosinus **cexθ** şi sinus **sexθ** au apărut şi există acum, adică o infinitate !

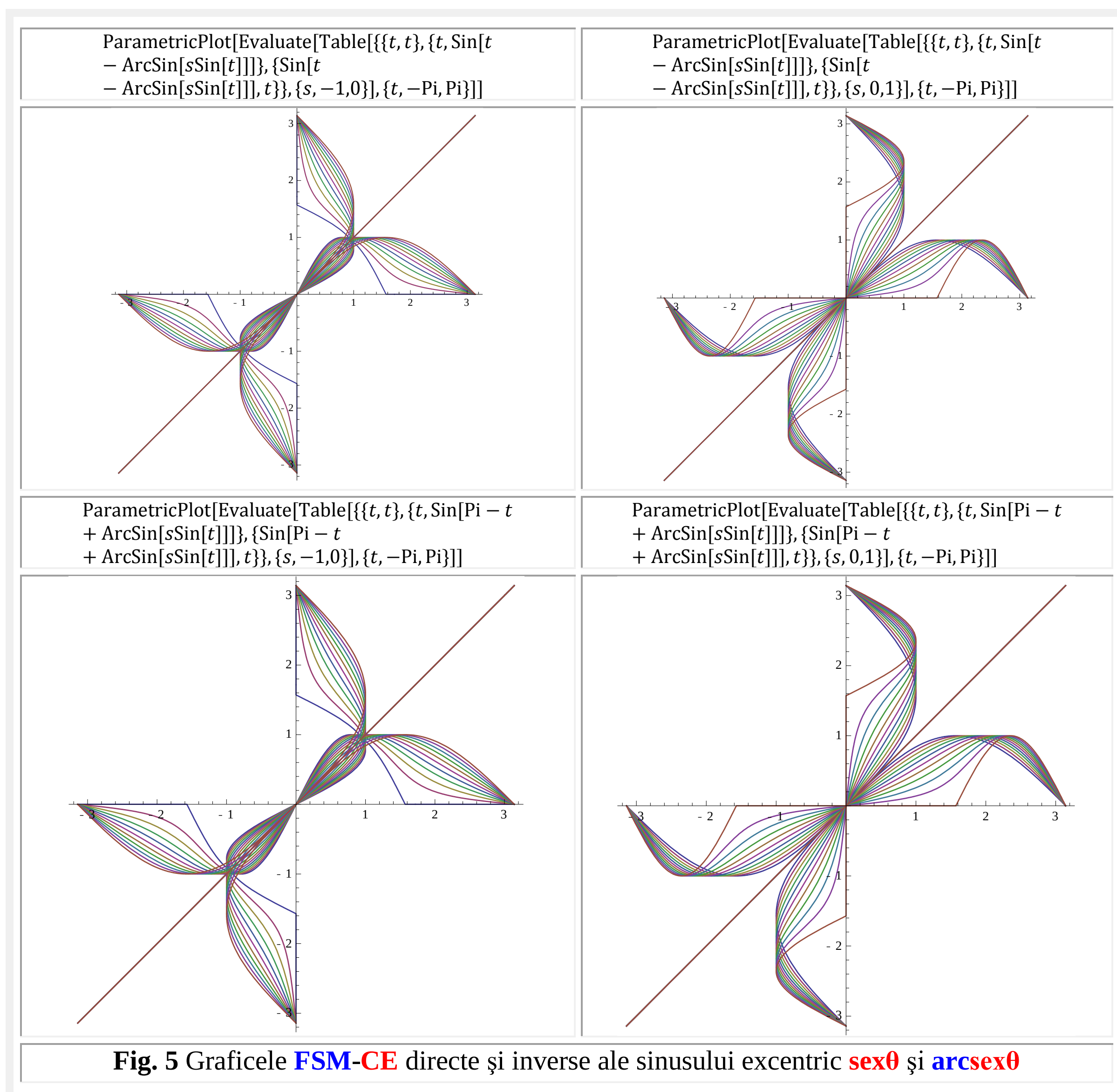


Fig. 5 Graficele **FSM-CE** directe şi inverse ale sinusului excentric **sexθ** şi **arcsexθ**

De-abia acum s-a putut observa că nu sinusul şi cosinusul sunt funcţiile elementare, ci unele noi apărute: funcţia radial excentrică **rexθ** şi derivată excentrică **dexθ**, care sunt modulele vectorilor de poziţie $\vec{r}_{1,2} = \overrightarrow{SW}_{1,2} = rex_{1,2}\theta . rad\theta$, faţa de S şi, respectiv derivata acestuia $\vec{v}_{1,2} = \vec{r}_{1,2}{}' = dex_{1,2}\theta * der\theta$ şi au echivalentele lor din domeniul centric fazorii **radα** şi **derα.**

Unghiul **α** la centrul **O(0,0)** a fost denumit **variabilă centrică**, iar unghiul **θ** la excentrul **S**(**s**, **ε**) a fost denumit **variabilă excentrică**.

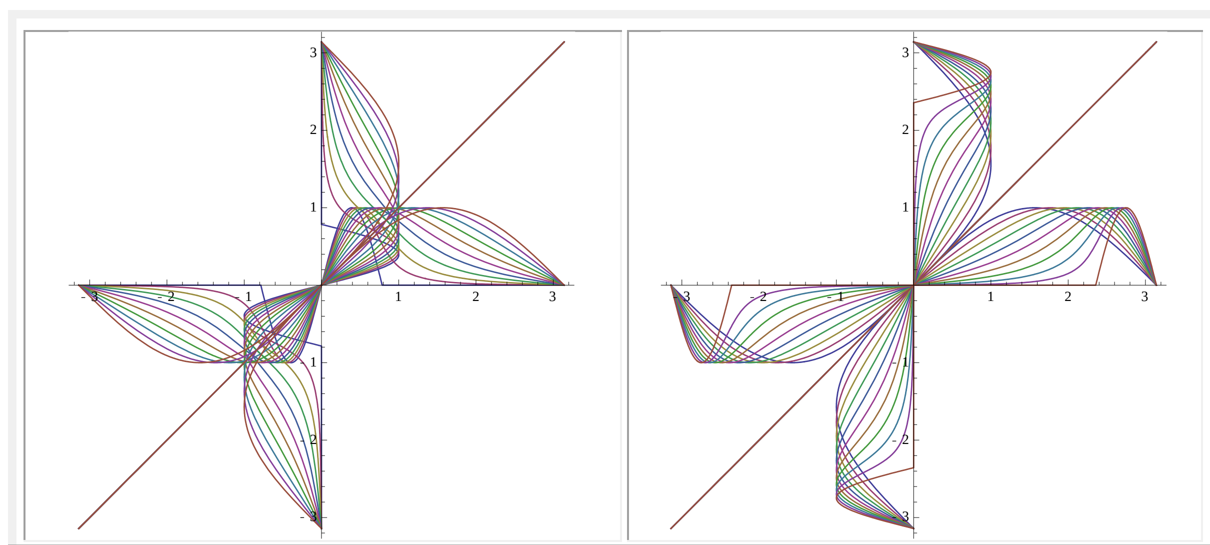
Deoarece, funcţiile excentrice de variabilă excentrică (**cexθ, sexθ, texθ** etc.) sunt continue numai pentru $s^2 < 1$, adică s ∈[-1, 1] ce corespunde unui excentru **S** plasat în interiorul discul cercului unitate, au fost introduse şi funcţiile excentrice de **variabilă centrică α,** care sunt continue pentru toate valorile lui **s**, adică pentru **s** ∈ [−∞, +∞] sau pentru un excentru **S** plasat în oricare punct din planului cercului unitate. Ele sunt notate, prin convenţie, cu majuscule (**Cexα, Sexα,Texα, Rexα, Dexα**, etc) pentru a se distinge de cele de ***variabilă excentrică*** **θ**.

La îndemnul şi sugestia unui mare matematician, l-am numit pe Prof.dr. math. **Horst Klepp,** de a pune de acord trigonometria, care opera cu **semidrepte**, cu geometria analitică care operază cu **drepte**, au fost redefinite funcţiile excentrice ca intersecţie a **dreptei excentrice**, pentru că este turnantă în jurul excentrului **S**, **d = d⁺ ∪ d⁻,** cu cercul unitate **CU(O, 1**), rezultând, astfel, două determinări: una principală,

de **indice 1**, sau fãra indice când confuziile sunt excluse, din intersecţia cu semidreapta **d⁺** şi una secundară, de **indice 2**, ca intersecţie cu semidreapta **d⁻.**

```
ParametricPlot[Evaluate[Table[{{t, t}, {t, Cos[t − ArcSin[s Sin[t]] − ArcSin[s Sin[t − ArcSin[s Sin[t]]]]]}, {Cos[t
− ArcSin[s Sin[t]] − ArcSin[s Sin[t − ArcSin[s Sin[t]]]]], t}}, {s, −1, 1}], {t, −Pi, Pi}]]
```

Fig. 6 Graficele **FSM-CE** directe şi inverse ale cosinusului excentric de dublă excentricitate **c2exθ** şi **arcc2exθ**



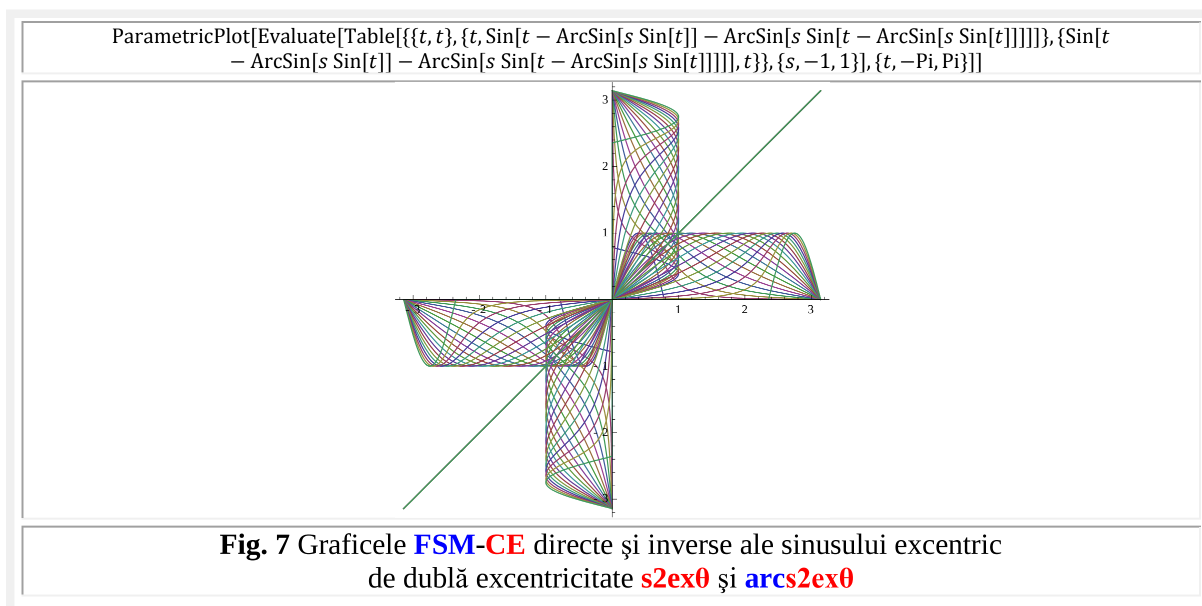


Fig. 7 Graficele **FSM-CE** directe şi inverse ale sinusului excentric de dublă excentricitate **s2exθ** şi **arcs2exθ**

Matematica elevată (**MEL**) este cea în care s-a mai considerat deplasat un punct, şi anume, **originea O** din **C(0, 0)** în excentrul **S**(**s**, **ε**) ≡ O(**s**, **ε**) şi astfel au apărut funcţiile supermatematice circulare **elevate** (**FSM-CEL**), precum cosinus elevat **celθ** şi **Celα**, sinus elevat **selθ** şi **Selα**, tangentă elevată **telθ** şi **Telα** etc. Au fost denumite **elevate**, pentru că **celθ** şi **selθ**, de exemplu, îşi elevează poziţia codomeniului în funcţie de poziţia excentrului S, în timp ce, codomeniul funcţiilor excentrice cexθ şi sexθ rămâne acelaşi **I** ∈ [-1, 1], indiferent de poziţia lui **S** în plan.

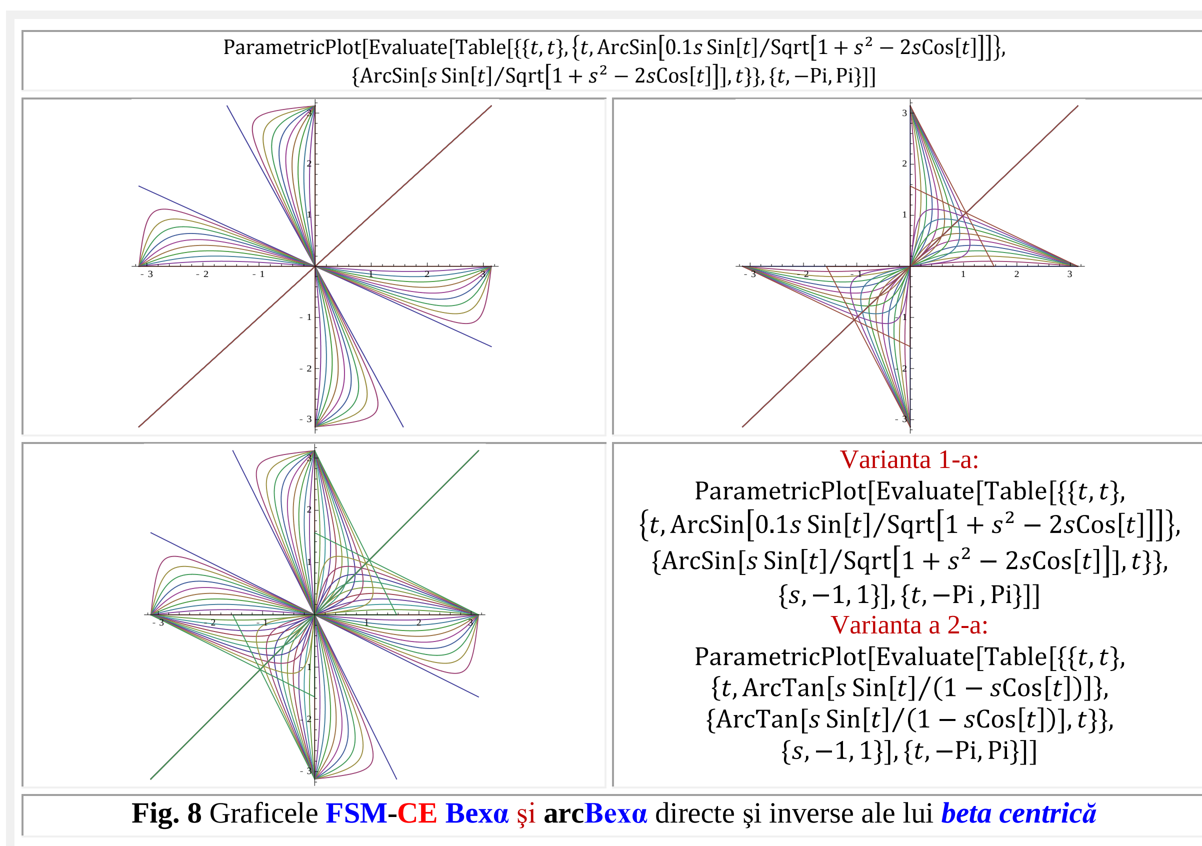


Fig. 8 Graficele **FSM-CE Bexα** şi **arcBexα** directe şi inverse ale lui ***beta centrică***

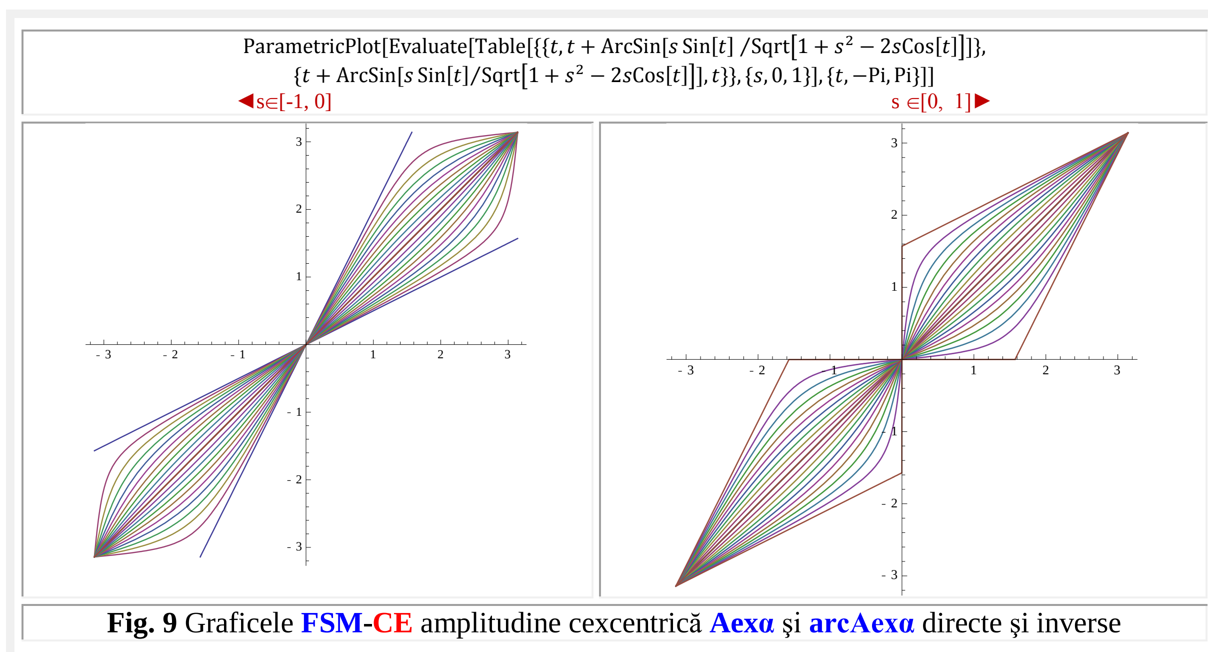
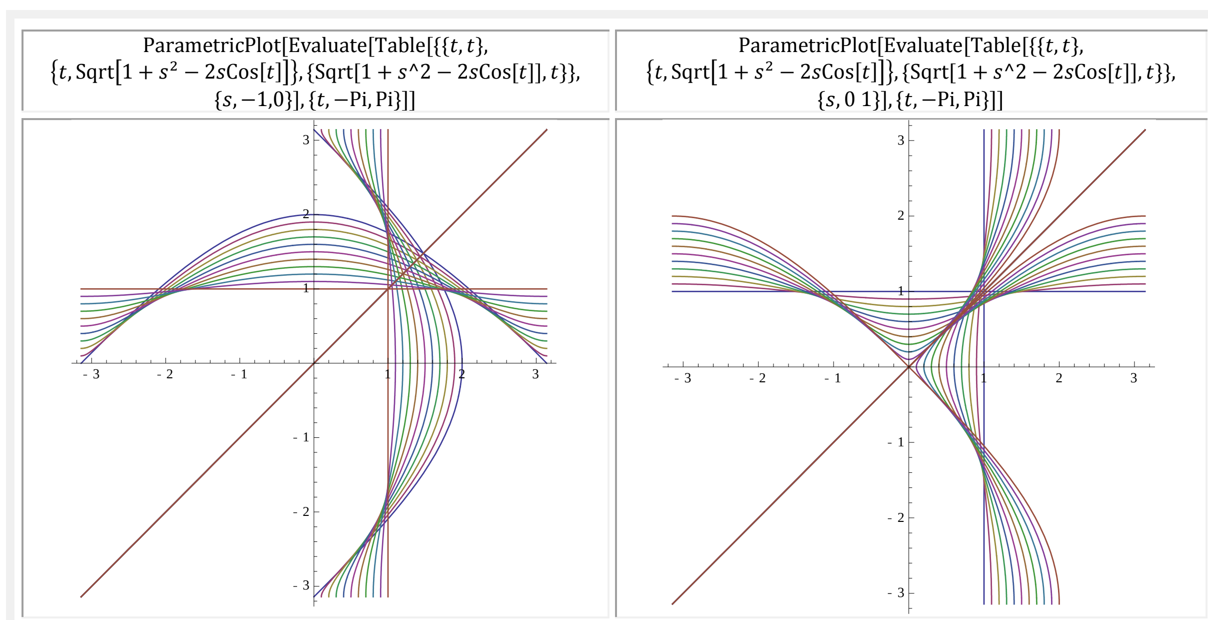


Fig. 9 Graficele **FSM-CE** amplitudine cexcentrică **Aexα** şi **arcAexα** directe şi inverse

După 240 de ani s-a renunţat la coinciderea vreunui punct, astfel că cele 3 puncte au devenit toate distincte în cadrul **matematicii exotice** (**MEX**), care a dat naştere funcţiilor supermatematice **circulare exotice** (**FSM**-**CEX**) cosinus exotic **cexoθ** şi **Cexoα**, sinus exotic **sexoθ** şi **Sexoα**, tangentă exotică **texoθ** şi **Texoα** etc.

Deoarece, în toate cele trei tipuri de matematici excentricitatea este prezentă şi diferită de zero, ele aparţin toate domeniului **matematicii excentrice** (**ME**). Pentru **s** = **e** = 0, **ME** → **MC.**

În toate aceste matematici, excentricităţile liniară **s** şi unghiulară **ε** sunt prezente ca a 3-a şi a 4-a dimensiune a spaţiul **2D** dacă **s** şi **ε** sunt **constante** şi diferite de zero, astfel că **S**(**s**, **ε**) este un punct fix în plan, a 5-a şi a 6-a dimensiune a spaţiului bi-dimensional, dacă **S** este un punct mobil în plan, care se deplasează după anumite legi, guvernate de o funcţie centrică sau tot excentrică de acelaşi excentru **S** (denumite funcţii de dublă excentricitate) sau o altă excentricitate $s_1 - s(\theta, s_1)$ – ş.a.m.d. până la a n-a dimensiune a spaţiului **2D**.



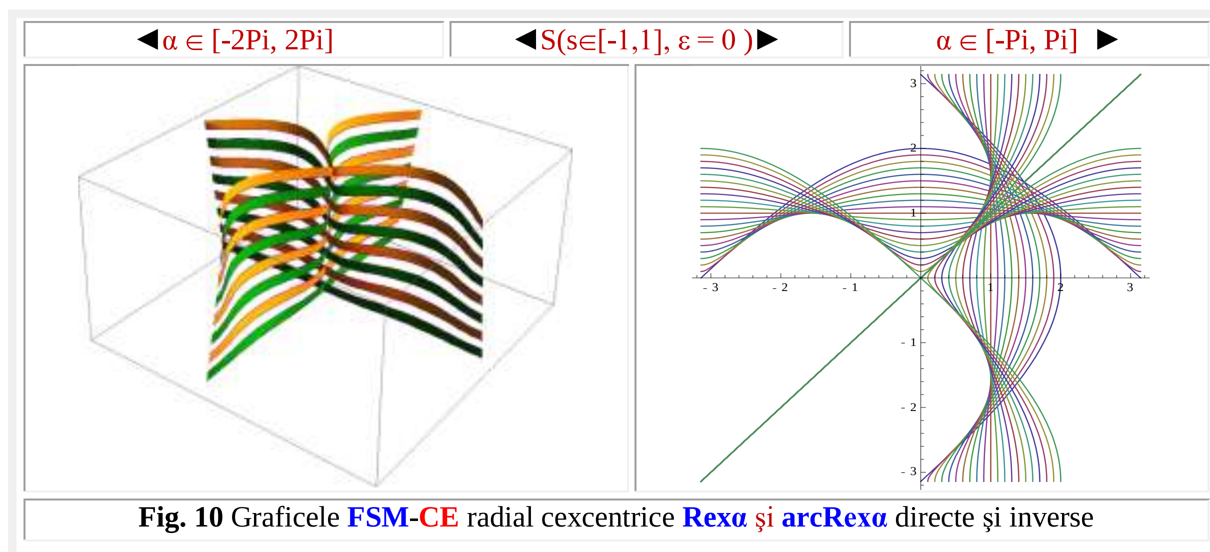
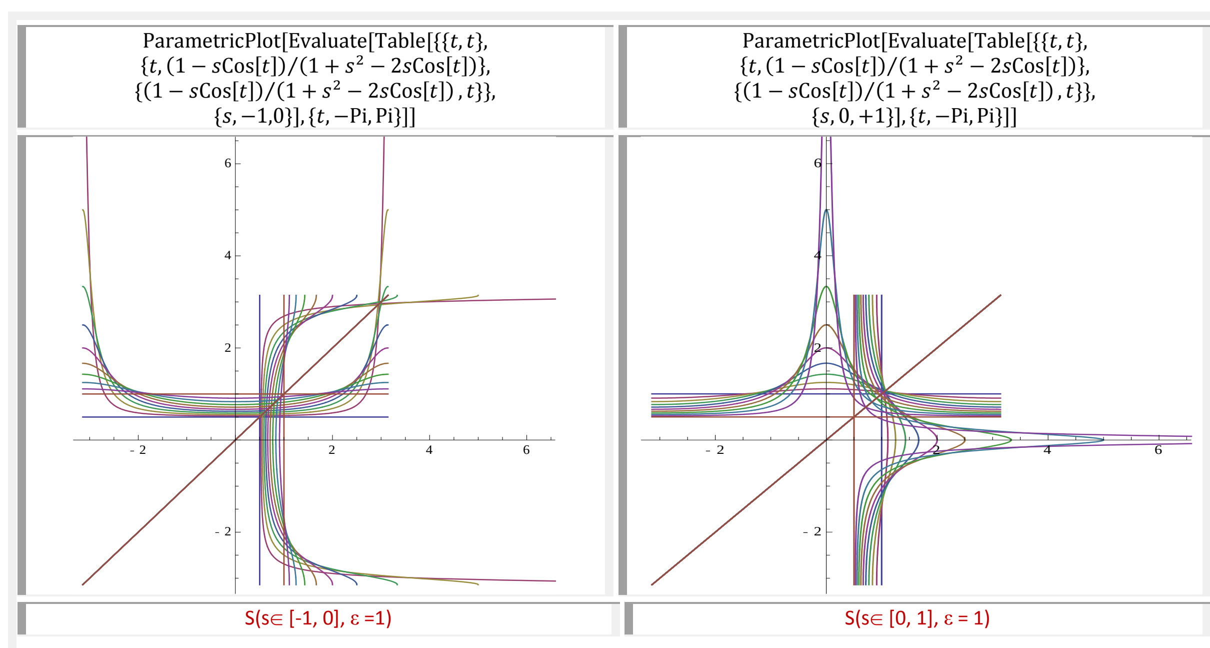


Fig. 10 Graficele **FSM-CE** radial cexcentrice **Rexα** şi **arcRexα** directe şi inverse

Totodată, excentricitatea poate fi a 4-a şi a 5-a dimensiune a spatiului 3D, dacă **s** şi **ε** sunt constante şi **S** un punct fix în spaţiul **3D**, a 6-a sau/şi a 7-a dimensiune dacă **s** sau/şi **ε** sunt variabile, a 8-a şi a 9-a dimensiune a spaţiului **3D** dacă **s** sau/şi **ε** sunt variabile ş.a.m.d., aidoma cazului **2D**, până la a n-a dimensiune a spaţiului **3D**.



Toate FSM-CE directe şi inverse se impart în două clase de funcţii:

1) Cele care depind de poziţia originii O(0, 0) – pentru funcţii excentrice sau O(s, ε) – pentru cele elevate – a reperului de la care se definesc / măsoară şi care au corespondente în matematica centrică (**MC**), cum sunt cex şi Cex → cos, sex şi Sex → sin, tex şi Tex → tan etc. şi
2) Cele care **nu** depind de poziţia originii **O**, ci de poziţia excentrului **S**(s, ε) de la care sunt definite şi se măsoară mărimea lor şi care nu aveau şi, unele, nu au nici acum funcţii corespondente în **MC,** deşi expresiile lor matematice sunt frecvent întâlnite în matematica şi în tehnică precum **rex** şi **Rex** → **rad**, **dex** şi **Dex** → **der**, **bex** şi **Bex** →, **aex** şi **Aex**→.

FSM-CE directe, care au corespondente în domeniul matematicii centrice (**MC**), se obţin din acestea, adică din funcţiile centrice **cos**, **sin**, **tan**, etc., ca funcţii induse o singură dată sau monoinduse sau compuse şi mai corect ca funcţii de funcţie, adică prin înlocuirea variabilelor excentrică **θ** şi centrică **α** cu funcţiile **α**(θ) şi **θ**(**α**) denumite **FSM-CE** amplitudine excentrică corespunzătoare, a căror expresii, a primei determinări principale, de indice 1 sau fără indice, sunt:

(15) $$\begin{cases} \alpha \Rightarrow \alpha(\theta) = aex_1\theta = \theta - \beta_1(\theta) = \theta - bex_1\theta = \theta - \arcsin[s.sin(\theta-\varepsilon)] \\ \theta \Rightarrow \theta(\alpha) = Aex\alpha_1 = \alpha + \beta(\alpha) = \alpha + arcsin\frac{s.\sin(\alpha-\varepsilon)}{\sqrt{1+s^2-2s\cos(\alpha-\varepsilon)}} = \alpha + arcsin\frac{s\sin(\alpha-\varepsilon)}{Rex\alpha} \end{cases}$$

Cea de a doua determinare, secundară, de indice 2, se obţine din prima ştiind că

(16) $\beta_2 = \pi - \beta_1 = \pi - \beta$.

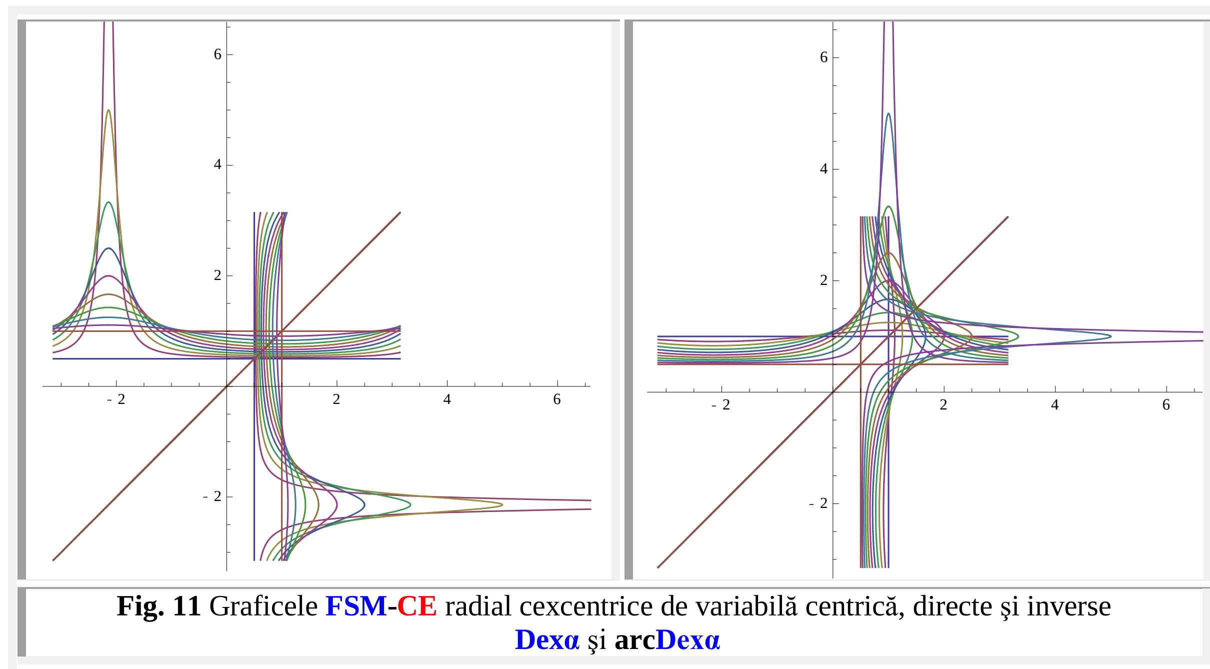
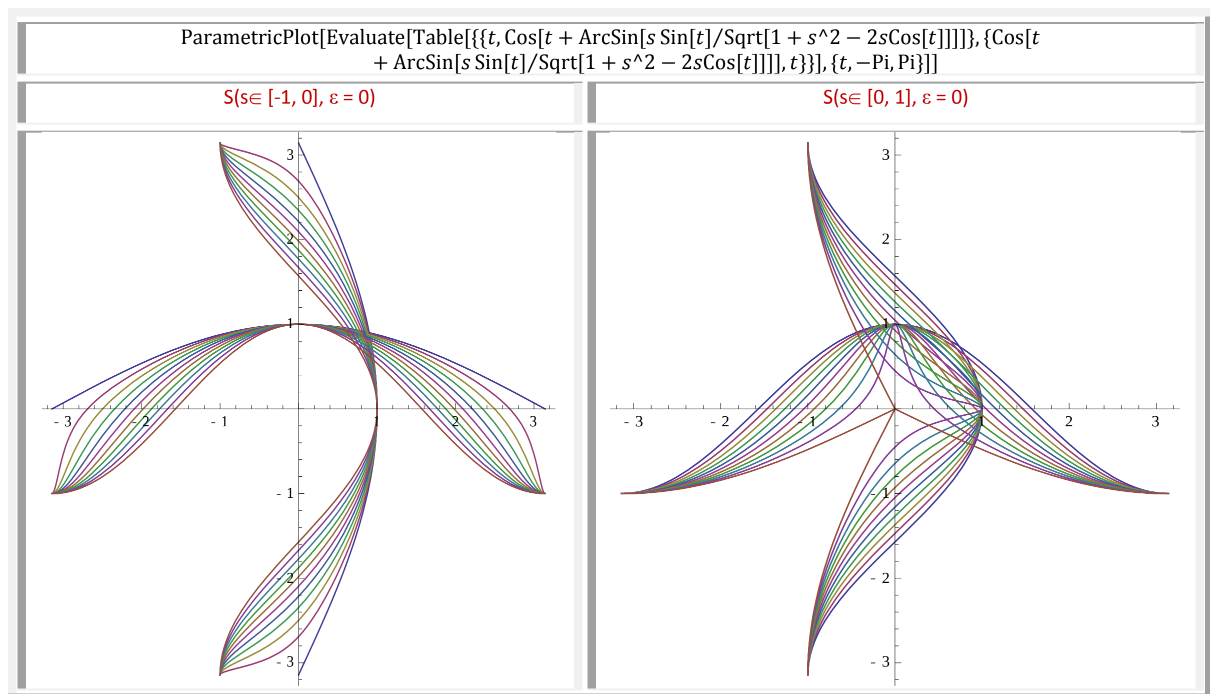


Fig. 11 Graficele **FSM-CE** radial cexcentrice de variabilă centrică, directe şi inverse **Dexα** şi **arcDexα**



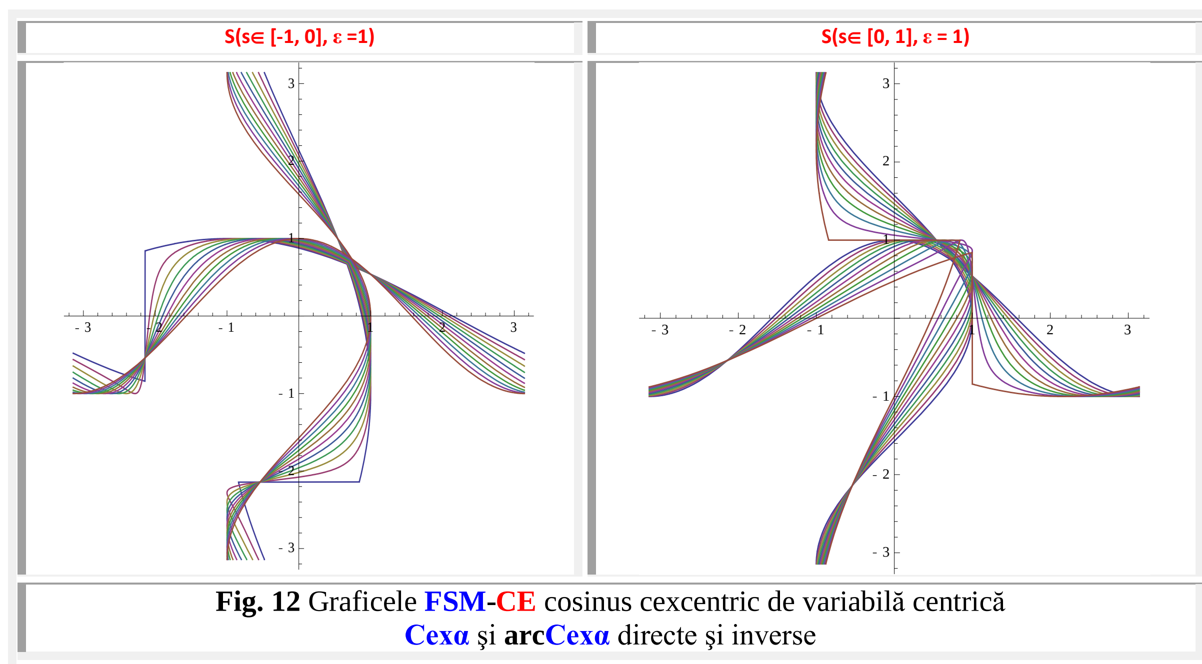


Fig. 12 Graficele **FSM-CE** cosinus cexcentric de variabilă centrică **Cexα** şi **arcCexα** directe şi inverse

4 FUNCŢII SUPERMATEMATICE CIRCULARE EXCENTRICE INVERSE (FSM-CEI) DE VARIABILĂ CENTRICĂ α

FSM-CE directe şi inverse de variabilă centrică **α**, independente de **O(0,0)** dar dependente de excentrul S(s, ε) sunt **Bexα** şi **arcBexα** din **figura 8**, **Aexα** şi **arcAexα** din **figura 9**, precum şi Rexα şi **arcRexα** prezentate în **figura 10** ca şi **Dexα** şi **arcDexα** din **figura 11**.

Ca urmare

(17) $$\begin{cases} \boldsymbol{\alpha} \Rightarrow \alpha_2(\theta) = aex_2\alpha = \theta - \beta_2(\theta) = \theta - bex_2\theta = \pi - \theta + \arcsin[s.sin(\alpha-\varepsilon)] \\ \boldsymbol{\theta} \Rightarrow \alpha_2 + \beta_2(\alpha) = \pi - \alpha_2 - arcsin\frac{s.\sin(\alpha-\varepsilon)}{\sqrt{1+s^2-2s\cos(\alpha-\varepsilon)}} = \pi - \alpha_2 - arcsin\frac{s\sin(\alpha-\varepsilon)}{Rex\alpha} \end{cases}$$

Dacă ecuaţiile parametrice ale unei funcţii directe şi graficele lor se obţin prin expresiile

(18) $$\begin{cases} x = t \\ y = f(t) \end{cases}$$

atunci funcţia ei inversă va avea ecuaţiile parametrice şi, ca urmare, şi graficele, date de ecuaţiile parametrice obţinute prin inversarea coordonatelor x cu y şi a lui y cu x, adică

(19) $$\begin{cases} x = f(t) \\ y = t \end{cases}$$

ceea ce se poate observa şi din ecuaţiile şi textele prezentate în desenele anterioare, în **figurile 1,a** şi **1,b** pentru funcţiile directe şi inverse beta excentrice şi amplitudine excentrică.

Funcţiile monoinduse (induse o singură dată) sunt **cex, sex, tex** etc. şi **Cex, Sex, Tex** etc. iar funcţiile inductoare sunt **aex**$_{1,2}$**θ** şi, respectiv, **Aexα**$_{1,2}$.

Prin repetarea procedeului de inducţie, se vor obţine **FSM-CE** directe şi inverse de dublă excentricitate (**Fig. 6** şi **7**). Procedeul putând fi repetat la nesfârşit, se pot obţine **FSM-CE** de triplă, cvadruplă ş.a.m.d. de a **n**-a sau multiplă excentricitate.

FSM-CE directe şi inverse cosinus (**cexθ** şi **arccexθ**) sunt prezentate în **figura 4**, iar sinusul (**sexθ** şi **arcsexθ**) în **figura 5**, în partea din stânga ◄ figurilor pentru S(s∈[-1,0], ε = 0) sau S(s∈[1,0], ε = π) şi în partea dreaptă ► pentru S(s∈[0,1, ε = 0)] . În ***figurile*** **6** şi **7** sunt prezentate aceleaşi funcţii dar de dublă excentricitate cosinus (**c2exθ** şi **arcc2exθ,** precum şi cosinus **s2exθ** şi **arcs2exθ**).
Pe lângă **FSM-CE** prezentate, mai sunt şi **arctexθ** şi **arcTexα, arcctexθ** şi **arcCtexα**, **ş.m.a.**

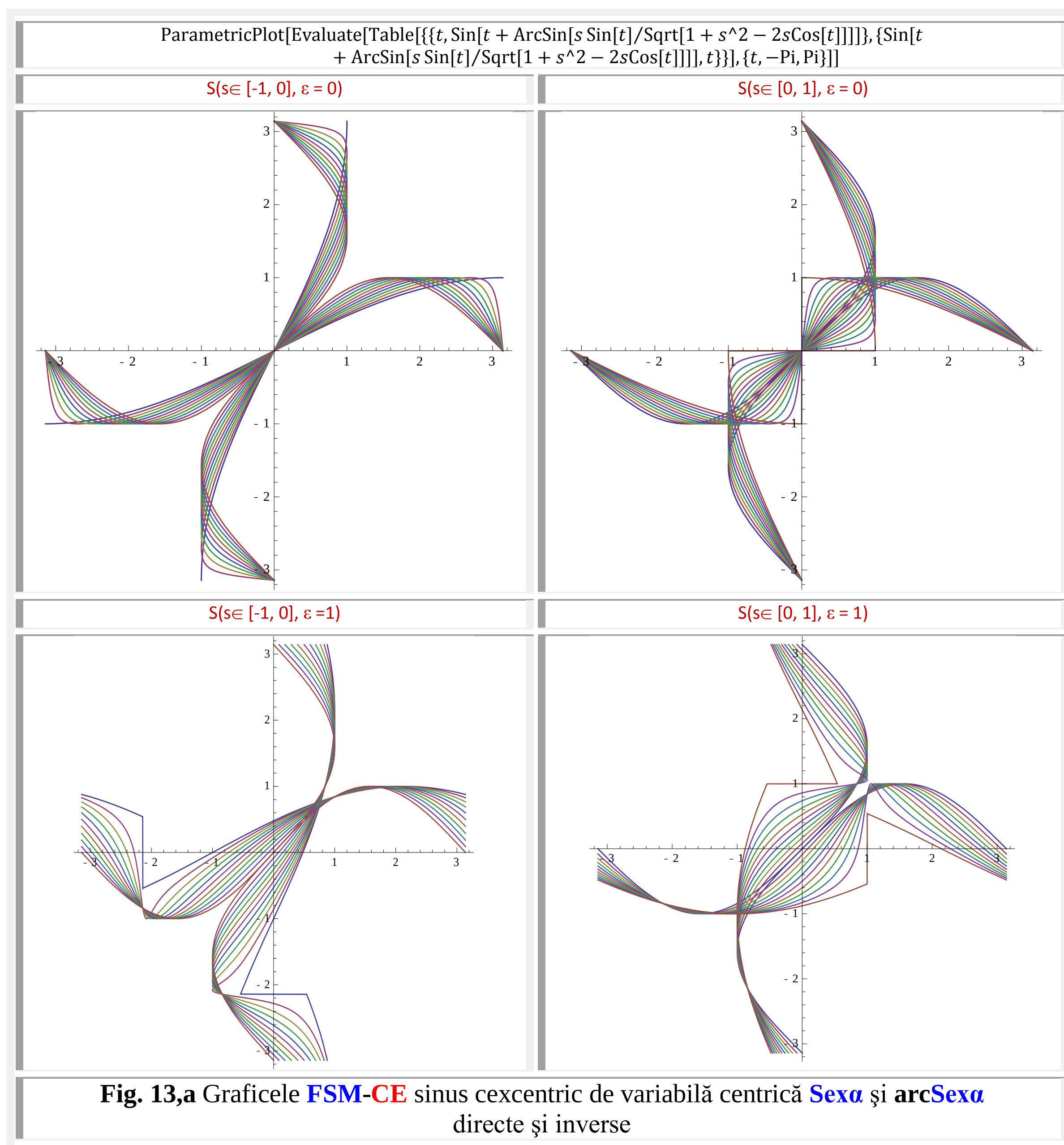


Fig. 13,a Graficele **FSM-CE** sinus cexcentric de variabilă centrică **Sexα** şi **arcSexα** directe şi inverse

5 FUNCŢII SUPERMATEMATICE CIRCULARE ELEVATE INVERSE (FSM-CELI) DE VARIABILĂ EXCENTRICĂ θ

Aşa cum s-a mai menţionat, funcţiile supermatematice circulare elevate (**FSM-CEL**) sunt coordonatele punctelor $\mathbf{W_{1,2}}$ de intersectie a dreptei excentrice **d** cu cercul unitate **CU**[C(0 ,1); 1], când dreapta turnantă se roteşte faţă de excentrul **S**(**s**, ε) în care este plasată, în acest caz, şi originea **O**(**s**, ε), origine de la care se definesc $\mathbf{X_{1,2}}$→ cosinusul elevat $\mathbf{cel_{1,2}\theta}$ şi $\mathbf{Cel\alpha_{1,2}}$ şi $\mathbf{Y_{1,2}}$ → sinusul elevat $\mathbf{sel_{1,2}\theta}$ şi $\mathbf{Sel\alpha_{1,2}}$.

Este uşor de observat că, pentru **ε** = 0 şi **ε** = π, funcţiile elevate $\mathbf{sel_{1,2}\theta}$ şi $\mathbf{Sel\alpha_{1,2}}$ se confundă cu cele excentrice $y_{1,2}$ → $\mathbf{sex_{1,2}\theta}$ şi $\mathbf{Sex\alpha_{1,2}}$, deoarece, în acest caz, originea **O,** confundată cu excentrul **S**, se află dispuse pe aceeaşi axă a absciselor ca şi centrul ***cercului unitate C***, astfel că $Y_{1,2} = y_{1,2}$, iar $X_{1,2} = x_{1,2} + s_x = x_{1,2} + s.\cos\varepsilon$.

Rezultă că între **FSM-CEL** şi **FSM-CE** există următoarele dependenţe (**Fig. 13**).

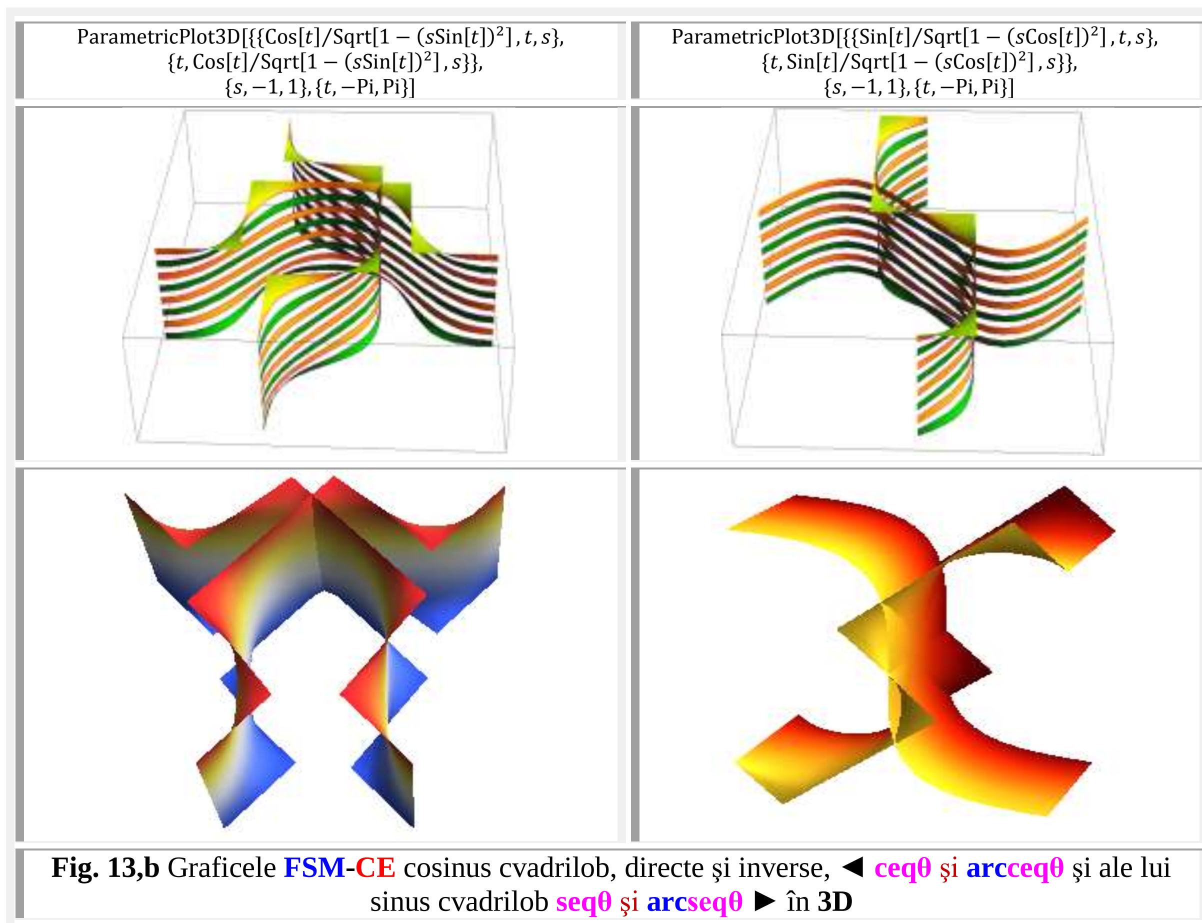


Fig. 13,b Graficele **FSM-CE** cosinus cvadrilob, directe şi inverse, ◄ **ceqθ** şi **arcceqθ** şi ale lui sinus cvadrilob **seqθ** şi **arcseqθ** ► în **3D**

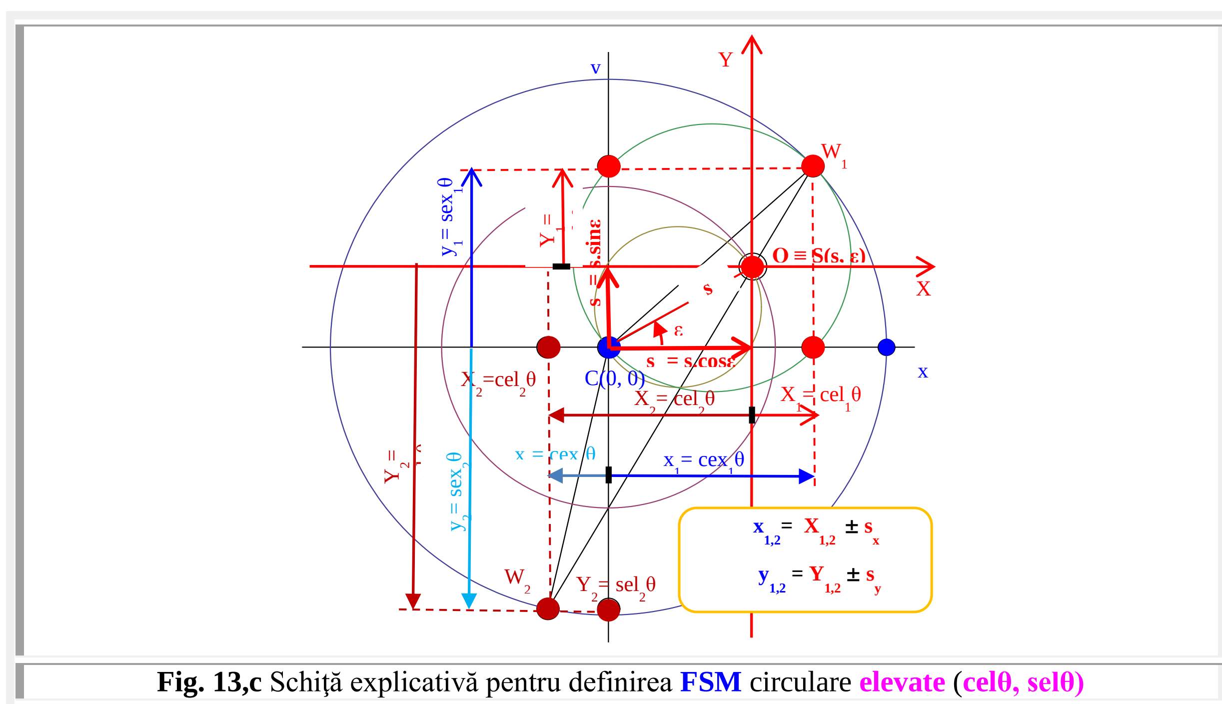


Fig. 13,c Schiţă explicativă pentru definirea **FSM** circulare **elevate** (**celθ, selθ)**

$$(20)\qquad \begin{cases} X_{1,2}(\theta) = cel_{1,2}\theta = x_{1,2}(\theta) \mp s.cos\varepsilon \rightarrow cel_{1,2}(\theta) = cex_{1,2}\theta \mp s.cos\varepsilon \\ Y_{1,2}(\theta) = sel_{1,2}\theta = y_{1,2}(\theta) \mp s.sin\varepsilon \rightarrow sel_{1,2}(\theta) = sex_{1,2}\theta \mp s.sin\varepsilon \end{cases}$$

Totodată, aşa cum rezultă din schiţa explicativă (**Fig. 13**), funcţiile ale căror expresii nu depind de poziţia centrului **C**(0,0), ci de poziţia excentrului S(s, ε), ca **aexθ** şi **Aexα**, **bexθ** şi **Bexα**, **rexθ** şi **Rexα**, **dexθ** şi **Dexα** sunt aceleaşi atât ca funcţii **excentrice** cât şi ca funcţii **elevate** şi **exotice**.

De aceea, funcţiile elevate inverse se rezumă la funcţiile cos, sin, tan, cot ş.a., adică **celθ** şi **Celα**, **selθ** şi **Selα**, **telθ** şi **Telα**, **ctexθ** şi **Ctelα**, ş.a. a căror inverse sunt arccelθ, arcselθ, arctelθ, arcctelθ, ş.a. ca funcţii de variabila excentrică şi arcCelα, arcSelα, arcTelα, arcCtelα, ş.a. ca funcţii de variabilă centrică **α**.

Graficele funcţiilor elvate directe şi inverse celθ şi arccelθ sunt prezentate în **figura 14** în **2D** şi pentru o înţelegere mai profundă şi în **3D**, iar în **figura 15** sunt prezentate, în **2D** şi în **3D**, graficele funcţiilor **selθ** şi **arcselθ** .

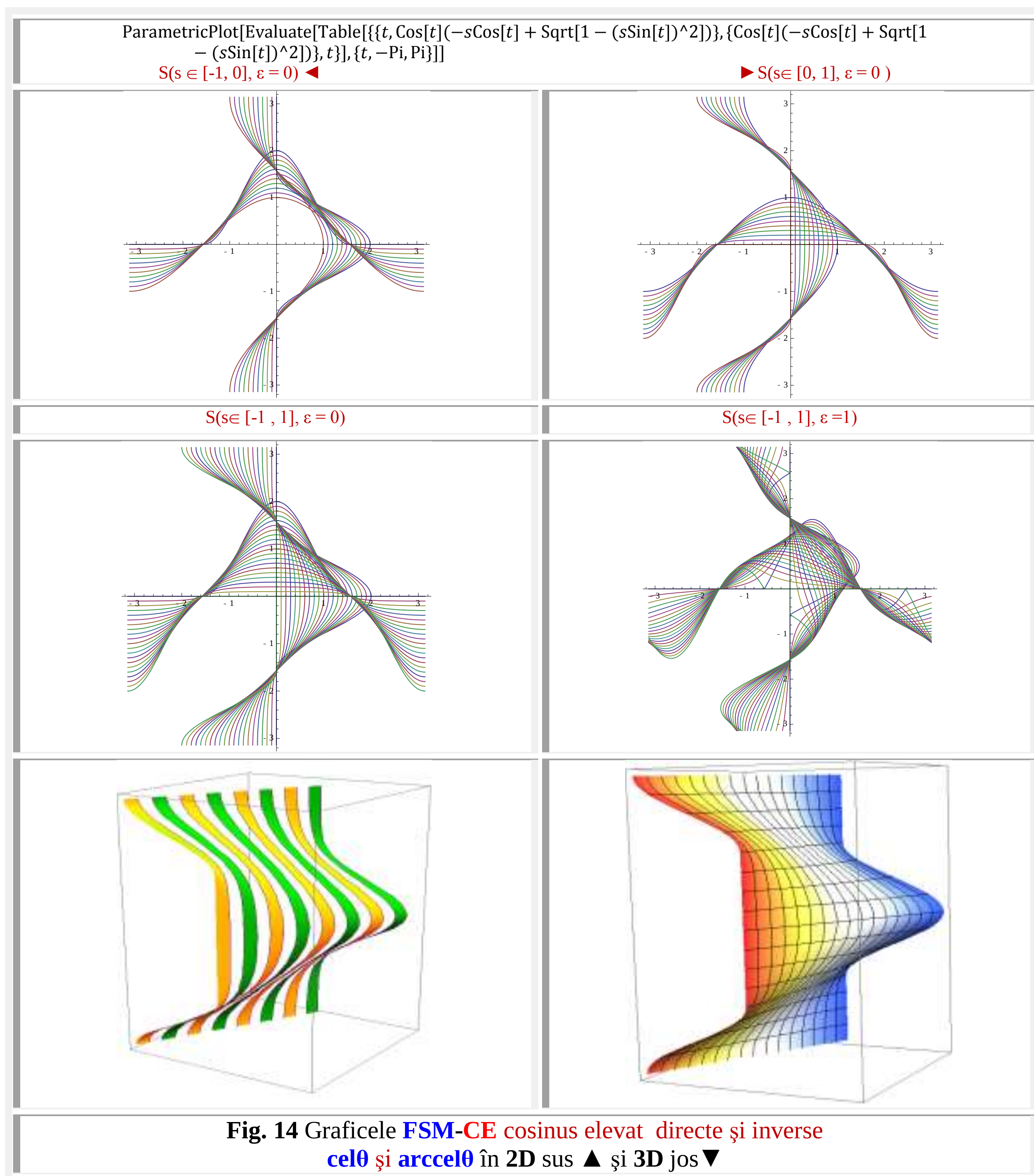


Fig. 14 Graficele **FSM-CE** cosinus elevat directe şi inverse
celθ şi **arccelθ** în **2D** sus ▲ şi **3D** jos▼

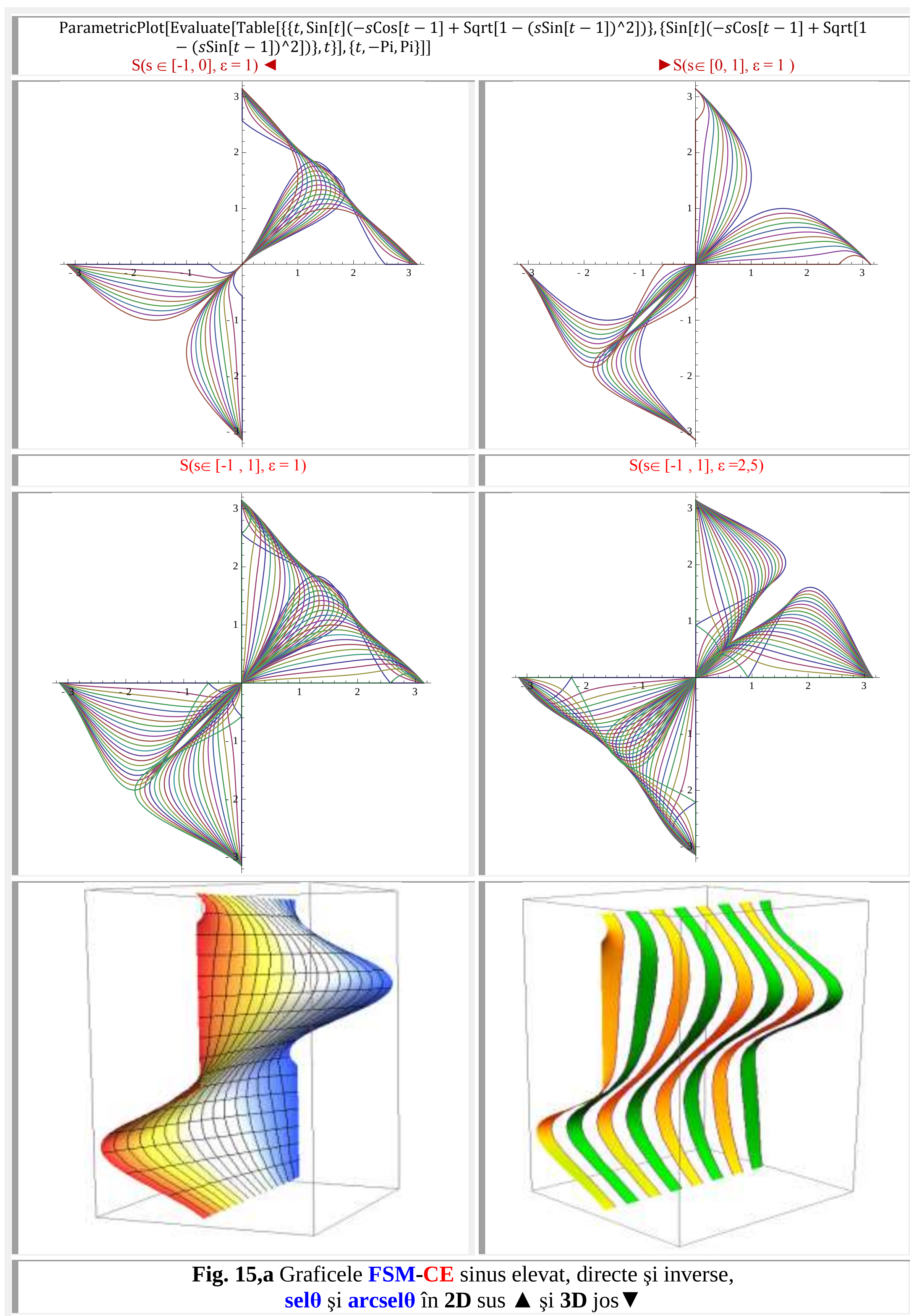


Fig. 15,a Graficele **FSM-CE** sinus elevat, directe şi inverse, **selθ** şi **arcselθ** în **2D** sus ▲ şi **3D** jos ▼

6 FUNCŢII SUPERMATEMATICE CIRCULARE ELEVATE INVERSE DE VARIABILĂ CENTRICĂ α

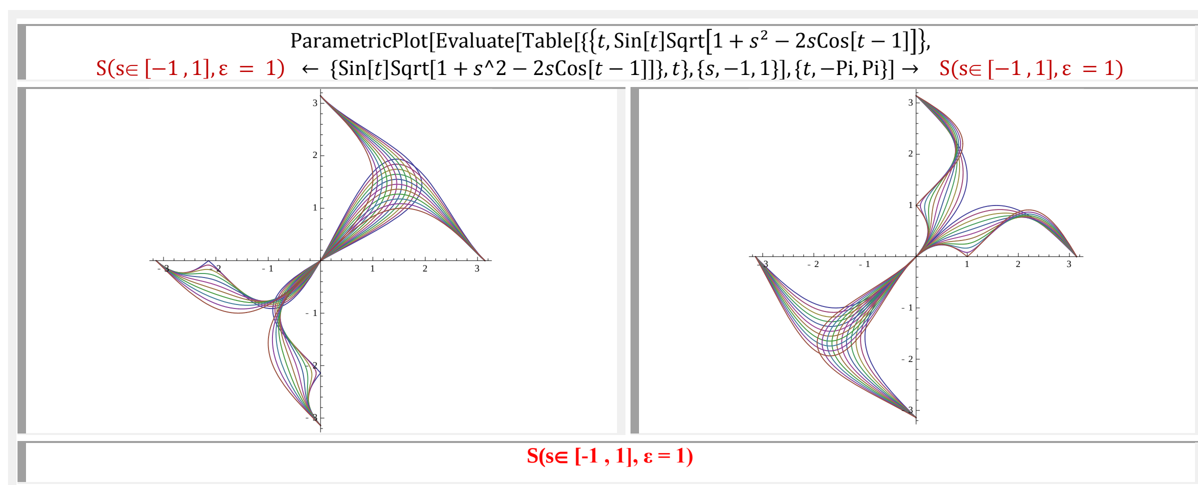
ParametricPlot[Evaluate[Table[{{t, Cos[t]Sqrt[1 + s^2 − 2sCos[t − 1]]}, {Cos[t]Sqrt[1 + s^2 − 2sCos[t − 1]]}, t}], {t, −Pi, Pi}]]

S(s∈ [-1 , 1], ε = 1) S(s∈ [-1 , 1], ε =1)

S(s∈ [-1 , 1], ε = 1)

Fig. 15,b Graficele **FSM-CE** sinus elevat, directe şi inverse, **Celθ** şi **arcCelθ** în **2D** sus ▲ şi **3D** jos▼

ParametricPlot[Evaluate[Table[{{t, Sin[t]Sqrt[1 + s^2 − 2sCos[t − 1]]}, S(s∈ [−1 , 1], ε = 1) ← {Sin[t]Sqrt[1 + s^2 − 2sCos[t − 1]]}, t}, {s, −1, 1}], {t, −Pi, Pi}] → S(s∈ [−1 , 1], ε = 1)



S(s∈ [-1 , 1], ε = 1)

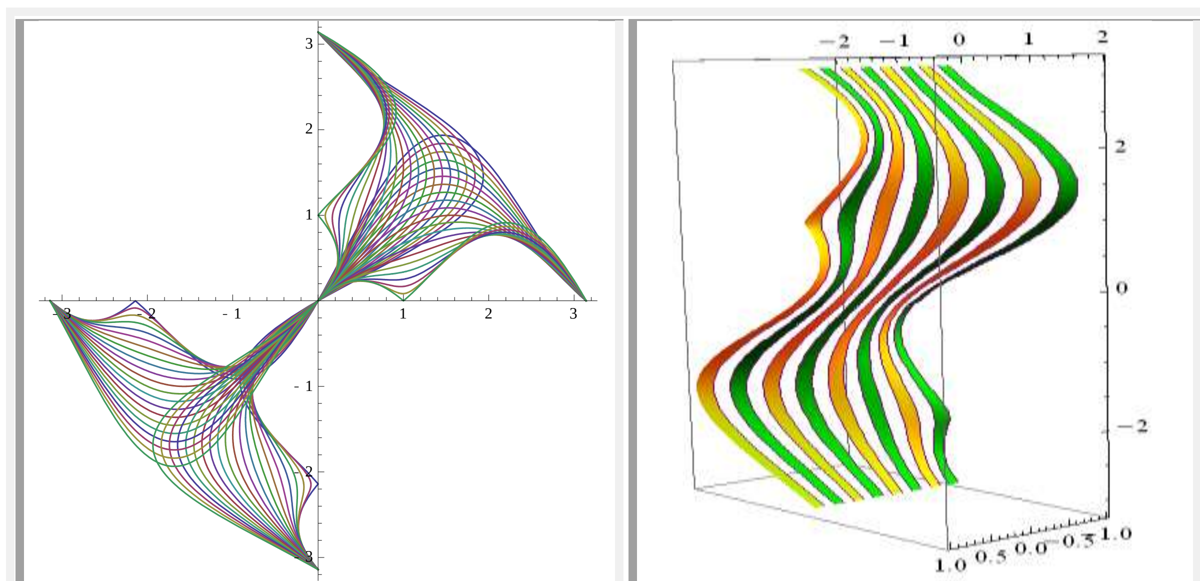


Fig. 15,c Graficele **FSM-CE** sinus elevate, directe şi inverse,
Selα şi **arcSelα** în **2D** sus ▲ şi **3D** jos▼

7 CONCLUZII ŞI ÎNCHEIERE

Prin prezentarea în această lucrare şi a **funcţiilor supermatematice (SM) circulare excentrice (CE), elevate (CEL)** şi **exotice (CEx) inverse** s-a completat studiul funcţiilor **SM inverse,** care pot fi ***asimilate*** **funcţiilor supernove**, fără să se prezinte şi *funcţii supernove inverse*.

S-a afirmat că relaţia (10) a **FSM-CE** beta excentrice bexθ a fost foarte simplu de rezolvat. Şi aşa a fost. Şi mai simplă este determinarea inversei funcţiei amplitudine excentrică de variabilă excentrică **aexθ**, deoarece aceeaşi funcţie de variabila centrică **Aexα** este chiar inversa ei şi viceversa deoarece, precum se ştie, inversa inversei este funcţia însăşi. Acestea rezultă din **figura 16** în care se vede imediat că **aexθ** este simetrica lui **Aexα** faţă de prima bisectoare, deci sunt funcţii inverse una alteia.

Ecuaţiile de definiţie ale acestor funcţii sunt:

(21) $$\begin{cases} aex\theta = \alpha(\theta) = \theta - \boldsymbol{\beta}(\theta) = \theta - \arcsin[s.\sin(\theta - \varepsilon)] \\ Aex\alpha = \theta(\alpha) = \alpha + \boldsymbol{\beta}(\alpha) = \alpha + arcsin\frac{s.\sin(\alpha-\varepsilon)}{\sqrt{1+s^2 sin^2(\alpha-\varepsilon)}} \end{cases}$$, cu graficele din **figura 16.**

Relaţia dintre cele două variabile, excentrice **θ** şi centrice **α**, este:

(22) $$\boldsymbol{\theta} = \boldsymbol{\alpha} + \boldsymbol{\beta}$$ în care $$\begin{cases} \beta(\theta) = \arcsin[s.\sin(\theta - \varepsilon)] \\ \beta(\alpha) = arcsin\frac{s.\sin(\alpha-\varepsilon)}{\sqrt{1+s^2 sin^2(\alpha-\varepsilon)}} \end{cases}$$ cu graficele din **figura 17**

Ca urmare, soluţia ecuaţiei:

(23) $\theta - \arcsin[s.sin(\theta - \varepsilon)] = 0$ este:

(24) $\theta(\alpha) = \alpha + arcsin\frac{s.\sin(\alpha-\varepsilon)}{\sqrt{1+s^2 sin^2(\alpha-\varepsilon)}}$ şi invers. Soluţia ecuaţiei:

(25) $\alpha + arcsin\frac{s.\sin(\alpha-\varepsilon)}{\sqrt{1+s^2 sin^2(\alpha-\varepsilon)}} = 0$ este

(26) $\alpha(\theta) = \theta - \arcsin[s.sin(\theta - \varepsilon)]$

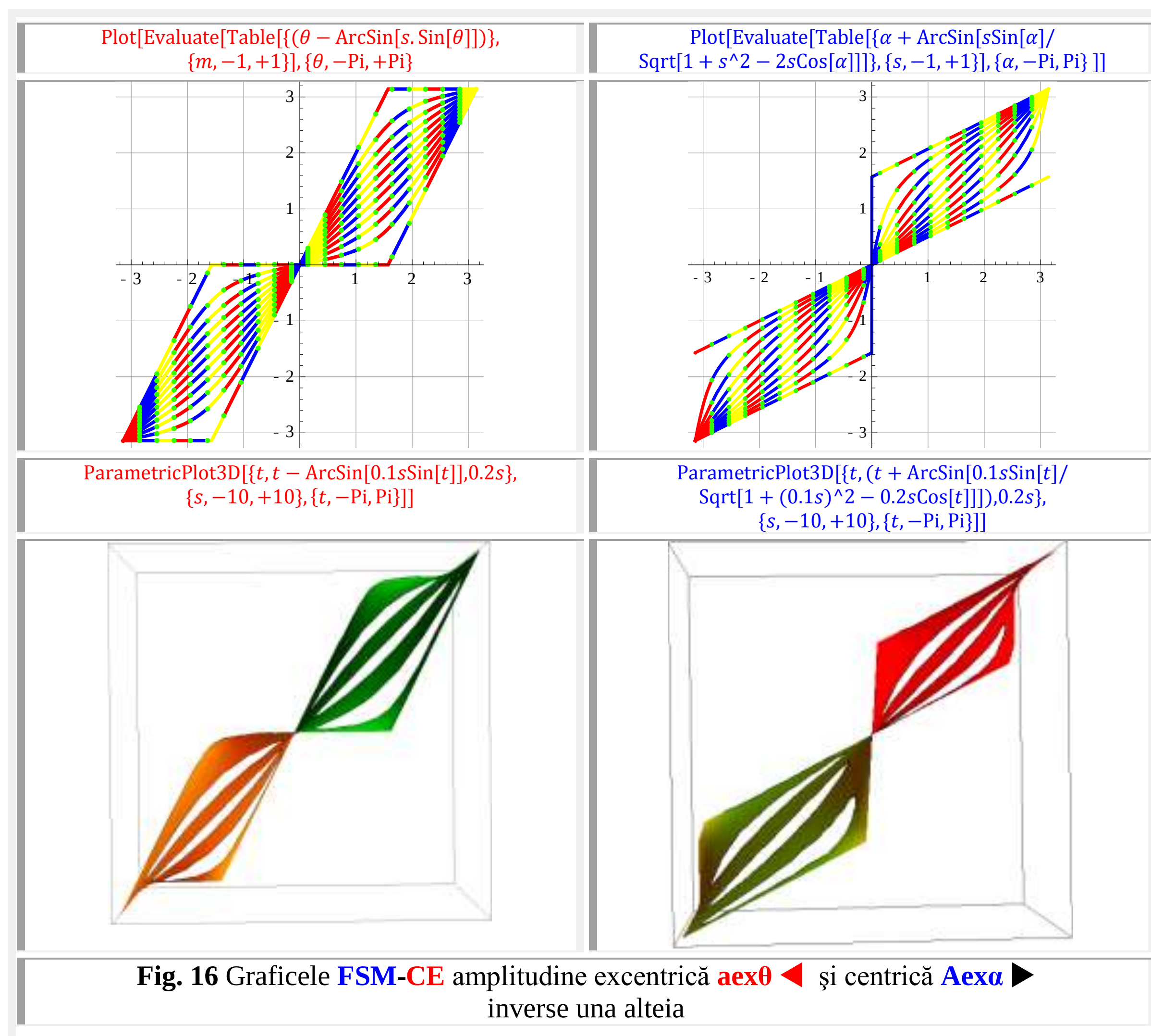


Fig. 16 Graficele **FSM-CE** amplitudine excentrică **aexθ** ◀ şi centrică **Aexα** ▶ inverse una alteia

Dacă ***excentricitatea unghiulara ε*** este nulă (**Fig. 16**) atunci pentru toate valorile ***excentricităţii numerice s*** soluţiile ecuaţiilor anterioare sunt nule, deoarece toate curbele intersecteaza axa **Ox** doar în originea **O(0,0)** a sistemului de axe sau ale reperului **xOy**.

Pentru ***ε ≠ 0*** (**Fig.17**) situaţia se modifică radical, deoarece pentru fiecare pereche de valor **s** şi **ε** = ct ≠ 0 curbele intersecteaza axa în alte puncte. Curba de excentru **S(0,5; π/4)** din **figura 17▲▶**, pentru x ∈ [− Pi/2 , + Pi/2], intersectează axa într-un punct de pe axa **Ox** negativă (**x < 0**) în domeniul redus la x ∈ (− 0,4 ; − 0.6). Alegând acest nou domeniu pentru reprezentarea grafică a funcţiei se constată că ea intersectează axa Ox într-un domeniul şi mai restrâns x ∈ (− 0.5; − 0.55) şi procedând tot aşa în continuare se ajunge la domeniul încă lizibil x ∈ (−0.5004742, −0.5004741) în care se va situa soluţia ecuaţiei

(27) x − arcsin[0,5 sin(x − Pi/4)] = 0

Am solicitat unui program evoluat de matematică soluţionare acestei ecuaţii astfel:

(28) NSolve[x − ArcSin[0.5Sin[x − Pi/4]] == 0, x]

iar răspunsul a fost:

NSolve::nsmet: "This system cannot be solved with the methods available to NSolve"
(Acest sistem nu poate fi rezolvat prin metodele disponibile pentru NSolve) !

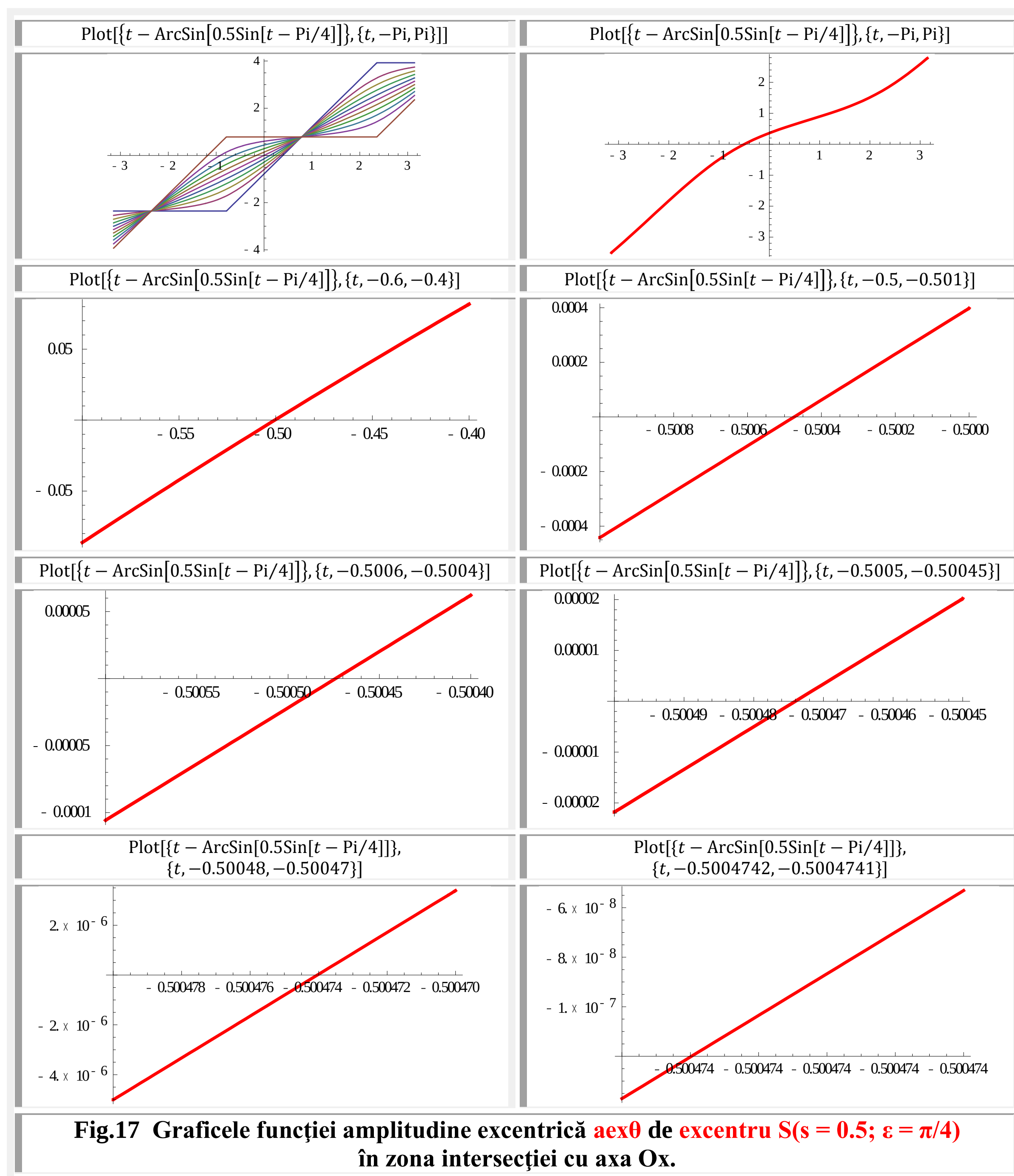


Fig.17 Graficele funcţiei amplitudine excentrică aexθ de excentru S(s = 0.5; ε = π/4) în zona intersecţiei cu axa Ox.

Ceea ce nu poate soluţiona un program evoluat de matematică, soluţionează metoda computaţională grafică prezentată anterior prin **figura 17** care, însă, este limitată la un număr de zecimale care încă mai sunt lizibile.

O metodă unică, mult mai perfecţionată, care nu limiteaza acest număr de zecimale este descris în lucrarea Şelariu Mircea Eugen "**Matematica Atomica**" din Editura de Vest din Timişoara, 2017. Întitulată "***Metoda determinării succesive a cifrelor consecutive ale numărului soluţie al unei ecuaţii***", pe scurt "***Metoda Succesiva*** (**MS**)" ea schimbă radical optica asupra determinării soluţiilor ecuaţiilor algebrice, trigonometrice şi /sau logaritmice de orice grad şi oricare tip, considerând ***numărul*** *ca* ***atom al matematicii*** şi ***cifrele*** *ca particulele sale elementare.*

Există o infinitate de numere, dar numai 10 cifre. Atunci de ce să căutăm soluţia unei ecuaţii direct în numere şi să nu o căutăm, indirect, în cifrele consecutive ce compun acest număr ?

În acest scop este suficient să scriem funcţia, care defineşte ecuaţia, de zece ori într-un program de matematică şi în prima ecuaţie, în locul variabilei, să-i zicem x, să considerăm ***ca o prima cifră exactă*** pe 0, în a doua pe 1, în a treia pe 2 ş.a.m.d iar în ultima îl înlocuim peste tot pe x cu citra 9 şi apoi "dăm" enter ! Vor apărea 10 rezultate.

Soluţia căutată, în general, este locul / punctul în care funcţia / curba intersectează axa **Ox**. Dacă unul dintre ele este zero, atunci cifra corespunzătoare este o soluţie exactă a ecuaţiei cu un număr format dintr-o singură cifră. Dacă nu, unele rezultate vor fi cu semn pozitiv, ce indică valori prea mari pentru x, iar altele cu semn negativ, ce indică valori prea mici pentru cifrele respective. Unde va fi soluţia, adică punctul de intersectie cu axa **Ox** ? Între ultimul punct cu valori de semn pozitiv sau negativ şi următorul cu valori de semn negativ sau pozitiv, puncte între care curba intersecteaza axa **Ox**, deoerece la traversarea axei **Ox** funcţia /curba îşi schimbă semnul / valorile.

În cazul ecuaţiei cosiderate (27), curba trece din cadranul II în cadranul III astfel că rădăcina / soluţia are prima cifră exactă a numărului soluţie pe **5**, adică **x_1 = — 0,5**, (Vezi **Tab 1**) domeniul în care curba trece din cadranul II în cadranul III, deoarece ne apropiem de soluţia exactă pe axa **Ox** < 0 de la stânga spre dreapta. Cifrele astfel obţinute se trec în cele 10 funcţii în faţa cifrelor de la 0 la 9 şi se dă din nou enter. Acum, ultima valoare a funcţiei cu semn pozitiv corespunde cifrei **0**, deci **x_2 = — 0,50; 0** fiind a doua cifră exactă a numărului soluţie căutat, ca şi a treia cifra caracteristică, adică **x3 = — 0.500** Continuând în acelaşi mod se obţin a patra cifră exactă **4 → x_4 = — 0,5004**, a cincea este **7** a şasea ete 4 şaptea este **3** şi a opta este opta este **0**. Ca urmare, numarul soluţie al ecuatiei (27) cu ***8 cifre exacte*** este X_8 = **— 0,50047403.**

Tabelul 1.1 Determinarea cifrelor consecutive exacte ale numărului soluţie al ecuaţiei (27)					
PRIMA CIFRĂ EXACTĂ → 5			**A DOUA CIFRĂ EXACTĂ → 0**		
- 0,0	-0.0-ArcSin[0.5 Sin[-0.0-Pi/4]]	0.361367	**-0,50**	-0.50-ArcSin[0.5 Sin[-0.50-Pi/4]]	**0.000398042**
-0,1	-0.1-ArcSin[0.5 Sin[-0.1-Pi/4]]	0.297466	**-0,51**	-0.51-ArcSin[0.5 Sin[-0.51-Pi/4]]	-0.00802423
-0,2	-0.2-ArcSin[0.5 Sin[-0.2-Pi/4]]	0.229863	**-0,52**	-0.52-ArcSin[0.5 Sin[-0.52-Pi/4]]	-0.0165001
-0,3	-0.3-ArcSin[0.5 Sin[-0.3-Pi/4]]	0.1581	**-0,53**	-0.53-ArcSin[0.5 Sin[-0.53-Pi/4]]	-0.0250298
-0,4	-0.4-ArcSin[0.5 Sin[-0.4-Pi/4]]	0.0817429	**-0,54**	-0.54-ArcSin[0.5 Sin[-0.54-Pi/4]]	-0.0336136
-0,5	- 0.5-ArcSin[0.5 Sin[-0.5-Pi/4]]	**0.000398042**	**-0,55**	-0.55-ArcSin[0.5 Sin[-0.55-Pi/4]]	-0.0422518
-0,6	-0.6-ArcSin[0.5 Sin[-0.6-Pi/4]]	-0.0862674	**-0,56**	-0.56-ArcSin[0.5 Sin[-0.56-Pi/4]]	-0.0509446
-0,7	-0.7-ArcSin[0.5 Sin[-0.7-Pi/4]]	-0.178504	**-0,57**	-0.57-ArcSin[0.5 Sin[-0.57-Pi/4]]	-0.0596924
-0,8	-0.8-ArcSin[0.5 Sin[-0.8-Pi/4]]	-0.276463	**-0,58**	-0.58-ArcSin[0.5 Sin[-0.58-Pi/4]]	-0.0684953
-0,9	-0.9-ArcSin[0.5 Sin[-0.9-Pi/4]]	-0.380184	**-0,59**	-0.59-ArcSin[0.5 Sin[-0.59-Pi/4]]	-0.0773535

Tabelul 1.2 Determinarea cifrelor consecutive exacte ale numărului soluţie al ecuaţiei (27)					
A TREIA CIFRĂ EXACTĂ → 0			**A PATRA CIFRĂ EXACTĂ → 4**		
-0,500	-0.500-ArcSin[0.5 Sin[-0.500-Pi/4]]	**0.000398042**	**- 0,5000**	-0.5000-ArcSin[0.5 Sin[-0.5000-Pi/4]]	0.000398042
-0,501	-0.501-ArcSin[0.5 Sin[-0.501-Pi/4]]	-0.000441784	**- 0,5001**	-0.5001-ArcSin[0.5 Sin[-0.5001-Pi/4]]	0.000314083
-0,502	-0.502-ArcSin[0.5 Sin[-0.502-Pi/4]]	-0.00128214	**- 0,5002**	-0.5002-ArcSin[0.5 Sin[-0.5002-Pi/4]]	0.000230119
-0,503	-0.503-ArcSin[0.5 Sin[-0.503-Pi/4]]	-0.00212303	**- 0,5003**	-0.5003-ArcSin[0.5 Sin[-0.5003-Pi/4]]	0.00014615
-0,504	-0.504-ArcSin[0.5 Sin[-0.504-Pi/4]]	-0.00296446	**- 0,5004**	-0.5004-ArcSin[0.5 Sin[-0.5004-Pi/4]]	**0.0000621755**
-0,505	-0.505-ArcSin[0.5 Sin[-0.505-Pi/4]]	-0.00380642	**- 0,5005**	-0.5005-ArcSin[0.5 Sin[-0.5005-Pi/4]]	-0.0000218044
-0,506	-0.506-ArcSin[0.5 Sin[-0.506-Pi/4]]	-0.00464891	**- 0,5006**	-0.5006-ArcSin[0.5 Sin[-0.5006-Pi/4]]	-0.00010579
-0,507	-0.507-ArcSin[0.5 Sin[-0.507-Pi/4]]	-0.00549194	**- 0,5007**	-0.5007-ArcSin[0.5 Sin[-0.5007-Pi/4]]	-0.00018978
-0,508	-0.508-ArcSin[0.5 Sin[-0.508-Pi/4]]	-0.0063355	**- 0,5008**	-0.5008-ArcSin[0.5 Sin[-0.5008-Pi/4]]	-0.000273776
-0,509	-0.509-ArcSin[0.5 Sin[-0.509-Pi/4]]	-0.0071796	**- 0,5009**	-0.5009-ArcSin[0.5 Sin[-0.5009-Pi/4]]	-0.000357777

Tabelul 1.3 Determinarea cifrelor consecutive exacte ale numărului soluţie al ecuaţiei (27)					
A CINCEA CIFRĂ EXACTĂ → 7			**A ŞASEA CIFRĂ EXACTĂ → 4**		
-0,50040	-0.50040-ArcSin[0.5 Sin[-0.50040-Pi/4]]	0.0000621755	**- 0,500470**	-0.500470-ArcSin[0.5 Sin[-0.500470-Pi/4]]	3.39013×10^{-6}
-0,50041	-0.50041-ArcSin[0.5 Sin[-0.50041-Pi/4]]	0.0000537777	**- 0,500471**	-0.500471-ArcSin[0.5 Sin[-0.500471-Pi/4]]	2.55032×10^{-6}
-0,50042	-0.50042-ArcSin[0.5 Sin[-0.50042-Pi/4]]	0.0000453799	**- 0,500472**	-0.500472-ArcSin[0.5 Sin[-0.500472-Pi/4]]	1.71051×10^{-6}
-0,50043	-0.50043-ArcSin[0.5 Sin[-0.50043-Pi/4]]	0.0000369821	**- 0,500473**	-0.500473-ArcSin[0.5 Sin[-0.500473-Pi/4]]	8.70695×10^{-7}
-0,50044	-0.50044-ArcSin[0.5 Sin[-0.50044-Pi/4]]	0.0000285842	**- 0,500474**	-0.500474-ArcSin[0.5 Sin[-0.500474-Pi/4]]	**3.08844×10^{-8}**
-0,50045	-0.50045-ArcSin[0.5 Sin[-0.50045-Pi/4]]	0.0000201862	**- 0,500475**	-0.500475-ArcSin[0.5 Sin[-0.500475-Pi/4]]	-8.08927×10^{-7}
-0,50046	-0.50046-ArcSin[0.5 Sin[-0.50046-Pi/4]]	0.0000117882	**- 0,500476**	-0.500476-ArcSin[0.5 Sin[-0.500476-Pi/4]]	-1.64874×10^{-6}
-0,50047	-0.50047-ArcSin[0.5 Sin[-0.50047-Pi/4]]	**3.39013×10^{-6}**	**- 0,500477**	-0.500477-ArcSin[0.5 Sin[-0.500477-Pi/4]]	-2.48855×10^{-6}
-0,50048	-0.50048-ArcSin[0.5 Sin[-0.50048-Pi/4]]	-5.00799×10^{-6}	**- 0,500478**	-0.500478-ArcSin[0.5 Sin[-0.500478-Pi/4]]	-3.32837×10^{-6}
-0,50049	-0.50049-ArcSin[0.5 Sin[-0.50049-Pi/4]]	-0.0000134062	**- 0,500479**	-0.500479-ArcSin[0.5 Sin[-0.500479-Pi/4]]	-4.16818×10^{-6}

Tabelul 1.4 Determinarea cifrelor consecutive exacte ale numărului soluţie al ecuaţiei (27)					
A ŞAPTEA CIFRĂ EXACTĂ → 0			**A OPTA CIFRĂ EXACTĂ → 3**		
-0,5004740	-0.5004740-ArcSin[0.5 Sin[-0.5004740-Pi/4]]	**3.08844×10^{-8}**	**-0,50047400**	-0.50047400-ArcSin[0.5 Sin[-0.50047400-Pi/4]]	3.08844×10^{-8}
-0,5004741	-0.5004741-ArcSin[0.5 Sin[-0.5004741-Pi/4]]	-5.30968×10^{-8}	**-0,50047401**	-0.50047401-ArcSin[0.5 Sin[-0.50047401-Pi/4]]	2.24863×10^{-8}
-0,5004742	-0.5004742-ArcSin[0.5 Sin[-0.5004742-Pi/4]]	-1.37078×10^{-7}	**-0,50047402**	-0.50047402-ArcSin[0.5 Sin[-0.50047402-Pi/4]]	1.40882×10^{-8}
-0,5004743	-0.5004743-ArcSin[0.5 Sin[-0.5004743-Pi/4]]	-2.21059×10^{-7}	**-0,50047403**	-0.50047403-ArcSin[0.5 Sin[-0.50047403-Pi/4]]	**5.69005×10^{-9}**
-0,500474	-0.5004744-ArcSin[0.5 Sin[-0.5004744-Pi/4]]	-3.0504×10^{-7}	**-0,5004704**	-0.50047404-ArcSin[0.5 Sin[-0.50047404-Pi/4]]	-2.70807×10^{-9}
-0,5004745	-0.5004745-ArcSin[0.5 Sin[-0.5004745-Pi/4]]	-3.89021×10^{-7}	**-0,50047405**	-0.50047405-ArcSin[0.5 Sin[-0.50047405-Pi/4]]	-1.11062×10^{-8}
-0,5004746	-0.5004746-ArcSin[0.5 Sin[-0.5004746-Pi/4]]	-4.73003×10^{-7}	**-0,50047406**	-0.50047406-ArcSin[0.5 Sin[-0.50047406-Pi/4]]	-1.95043×10^{-8}
-0,5004747	-0.5004747-ArcSin[0.5 Sin[-0.5004747-Pi/4]]	-5.56984×10^{-7}	**-0,50047407**	-0.50047407-ArcSin[0.5 Sin[-0.50047407-Pi/4]]	-2.79024×10^{-8}
-0,5004748	-0.5004748-ArcSin[0.5 Sin[-0.5004748-Pi/4]]	-6.40965×10^{-7}	**-0,50047408**	-0.50047408-ArcSin[0.5 Sin[-0.50047408-Pi/4]]	-3.63005×10^{-8}
-0,5004749	-0.5004749-ArcSin[0.5 Sin[-0.5004749-Pi/4]]	-7.24946×10^{-7}	**-0,50047409**	-0.50047409-ArcSin[0.5 Sin[-0.50047409-Pi/4]]	-4.46986×10^{-8}

Procedeul se poate continua după acelaşi tipic şi se pot obţine oricâte ***cifre exacte*** ale soluţiei dorim. Procedeul poate fi mult scurtat dacă se începe de la ultima valoare lizibilă prin metoda grafică computaţională prezentata în **figura 17**, adică de la C = **— 0,500474.**

Dacă se introduce valoarea lui $\theta \equiv X_8$ = **— 0,50047403** se observa că ecuaţia (27) este satisfăcută cu precizia de 8 **cifre** zecimale exacte

x — arcsin[0,5 sin(x — Pi/4)] = 0

(29) **— 0,50047403** — arcsin[0,5 sin(**— 0,50047403** — Pi/4)] rezultă

(30) $N[-0.50047403 - \text{ArcSin}[0.5\text{Sin}[-0.50047403 - \text{Pi}/4]]] = 5{,}690046211981325 \times 10^{-9}$ justificând precizia de 8 cifre zecimale exacte.

Aşa cum s-a afirmat anterior, ***soluţiile exacte*** ale ecuaţieie (27) sunt date de relaţiile (24) şi respectiv (26). Pentru datele din ecuaţia (27) rezultă valoarea unghiului α(θ) din ecuaţia (24) care este:

(31) $$N[-0.50047403\text{ArcSin}[0.5\,\text{Sin}[-0.50047403 - \text{Pi}/4]/{}_{\text{Cos}[-0.50047403 - \text{Pi}/4]]}^{\text{Sqrt}[1.25 -}]] \rightarrow$$

$\alpha = -1.0096728210506547$

pentru care din relaţia exactă (26) rezultă soluţia exactă **θ**(α):

(32) $$N[-1.0096728210506547 - \text{ArcSin}[0.5\text{Sin}[-1.0096728210506547 - \text{Pi}/4]]] =$$
$$= -0.50047403$$

Conform programului de matematică ar rezulta că soluţia cu 8 cifre zecimale exacte este totodată şi soluţia absolut exactă a ecuaţiei (27), deoarece programul nu oferă mai multe zecimale. Pentru a ne convinge se va continua **MS** în **tabelul 1.5**.

Tabelul 1.5 Determinarea cifrelor consecutive exacte ale numărului soluţie al ecuaţiei (27)

A NOUA CIFRĂ EXACTĂ → 6			A ZECEA CIFRĂ EXACTĂ → 7		
-0,500474030	-0.500474030-ArcSin[0.5 Sin[-0.500474030-Pi/4]]	5.69005×10^{-9}	**-0,5004740360**	-0.5004740360-ArcSin[0.5 Sin[-0.5004740360-Pi/4]]	6.51178×10^{-10}
-0,500474031	-0.500474031-ArcSin[0.5 Sin[-0.500474031-Pi/4]]	4.85023×10^{-9}	**-0,5004740361**	-0.5004740361-ArcSin[0.5 Sin[-0.5004740361-Pi/4]]	5.67197×10^{-10}
-0,500474032	-0.500474032-ArcSin[0.5 Sin[-0.500474032-Pi/4]]	4.01042×10^{-9}	**-0,5004740362**	-0.5004740362-ArcSin[0.5 Sin[-0.5004740362-Pi/4]]	4.83216×10^{-10}
-0,500474033	-0.500474033-ArcSin[0.5 Sin[-0.500474033-Pi/4]]	3.17061×10^{-9}	**-0,5004740363**	-0.5004740363-ArcSin[0.5 Sin[-0.5004740363-Pi/4]]	3.99235×10^{-10}
-0,500474034	-0.500474034-ArcSin[0.5 Sin[-0.500474034-Pi/4]]	2.3308×10^{-9}	**-0,5004740364**	-0.5004740364-ArcSin[0.5 Sin[-0.5004740364-Pi/4]]	3.15253×10^{-10}
-0,500474035	-0.500474035-ArcSin[0.5 Sin[-0.500474035-Pi/4]]	1.49099×10^{-9}	**-0,5004740365**	-0.5004740365-ArcSin[0.5 Sin[-0.5004740365-Pi/4]]	2.31272×10^{-10}
-0,500474036	-0.500474036-ArcSin[0.5 Sin[-0.500474036-Pi/4]]	**6.51178×10^{-10}**	**-0,5004740366**	-0.5004740366-ArcSin[0.5 Sin[-0.5004740366-Pi/4]]	1.47291×10^{-10}
-0,50047477	-0.500474037-ArcSin[0.5 Sin[-0.500474037-Pi/4]]	-1.88633×10^{-10}	**-0,5004740367**	-0.5004740367-ArcSin[0.5 Sin[-0.5004740367-Pi/4]]	**6.33099×10^{-11}**
-0,50047488	-0.500474038-ArcSin[0.5 Sin[-0.500474038-Pi/4]]	-1.02844×10^{-9}	**-0,5004740367**	-0.5004740368-ArcSin[0.5 Sin[-0.5004740368-Pi/4]]	-2.06711×10^{-11}
-0,500474039	-0.500474039-ArcSin[0.5 Sin[-0.500474039-Pi/4]]	-1.86826×10^{-9}	**-0,5004740368**	-0.5004740369-ArcSin[0.5 Sin[-0.5004740369-Pi/4]]	-1.04652×10^{-10}

Din **tabelul 1.5** rezultă că soluţia cu 8 zecimale nu este absolut exactă şi că cifrele exacte ale zecimalelor 9 şi 10 sunt $\mathbf{x_9}$ = **6** şi $\mathbf{x_{10}}$ = **7**, astfel că soluţia cu 10 zecimale exacte a ecuaţie (27) este $X_{10} = -\mathbf{0{,}5004740367\ldots}$

Introducând în relaţia (26) noua valoare a lui $X_{10} = -\mathbf{0{,}5004740367}$ rezultă valoarea lui $\alpha(\theta)$:

(33) $$N\left[-0.5004740367 + \mathrm{ArcSin}\left[0.5\,\mathrm{Sin}[-0.5004740367 - \mathrm{Pi}/4]/\mathrm{Sqrt}\left[1.25 - \mathrm{Cos}[-0.5004740367 - \mathrm{Pi}/4]\right]\right]\right] = $$
$$= -1.0096728269937603$$

pe baza căreia, din relaţia (24), rezultă valoarea lui $\theta(\alpha)$:

(34) $N[-1.0096728269937603 - \text{ArcSin}[0.5\text{Sin}[-1.0096728269937603 - \text{Pi}/4]]] =$
$= -0.5004740366999999 \cong$ **-0.5004740367**

adică soluţia ecuaţiei (27) cu 10 cifre zecimale exacte.

S-a constatat ca sub forma (23) $\theta - \arcsin[s.sin(\theta - \varepsilon)] = 0$ programul de matematică nu ştie să rezolve ecuatia (27). Dar, scriind funcţia sub forma

(35) $\sin\theta = s.sin(\theta - \varepsilon) \rightarrow \sin\theta - s.sin(\theta - \varepsilon) =$ **0** programul de matematica dă soluţiile:

(36) $\text{Nsolve}[\text{Sin}[t] - 0.5\text{Sin}[t - \text{Pi}/4] == 0, t] \rightarrow \{\{t \to -0.5004740367753859\},$
$\{t \to 2.641118616814407\}\}$

printre care şi pe cea determinată anterior cu 10 zecimale exacte dar, de această dată, oferă mult mai multe zecimale exacte (16) : X = -0.5004740367753859

Pentru a obţine o expresie a soluţiei pentru ecuaţia generală (23) de excentrul **S(s, ε)** cu funcţia scrisă sub forma (35), adică ecuaţia:

(37) $\sin\theta - s.sin(\theta - \varepsilon) =$ **0**

programul de matematică oferă souţiile

(38) $\text{Solve}[\text{Sin}[t] - s\text{Sin}[t - \text{eps}] == 0, t]$ cu soluţiile →

$$\{\{t \to -\text{ArcCos}[-\frac{-1+s\text{Cos}[\text{eps}]}{\sqrt{1-2s\text{Cos}[\text{eps}]+s^2\text{Cos}[\text{eps}]^2+s^2\text{Sin}[\text{eps}]^2}}]\},$$

$$\left\{t \to \text{ArcCos}\left[-\frac{-1+s\text{Cos}[\text{eps}]}{\sqrt{1-2s\text{Cos}[\text{eps}]+s^2\text{Cos}[\text{eps}]^2+s^2\text{Sin}[\text{eps}]^2}}\right]\right\},$$

$$\left\{t \to -\text{ArcCos}\left[\frac{-1+s\text{Cos}[\text{eps}]}{\sqrt{1-2s\text{Cos}[\text{eps}]+s^2\text{Cos}[\text{eps}]^2+s^2\text{Sin}[\text{eps}]^2}}\right]\right\},$$

$$\{t \to \text{ArcCos}[\frac{-1+s\text{Cos}[\text{eps}]}{\sqrt{1-2s\text{Cos}[\text{eps}]+s^2\text{Cos}[\text{eps}]^2+s^2\text{Sin}[\text{eps}]^2}}]\}\}$$

dintre care prima (subliniată) corespunde realităţii şi pentru datele concrete ale ecuţie (27) rezultă

(39) $N[-\text{ArcCos}[-\frac{-1+0.5\text{Cos}[\text{Pi}/4]}{\sqrt{1-2*0.5\text{Cos}[\text{Pi}/4]+0.5^2\text{Cos}[\text{Pi}/4]^2+0.5^2\text{Sin}[\text{Pi}/4]^2}}]] \rightarrow$

$X_{16} = -0.5004740367753859$

Evident că aceeaşi valoare se putea obţine şi prin **MS** care poate oferii chiar şi mai multe cifre exacte zecimale prin continuarea metodologiei exprimate în **Tabelele 1**, dar obţinerea unei relaţii generale exacte (38) este cu mult mai comodă şi constituie o realizare notabilă prezentată în această lucrare.

Motto:" În general, inteligenţa noastră nu este garantul opiniilor pe care le împărtăşim."
Leonhard Euler

CAPITOLUL XV

ECHIVALENTA FORMULEI LUI EULER IN DOMENIUL MATEMATICII EXCENTRICE

0 P R O L O G

Este interesant că, în matematica superioară, există o relaţie cunoscută ce exprimă o legătură strânsă şi neaşteptată, totodată, între numerele ***π, e,* 1, 0** şi **i** = $\sqrt{-1}$.

Este formula

(01) $e^{i\pi} + 1 = 0,$

pe care a dedus-o **Leonhard Euler**.

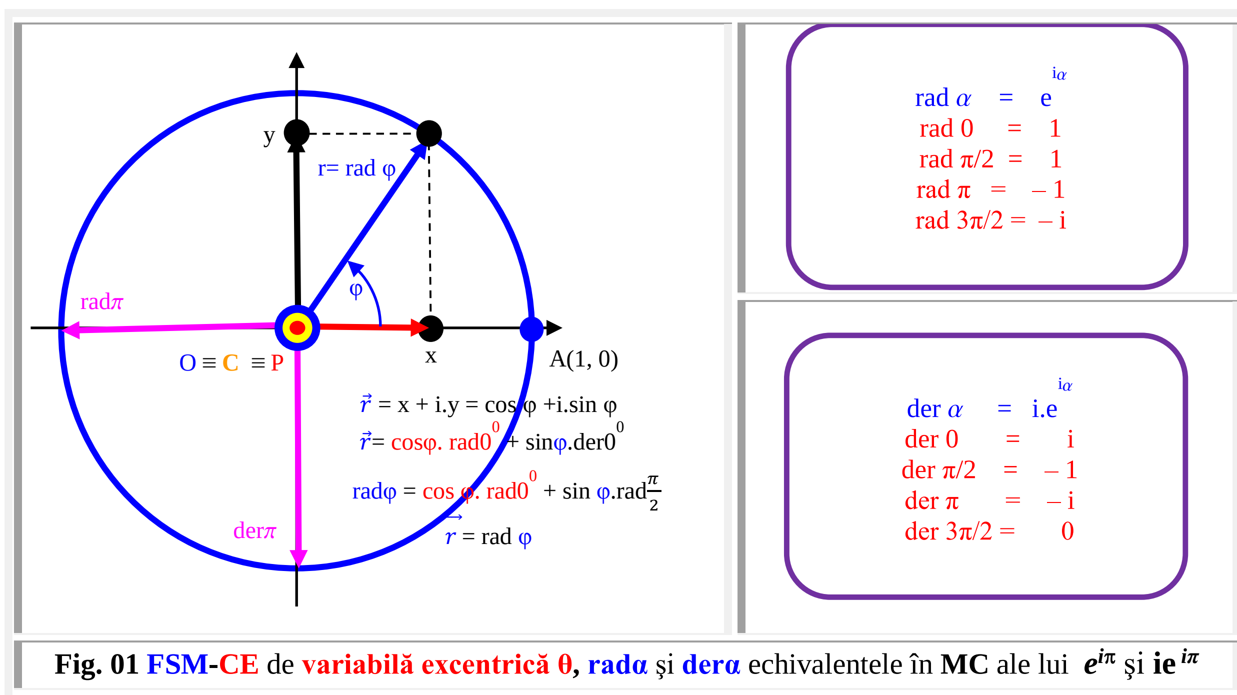


Fig. 01 FSM-CE de **variabilă excentrică θ, radα** şi **derα** echivalentele în **MC** ale lui $e^{i\pi}$ şi **i**$e^{i\pi}$

Ea fiind o formulă cu multe sensuri merită atenţia nu numai a matematicienilor, ci şi a filozofilor şi reprezentanţilor ştiinţelor naturale.

Matematicianul american **Benjamin Peirce**, luând cunoştinţă pentru prima dată de această formulă, în pofida faptului că de la descoperirea ei trecuseră mai mult de ***o sută de ani***, a rămas foarte impresionat. – "***Domnilor***, – a spus el odată, adresându-se studenţilor, în momentul când deduseseră relaţia pe tablă, –

eu sunt convins, că formula scrisă este absolut paradoxală. Noi nu suntem în stare s-o înţelegem, noi, însă, am demonstrat-o şi de aceea considerăm, că ea este justă."

Richard Feynman a numit formula lui **Euler** "***bijuteria noastră***" şi "***cea mai remarcabilă formulă din matematică***". Iar în anul 1993 s-a realizat un sondaj în mediile universitare americane cu participarea multor studenţi, profesori, cercetători şi utilizatori avizaţi, care să răspundă la întrebarea: "***Care sunt după dv. cele mai remarcabile rezultate ale matematicii ?***" (V. Brânzănescu, O.Stănăşilă, "**Matematici Speciale**").

Pe locul întâi s-a clasat ***formula lui Euler*** : $\mathbf{e^{i\pi} = -1}$. Din **matematica centrică** (**MC**). Am numit-o şi **centrică** deoarece ea are un echivalent de aceeaşi valoare, credem noi, poate ***chiar mai mare***, în **matematica excentrică** (**ME**) şi în **supermatematică** (**SM**) cu ajutorul cărora se operează mult mai uşor atât în spaţiul complex cât, mai ales în cel vectorial. Ei sunt fazorii (**Fig. 01**) ***radial centric*** (**rad**) şi derivata acestuia ***derivat centric*** (**der**), care ne scutesc de marcarea cu o bară superioară a unor vectori:

(02) $$\begin{cases} e^{ix} = \boldsymbol{radx} \\ ie^{ix} = \boldsymbol{derx} \end{cases}$$

şi reprezintă funcţiile radial (**rex**) şi derivat (**dex**) ***excentrice*** în ***domeniul centric,*** adică pentru **excentricitatea liniară numerică s = 0**, caz în care toate entităţile **ME** devin ***centrice***.

Expresiile (01) şi (02) formează împreuna un sistem binar al unei "constelaţii matematice" pe care o vom denumi "***supernove supermatematice***" în care expresiile (02) dau strălucirea caracteristică orbitoare şi temporală a supernovelor. În opinia noastră această supernovă străluceşte de zeci de ani dar nimeni nu priveste în sus, la cer, ca s-o vadă !

1. I N T R O D U C E R E

❨*După* http://ro.wikipedia.org/wiki/Formula_lui_Euler *cu completări*❩

ÎN MATEMATICA CENTRICĂ

Formula lui Euler spune că, pentru orice număr real *x*,

(1) $e^{ix} = \cos(x) + i.\sin(x) = \mathbf{rad\alpha} + \mathbf{der\alpha}$

în care : **e** este baza logaritmului natural **i** este unitatea imaginară **cos** şi **sin** sunt funcţiile trigonometrice (***centrice***, *n.n.*), iar **rad** (radial) şi **der** (derivat) sunt fazorii direcţiei care face unghiul **α** cu axa **Ox**.

Pentru cazul particular x = π avem identitatea:

(2) $e^{i\pi} + 1 = 0 \rightarrow$ $\mathbf{rad\pi} + 1 = 0$ sau $\mathbf{rad\pi + rad0 = 0}$ sau $\mathbf{der(\frac{\pi}{2}) + der(-\frac{\pi}{2}) = 0}$

care combină într-o formulă simplă cele cinci numere fundamentale ***i, π, e, 1 şi 0.***

Formula lui Euler a fost **demonstrată** pentru prima dată de **Roger Cotes** în **1714** sub forma

(3) ln[cosx + i sinx] = ix

(în care "ln" înseamnă logaritm natural, adică logaritm în bază ***e*** ≈2,71828 18284 59045 23536, ***numărul lui Euler*** sau ***constanta lui Napier*** şi nu ***excentricitatea liniară reală*** (**e** = **s R**) pentru cercul de rază oarecare **R** şi ***excentricitatea liniară numerică s*** pentru cercul unitate / trigonometric).

Euler a publicat ecuația în forma ei curentă în **1748,** bazându-și demonstrația pe egalitate a ***seriilor infinite*** din ambele părți ale egalității. Niciunul dintre cei doi nu au intuit interpretarea geometrică a formulei: ***vederea numerelor complexe*** ca puncte din ***planul complex*** a apărut abia după 50 de ani, iar relaţiile (02) după peste ***300 de ani*** !

Euler a considerat firesc să prezinte studenților numerele complexe mult mai devreme decât se practică astăzi. În manualul său de algebră elementară, ***Elemente de Algebră,*** el introduce aceste numere aproape de la început și le folosește în mod natural de-a lungul întregii lucrări.

Formula lui Euler, numită astfel după ***Leonhard Euler***, este o formulă matematică din *analiza complexă* care arată o relație strânsă între ***funcțiile trigonometrice centrice*** și ***funcția exponențială***

complexă. **Identitatea lui Euler** (**$e^{i\pi} + 1 = 0$**) este un caz particular al formulei lui **Euler**. Iar funcţiile (02) introduse de autor în **SM** sunt mult mai expresive şi mai comode de aplicat.

Această formulă poate fi interpretată spunând că funcția e^{ix} trasează ***cercul unitate*** din planul ***numerelor complexe*** când ***x*** ia valori reale. Aici, ***x*** este ***unghiul*** dintre o dreaptă care leagă originea cu un punct de pe cercul unitate și axa reală pozitivă, măsurată în sens trigonometric în ***radiani***. Formula este validă doar dacă **sin** și **cos** își primesc ***argumentele exprimate în radiani***, nu în grade.

2 APLICAŢII ÎN TEORIA NUMERELOR COMPLEXE

Demonstrația originală se bazează pe dezvoltările în serie Taylor ale funcțiilor exponențiale e^z (cu z complex), **sin*x*** și **cos*x*** pentru ***numere reale x***. De fapt, aceeași demonstrație arată că **formula lui Euler** este valabilă și pentru toate numerele ***complexe z***.

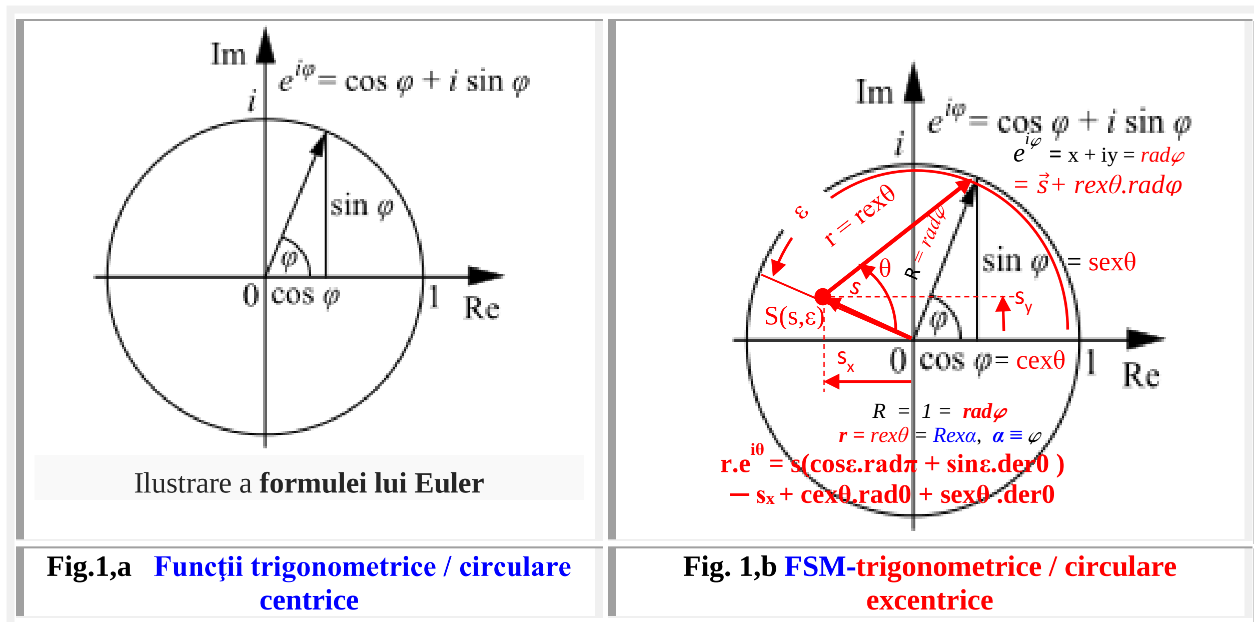


Fig.1,a Funcţii trigonometrice / circulare centrice **Fig. 1,b FSM-trigonometrice / circulare excentrice**

Formula lui **Euler** poate fi folosită pentru a reprezenta numerele complexe în **coordonate polare** **(**sublinierea noastră → s.n.).

Orice număr complex ***z* = *x* + *iy*** poate fi scris sub forma

(4) $$\begin{cases} z = x + iy = |z|(cos\varphi + i.sin\varphi) = |z|e^{i\varphi} \\ |\bar{z}| = x - iy = |z|(cos\varphi - i.sin\varphi) = |z|e^{-i\varphi} \end{cases}$$

în care: $$\begin{cases} x = Re\{z\} \\ y = Im\{z\} \\ |z| = \sqrt{x^2 + y^2} \end{cases}$$

$|z|$este modulul lui ***z*** și ***φ*** este *argumentul* lui *z* — unghiul între axa *x* și vectorul *z* măsurat în sens trigonometric și în radiani — definit până la 2*π*.

Acum, luând această formulă derivată, se poate folosi **formula lui Euler** pentru a defini logaritmul unui număr complex. Pentru a face asta, se folosește și faptul că

$$a = e^{\ln(a)}$$

și

$$e^a e^b = e^{a+b}$$

ambele valabile pentru ***numerele complexe a*** şi ***b***.

De aceea se poate scrie:

$$z = |z|e^{i\phi} = e^{\ln|z|}e^{i\phi} = e^{\ln|z|+i\phi}$$ pentru orice $z \neq 0$.

Scoţând logaritm din ambele părţi, rezultă:

lnz = ln|z| + iφ

şi aceasta se poate folosi ca definiţie a logaritmului complex.

În fine, legea exponenţială

$(e^a)^k = e^{ak}$,

care este valabilă pentru orice întreg k, împreună cu **formula lui Euler** implică anumite identităţi trigonometrice, precum şi formula lui de Moivre.

3 LEGATURILE CU TRIGONOMETRIA

Formula lui Euler furnizează o legătură puternică între analiza matematică şi trigonometrie, aducând o interpretare a funcţiilor sinus şi cosinus ca sume ponderate ale funcţiei exponenţiale:

(5) $\cos x = \mathrm{Re}\{e^{ix}\} = \frac{e^{ix} + e^{-ix}}{2}$

(6) $\sin x = \mathrm{Im}\{e^{ix}\} = \frac{e^{ix} - e^{-ix}}{2i}$

Cele două ecuaţii de mai sus pot fi derivate adunând şi scăzând formulele lui Euler:

(7) $e^{ix} = \cos x + i \sin x$

(8) $e^{-ix} = \cos(-x) + i\sin(-x) = \cos x - i\sin x$

şi rezolvând pentru cosinus sau sinus.

Aceste formule pot servi chiar ca definiţii ale funcţiilor trigonometrice de argument complex x. De exemplu, dacă $x = iy$, avem:

(9) $$\begin{cases} \cos(iy) = \frac{e^{-y} + e^{y}}{2} = \cosh(y) \\ sin(iy) = \frac{e^{-y} - e^{y}}{2i} = i.\sinh(y) \end{cases}$$

Exponenţialele complexe pot simplifica trigonometria, deoarece sunt mai uşor de manipulat decât componentele lor sinusoidale. Una din tehnici este de a converti pur şi simplu sinusoidele în expresii echivalente în termeni de exponenţiale. După manipulări, rezultatul simplificat are valori reale. De exemplu**:**

(10) $$\cos(x) * \cos(y) = \frac{e^{ix} + e^{-ix}}{2} * \frac{e^{iy} + e^{-iy}}{2} = \frac{e^{i(x+y)} + e^{i(x-y)} + e^{i(-x+y)} + e^{i(-x-y)}}{4} =$$
$$= \frac{e^{i(x+y)} + e^{i(-x-y)}}{+4} + \frac{e^{i(x-y)} + e^{i(-x+y)}}{4} = \frac{\cos(x+y)}{2} + \frac{\cos(x-y)}{2}$$

O altă tehnică este reprezentarea sinusoidelor în termeni de parte reală a unei expresii complexe, şi de a face manipulările pe acea expresie. De exemplu**:**

(11) $$\cos(x.n) + \cos(x.(n\text{-}2)) = \mathrm{Re}\{e^{ixn} + e^{ix(n-2)}\} = \mathrm{Re}\{e^{ix(n-1)} * (e^{ix} + e^{-ix})\} =$$
$$= \mathrm{Re}\{e^{ix(n-1)} * 2.\cos(x)\} = \cos[x*(n\text{-}1)]*2\cos(x)$$

4 INTRODUCERE ÎN DOMENIUL EXCENTRIC (ME) AL SUPERMATEMATICII (SM)

Odată cu descoperirea **matematicii excentrice** (**ME**) a apărut şi **supermatematica (SM),** o simbioză dintre **matematica ordinară**, pe care, acum, o denumim şi **matematica centrică** (**MC**) şi **ME**, adică **SM** = **MC & ME** = **MC** ∪ **ME**.

Denumirea de **ME** este dată de existenţa unui **pol** / punct **S(s,ε)** în planul unui cerc, denumit **excentru. Ex−centru,** deoarece a fost expulzat din centrul cercului trigonometric şi originea **O(0,0)** a unui

reper pe **direcţia ε** , denumită **excentricitate unghiulară**, la o distantă **s** denumită **excentricitate liniară numerică** (**Fig.1,b**) într-un cerc trigonometric / **unitate** (R = 1**)** şi **e** denumită **excentricitate liniară reală** într-un cerc oarecare de raza **R ≠ 1**, coordonatele polare ale polilor şi ale punctelor **excentre S**(**s,ε**) şi/sau **E**(**e,ε**).

În domeneiul **MC** polul **P(0,0)**/**S(0,0),** centrul cercului unitate **C(0,0)** şi originea **O(0,0)** se coincid, aşa cum le-a aşezat / definit marele **Euler** la definirea funcţiilor trigonometrice ca funcţii circulare directe şi indirecte. Dacă se admite şi valoarea **s = e = 0** a excentricităţii liniare, adică **S** ≡ **P** ≡ C ≡ O (0,0), atunci **supermatematica** este aceeaşi cu **matematica excentrică**, adică, **SM** ≡ **ME,** deoarece, în acest caz, **MC** ≡ **ME**(s = e = 0) ≡ **SM**(s = e = 0).

Altfel spus, **matematica centrică** (**MC**) este un ***caz particular***, de **excentricitate liniară s** şi **e** nule a **SM** şi/sau a **ME** care reprezintă, totodată, o extensie nelimitată a **MC**, prin care, ***toate entităţile MC se multiplică de la unu (în MC) la infinit (în SM ca şi în ME)*** ! Pe de o parte, pe de altă parte, în **ME** ca şi în **SM** ***au apărut o serie de entităţi noi*** dintre care amintim :

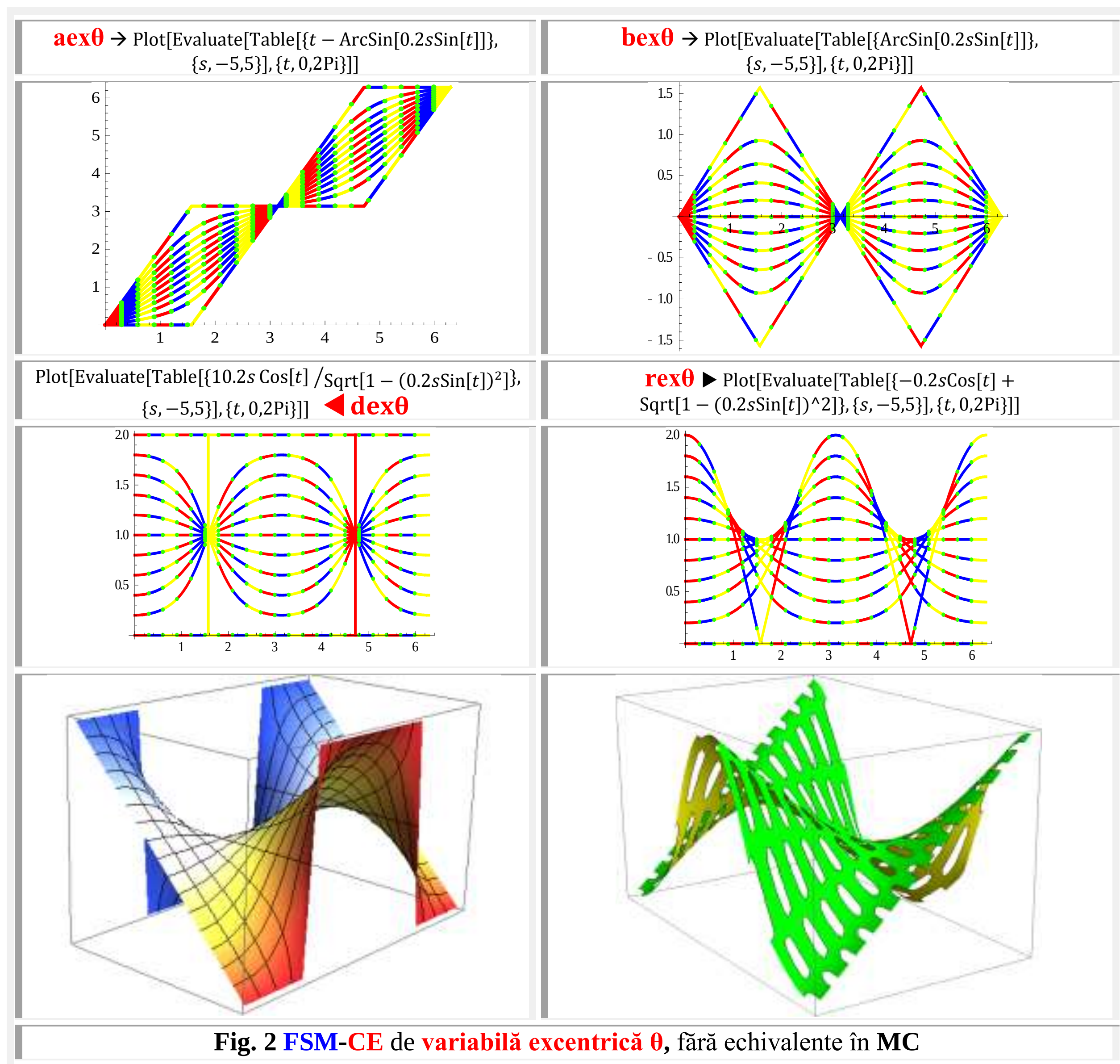


Fig. 2 FSM-CE de **variabilă excentrică θ,** fără echivalente în **MC**

1) Funcţii supermatematice circulare excentrice (**FSM-CE**) **fără** echivalente în **MC (Fig.2)**:
   - **FSM-CE** de variabilă excentrică **θ**: amplitudine excentrică **aexθ**, beta excentrică **bexθ**, derivată excentrică **dexθ**; radial excentrică **rexθ** ş.m.a. **(Fig.2)**;
   - **FSM-CE** de variabilă centrică **α**: amplitudine excentrică **Aexα**, beta excentrică **Bexα**, derivată excentrică **Dexα**; radial excentrică **Rexα** ş.m.a. **(Fig.3)**;

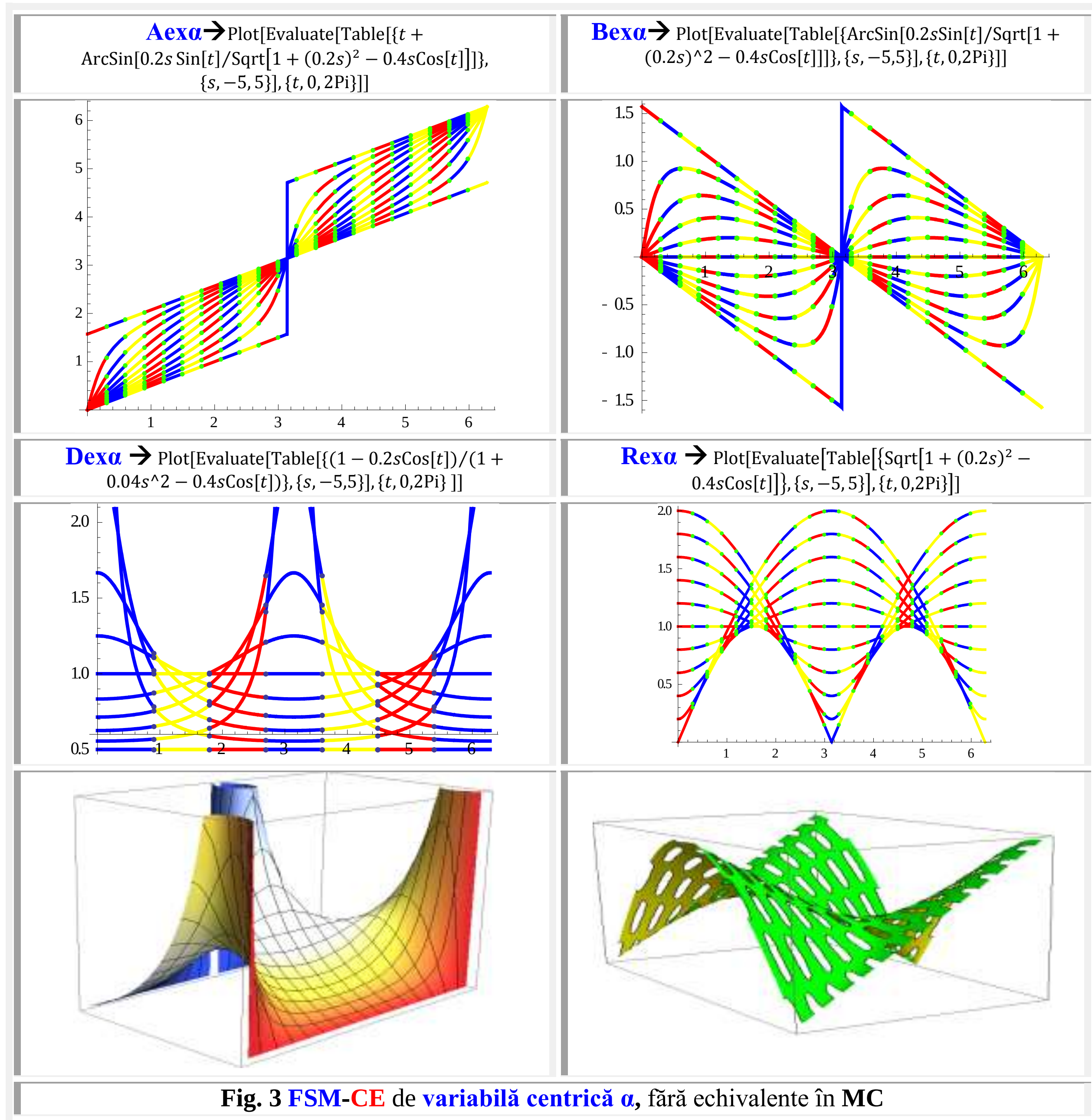


Fig. 3 FSM-CE de **variabilă centrică α,** fără echivalente în **MC**

În **figura 1,b, FSM-CE radial excentrice rexθ** şi Rexα sunt reprezentate geometric de raza variabilă **r**, al cărei modul depinde de poziţia excentrului **S (s,ε)** în planul cercului unitate; **S(s,ε)** putând fi interior, pentru **s** < 1 sau **e** < R, sau exterior, pentru **s** > 1 sau **e** > R, discului unitate, adică de R = 1; r fiind

în modul, distanţa dintre punctul /**excentrul S(s,ε)** şi punctul W_1(R =1, φ) sau W_1(x = **cexθ**, y = **sexθ**) de intersecţie a dreptei excentrice **d** = $d^+ \cup d^-$, turnante în jurul excentrului cu unghiul **θ**, considerat **variabilă excentrică**, cu cercul unitate **CU**(O,1).

Şi dreapta centrică **D** = $D^+ \cup D^-$, turnantă în jurul centrului şi a originii **O(0,0),** intersectează cercul **CU** în acelaşi punct W_1(R, **φ**) cu D^+ dar pentru unghiul **φ ≡ α**, denumite şi **variabile centrice**.

Unghiul format de direcţiile dreptelor d^+ şi D^+ în punctul $W \equiv W_1 \subset$ **CU** este unghiul **β**, care poate fi exprimat fie ca funcţie de unghiul **θ**, prin **β(θ),** fie ca funcţie de unghiul **α**, prin **β(α),** cu relaţiile

$$(12)\quad \begin{cases} \beta(\theta) = \mathbf{bex}\theta = \alpha(\theta) = \arcsin[s.\sin(\theta-\varepsilon)] \\ \beta(\alpha) = \mathbf{Bex}\alpha = \theta(\alpha) = \arcsin\dfrac{s.\sin(\alpha-\varepsilon)}{\mathrm{Rex}\alpha} = \begin{cases} \arcsin\dfrac{s.\sin(\alpha-\varepsilon)}{\sqrt{1+s^2-2s\cos(\alpha-\varepsilon)}} \\ \arctan\dfrac{s.\sin(\alpha-\varepsilon)}{1-s\cos(\alpha-\varepsilon)} \end{cases} \end{cases}$$

Dependenţa dintre variabila **excentrică** θ şi cea **centrică α** este dată tocmai de **FSM-CE** amplitudine excentrice **aexθ** şi **Aexα** prin relaţiile

$$(13)\quad \begin{cases} \mathrm{aex}\theta = \alpha(\theta) = \theta - \beta(\theta) = \theta - \arcsin[s.\sin(\theta-\varepsilon)] \\ \mathbf{Aex}\alpha = \theta(\alpha) = \alpha + \beta(\alpha) = \alpha + \begin{cases} \arcsin\dfrac{s.\sin(\alpha-\varepsilon)}{\sqrt{1+s^2-2s\cos(\alpha-\varepsilon)}} \\ \arctan\dfrac{s.\sin(\alpha-\varepsilon)}{1-s\cos(\alpha-\varepsilon)} \end{cases} \end{cases}$$

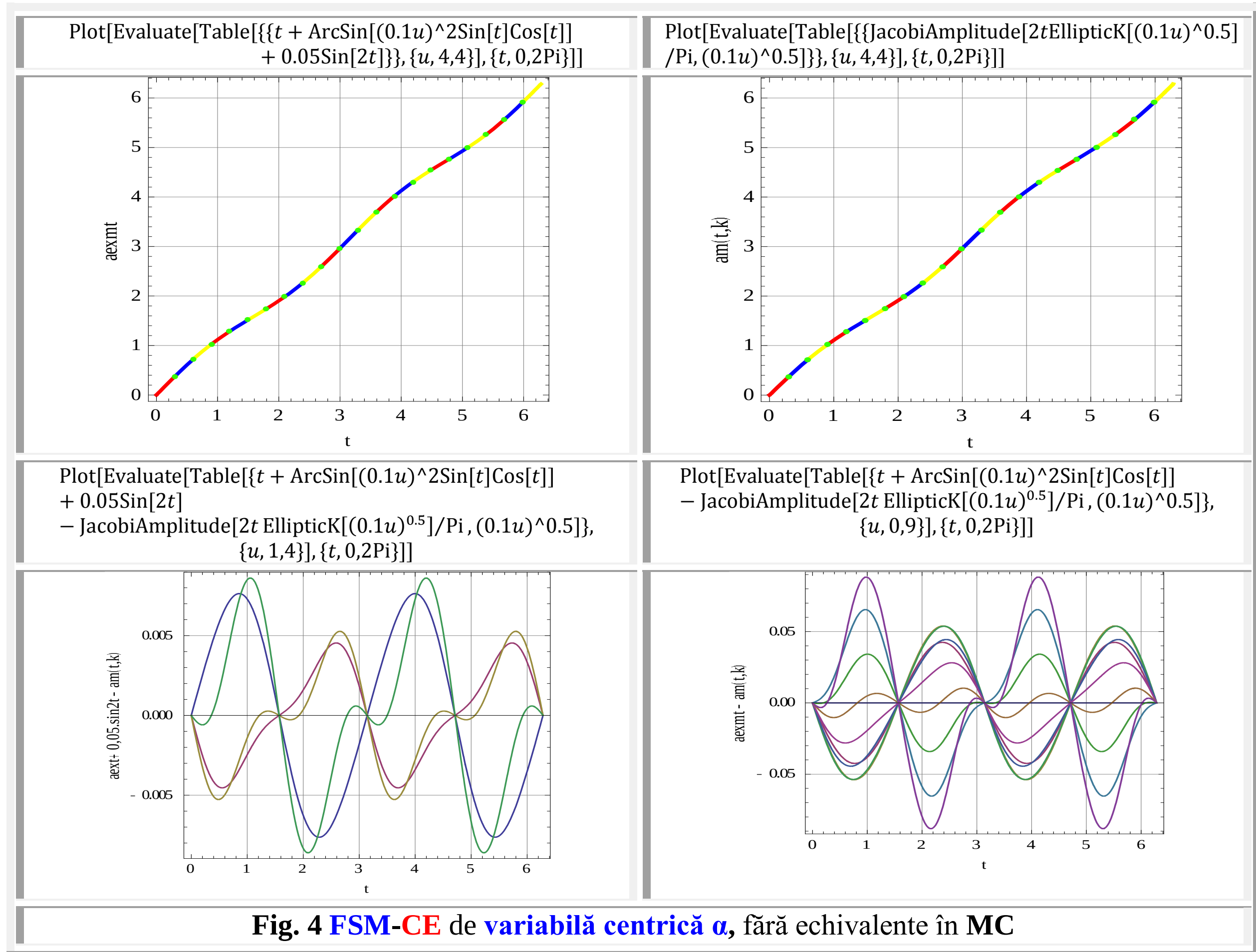


Fig. 4 FSM-CE de **variabilă centrică α,** fără echivalente în **MC**

Dintre funcţii supermatematice circulare excentrice (**FSM-CE**), **fără** echivalante în **MC (Fig.2)**, de o importanţă mai mare se bucură **FSM-CE** **amplitudine excentrică aexθ** şi **Aexα** care, în **ME,** joacă acelaşi rol ca şi **funcţia eliptică Jacobi am(u,k)** în domeniul funcţiilor eliptice, respectiv, în matematica eliptică (**MEL**). Dacă

$$\begin{cases}\cos[\mathrm{am}(u,k)] = \mathrm{cn}(u,k),\\ \sin[\mathrm{am}(u,k)] = \mathrm{sn}(u,k)\end{cases},$$

tot aşa, cosinusul excentric $\mathbf{cex}(\theta, S)$ şi sinusul excentric $\mathbf{sex}(\theta, S)$ se exprimă prin

(14) $$\begin{cases}\mathbf{cex}(\theta, s) = \cos[\mathrm{aex}(\theta, S)],\\ \mathbf{sex}[(\theta, S)] = \sin[\mathrm{aex}(\theta, S)]\end{cases}$$

La fel de importante sunt şi **FSM-CE radial excentrice rexθ** şi **Rexα** pe care Prof. Dr. Math. **Octav Em. Gheorghiu** le-a denumit **"adevărate funcţii rege"** deoarece, singure, pot exprima toate curbele plane cunoscute în **MC** şi multe alte curbe noi, foarte importante, din **ME.**

Nici **FSM-CE derivate excentrice dexθ şi Dexα** nu se lasă mai prejos. Ele exprimă **singure** funcţia de transfer sau raportul de transmitere a turaţiilor sau a vitezelor unghiulare pentru **TOATE mecanismele cunoscute**, una într-un sens şi cealalta în sensul invers, deoarece, prin definiţie :

(15) $$\begin{cases}\mathbf{dex\theta} = \frac{\mathbf{d\alpha}}{\mathbf{d\theta}}\\ \boldsymbol{Dex\alpha} = \frac{\mathbf{d\theta}}{\mathbf{d\alpha}}\end{cases} \rightarrow \boldsymbol{Dex\alpha} = \frac{\mathbf{1}}{\mathbf{dex\theta}}$$

În **figura 4** sunt prezentate în paralel / comparativ **funcţiile eliptice Jacobi am(u,k)** şi **FSM-CE amplitudine excentrică aexθ** modificată, notată **aexmθ** de **k** = **s** = **0.4** sus ◄▲►. Aşa cum rezultă din graficele diferentelor acestor două funcţii, pentru **k** = **s** ∈ **[0,1; 0,4**], prezentate în partea stângă jos ▼ ◄ erorile de aproximare sunt sub valoarea de 0,009, adică sub 0,9 %, valoare acceptabilă pe deplin în calculele inginereşti (de 2%).

Pentru valori mai mari ale excentricitatii **s** şi ale modulului **k** erorile sunt mai ridicate, dar nu depăşesc valoarea de 10 %.

Rezultă că noile funcţii matematice sunt extrem de importante, nu numai prin multiplicarea funcţiilor matematice / trigonometrice în general, dar şi / sau mai ales, prin aplicaţiile lor în tehnică şi, bineînţeles, în matematică.

Poate, mai este necesar să se amintească contribuţia esenţială a "**funcţiei rege**" **rexθ** la determinarea unei **relaţii** (NU VALORI ! ca în metoda mediei aritmetico-geometrice **Landen**) de calcul, oricât de exacte, a integralei eliptice complete de prima speţă K(k), aşa cum este stabilit în lucrarea [7].
După numai **5** paşi / iteraţii, precizia de calcul este de **15** (cincisprezece !) zecimale exacte.

2) Funcţii supermatematice circulare excentrice (**FSM-CE**) **cu** echivalante în **MC**:
- **FSM-CE** de variabilă excentrică **θ**: cosinus excentric **cexθ**, sinus excentric **sexθ**, tangentă excentrică **texθ**; tangentă excentrică **Voinoiu texvθ**, cotangentă excentrică **ctexθ**, cotangentă excentrică **Voinoiu texvθ** ş.m.a**. (Fig.5);**
- **FSM-CE** de variabilă centrică **α**: cosinu excentric **Cexα**, sinus excentric **Sexα**, tangentă excentrică **Texα**; tangentă excentrică **Voinoiu Texα**, cotangentă excentrică **Ctexα,** cotangentă excentrică **Voinoiu Ctexvα** ş.m.a**.(Fig.6)**;

Dacă funcţiile din **MC** sunt proprii soluţionării sistemelor liniare, ideale, cele din **ME** sunt proprii tuturor sistemelor liniare şi /sau neliniare, ideal şi/sau reale, ceea ce, evident, constituie o reală apropiere a matematicii de natură, graţie apariţiei cu 40 de ani în urmă a **supermatematicii** (**SM**).

Istoria ne învaţă că "**nu se învaţă nimic din istorie**", altfel ea nu s-ar repeta. Şi nu numai din istorie, după cum se poate constata în ultimii 20 de ani. Şi nici din viaţă. Să ne explicăm.

Istoria numerelor este fascinantă. La început au fost cunoscute doar numerele naturale sau numerele ***întregi strict pozitive***. Se spune că omenirea a ştiut să numere înainte de a şti să scrie.

Se afirmă că primele numere, scrijelite pe un os din Congo, au o vechime de 20.000 (!) de ani î.e.n. Se mai zice ca "***Dumnezeu a creat numerele naturale, restul este opera omului*** ", iar **Descartes**, cel care

a combinat algebra cu geometria, afirmă că "***Dumnezeu a facut lumea în acord cu principiile Matematicii***". Dar noi nu credem : matematica-i bună pe când lumea …

Mii de ani, omenirea s-a ocupat cu studiul numerelor naturale întregi: cardinale, ordinale, distributive, pare şi împare, prime, **gemene**, prietene, perfecte şi **imperfecte** ş.m.a., fără să sesizeze că între două numere **întregi oarecare consecutive**, evident unul **par** şi celălalt, următorul sau anteriorul, **impar**, sau invers, există o **infinitate** de alte numere reale, raţionale, complexe ş.m.a.

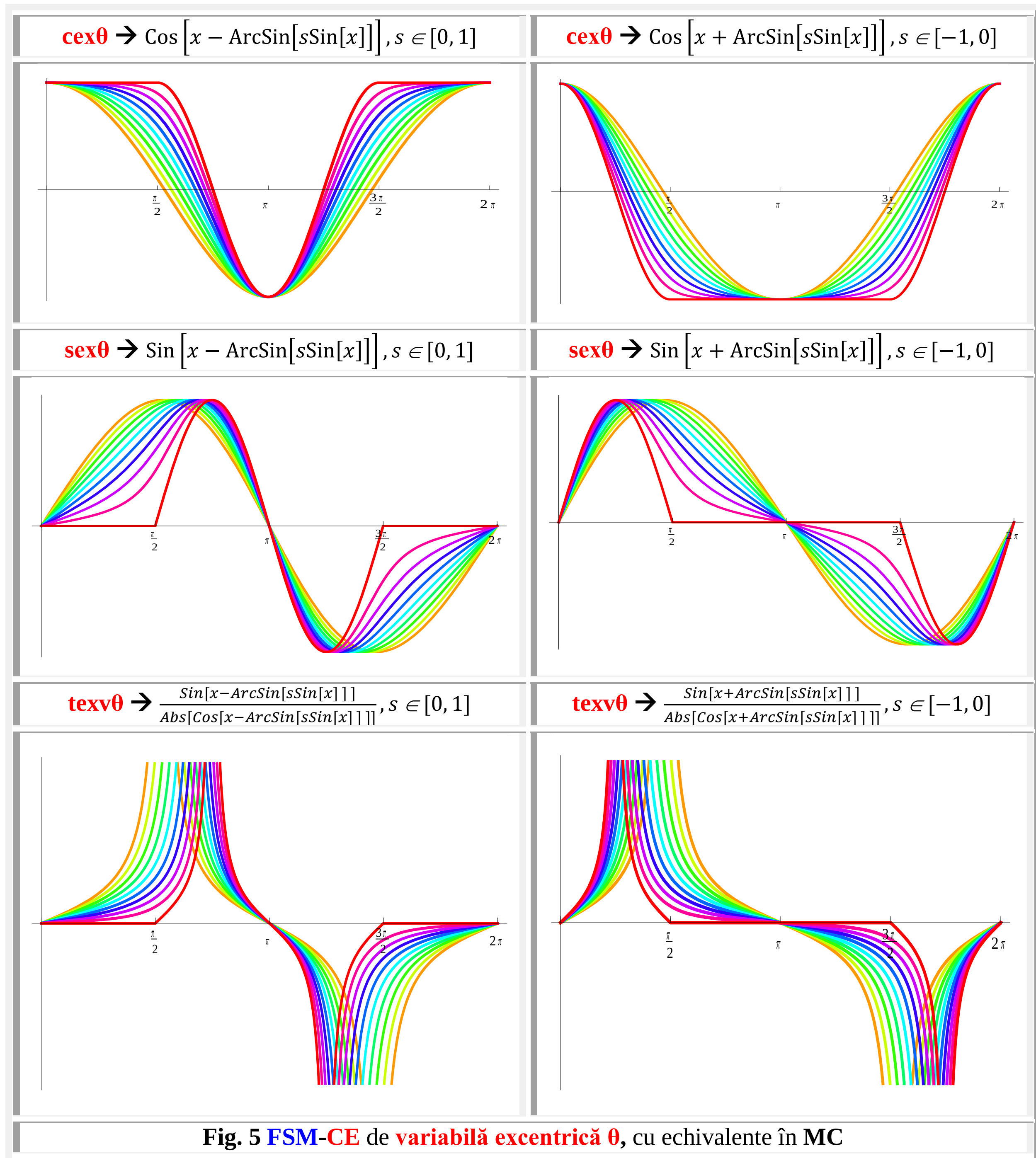


Fig. 5 FSM-CE de **variabilă excentrică θ,** cu echivalente în **MC**

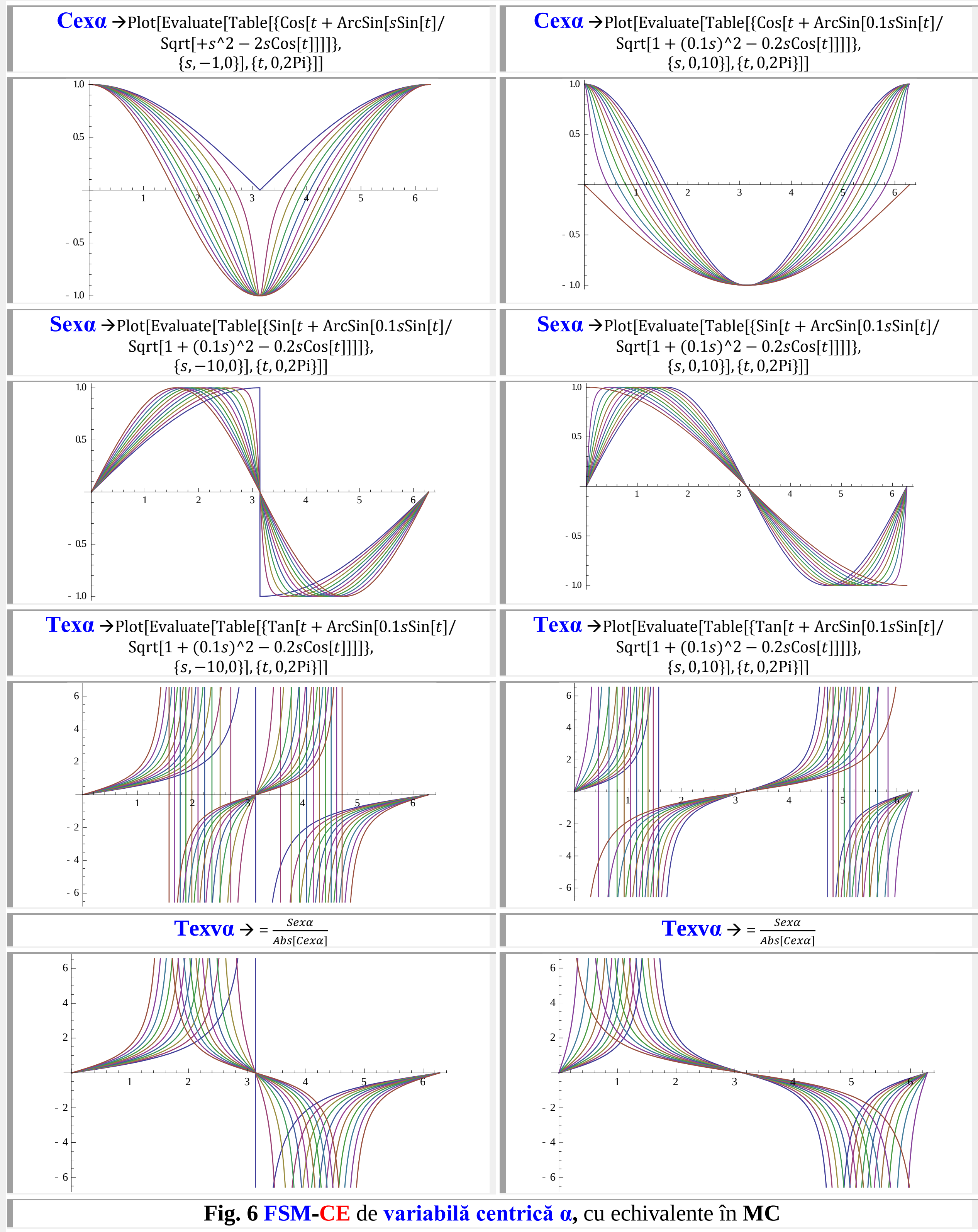


Fig. 6 FSM-CE de **variabilă centrică α**, cu echivalente în **MC**

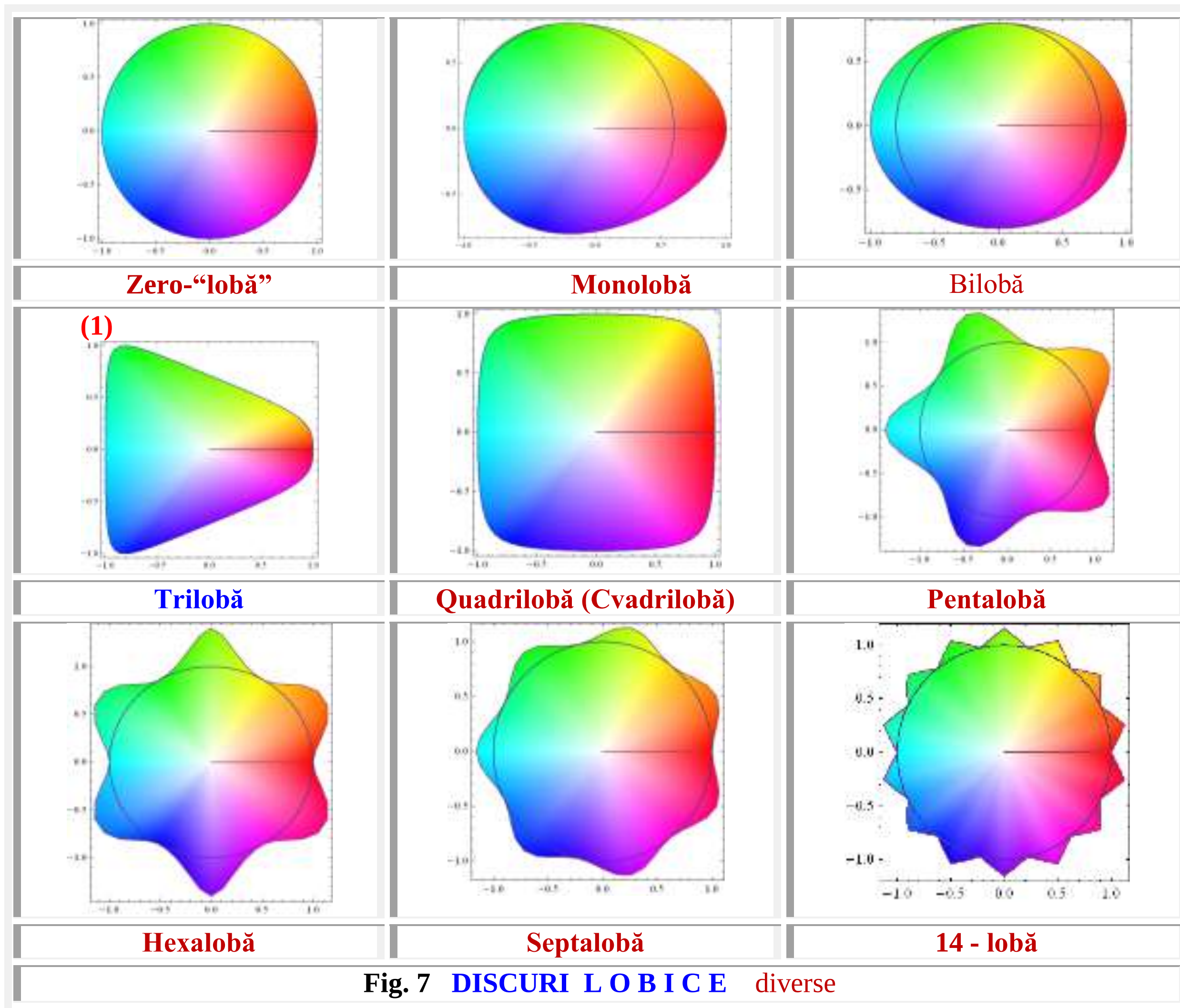


Fig. 7 **DISCURI L O B I C E** diverse

Mii de ani nimeni, dar absolut nimeni, nu s-a intrebat: oare între 1 şi 2, sau între 9 şi 10 nu mai este / există ceva ? De ce aceste numere sunt în trepte / salturi, sunt discontinue, când se cunosc în natură atâtea fenomene liniare, continue.

Istoria se repetă acum în Geometrie şi în Matematică, în general. Toată lumea ştie ce-i un cerc, ce-i un pătrat, ce-i un triunghi ş.a.m.d. şi le studiaza pe îndelete. Dar nimeni, **absolut nimeni**, în afară de noi (un exemplu de modestie), nu s-a gândit oare ce-i între cerc şi pătrat, ce-i între cerc şi triungi, ce-i între sferă şi cub ş.a.m.d. Cum se poate ajunge de la o figura la alta ? Cum se poate transforma continuu cercul în pătrat perfect sau invers, sfera în cub, sau invers, conul în prismă, sau invers.

Aceste **transformari SM**, împreună cu **obiectele geometrice noi, SM hibride** sunt prezentate în **figura 8** şi în **figura 9**.

3) Pentru aproximarea funcţiilor, deci pentru aproximarea curbelor şi a suprafeţelor matematice şi nematematice şi prin aceasta a programării prelucrării suprafeţelor compexe pe **m-u CNC**, există o serie de funcţii cunoscute, prin care se poate opera şi care constituie aşa-zisa **BAZĂ** (de funcţii).

De exemplu, **baza sistemului trigonometric CENTRIC** (**STC**) este formată din mulţimea infinită a funcţiilor **sinα** asociate / reunite cu **cosα** de multiplii de arce, adică

● **BAZA STC**:{sinnα ∩ cosnα}= 2n funcţii, n∈ [–∞,+∞], dintre care, în mod practic se folosesc doar primele 12 funcţii din bază. Utilizarea, în continuare, a altora nu îmbunătăţeşte precizia de aproximare, din varii motive.

Cu noile **FSM-CE** se obţine următoarea BAZĂ, infinit mai extinsă, a ***SISTEMULUI TRIGONOMETRIC* SM:**

◙ **BAZA STSM** : {$sex_{1,2}$ nθ ∩ $cex_{1,2}$ nθ}

BAZA STC este ce avem şi cu ce putem opera, practic 12 funcţii **CC** iar de BAZA **STSM** este ce am putem avea, dacă am utiliza-o, adică **o infinitate** de funcţii **FSM-CE** ! Şi nu numai…!

În **BAZA STSM** se regăseşte tot ceea ce am avut, adica **BAZA STC**, plus o infinitate de funcţii, între oricare două dintre funcţiile **bazei STC**.

Rezultă că baza **STC** este **discretă**, în timp ce **BAZA STSM** este **CONTINUĂ** !

Situaţia este asemănătoare cu cea din istoria NUMERELOR ! La început, început pierdut în negura istoriei, se cunoşteau numai numerele ÎNTREGI (1, 2, 3, …).

Ei bine, la toate acestea a dat un răspuns precis, simplu şi categoric **SuperMatematica**.

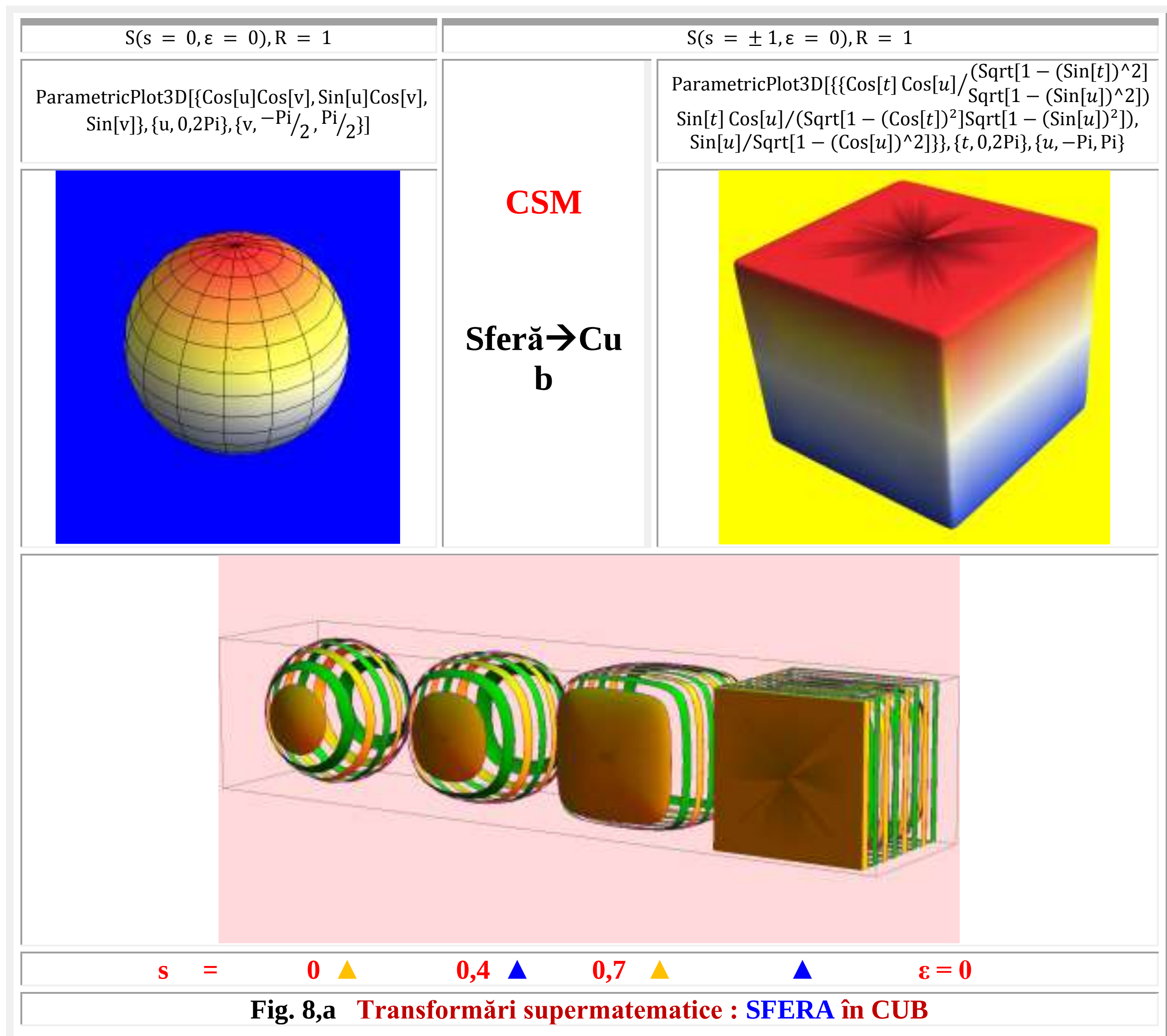


Fig. 8,a Transformări supermatematice : SFERA în CUB

Fig. 8,b Exprimarea matematica diversă a transformării continue a sferei în cub sau invers

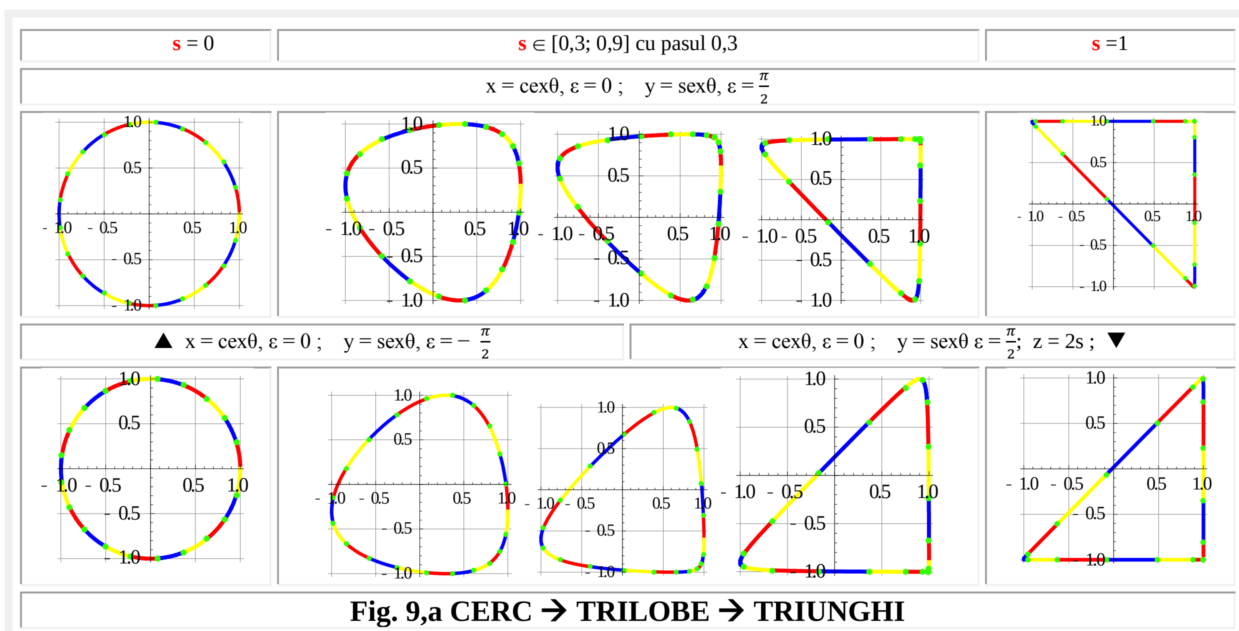


Fig. 9,a CERC → TRILOBE → TRIUNGHI

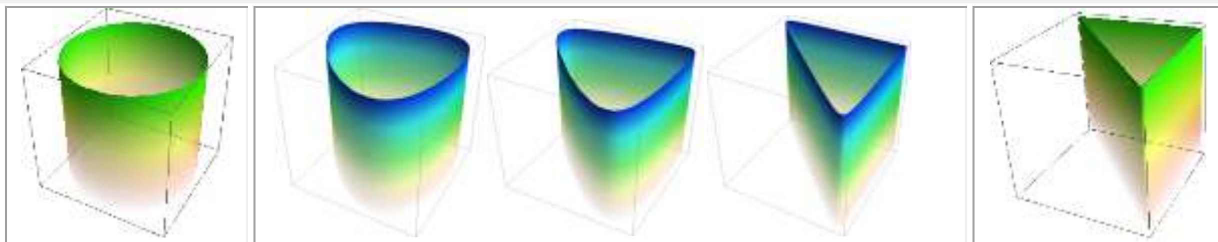


Fig. 9,b CILINDRU → TRILOBIZI → PRISMA TRIUNGHIULARĂ

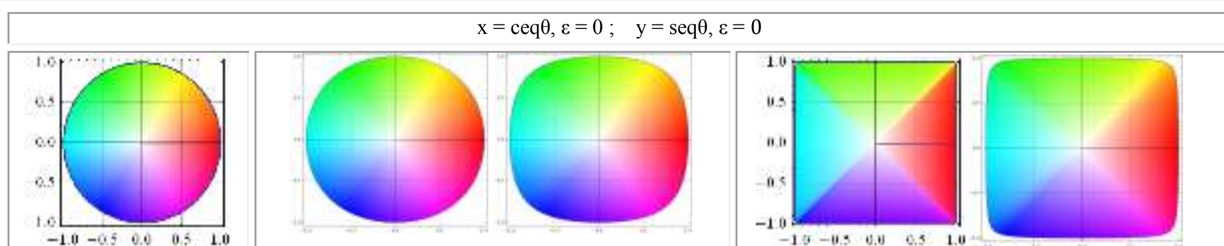


Fig. 9,c CERC → QVADRILOBE / CVADRILOBE → PĂTRAT

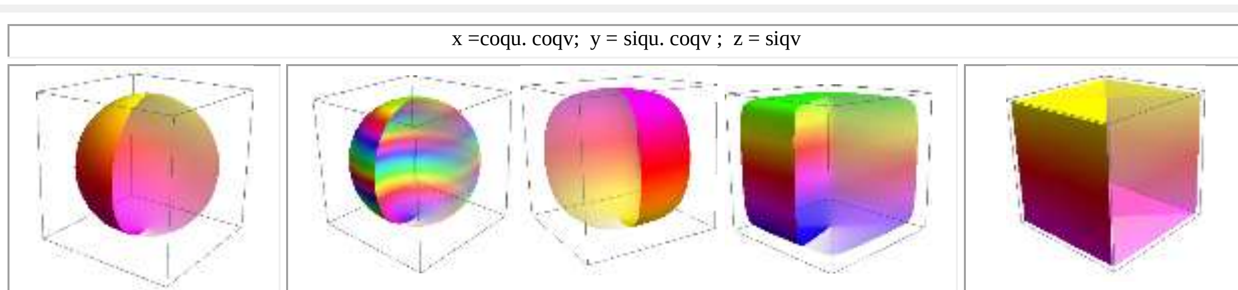


Fig. 9,d SFERĂ → CVADRILOBIZI / QUADRILOBIZI → CUB

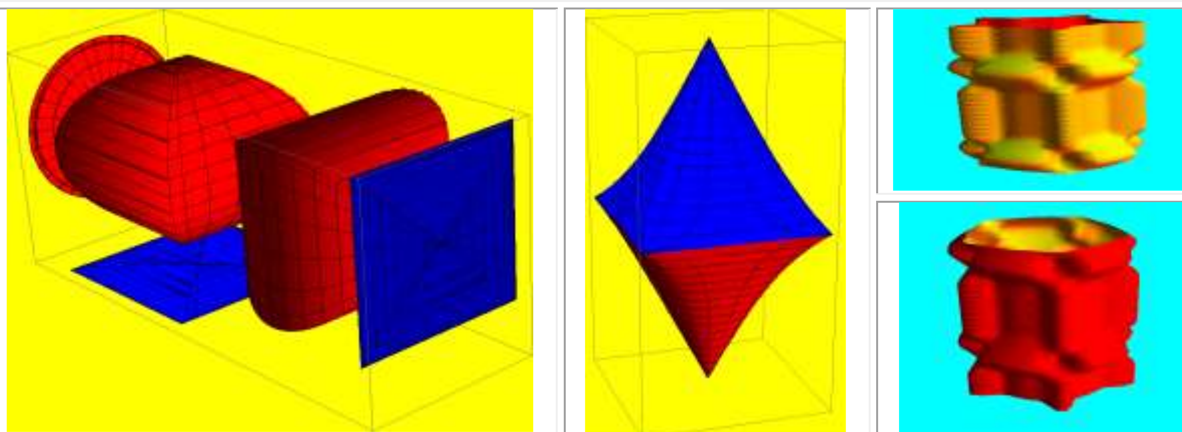


Fig. 10,a OBIECTE GEOMATRICE NOI: Sfero-cubul ◄, cono-piramida ▲ şi tuburi speciale ►

$$\begin{cases} x = \text{coqu.coqv} \\ y = \text{siqu.coqv}, \ u \in [0, 2\pi];\ v \in [-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}], \\ z = \text{siqv} \end{cases}$$

R = 1, $s = e = 0,98$

$$\begin{cases} \boldsymbol{x} = (\boldsymbol{2} + \text{coqv})\text{coqu} \\ \boldsymbol{y} = (\boldsymbol{2} + \text{coqv})\text{siqu}, \ u \in [0, 2\pi];\ v \in [0, 2\pi] \\ \boldsymbol{z} = \text{siqv} \end{cases}$$

R = 1, $s = e = 0,90$

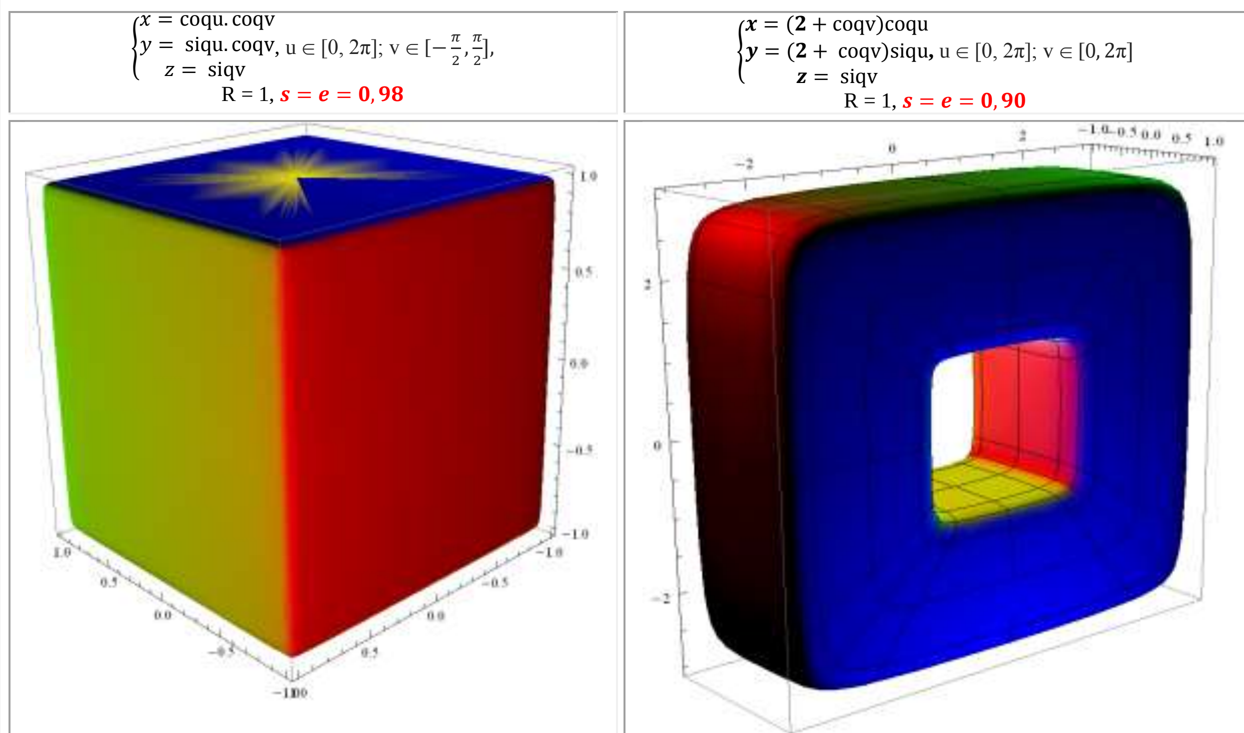


Fig 10,b CUBUL ca **SFERĂ** supermatematică excentrică de **s = 0,98** şi torul supermatematic excentric de **s = 0,90**

RegionPlot3D[{cex(x).cex$\frac{y}{2}$ cexz < 1}, {x,-π,π },{ y,-π,π },{ z,-π,π }]

RegionPlot3D[(Cos[x − ArcSin[Sin[x]]]Cos[y − ArcSin[Sin[y]]] Cos[z − ArcSin[Sin[z]]])^2 < 0.5, {x, −Pi, Pi}, {y, −Pi, Pi}, {z, −Pi, Pi}

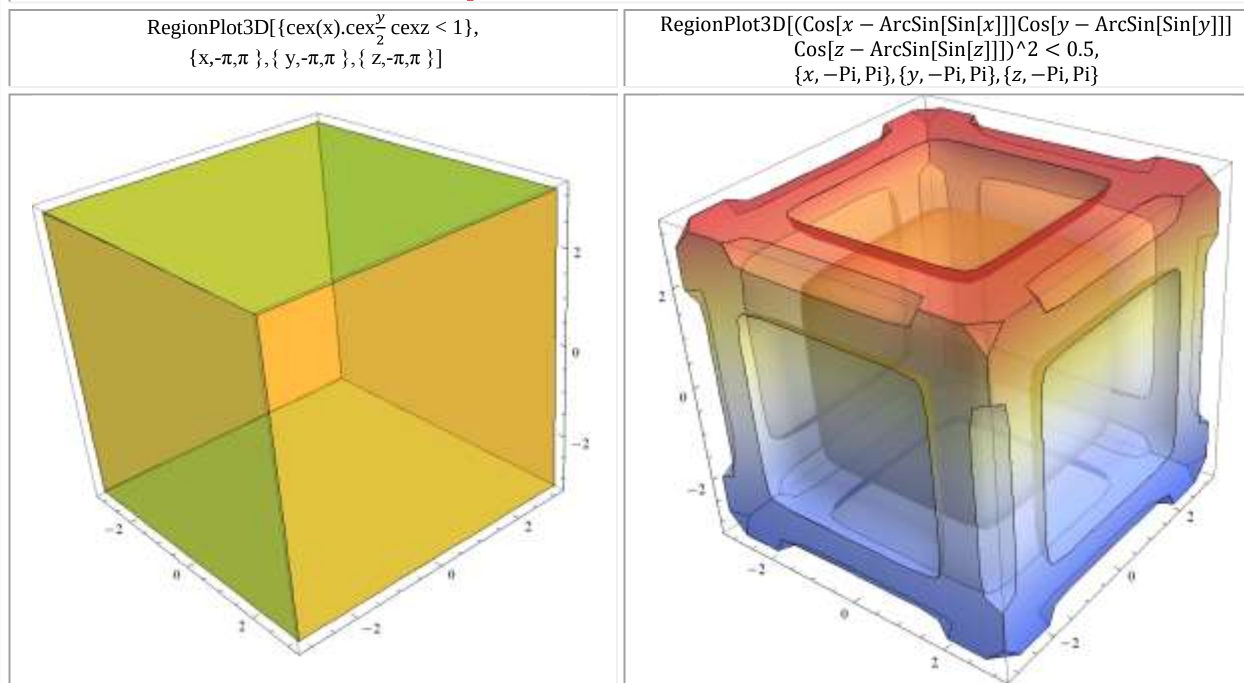
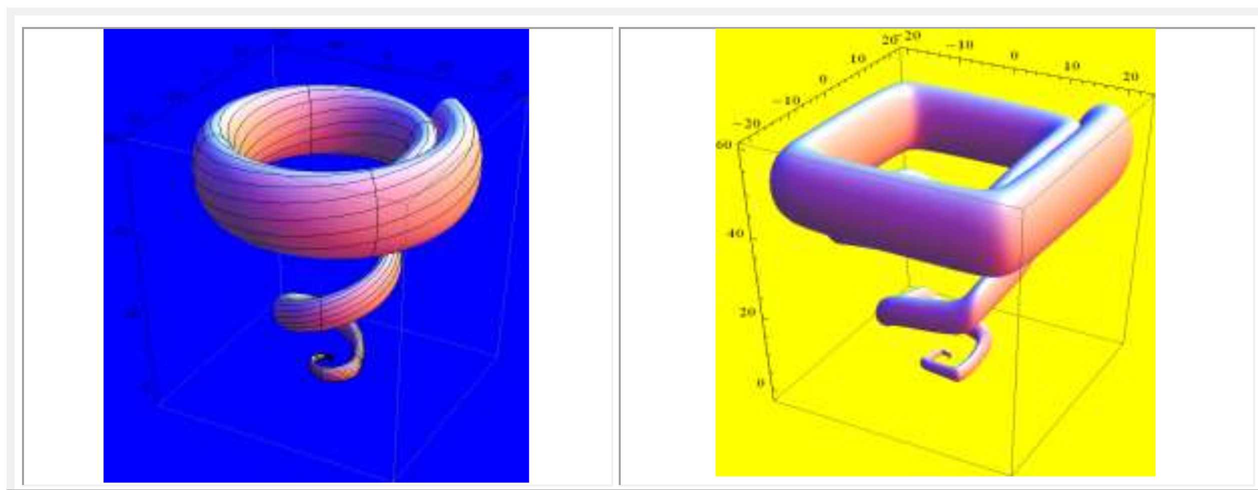


Fig 10,c CUBUL supermatematic excentric reprezentat prin **FSM-CE cexθ**, de **s = 1** ◄ şi de **cex²z** ►

Fig. 10,d Alte transformări, mai artistice, ale **SFEREI** ◄ şi ale **TORULUI** ►



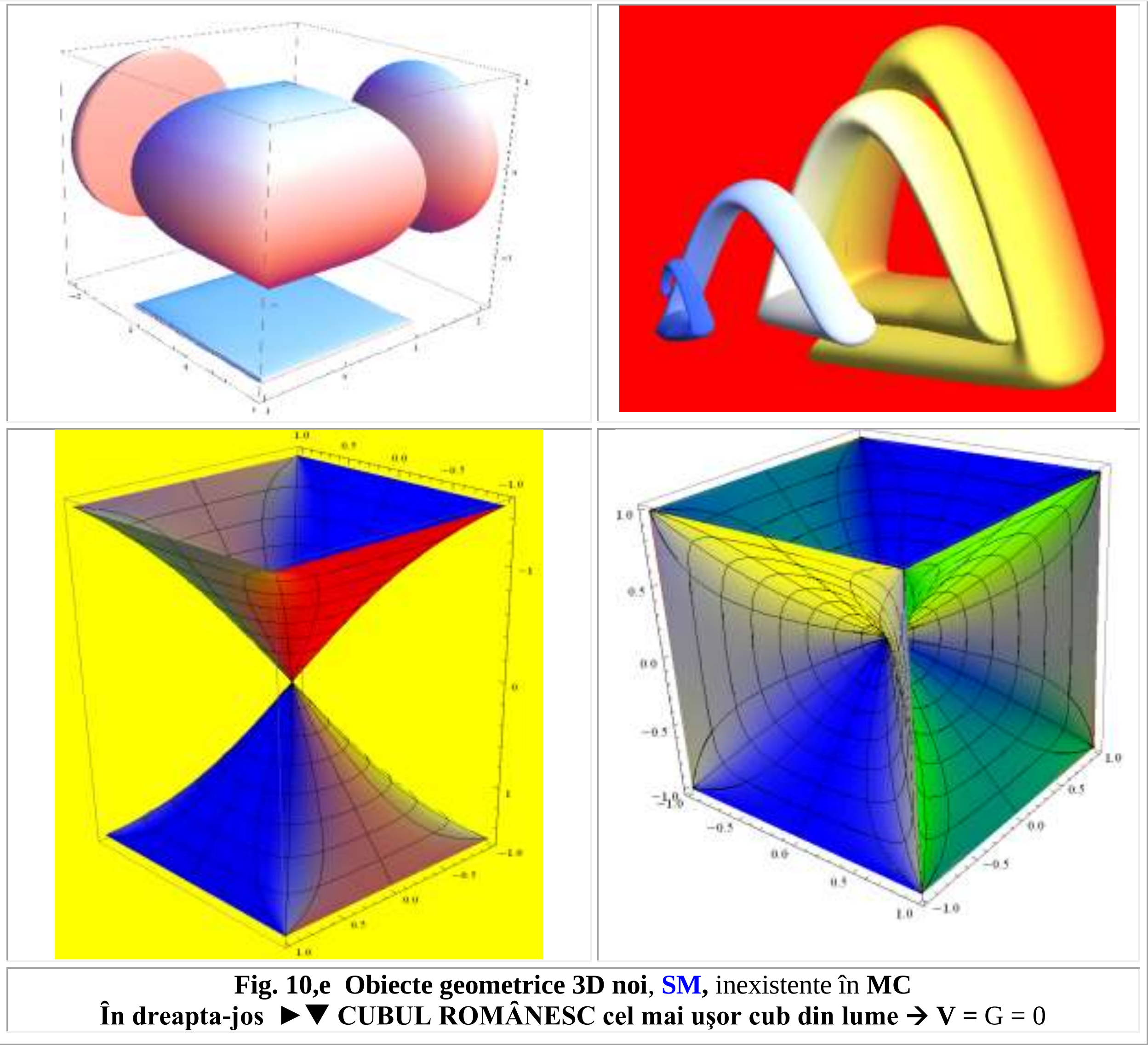
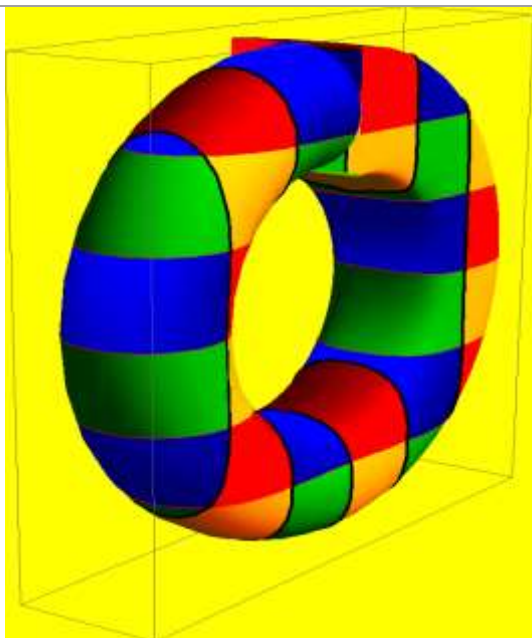
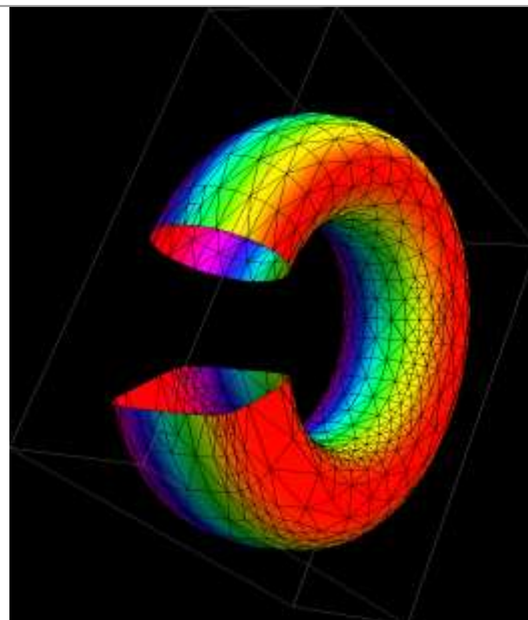


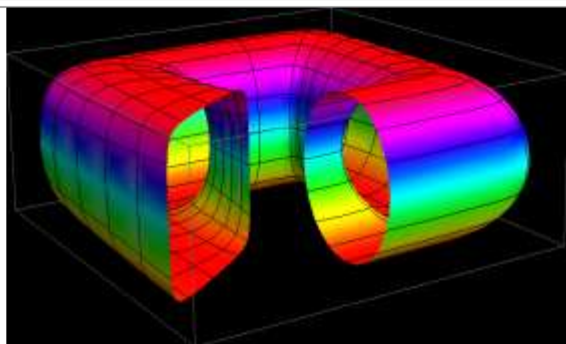
Fig. 10,e Obiecte geometrice 3D noi, **SM,** inexistente în **MC**
În dreapta-jos ►▼ CUBUL ROMÂNESC cel mai uşor cub din lume → V = G = 0

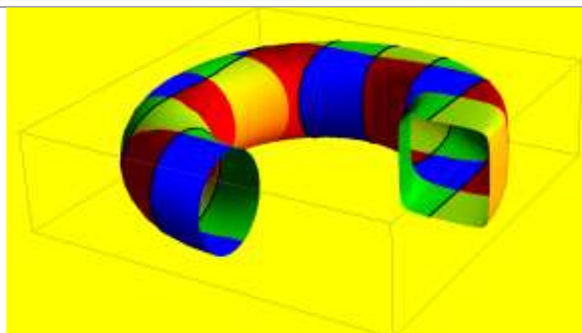
4) **Obiecte geometrice noi**:

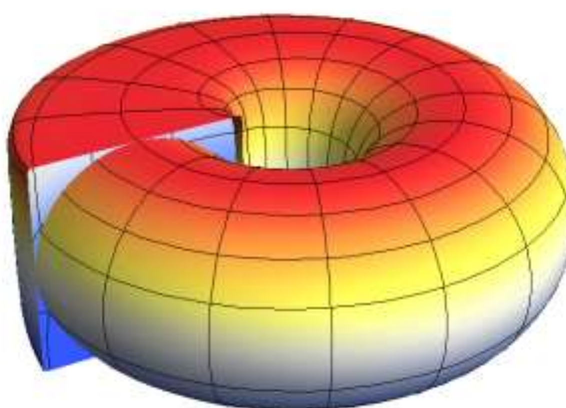
- Tridimensionale în **3D**: Monoloboizi, biloboizi, triloboizi, quadriloboizi (cvadri-loboizi),multiloboizi sau n-loboizi, sferocubul (**Fig.10,a▼◄**);
- Obiecte geometrice noi **2D**, aşa cum sunt discurile loboidale din f**igura7** şi în **3D** hibride sau transformarea continuă a unor obiecte geaometrice din **MC** (s = 0), în alte obiecte geometrice din **MC** (s = ±1), trecând prin domeniul **ME** → s ∈ (-1,0)∧ (0,1). Exemple (**Fig.10,a**): conopiramidă, piramidocon, sferocub, cilindrii circularotriunghiular, circularopătrat, … şi, în general, circularo**n**-lobice (**Fig. 8**).
- Tor excentric, de formă circulară şi/sau patrată şi de secţiune circulară şi/sau pătrată (**Fig.10,b ▲►, Fig.11**) sau de oricare altă formă (**Fig.10,d**).
- Spirale plane şi elice în 3D (**fig.10,e ◢►**) ş. m. a. (**Cubul românesc**, de execmplu, cel mai uşor cub din lume din **figura 10,e ▼►**)











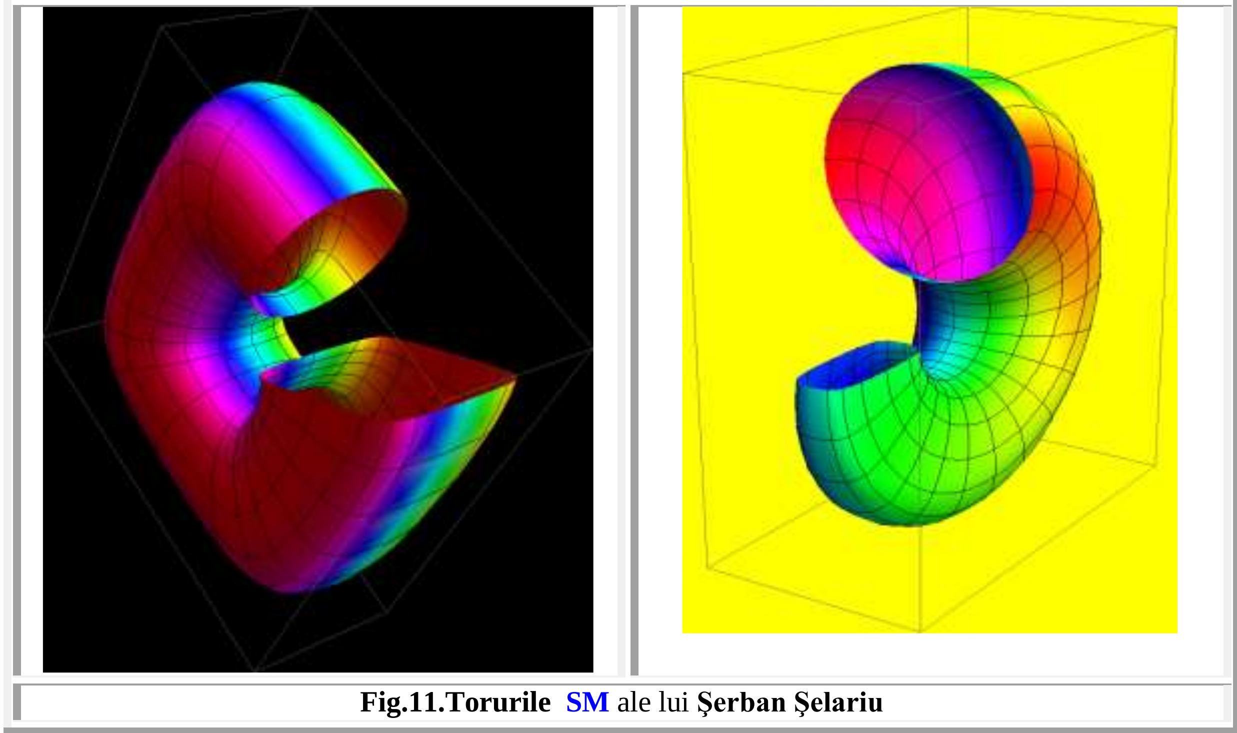


Fig.11.Torurile SM ale lui Şerban Şelariu

5 TRADUCEREA INTRODUCERII DIN DOMENIUL CENTRIC (MC) ÎN DOMENIUL MATEMATICII EXCENTRICE (ME)

După descoperirea, în **ME**, a funcţiilor ***radial excentrice*** **rexθ**, **Rexα** precum şi a celor ***derivate excentrice*** **dexθ**, **Dexα** care nu aveau echivalente în **MC,** s-a pus, justificat, întrebarea, totuşi, care ar putea fi echivalentele lor în domeniul matematicii ordinare, ***centrice*** ?

Şi, o întrebare bine pusă, obţine şi un răspuns pe măsura: ele sunt funcţiile **radiale centrice radθ** şi **Radα**, precum şi cele **derivate excentrice derθ** şi **Derα**, <u>**fazori sau vectori unitate**</u> cu originea în O(0,0) deoarece, pentru un excentru S(0,0) ≡ O(0,0) → **θ = α** şi, în consecinţă, **radθ ≡ Radα,** iar **derθ** = **Derα.**

Între acestea şi funcţiile exponenţiale există următoarele dependenţe / relaţii :

(16) $\begin{cases}\mathbf{rad\theta = e^{i\theta}} \\ \mathbf{Rad\alpha = e^{i\alpha}}\end{cases}$, → $\boldsymbol{\theta = \alpha}$

(17) $\begin{cases} rad[\boldsymbol{\theta} = 0,] = \boldsymbol{rad0^0} = +\mathbf{1} \\ Rad[\alpha = 0] = \boldsymbol{Rad0^0} = +1\text{'} \end{cases}$ $\begin{cases} \boldsymbol{rad}\left[\boldsymbol{\theta} = \frac{\pi}{2}\right] = \boldsymbol{rad}\frac{\pi}{2} = i \\ Rad[\alpha = \frac{\pi}{2}] = \boldsymbol{Rad}\frac{\pi}{2} = i \end{cases}$

(18) $\begin{cases} rad[\boldsymbol{\theta} = \pi,] = -rad\pi = -1 \\ Rad[\alpha = \pi] = -\boldsymbol{Rad\pi} = -\mathbf{1}\text{'} \end{cases}$ $\begin{cases} rad\left[\boldsymbol{\theta} = \frac{3\pi}{2}\right] = -i = rad\frac{3\pi}{2} \\ Rad\left[\alpha = \frac{3\pi}{2}\right] = -i = \boldsymbol{Rad}\frac{3\pi}{2} \end{cases}$

Între fazorii **radθ** şi **derθ** ca şi între **Radα** şi **Derα** exista urmatoarele relaţii

(19) $\begin{cases} \frac{d}{d\theta}(rad\theta) = der\theta \\ \frac{d}{d\theta}(der\theta) = rad(\theta + \frac{\pi}{2}) \end{cases}$ şi $\begin{cases} \frac{d}{d\alpha}(Rad\alpha) = Der\alpha \\ \frac{d}{d\alpha}(Der\alpha) = Rad(\alpha + \frac{\pi}{2}) \end{cases}$

ceea ce arată că cei doi fazori sunt reciproc perpendiculari; derθ şi Derα fiind defazaţi, în faţă cu $\frac{\pi}{2}$, faţă de radθ şi, respectiv, Radα.

Dacă, în ecuaţia (1), se înlocuiesc **funcţiile circulare centrice** (**FCC**) **cosα** şi **sinα** cu cele **SM-CE** de variabilă excentrică **cexθ** şi **sexθ** sau cu cele de variabila centrică **Cexα** şi **Sexα** se obţine:

(20) $$\begin{cases} e^{i\theta} = \mathbf{cex}\theta + i.\mathbf{sex}\theta = \mathbf{rad}\alpha \\ e^{i\alpha} = \mathbf{Cex}\,\alpha + i.\mathbf{Sex}\alpha = \mathbf{Rad}\theta \end{cases}$$

şi, pentru o excentricitate nulă, **s = 0, cexθ** = **Cex α** →cosα şi sexθ = **Sexα** → **sinα**, astfel că

(21) $$\begin{cases} e^{i\theta} = \cos\theta + i.\sin\theta = \mathbf{rad}\theta \\ e^{i\alpha} = \cos\alpha + i.\sin\alpha = \mathbf{Rad}\alpha \end{cases}, \quad \leftarrow \theta = \alpha$$

Din cele enunţate anterior, se poate deduce că

(22) $$\begin{cases} e^{i\theta} = \mathbf{rad}\theta \\ e^{i\alpha} = \mathbf{Rad}\alpha \end{cases}$$

şi, în consecinţa, **FSM-CE** rexθ şi Rexα, ca şi dexθ şi Dexα şi-au gasit corespondente în **MC** pe radθ şi Radα, derθ şi Derα, ca funcţii centrice noi, dar şi în domeniul **funcţiilor exponenţiale centrice** (**FEC**) vechi prin $e^{i\theta}$ şi $e^{i\alpha}$.

Detalii şi aplicaţii se găsesc în lucrarea **Şelariu Mircea Eugen, SUPERMATEMATICA. FUNDAMENTE,** Vol I ediţia 1-a, Editura POLITEHNICA, Timişoara, 2007, Cap.3, § 3.4, pag. 79…90.

Dacă Richard Feynman a numit formula lui Euler (1) "***bijuteria noastră***" şi "*cea mai remarcabilă formulă din matematică*", cum se va fi numind formulele (15) care înglobeaza în ele formula (1), pentru o excentricitate liniară numerică **s = 0** şi încă ***o infinitate de alte cazuri***, pentru totalitatea punctelor din planul cercului unitate, în care se poate plasa un excentru S(s,ε).

Aşa cum am mai afirmat, în ADDENDA (pag.587) lucrării Vasile Brânzănescu, Octavian Stănăşilă MATEMATICI SPECIALE, teorie, exemple, aplicatii, Ediţia a 2-a, Editura ALL EDUCATIONAL S.A. se afirma că în anul 1993 s-a realizat un sondaj în mediile universitare americane cu participarea multor studenţi, profesori, cercetatori şi utilizatori avizaţi, care au răspuns la întrebarea :"***Care sunt după dvs. cele mai remarcabile rezultate ale matematicii*** ?" şi în topul de zece figurează pe primul loc relaţia

(23) $e^{i\pi} = -1$.

Relaţia, echivalentă este

(24) radπ = -1,

Dar mult mai generale sunt relaţiile:

(25) $$\begin{cases} e^{i\theta} = rad\theta \\ e^{i\alpha} = \boldsymbol{Rad\alpha} \end{cases}.$$

Dacă x ≡ θ = π , atunci

(26) $$\begin{cases} e^{i\pi} = \mathbf{rad}\pi = -1 \\ e^{i\pi} = \boldsymbol{Rad\pi} = -1 \end{cases}$$

Dacă s-ar mai organiza un astfel de concurs pe ce loc s-ar clasa noile funcţii centrice, ca să nu mai vorbin despre cele excentrice ?!

După o statistica Gallup, lucrarea "Techno-Art of Selariu supermathematics Functions" Editura ARP (American Research Press) 2007 a ocupat, în luna august, locul 10 din topul de 10 – deci ultimul - din peste 1650 de lucrări. Un început foarte bun !

6. B I B L I O G R A F I E

DIN DOMENIUL **S U P E R M A T E M A T I C I I**

1	Şelariu Mircea Eugen	FUNCŢII CIRCULARE EXCENTRICE	Com. I Conferinţă Naţională de Vibraţii în Construcţia de Maşini, Timişoara , 1978, pag.101...108.
2	Şelariu Mircea Eugen	FUNCŢII CIRCULARE EXCENTRICE şi EXTENSIA LOR.	Bul .St.şi Tehn. al I.P. "TV" Timişoara, Seria Mecanică, Tomul 25(39), Fasc. 1-1980, pag. 189...196

3	Şelariu Mircea Eugen	STUDIUL VIBRAŢIILOR LIBERE ale UNUI SISTEM NELINIAR, CONSERVATIV cu AJUTORUL FUNCŢIILOR CIRCULARE EXCENTRICE	Com. I Conf. Naţ. Vibr.în C.M. Timişoara,1978, pag. 95...100
4	Şelariu Mircea Eugen	APLICAŢII TEHNICE ale FUNCŢIILOR CIRCULARE EXCENTRICE	Com.a IV-a Conf. PUPR, Timişoara, 1981, Vol.1. pag. 142...150
5	Şelariu Mircea Eugen	THE DEFINITION of the ELLIPTIC ECCENTRIC with FIXED ECCENTER	A V-a Conf. Naţ. De Vibr. In Constr. De Maşini, Timişoara, 1985, pag. 175…182
6	Şelariu Mircea	ELLIPTIC ECCENTRICS with MOBILE ECCENTER	IDEM pag. 183…188
7	Şelariu Mircea Eugen	CIRCULAR ECCENTRICS and HYPERBOLICS ECCENTRICS	Com. A V-a Conf. Naţ. V. C. M. Timişoara, 1985, pag. 189…194.
8	Şelariu Mircea Eugen	ECCENTRIC LISSAJOUS FIGURES	IDEM, pag. 195...202
9	Şelariu Mircea Eugen	FUNCŢIILE SUPERMATEMATICE CEX şi SEX- SOLUŢIILE UNOR SISTEME MECANICE NELINIARE	Com. A VII-a Conf.Naţ. V.C.M., Timişoara,1993, pag. 275...284.
10	Şelariu Mircea Eugen	SUPERMATEMATICA	Com.VII Conf. Internaţ. De Ing. Manag. Si Tehn., TEHNO'95 Timişoara, 1995, Vol. 9 : Matematica Aplicată, pag.41…64
11	Şelariu Mircea Eugen	FORMA TRIGONOMETRICĂ a SUMEI şi a DIFERENŢEI NUMERELOR COMPLEXE	Com.VII Conf. Internaţ. De Ing. Manag. Si Tehn., TEHNO'95 Timişoara, 1995, Vol. 9 : Matematică Aplicată, pag. 65…72
12	Şelariu Mircea Eugen	MIŞCAREA CIRCULARĂ EXCENTRICĂ	Com.VII Conf. Internaţ. De Ing. Manag. Si Tehn. TEHNO'95, Timişoara, 1995 Vol.7 : Mecatronică, Dispozitive şi Rob.Ind., pag. 85…102
13	Şelariu Mircea Eugen	RIGIDITATEA DINAMICĂ EXPRIMATĂ CU FUNCŢII SUPERMATEMATICE	Com.VII Conf. Internaţ. De Ing. Manag. Si Tehn., TEHNO'95 Timişoara, 1995 Vol.7 : Mecatronică, Dispoz. Si Rob.Ind.,pag. 185…194
14	Şelariu Mircea Eugen	DETERMINAREA ORICÂT DE EXACTĂ A RELAŢIEI DE CALCUL A INTEGRALEI ELIPTICE COMPLETE DE SPETA ÎNTÂIA K(k)	Bul. VIII-a Conf. De Vibr. Mec., Timişoara,1996, Vol III, pag.15 ... 24.
15	Şelariu Mircea Eugen	FUNCŢII SUPERMATEMATICE CIRCULARE EXCENTRICE DE VARIABILĂ CENTRICĂ	TEHNO ' 98. A VIII-a Conferinţa de Inginerie Menagerială şi Tehnologică, Timişoara 1998, pag 531..548
16	Şelariu Mircea Eugen	FUNCŢII DE TRANZIŢIE INFORMAŢIONALĂ	TEHNO ' 98. A VIII-a Conferinţa de Inginerie Managerială şi Tehnologică, Timişoara 1998, pag 549… 556
17	Şelariu Mircea Eugen	FUNCŢIILE SUPERMATEMATICE CIRCULARE EXCENTRICE DE	TEHNO ' 98. A VIII-a Conferinţa de Inginerie Managerială şi

		VARIABILĂ CENTRICĂ CA SOLUŢII ALE UNOR SISTEME OSCILANTE NELINIARE	Tehnologică, Timişoara 1998, pag 557…572
18	Şelariu Mircea Eugen	INTRODUCEREA STRÂMBEI ÎN MATEMATICĂ	Lucr. Simp. Naţional "Zilele Universităţii Gh. Anghel" Ed. II-a, Drobeta Turnu Severin, 16-17 mai 2003, pag. 171 … 178
19	Şelariu Mircea Eugen	QUADRILOBIC VIBRATION SYSTEMS	The 11 –th International Conference on Vibration Engineering, Timişoara, Sept. 27-30, 2005 pag. 77 … 82
20	Şelariu Mircea Eugen	SMARANDACHE STEPPED FUNCTIONS	Revista: "Scienta Magna" Vol. 3, No. 1, 2007, ISSN 1556-6706
21	Şelariu Mircea Eugen	TEHNO ART OF ŞELARIU SUPERMATHEMATICS FUNCTIONS	(ISBN-10):1-59973-037-5 (ISBN-13):974-1-59973-037-0 (EAN): 9781599730370
22	Şelariu Mircea Eugen	PROIECTAREA DISPOZITIVELOR DE PRELUCRARE, Cap. 17 din PROIECTAREA DISPOZITIVELOR	Editura Didactică şi Pedagogică, Bucureşti, 1982, pag. 474 … 543
23	Petrişor Emilia	ON THE DYNAMICS OF THE DEFORMED STANDARD MAP	Workshop Dynamicas Days'94, Budapest, si Analele Univ.din Timisoara, Vol.XXXIII, Fasc.1-1995, Seria Mat.-Inf., pag. 91…105
24	Petrişor Emilia	SISTEME DINAMICE HAOTICE	Seria Monografii matematice, Tipografia Univ. de Vest din Timişoara, 1992
25	Petrişor Emilia	RECONNECTION SCENARIOS AND THE THERESHOLD OF RECONNECTION IN THE DYNAMICS OF NONTWIST MAPS	Chaos, Solitons and Fractals, 14(2002) 117…127
27	Cioara Romeo	FORME CLASICE PENTRU FUNCŢII CIRCULARE EXCENTRICE	Proceedings of the Scientific Communications Meetings of "Aurel Vlaicu" University, Third Edition, Arad, 1996, pg. 61 ..65
28	Preda Horea	REPREZENTAREA ASISTATĂ A TRAIECTORILOR ÎN PLANUL FAZELOR A VIBRAŢIILOR NELINIARE	Com. VI-a Conf.Naţ.Vibr. în C.M. Timişoara, 1993
29	Filipescu Avram	APLICAREA FUNCŢIILOR (ExPH) EXCENTRICE PSEUDOHIPERBOLICE ÎN TEHNICA	Com.VII-a Conf. Internat. De Ing. Manag. Şi Tehn. TEHNO'95, Timişoara, Vol. 9. Matematica aplicată., pag. 181 … 185
30	Dragomir Lucian (Canada)	UTILIZAREA FUNCŢIILOR SUPERMATEMATICE ÎN CAD / CAM : SM-CAD / CAM. Nota I-a: REPREZENTARE ÎN 2D	Com.VII-a Conf. Internaţ.de Ing. Manag. Şi Tehn. TEHNO'95, Timişoara, Vol. 9. Matematică aplicată., pag. 83 … 90
31	Şelariu Şerban	UTILIZAREA FUNCŢIILOR SUPERMATEMATICE ÎN CAD / CAM : SM-CAD / CAM. Nota I I –a: REPREZENTARE ÎN 3D	Com.VII-a Conf. Internaţ.de Ing. Manag. Şi Tehn. TEHNO'95, Timişoara, Vol. 9. Matematică Aplicată., pag. 91 … 96
32	Staicu Florenţiu	DISPOZITIVE UNIVERSALE de PRELUCRARE A SUPRAFEŢELOR	Com. Ses. Anuale de Com.Şt. Oradea ,1994

		COMPLEXE de TIPUL EXCENTRICELOR ELIPTICE	
33	George LeMac	THE ECCENTRIC TRIGONOMETRIC FUNCTIONS: AN EXTENTION OF CLASSICAL TRIGONOMETRIC FUNCTIONS.	The University of Western Ontario, London, Ontario, Canada Depertment of Applied Mathematics May 18, 2001
34	Şelariu Mircea Ajiduah Cristoph Bozântan Emil (USA) Filipescu Avram	INTEGRALELE UNOR FUNCŢII SUPERMATEMATICE	Com. VII Conf.Internaţ.de Ing.Manag. şi Tehn. TEHNO'95 Timişoara. 1995,Vol.IX: Matem.Aplic. pag.73…82
35	Şelariu Mircea Fritz Georg (G) Meszaros A.(G)	ANALIZA CALITĂŢII MIŞCĂRILOR PROGRAMATE cu FUNCŢII SUPERMATEMATICE	IDEM, Vol.7: Mecatronică, Dispozitive şi Rob.Ind., pag. 163…184
36	Şelariu Mircea Szekely Barna (Ungaria)	ALTALANOS SIKMECHANIZMUSOK FORDULATSZAMAINAK ATVITELI FUGGVENYEI MAGASFOKU MATEMATIKAVAL	Bul.Şt al Lucr. Prem.IV, Universitatea din Budapesta, nov. 1992
37	Şelariu Mircea Popovici Maria	A FELSOFOKU MATEMATIKA ALKALMAZASAI	Bul.Şt al Lucr. Prem.IV, Universitatea din Budapesta,
38	Smarandache Florentin Şelariu Mircea Eugen	IMMEDIATE CALCULATION OF SOME POISSON TYPE INTEGRALS USING SUPERMATHEMATICS CIRCULAR EX-CENTRIC FUNCTIONS	http://arxiv.org/abs/0706.4238 Archiv arXiv (United States) viXra.org > Functions and Analysis > viXra:1004.0053
39	Konig Mariana Şelariu Mircea	PROGRAMAREA MIŞCĂRII DE CONTURARE A ROBOŢILOR INDUSTRIALI cu AJUTORUL FUNCŢIILOR TRIGONOMETRICE CIRCULARE EXCENTRICE	MEROTEHNICA, Al V-lea Simp. Naţ.de Rob.Ind .cu Part .Internaţ. Bucuresti, 1985 pag.419…425
40	Konig Mariana Şelariu Mircea	PROGRAMAREA MIŞCĂRII de CONTURARE ale R I cu AJUTORUL FUNCŢIILOR TRIGONOMETRICE CIRCULARE EXCENTRICE,	Merotehnica, V-lea Simp. Naţ.de RI cu participare internaţională, Buc.,1985, pag. 419 … 425.
41	Konig Mariana Şelariu Mircea	THE STUDY OF THE UNIVERSAL PLUNGER IN CONSOLE USING THE ECCENTRIC CIRCULAR FUNCTIONS	Com. V-a Conf. PUPR, Timişoara, 1986, pag.37…42
42	Staicu Florenţiu Şelariu Mircea	CICLOIDELE EXPRIMATE CU AJUTORUL FUNCŢIEI SUPERMATEMATICE rex	Com. VII Conf. Internaţională de Ing.Manag. şi Tehn, Timişoara "TEHNO'95", pag.195-204
43	Gheorghiu Em. Octav Şelariu Mircea Bozantan Emil	FUNCŢII CIRCULARE EXCENTRICE DE SUMA DE ARCE	Ses.de com.st.stud.,Secţia Matematică,Timişoara, Premiul II la Secţia matematică pe 1983
44	Gheorghiu Emilian Octav Selariu Mircea Cojerean Ovidiu	FUNCŢII CIRCULARE EXCENTRICE. DEFINIŢII, PROPRIETĂŢI, APLICAŢII TEHNICE.	Ses. De com.şt.stud. Secţia Matematică, premiul II la Secţia Matematică pe 1985.
45	Şelariu Mircea Eugen	CINETOSTATICĂ GEOMETRICĂ (METODA SEPARĂRII MOMENTELOR)	Com. Primului Simpozion de Roboţi Industriali, Buc. 1981, pag. 378…384
46	Şelariu Mircea Eugen Mădăraş Lucian	ANALIZA AUTOFRÂNĂRII MECANISMELOR DE PREHENSIUNE PRIN METODA SEPARARII MOMENTELOR	Com.I Simp. Naţ.de Rob.Ind.,Buc.,1981

47	Savii Gh. Şelariu Mircea Vucu I.,Pop I. Demian Ioan	STUDIUL RIGIDITĂŢII ANSAMBLULUI CĂRUCIOR AL STRUNGULUI SN-400,	Bul.Şt.şi Tehn.al I.P.Timişoara, Tom.11 (25) Fasc.2, 1966, pag. 731…740
48	Savii Gh. Pop Ion Şelariu Mircea	CONTRIBUŢII la DETERMINAREA RIGIDITĂŢII STRUNGURILOR NORMALE, CU REFERIRE LA STRUNGUL SN-400	Bul. Şt. Şi Tehn. Al IPT, 1971 Tom 16(30), Fasc.1, Seria Mec. Pag.129…143
49	Savii Gh. Pop Ion Şelariu Mircea Micşa Ion	INFLUENŢA RIGIDITĂŢII ASUPRA PRECIZIEI FORMEI GEOMETRICE la PRELUCRAREA pe STRUNG	C.S.L.C.P. al I.P. Timisoara, 1970, pag. 76 … 77
50	Şelariu Mircea	SUPERMATEMATICA. FUNDAMENTE	Editura « POLITEHNICA», Timişoara, 2007
51	Şelariu Mircea	DE LA REZOLVAREA TRIUNGHIURILOR LA FUNCŢII SUPERMATEMATICE	WWW.CARTIAZ.RO, Pag.1
52	Şelariu Mircea	DETERMINAREA ORICÂT DE EXACTĂ A RELAŢIEI DE CALCUL A INTEGRALEI ELIPTICE COMPLETE DE SPEŢA I K(k)	WWW.CARTIAZ.RO, Pag.1
52	Şelariu Mircea	INTEGRALE ŞI FUNCŢII ELIPTICE EXCENTRICE	WWW.CARTIAZ.RO, Pag.1
53	Şelariu Mircea	LOBELE-CURBE MATEMATICE NOI	WWW.CARTIAZ.RO, Pag.1
54	Şelariu Mircea	MIŞCAREA CIRCULARĂ EXCENTRICĂ DE EXCENTRU PUNCT FIX	WWW.CARTIAZ.RO, Pag.1
55	Şelariu Mircea	MIŞCAREA CIRCULARĂ EXCENTRICĂ DE EXCENTRU PUNCT MOBIL	WWW.CARTIAZ.RO, Pag.2
56	Şelariu Mircea	O METODA NOUĂ DE INTEGRARE: INTEGRAREA PRIN DIVIZAREA DIFERENŢIALEI	WWW.CARTIAZ.RO, Pag.2
57	Şelariu Mircea	OBIECTE GEOMETRICE SUPERMATEMATICE	WWW.CARTIAZ.RO, Pag.2
58	Şelariu Mircea	SISTEME VIBRANTE CVADRILOBE	WWW.CARTIAZ.RO, Pag.2
59	Şelariu Mircea	NIMIC DESPRE SUPER-MATEMATICA. TOTUL DESPRE PROSTIE	Revista AGERO Stuttgart

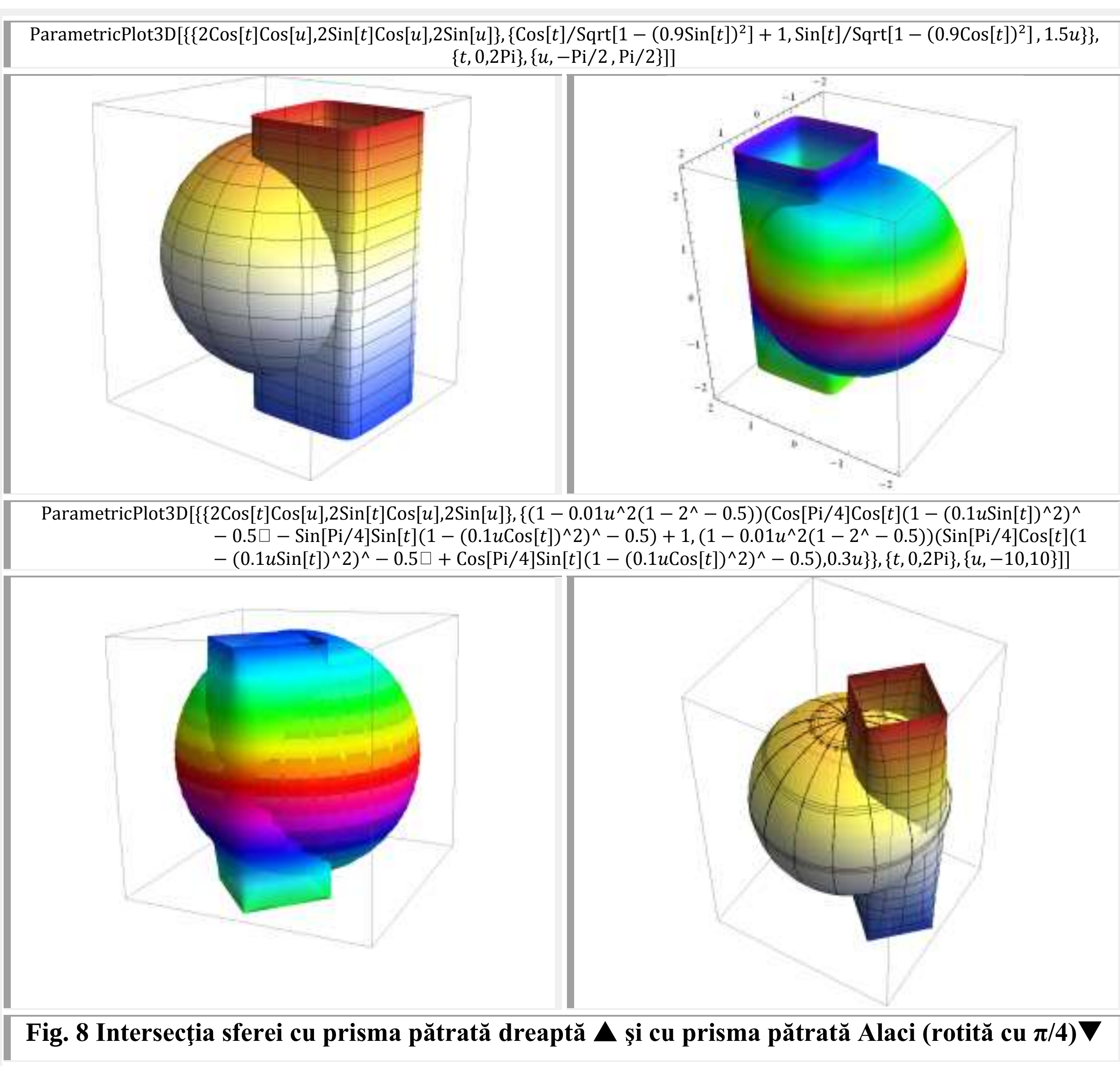


Fig. 8 Intersecţia sferei cu prisma pătrată dreaptă ▲ şi cu prisma pătrată Alaci (rotită cu π/4)▼

Intersecţiile sferei cu cilindri /prisme pătrate în secţiune sunt banale, dacă una dintre suprafeţele prismei este tangentă la sferă, deoarece suprafeţele exterioare ale prismei fiind plane întersecţia lor cu sfera reprezintă patru arce de cerc (**Fig. 8 ▲**) de pe sferă.

Dacă intersecţia este a sferei cu o prismă **Valeriu Alaci**, rotită cu **π/4** şi doar o muchie a ei este tangentă la sferă, iar cea opusă trece prin centrul sferei (**Fig. 8 ▼**), atunci curba de intersectie este formată din **6** arce de cerc, dintre care **4** sunt segmente de arc de pe cerurile mari.

Înainte de a trece la intersecţia cu o prismă triunghiulară (**Fig. 9 ▼▶**) se vor prezenta curbele **2D** ***trilobice*** (**Fig. 9 ▲**) care, pentru o **excentricitate liniară numerică s = 1,** generează un triunghi echilateral perfect care, la rândul ei, genereaza în **3D** o prisma triunghiulară dreaptă.

Totodată, în **figura 10**, sunt prezentate curbele strâmbe, evident în **3D,** numite curbe trilobe supernove. Aşa cum rezultă din aceste figuri, o trilobă supernonă atinge în spaţiu 3D toate cele 4 plane între

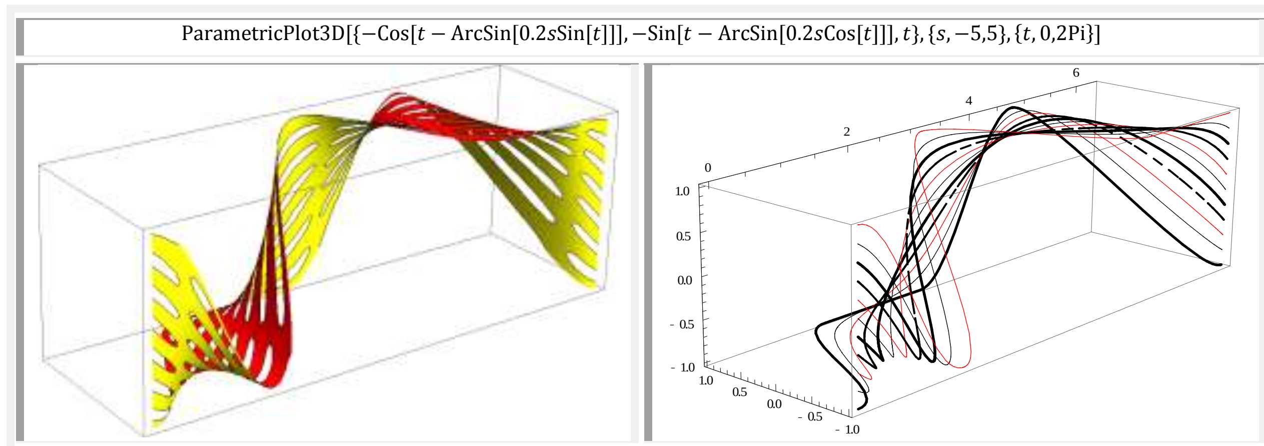
ParametricPlot[{−Cos[t − ArcSin[Sin[t]]], −Sin[t − ArcSin[Cos[t]]]}, {t, 0,2Pi}]

ParametricPlot3D[{−Cos[t − ArcSin[Sin[t]]], −Sin[t − ArcSin[Cos[t]]], t}, {t, 0,2Pi}]

ParametricPlot3D[{−Cos[t − ArcSin[0.2sSin[t]]], −Sin[t − ArcSin[0.2sCos[t]]],0.2s}, {s, −5,5}, {t, 0,2Pi}]]

Fig. 9 Trilobe ▲ de excentricitate numerică s = 1 în 2D ◀ şi în 3D ● şi ▶ şi triloboizi in 3▼D

care este mărginită curba respectivă. În fiecare figură sunt reprezentate simultan circa trei curbe. Supernova trilobică de **s = 1** din **figura 9 ▲●** atinge simultan două plane reciproc perpendiculare într-un singur punct, adică la intersecţia acestora.



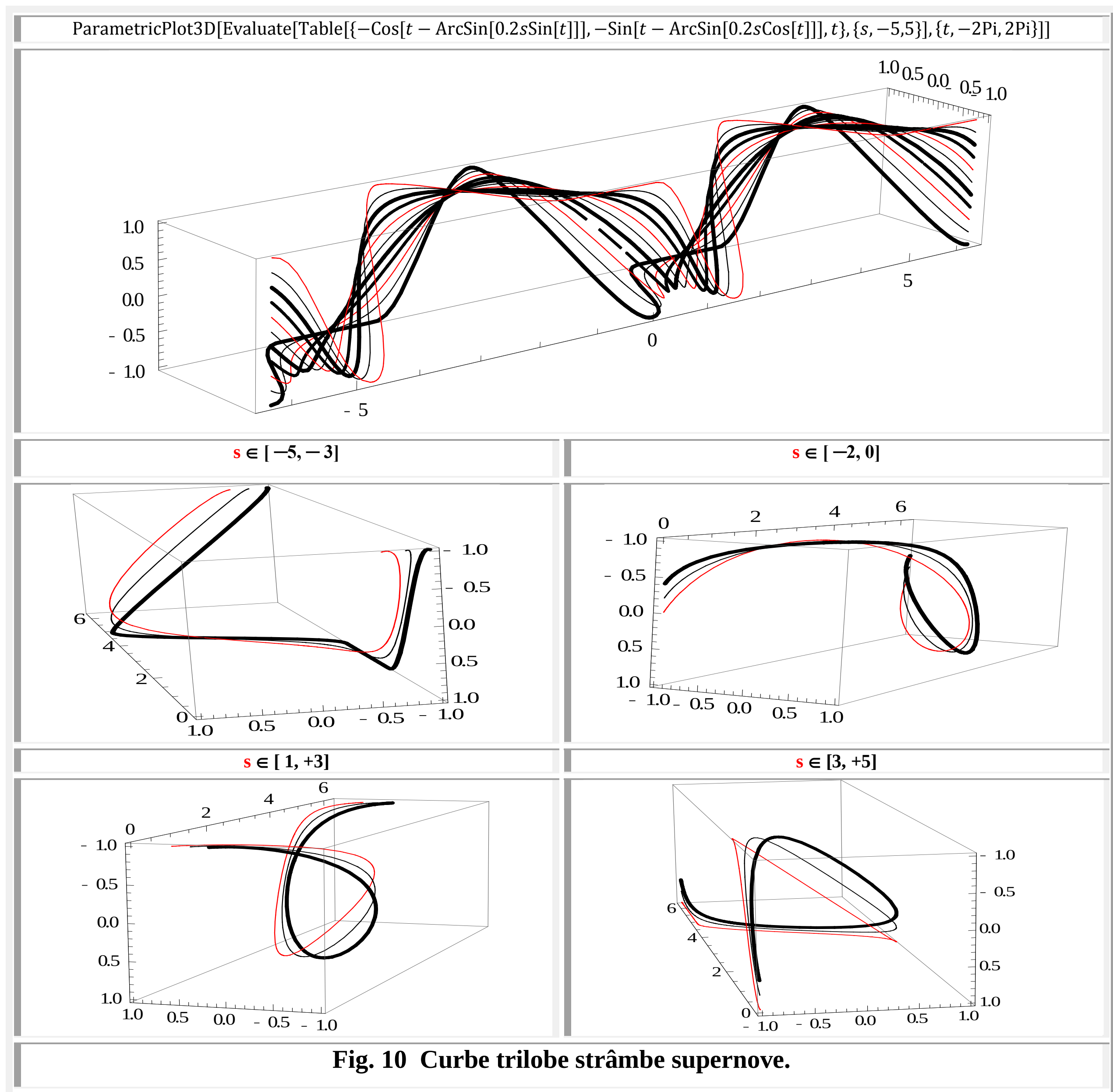


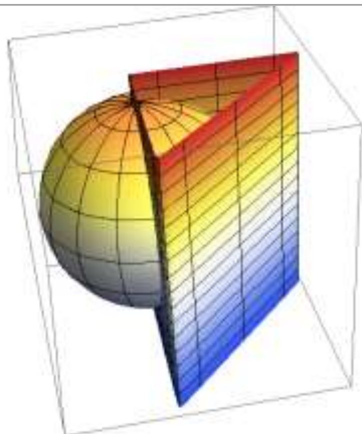
Fig. 10 Curbe trilobe strâmbe supernove.

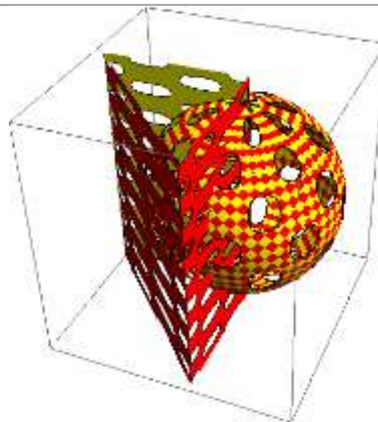
Pentru a reprezenta o prismă triunghiulară dreaptă şi intersecţia acesteia cu o sferă este necesar să se arate în prealabil reprezentarea supermatematică a unui triunghi, apoi a unei prisme triunghiulare, ceea ce s-a realizat în **figura 9,** cu ajutorul **FSM** denumite ***trilobe*** în **2D** ▲ şi triloboizi în **figura 9** ▼, pentru o excentricitate liniară numerică **s ∈ [−1, +1]** ▼◀ **, s ∈[0, 1]** ▼● şi **s = 1** ▼▶ şi unghiulară **ε = 0**.

În **figura 9** ▲● este reprezentată o trilobă în **3D** care devine o curbă strâmbă pe care o numim şi ***supernovă trilobică*** de **s = 1**. Alte supernove trilobice de alte excentricităţi sunt redate în **figura 10.**

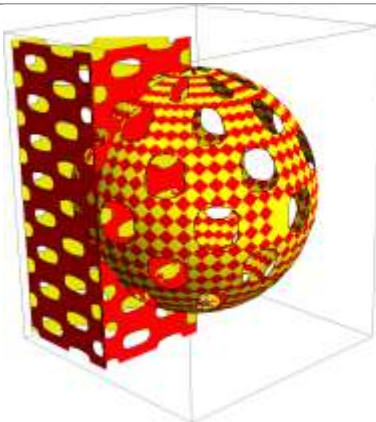
Prismele dreapte triunghiulare din **figurile 11** ▲ au o faţă, cea mai întinsă, tangentă la sferă, punct care este şi o "intesecţie". Celelalte două plane/feţe ale prismei din figură au muchia lor comună în coincidere cu o axă a sferei din care cauză intersecţia lor este câte un semicerc al unui cerc mare al sferei. Oricare ar fi poziţia prismei, intersecţia feţelor plane cu sfera sunt arce de cerc (**Fig. 11** ● şi **Fig. 11** ▼).

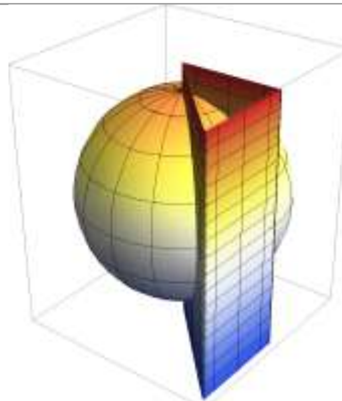
ParametricPlot3D[{{−1.5Cos[t − ArcSin[0.98Sin[t]]] + 1.4, −1.5Sin[t − ArcSin[0.98Cos[t]]] − 1.4,0.8u}, {2Cos[t]Cos[u],2Sin[t]Cos[u],2Sin[u]}}, {t, 0,2Pi}, {u, −Pi, Pi}]]



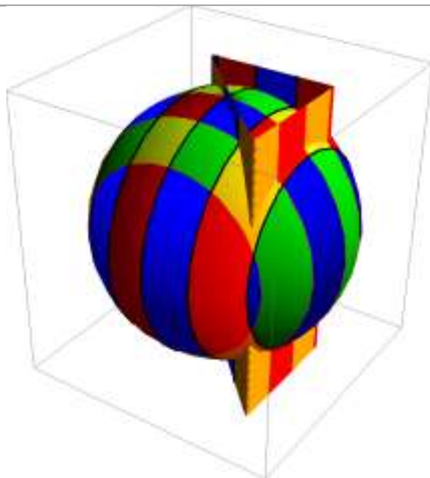


ParametricPlot3D[{{−Cos[t − ArcSin[0.98Sin[t]]] + 1, −Sin[t − ArcSin[0.98Cos[t] + 1,0.8u}, {2Cos[t]Cos[u],2Sin[t]Cos[u],2Sin[u]}}, {t, 0,2Pi}, {u, −Pi, Pi}]]





ParametricPlot3D[{{−Cos[t − ArcSin[0.98Sin[t]]] + 0.25, −Sin[t − ArcSin[0.98Cos[t]]] + 0.25,0.7u}, {2Cos[t]Cos[u],2Sin[t]Cos[u],2Sin[u]}}, {t, 0,2Pi}, {u, −Pi, Pi}]]



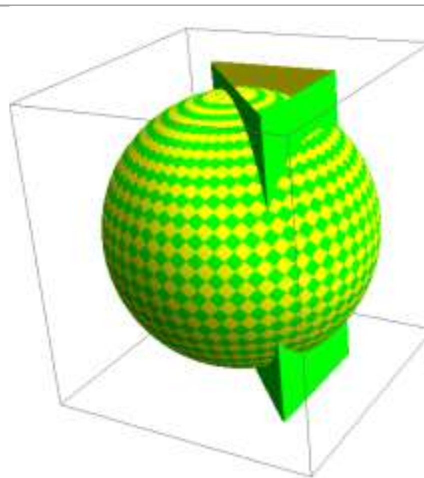


Fig. 11 Intersecţia sferei cu o prismă triunghiulară în diverse poziţii reciproce.

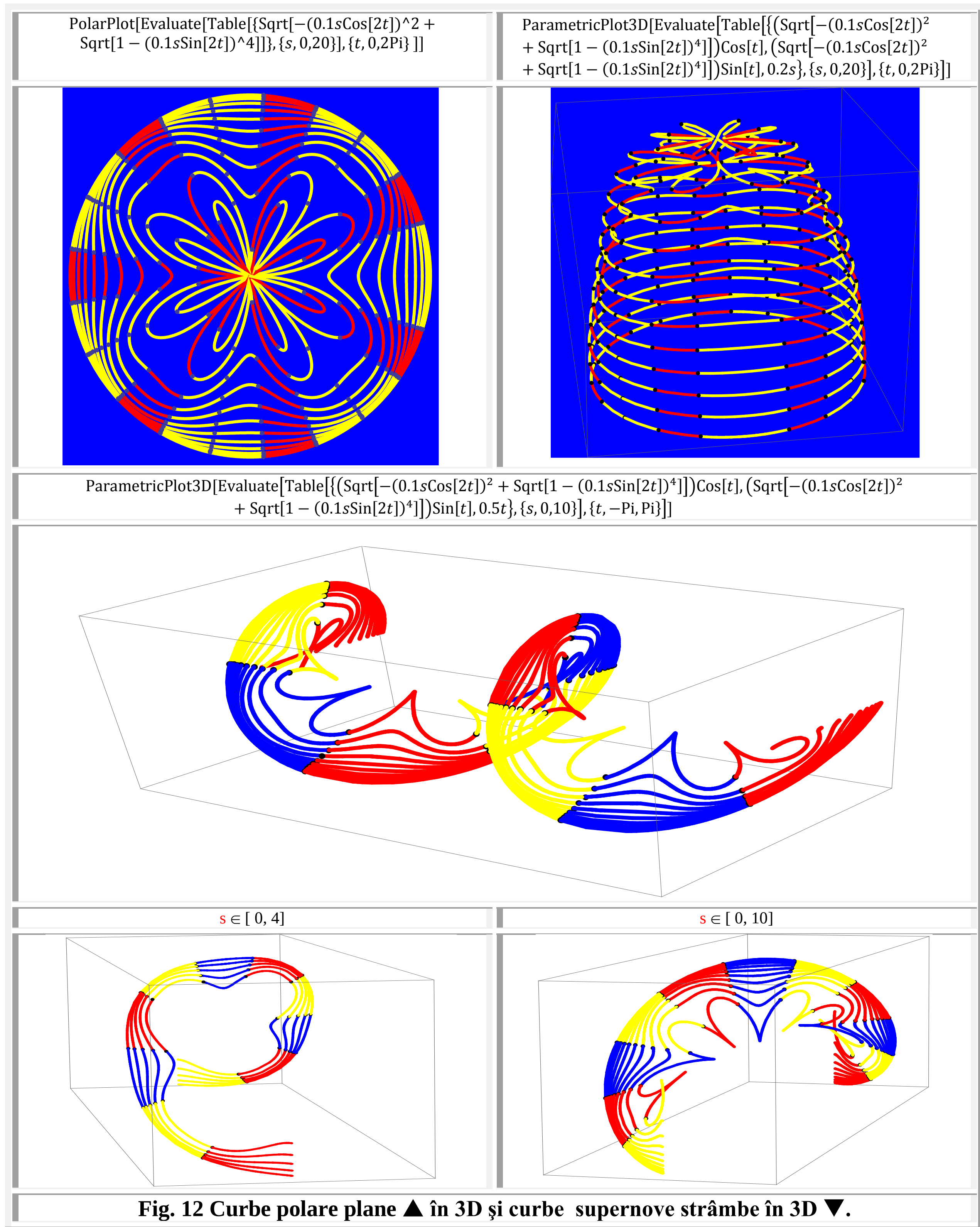


Fig. 12 Curbe polare plane ▲ în 3D şi curbe supernove strâmbe în 3D ▼.

2. STRÂMBE PLANE ŞI CURBE STRÂMBE ÎN 3D

Strâmbele sunt ***curbe plane*** **(Fig. 13)**, adică în **2D,** pe care le vom denumi, printr-o contradicţie antagonică şi ***strâmbe plane***, care au apărut odată cu funcţiile ***amplitudine excentrică*** de variabilă excentrică **aexθ** şi de variabila centrică **Aexα**, care fac trecerea din domeniul ***centric*** al **supermatematicii** (**MC**) în cel ***excentric*** (**ME**), tot aşa cum funcţia ***amplitudine*** **am(u,k)** face trecerea din matematica centrică (**MC**) în matematica eliptică (**ME**) şi sunt o generalizare vastă a dreptei din **MC**. Ele diferă substanţial de ***curbele strâmbe*** care sunt curbe în trei dimensiuni, adică în **3D**, aşa cum s-a prezentat şi în **figura 12 ▼**.

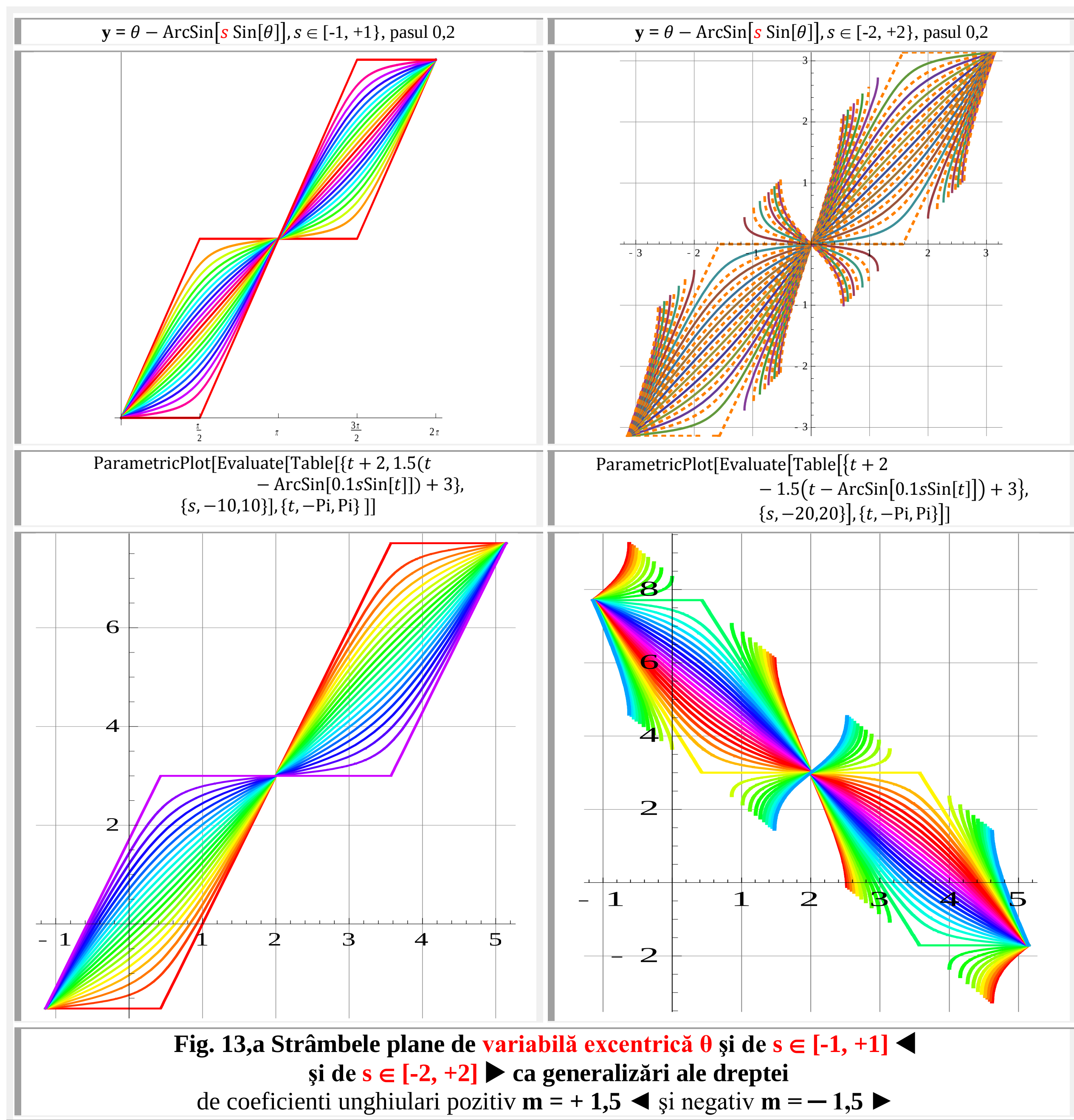


Fig. 13,a Strâmbele plane de variabilă excentrică θ şi de s ∈ [-1, +1] ◀
şi de s ∈ [-2, +2] ▶ ca generalizări ale dreptei
de coeficienti unghiulari pozitiv **m = + 1,5 ◀** şi negativ **m = ─ 1,5 ▶**

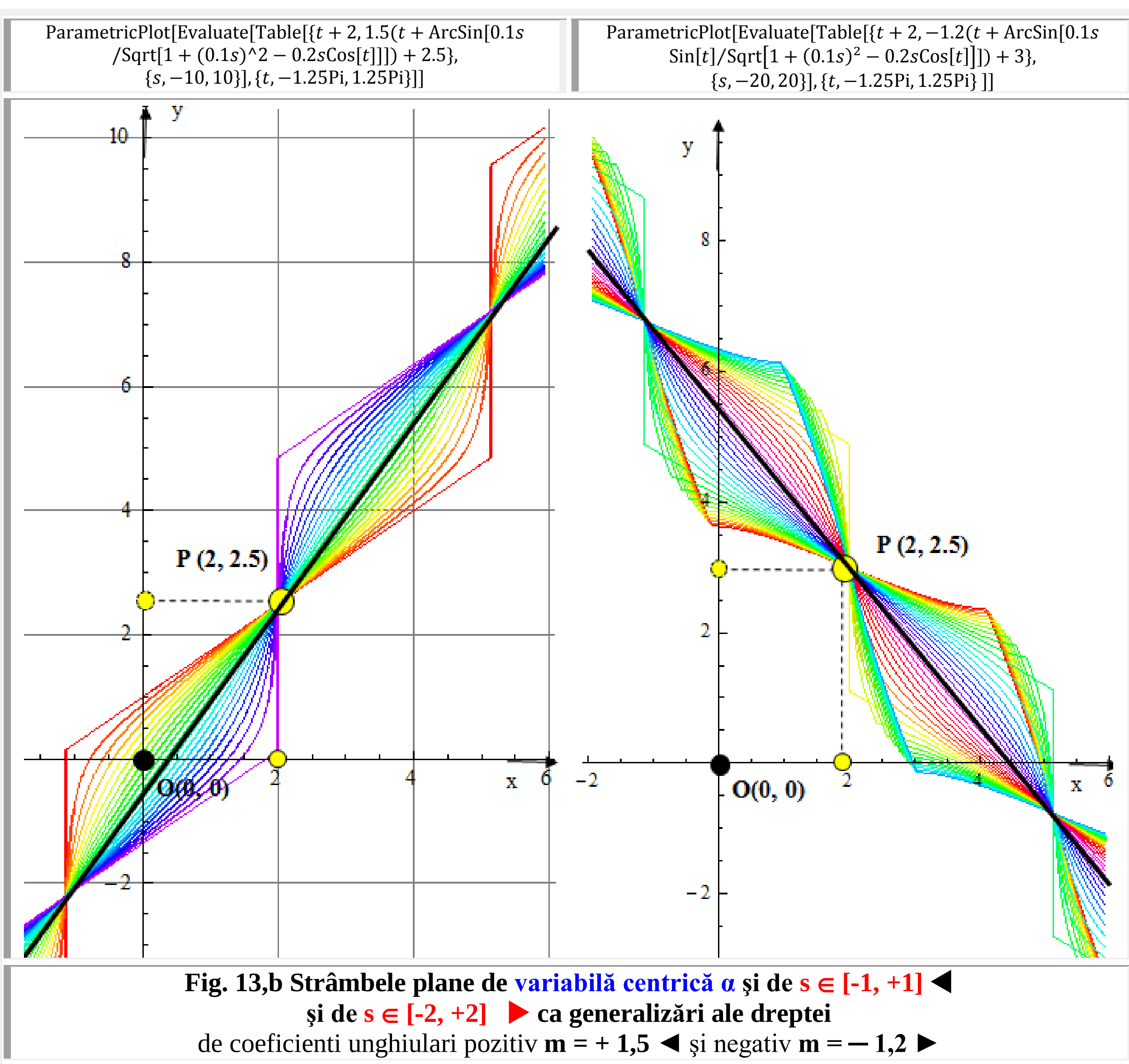


Fig. 13,b Strâmbele plane de variabilă centrică α şi de s ∈ [-1, +1] ◀
şi de s ∈ [-2, +2] ▶ ca generalizări ale dreptei
de coeficienti unghiulari pozitiv **m = + 1,5** ◀ şi negativ **m = − 1,2** ▶

Aşa cum rezulta din figuri, pentru **s = 0** se obţine o dreaptă, pentru **s** ∈ (-1, +1) se obţin strâmbele (plane), ca o generalizare a dreptei, iar pentru **s = ± 1** rezultă câte o linie frântă.

Într-un proiect / referat, întocmit cu cca. 20 de ani în urmă pentru finanţarea cercetarilor în domeniul **supermatematicii**, se spunea că strâmbele ***şerpuiesc*** în raport cu dreapta, în mod normal în raport cu prima bisectoare. Unul dintre recenzori "***m-a făcut cu ou şi cu oţet***" spunând ca nu "***şerpuieşte***" ci ***oscilează*** în jurul, primei bisectoare şi ca urmare a avizat negativ proiectul. Mare-i gradina ta Doamne !

Mă consider specialist în domeniu oscilaţiilor şi al vibraţiilor, deoarece am lucrat în acest domeniul la Universitatea din Stuttgart şi la Universitatea "Politehnica" din Timişoara unde, în cadrul activităţii de doctorat din acest domeniu am promovat toate cele 4 examene şi cela 4 referate cu nota maximă. Poate ***oscila*** o pendulă, poate oscila sau ***vibra*** o greutate de **masă m** solidarizată de un element elastic (arc), poate pulsa o inimă, dar ***nu poate oscila o curbă*** plană imuabilă, care nu se mişcă, în raport cu un sistem de referinţă şi faţă de o dreptă / axă.

S-a spus ca acest cuvânt ***"şerpuieşte"*** nu există în matematică. Dar cuvintele ***aex, bex, cex, sex, dex, rex, tex, uex, bilobe, trilobe, quadrilobe … multilobe*** ş.m.a. existau ?. **Nu** ! Pentru ca matematica nu este ceva ***imoabil***, dat odată pentru totdeauna. Ca oricare altă disciplină se îmbogăţeşte contiuu, aşa cum a dovedit-o şi ***supermatematica***, care a produs ***o explozie*** prin care toate entităţile matematicii ordinare s-au multiplicat de la unu ***la infinit*** ! Şi odată cu această explozie, ***unică în domeniul matematicii***, au apărut ***supermatematica*** şi o serie de denumiri şi noţiuni noi. Printre care şi noţiunea / cuvântul ***"şerpuieşte"*** de-a lungul unei drepte sau se "***ondulează***". Ce ne spune dicţionarul despre **ondulat** (DEX '09 (2009))?

"**ONDULÁT, -Ă,** *ondulați, -te,* adj. **1.** Cu ușoare diferențe de nivel, asemănătoare undelor; ca undele. ♦ ***(Despre linii, contururi etc.) Sinuos, șerpuitor.*** **2.**(Despre obiecte de piele, de tablă etc.) În formă de valuri, vălurit." E clar d-le referent / recenzor al cărui nume nu ne-a a fost dezvăluit, fiind secret !? O ***curbă şerpuieşte*** nu ***oscilează*** ! Sunt şi curbe **3D *spiralate*** (**Fig. 14 ▲**) ale căror puncte sunt dispuse în totalitate pe o suprafaţă cilindrică. Adică au o poziţie ***răsucită*** faţă de o axă.

Ecuaţiile acestora sunt :

(1) $$\begin{cases} x = \theta \\ y = cex\theta = \cos[\theta - \arcsin(s.sin\theta)] \\ z = sin\theta = \sin[\theta - \arcsin(s.sin\theta)] \end{cases}$$

Printr-o mică modificare (2) a unei singure ecuaţii din (1) se obţin **funcţiile supernove** din **figura 14.**

(2) $$\begin{cases} x = \theta \\ y = cex\theta = \cos[\theta - \arcsin(s.sin\theta)] \\ z = sin\theta = \sin[\theta - \arcsin(2s.sin\theta)] \end{cases}$$

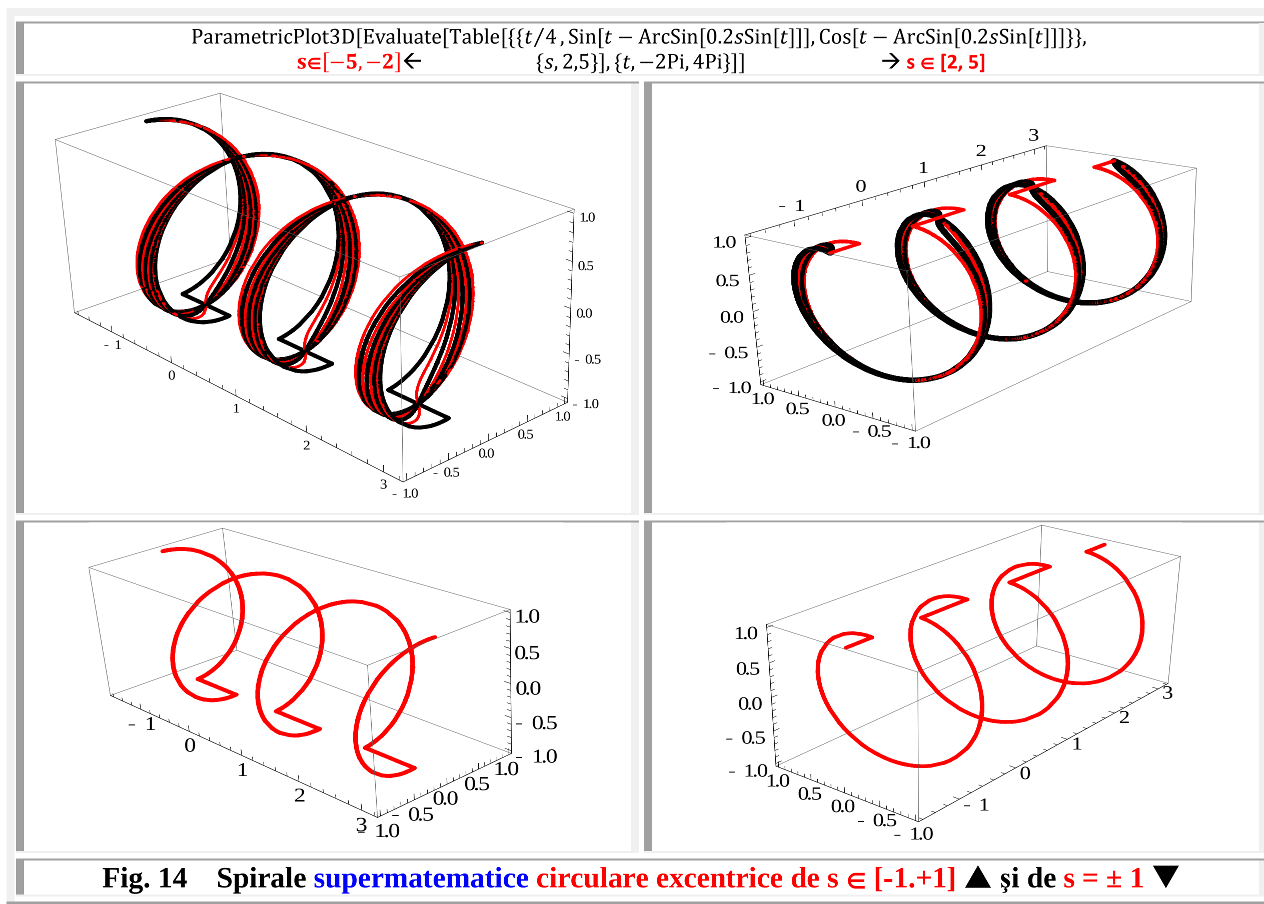


Fig. 14 Spirale supermatematice circulare excentrice de s ∈ [-1.+1] ▲ şi de s = ± 1 ▼

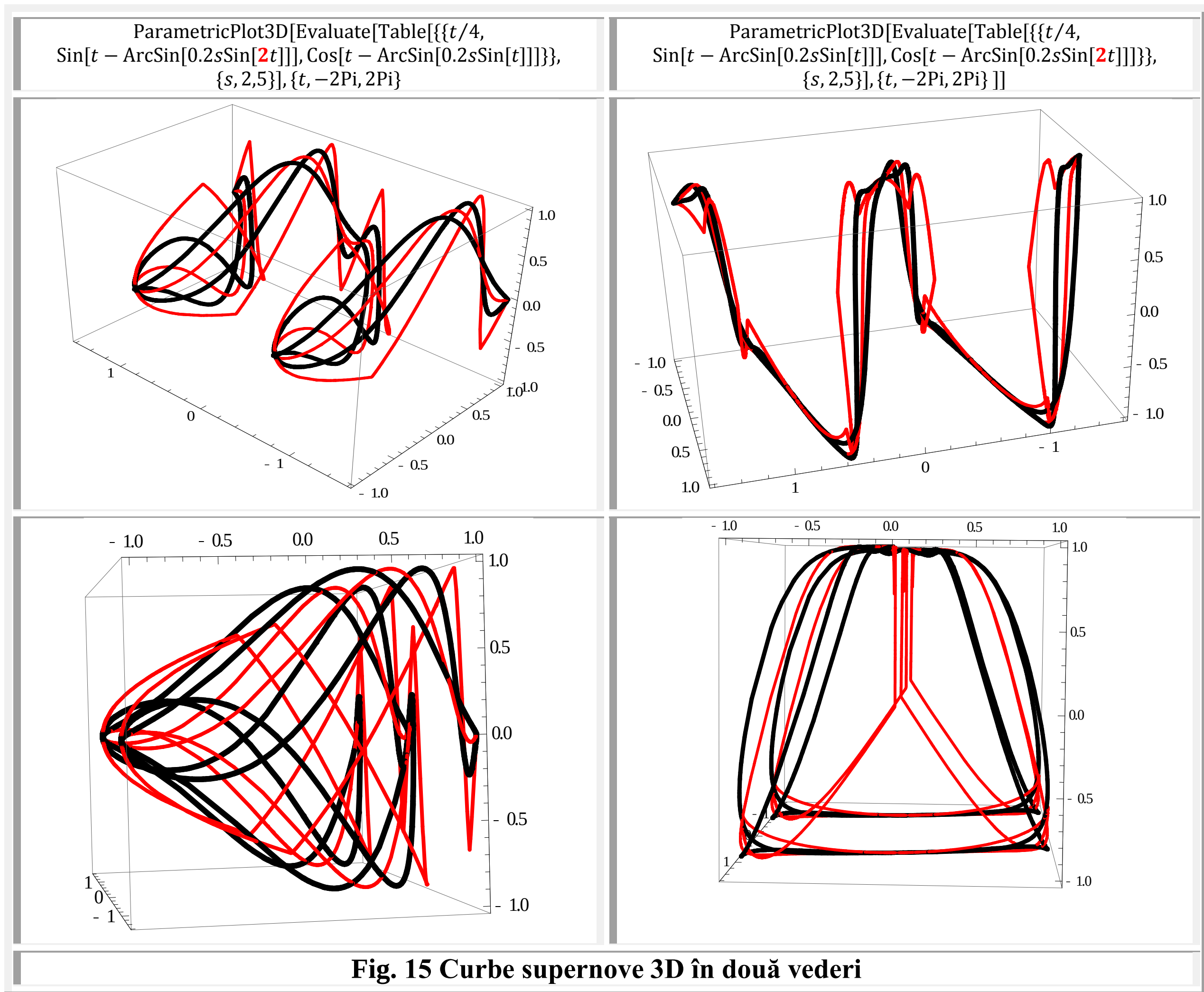


Fig. 15 Curbe supernove 3D în două vederi

În **figura 14** ▼ sunt extrase şi prezentate ***spiralele supermatematice excentrice*** de **s = ± 1.**

Ecuaţia **strâmbelor** de coeficient unghiular m = tanα = 1 este chiar ecuaţia **FSM—CE** amplitudine excentrică de variabilă **excentrică θ** , respectiv, de variabilă centrica α trecând toate prin originea O(0, 0) a sistemului de referinţă / reperului şi care, pentru **s = 0,** reprezintă prima bisectoare, aşa cum rezultă imediat şi din relaţiile lor de definire (3):

$$(3)\quad \begin{cases} \mathbf{aex\theta} = \theta - \mathrm{bex}\boldsymbol{\theta} \ \blacktriangleright\ y = x - \arcsin[\mathbf{s}.\sin(x - \boldsymbol{\varepsilon})] \\ \boldsymbol{Aex\alpha} = \boldsymbol{\alpha} + \boldsymbol{Bex\alpha} \ \blacktriangleright\ y = x + \arcsin\frac{s.Sin(x-\varepsilon)}{\sqrt{1+s^2-2s\cos(x-\varepsilon)}} \end{cases}$$

Pentru strâmbele ce trec toate prin punctul P(x_0, y_0) şi de coeficient unghiular **m = tanα** ecuaţiile (3) se modifică astfel:

$$(4)\quad \begin{cases} \mathbf{aex\theta} \blacktriangleright \begin{cases} x - x_0 \\ y = m(\, x - \arcsin[\mathbf{s}.\sin(x - \boldsymbol{\varepsilon})]) + y_0 \end{cases} \\ \boldsymbol{Aex\alpha} \blacktriangleright \begin{cases} x - x_0 \\ y = m(x + \arcsin\frac{s.Sin(x-\varepsilon)}{\sqrt{1+s^2-2s\cos(x-\varepsilon)}}) + y_0 \end{cases} \end{cases}$$

Dacă coeficientul unghiular **m** se inmulţeşte doar cu funcţia beta excentrică atunci se obţin strâmbele din **figura 16**.

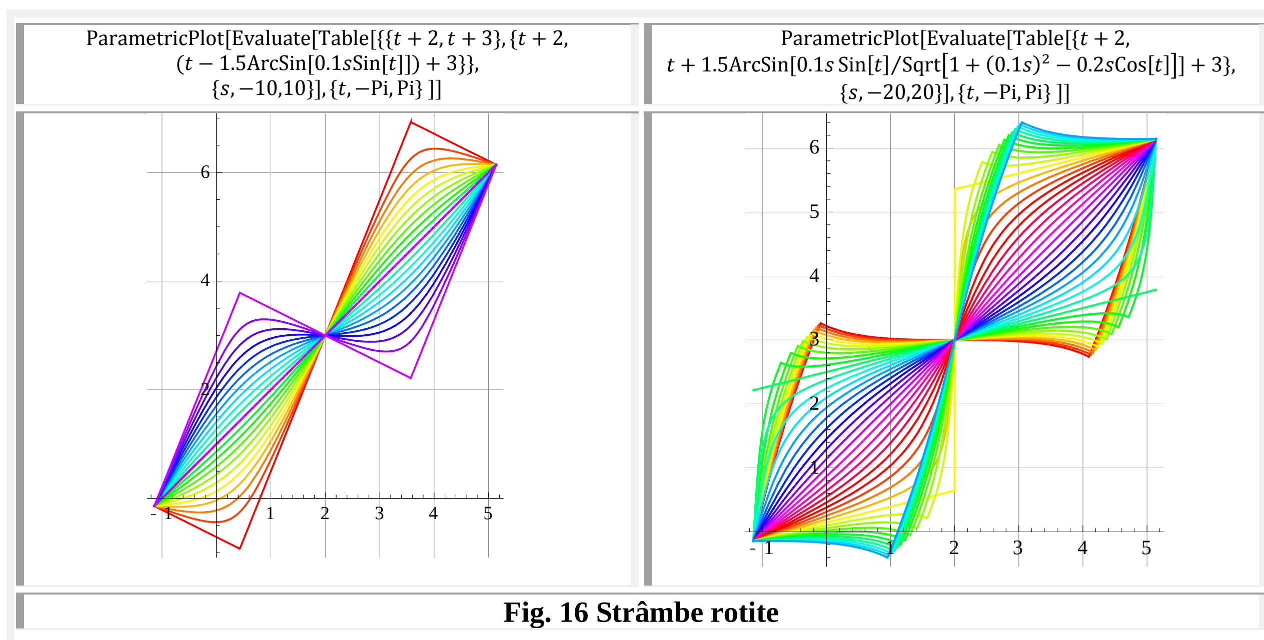


Fig. 16 Strâmbe rotite

ParametricPlot3D[Evaluate[Table[{{t, t, t + 3},
{t, t, (t − ArcSin[0.1sSin[t]]) + 3}},
{s, −10,10}], {t, −Pi, Pi}]]

ParametricPlot3D[Evaluate[Table[{{t, t + 1, t + 3}, {2Sin[t],
t + 1, (t − 1.2ArcSin[0.1sSin[t]]) + 3}},
{s, −10,10}], {t, −Pi, Pi}]]

Fig. 16 Strâmbe în 3D (amplitudine excentrică aexθ) plane▲ ◀
şi supernove amplitudine excentrică de variabilă excentrică ▲▶ şi ▼

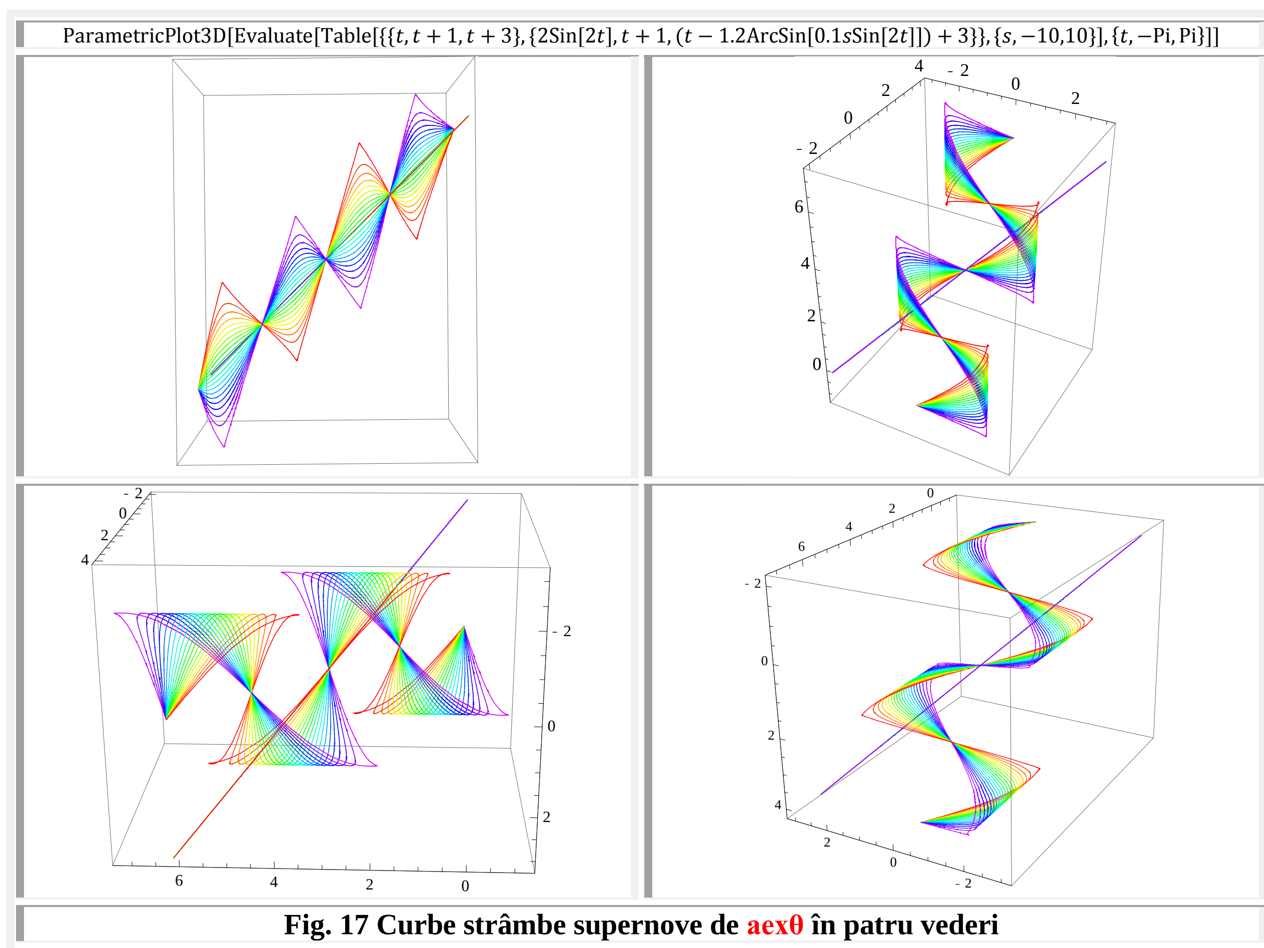


Fig. 17 Curbe strâmbe supernove de aexθ în patru vederi

Din prima imagine a **figurii 17** ▲◀ s-ar părea că familia de curbe amplitudine excentrică modificate, de variabilă excentrică **aex$_{m}$θ** prezentate ar fi plane. În realitate, aşa cum rezultă din următoarele imagini, ele sunt strâmbe, deci în **3D**, fiind considerate totodată ***curbe supernove***. Aparenţele înşală !

Motto: ” ***Lumea asta e atât de diformă, strâmbă, plină de urât, contradicţii şi absurd, încât e aproape imposibil să nu existe o alta***”
Citat din romanul ***Îngere, vii?*** de **Gheorghe Truţă**

CAPITOLUL XVI

CURBE SUPERNOVE STRÂMBE.

1 NTRODUCERE. DESPRE CURBE

1.1 CURBE SPECIALE UNICE

În cele IV volume ale lucrării de faţă “**Supermatematica. Fundamente**” marea majoritate a curbelor prezentate, cu excepţia ***elicelor supermatematice*** (**Fig. 1**▲ ◀) care sunt ***curbe unice, speciale***, erau curbe plane. Proiecţiile ei pe cele trei plane reciproc perpendiculare (**Fig. 1** ▲ ▶) sunt, evident, curbe plane. De ce sunt ***unice şi speciale*** ?

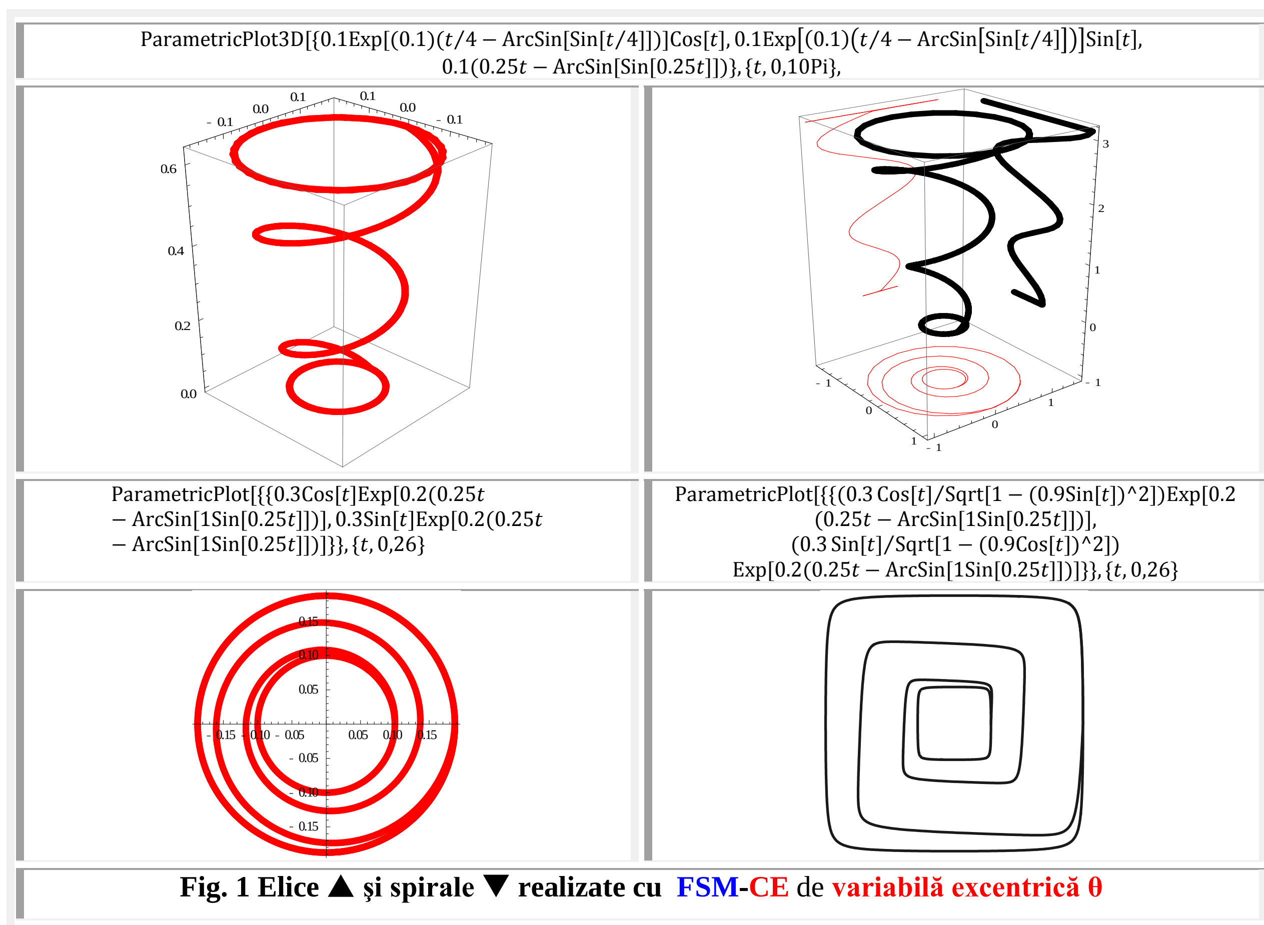
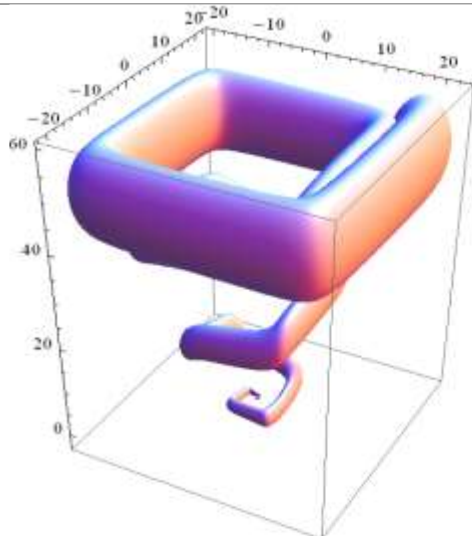
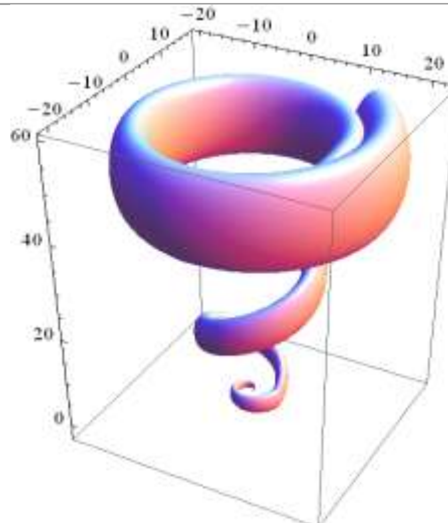


Fig. 1 Elice ▲ şi spirale ▼ realizate cu FSM-CE de **variabilă excentrică θ**

Deoarece sunt curbe în **3D** pe anumite porţiuni, apoi devin curbe **2D** plane (**Fig.1▼◄**), într-un plan perpendicular pe axa elicei (verticală în **figura 1▲◄**), plan în care un punct pe elice, acum pe o spirală, se roteşte de **2n** ori **2π** după care cu alte **2n** rotaţii se deplasează pe o altă elice, deci ca o curbă **3D**, până la planul următor plan în care se va roti din nou pe o altă spirală, de dimensiuni sporite, de **2n** ori **2π** ş. a. m. d. procesul continua la infinit în ambele sensuri. Astfel de curbe sau obiecte **3D** n-au fost întâlnite pînă la descoperirea ***matematicii excentrice*** a ***supermatematicii***.

ParametricPlot3D[{$\frac{1}{13}(2t)$Cos[t](5 + Cos[$\frac{2\pi t}{13}+u$]), $\frac{1}{13}(2t)$Sin[t] $\left(5+\text{Cos}\left[\frac{2\pi t}{13}+u\right]\right)$, 8(0.25$t$ + $\frac{1}{13}$0.3(2t)Sin[$\frac{2\pi t}{13}+u$] − ArcSin[Sin[0.25t]])}, {t, 0,26}, {u, 0,2π}]]	ParametricPlot3D[{$\frac{1}{13}(2t)$Cos $\left[t-\text{ArcSin}[0.9\text{Sin}[t]]\right]$ (5 + Cos[$\frac{2\pi t}{13}+u$]), $\frac{1}{13}(2t)$Sin[t](5 + Cos[$\frac{2\pi t}{13}+u$]), 8(0.25t + $\frac{1}{13}$0.3(2t)Sin[$\frac{2\pi t}{13}+u$] − ArcSin[Sin[0.25t]])}, {t, 0,26}, {u, 0,2π}
	
ParametricPlot3D[{$\frac{1}{13}(2t)$Cos[t] $\left(5+\text{Cos}\left[\frac{2\pi t}{13}+u\right]\right)$/Sqrt[1 − (0.9Sin[$t$])^2], $\frac{1}{13}(2t)$Sin[t](5 + Cos[$\frac{2\pi t}{13}+u$])/ Sqrt[1 − (0.9Cos[t])^2],8(0.25t + $\frac{1}{13}$0.3(2t)Sin[$\frac{2\pi t}{13}+u$] −ArcSin[Sin[0.25t]])}, {t, 0,26}, {u, 0,2π}	ParametricPlot3D[{$\frac{1}{13}(2t)$Cos[t](5 + Cos[$\frac{2\pi t}{13}+u$]), $\frac{1}{13}(2t)$Sin[t] $\left(5+\text{Cos}\left[\frac{2\pi t}{13}+u\right]\right)$, 8(0.25$t$ + $\frac{1}{13}$0.3(2t)Sin[$\frac{2\pi t}{13}+u$] − ArcSin[Sin[0.25t]])}, {t, 0,26}, {u, 0,2π}
	

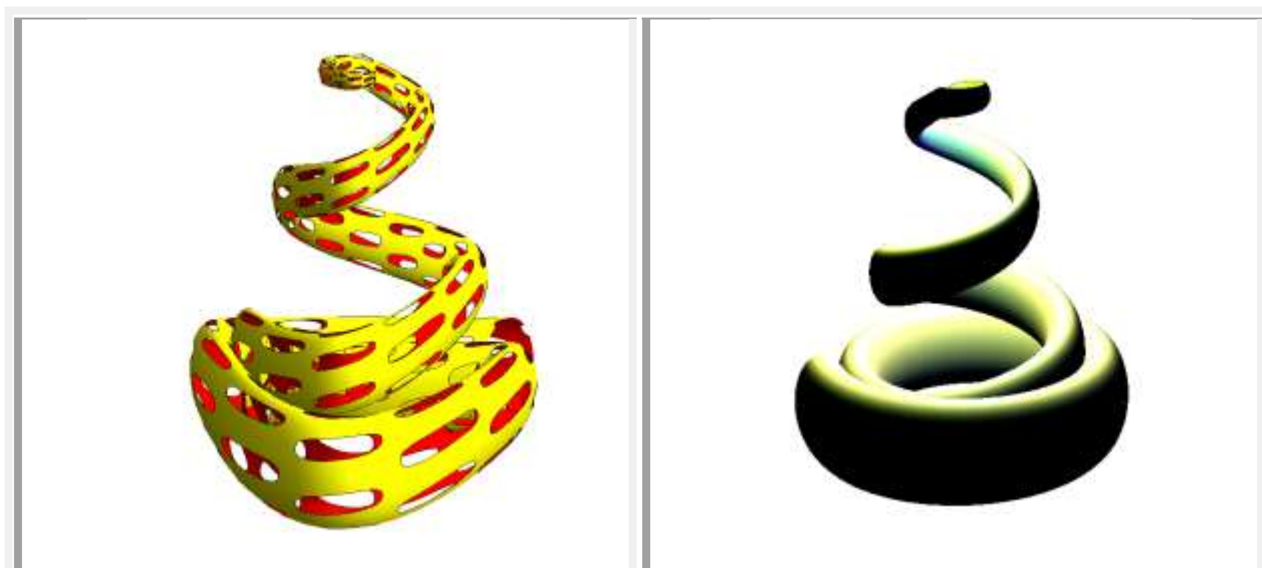
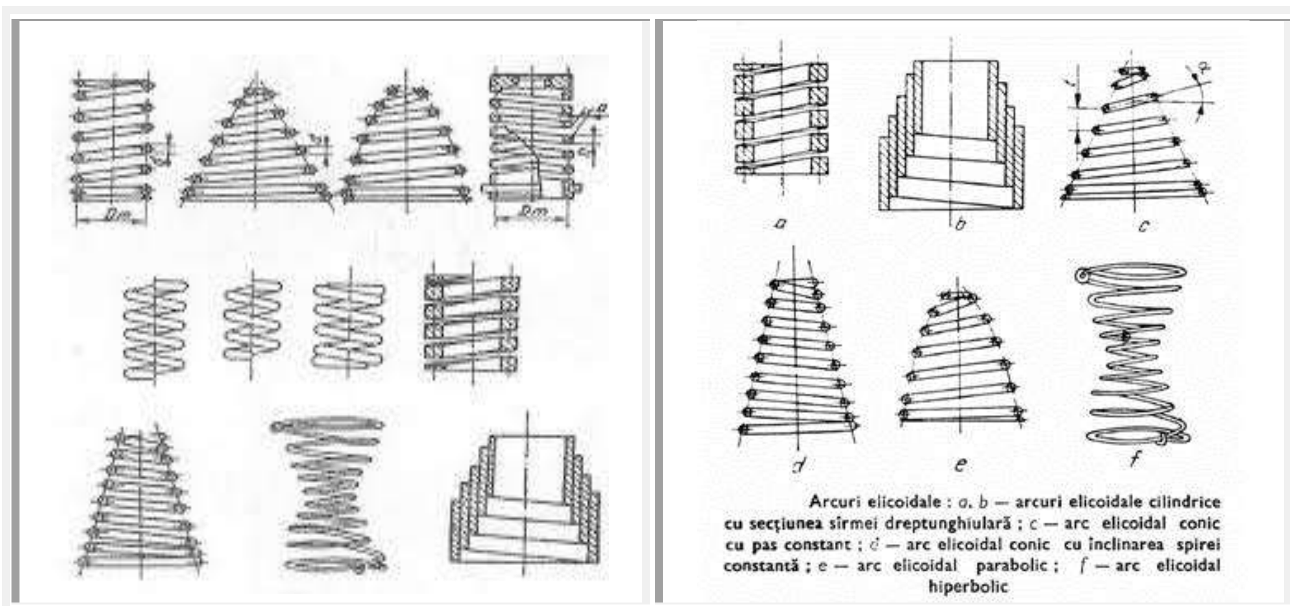


Fig. 2 Elice circulare, patrate şi triunghiulare realizate cu FSM-CE de **variabilă excentrică θ**

Vom denumi “curbele “ din **3D** a căror grosime nu este nulă ci diferită de această valoare şi de diverse forme în secţiune, ***curbe corpolente***, precum cele prezentate în **figura 2**, în secţiune ovale.

Şi elicele pătrate şi triunghiulare se comportă aşişderea, numai că punctul se roteşte pe pătrat şi, respectiv, pe un triunghi de **2n** ori. În figurile prezentate **n = 1**.

Aşa cum se ştie, în ***supermatematica excentrică***, cercul şi pătratul, cercul şi triunghiul ş.a. au aceleaşi ecuaţii parametrice în **2D** precum şi sfera şi cubul, cilindrul şi prisma pătrată sau triunghiulara în 3**D.** Pe aceste baze / considerente se pot obţine elice circulare (**Fig. 1▲◀**), elicea pătrată (**Fig. 2▼ ▶**) şi elice triunghiulare (**Fig, 2 ▲ ▶**).



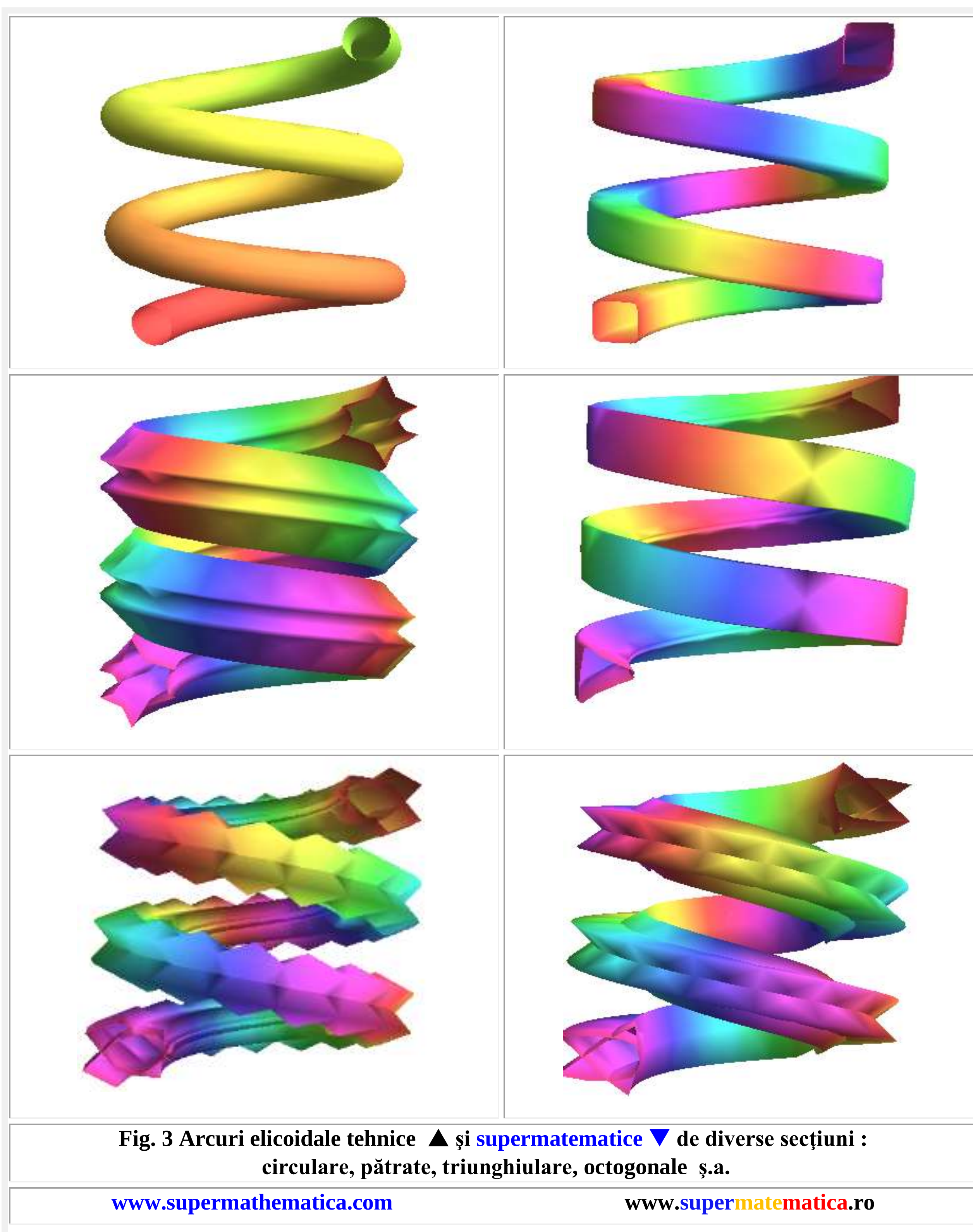


Fig. 3 Arcuri elicoidale tehnice ▲ şi supermatematice ▼ de diverse secţiuni : circulare, pătrate, triunghiulare, octogonale ş.a.

www.supermathematica.com **www.supermatematica.ro**

În tehnică se cunosc o serie de elemente elastice elicoidale, denumite şi arcuri, de compresiune (**Fig. 3 ▲**), de întindere, de torsiune ş.m.a. care sunt desenate şi nu reprezentate prin ecuaţii matematice precum cele din **figura 1**, **figura 2 şi figura 3 ▼**.

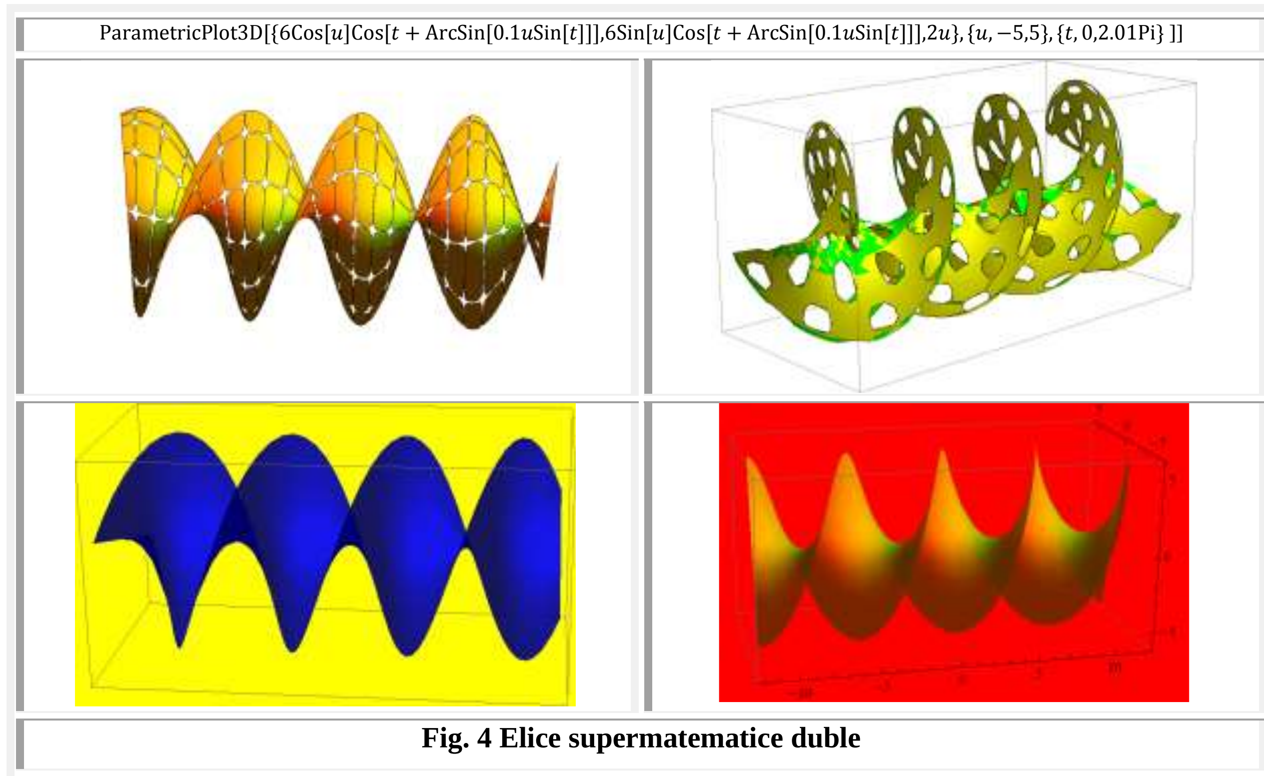


Fig. 4 Elice supermatematice duble

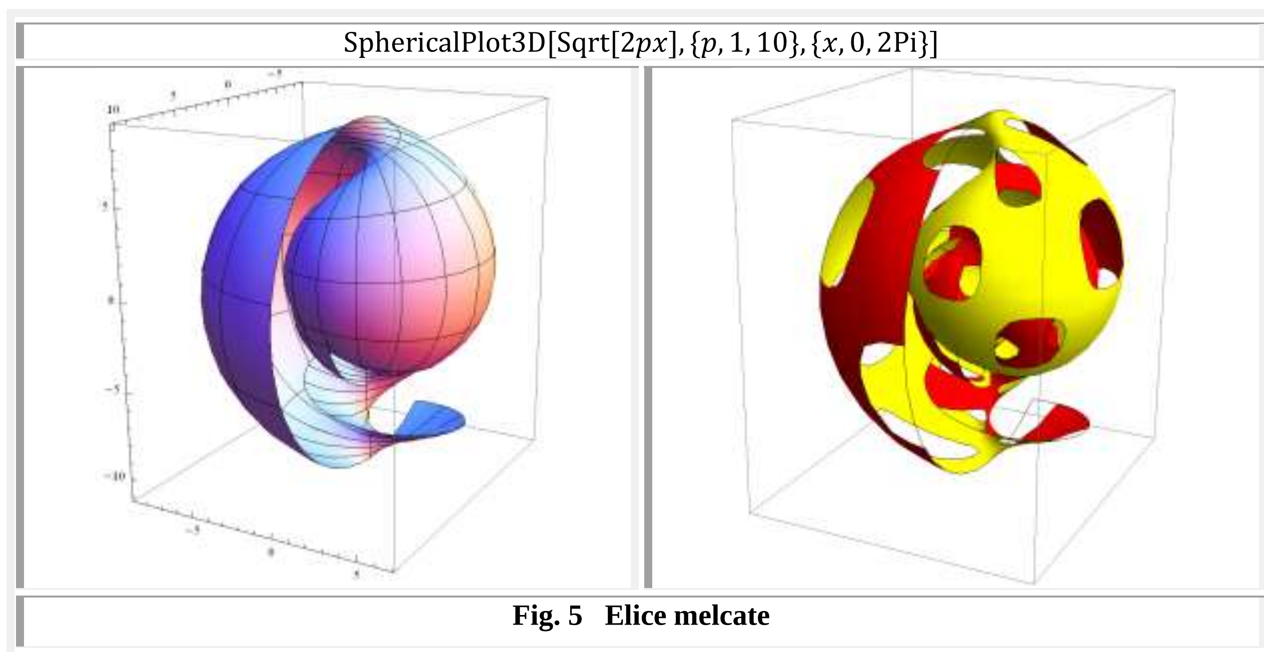


Fig. 5 Elice melcate

O elice dublă, realizată cu **funcţii supermatematice circulare excentrice** (**FSM─CE**), este prezentată în **figura 4**, iar o elice melcată în două vederi / ipostaze în **figura 5**.

CURBE 3D VECHI ŞI NOI

1.1 CURBE PLANE.

În funcţie de modul de ***reprezentare, curbele*** plane ele pot fi reprezentate :

- ***cartezian sau explicit***, dacă sunt reprezentate de o ecuaţie de forma $\mathbf{y = f(x)}$, $\mathbf{a < x < b}$ în care $\mathbf{a, b \in R}$ şi sunt fixate;
- ***implicit,*** dacă sunt reprezentate de o ecuaţie de forma $\mathbf{F(x, y) = 0}$, în care $\mathbf{a_1 < x < a_2, b_1 < y < b_2}$ cu $\mathbf{a_1, a_2, b_1, b_2 \in R}$;
- ***parametric,*** dacă sunt reprezentate de o ecuaţii de forma $\begin{cases} x = g(t) \\ y = h(t) \end{cases}$, $\mathbf{c_1 < t < c_2}$, **cu** $\mathbf{c_1, c_2 \in R}$ în care **f, F, g, h** sunt funcţii reale, de clasă cel puţin $\mathbf{C^1}$ pe domeniile lor de definiţie, iar **g** şi **h** stabilesc o corespondenţă bijectivă şi bicontinuă între punctele $\mathbf{M \in (C)}$ şi mulţimea valorilor parametrului $\mathbf{t \in (c_1, c_2)}$**;**
- ***polar,*** dacă sunt reprezentate de o ecuaţie de forma $\boldsymbol{\rho = f(\theta)}$, în care funcţia **f** de clasă cel puţin $\mathbf{C^1}$ pe intervalul (t_1, t_2) şi dacă $(\boldsymbol{\rho, \theta})$ este un sistem de coordonate polar în $\mathbf{E_2}$;
- ***vectorial,*** dacă sunt reprezentate de o ecuaţie de forma $\vec{r} = \vec{r}(t)$, $c_1 < t < c_2$, $c_1, c_2 \in R$ (r (t) = g(t)$_i$ + h(t)$_j$.

În cele 4 volume ale lucrării de faţă au fost etalate o serie de curbe vechi şi, mai ales noi, **SM**, ***toate plane, niciuna strâmbă***.

Ele au fost de două categorii, de **variabile excentrice θ**, majoritatea, precum **aex**, **bex, cex, dex, rex, tex**, **ctex, texv** ş.a. şi de variabile **centrice α**, notate cu majuscule **Aex**, **Bex**, **Cex**, **Dex**, **Rex**, **Tex**, **Ctex**, **Texv ş.a.** pentru a fi distincte faţă de cele excentrice. Şi unele şi celelalte putând fi ***principale***, de indice **1**, sau ***secundare***, de indice **2**, prezentate mai rar.

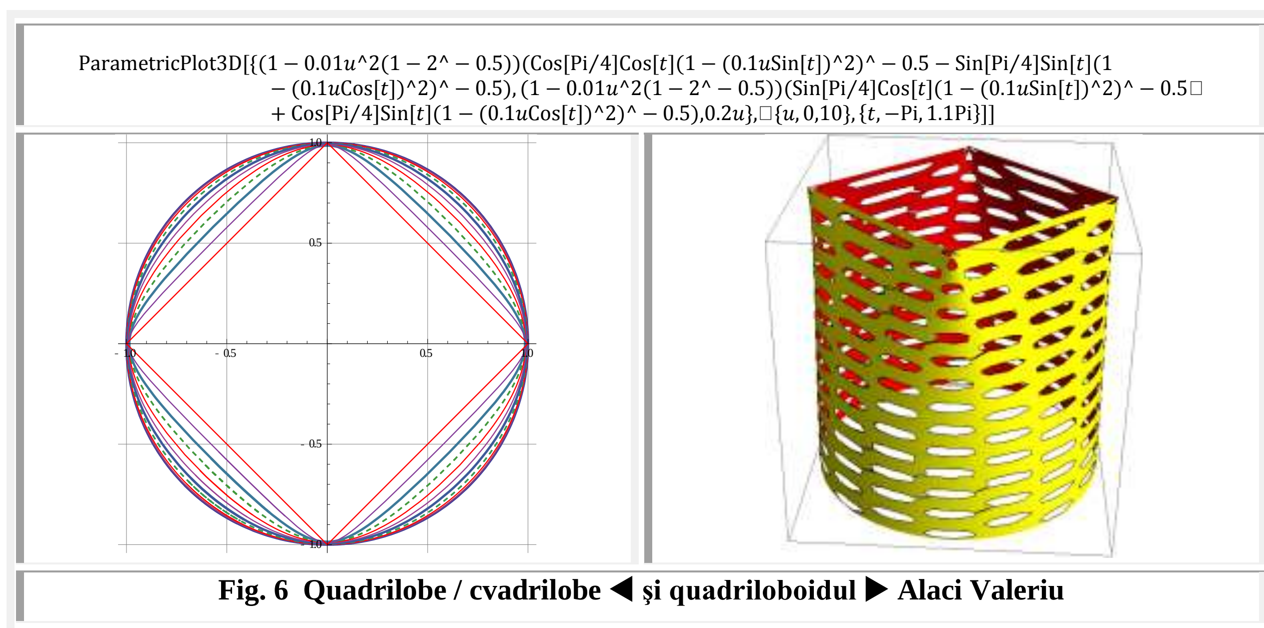


Fig. 6 Quadrilobe / cvadrilobe ◀ şi quadriloboidul ▶ Alaci Valeriu

Curbele strâmbe reprezintă, până în acest moment, un număr foarte redus de curbe în ***matematica centrică***, dintre care amintim: ***curba lui Viviani*** (**Fig. 7**) ca intersecţie a unui cilindru cu o sferă.

Curbe similare noi au apărut odată cu descoperirea ***supermatematicii*** (**SM**) şi a reprezentării prin ecuaţii parametrice a pătratului, triunghiului ş.m.a şi a prismelor, drepte şi înclinate, de secţiuni pătratice şi triunghiulare, care au permis intrsecţia sferei cu o prismă pătrată dreaptă (**Fig. 8 ▼**), cu o prisma **Valeriu Alaci** (**Fig. 9**), cu o prismă triunghiulară (**Fig. 10**).

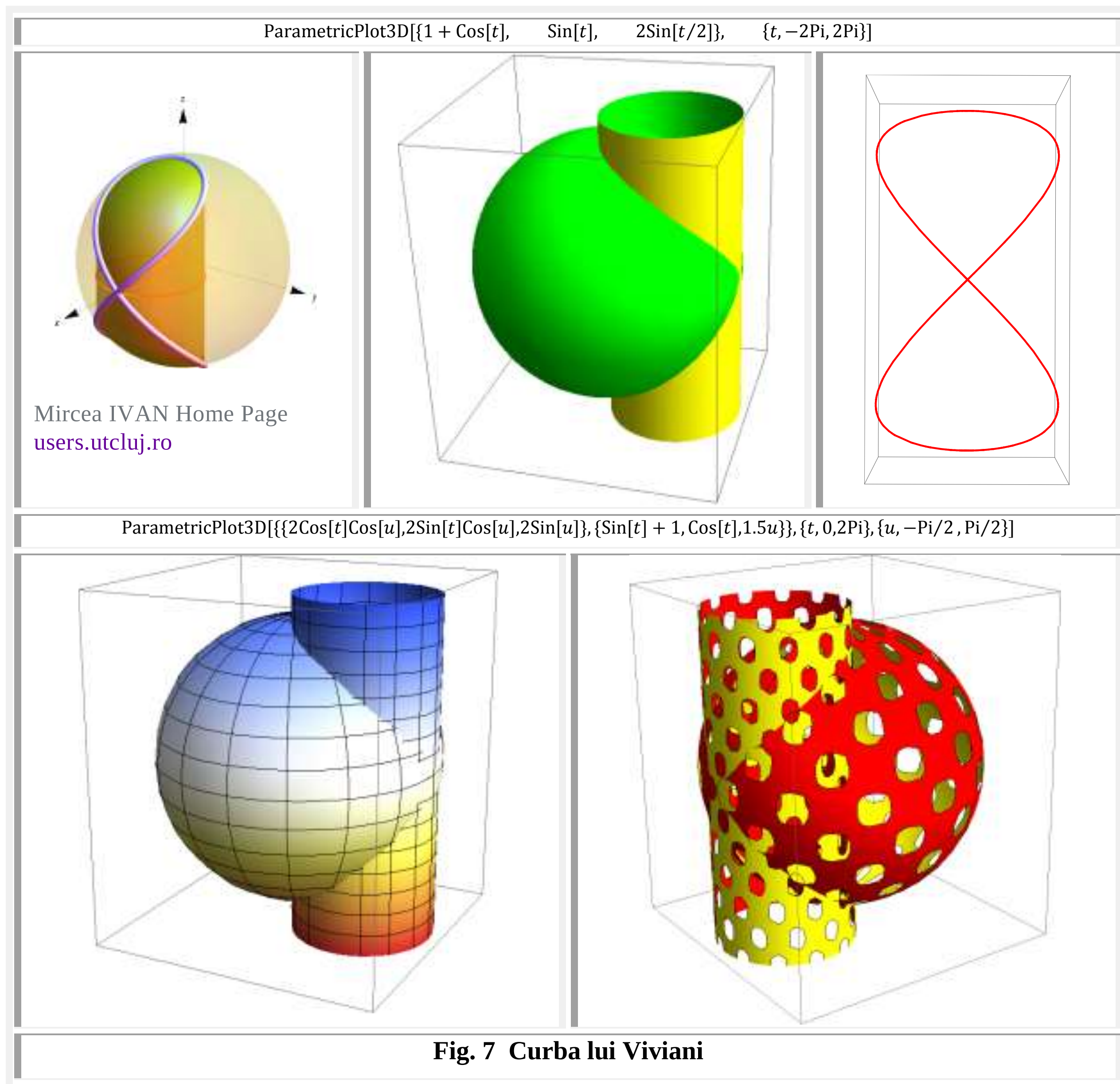


Fig. 7 Curba lui Viviani

Toate aceste curbe strâmbe **SM** noi, de intersecţie a două entităţi **3D**, pot fi considerate curbe ***supernove***. Forma lor rezultă din desenele intersecţiilor lor prezentate în continuare

Motto: "Când Eminescu se năştea pe plaiul tău, Moldovă,
O stea pe cer se aprindea: Era o... ***supernovă***! "
Madrigal de **David Boia**

CAPITOLUL XVII

FUNCŢII SUPERMATEMATICE SUPERNOVE

1. INTRODUCERE

"Când* sorii *se* sting, *când* stelele picã, / Îmi vine *a* crede *cã toate-s* nimicã ..."** a scris cândva **Eminescu** pe vremea când ***supernovele şi ***supermatematica*** erau nişte "ilustre" necunoscute.

Când stelele cele mai colosale din cosmos mor, exploziile imense cauzate de aceste fenomene sunt cunoscute sub numele de **supernove.** Dacă stelele mai mici mor discret, printr-o nová, moartea unei stele din categoria grea este o supernovă care creează un adevarat spectacol.

Păstrând proporţiile, se poate afirma că însăşi **supermatematica** (**SM**) este, în ansamblul ei, o **supernovă** (**SN**) care a creat în domeniul matematicii o explozie unică, nemaiîntâlnită până la apariţia ei în Matematică, o explozie prin care toate entităţile matematicii s-au multiplicat de la unu la infinit. Diferenţa faţă de o supernovă este că **SM** nu moare, decât dacă moare întregul univers, ci se dezvoltă continuu, se perfecţionează şi străluceşte din ce în ce mai puternic odată cu trecerea timpului.

Mai mult chiar, a introdus în acest domeniu o pleiadă de entitaţi complet noi. Să amintim doar noile obiecte matematice **2D**: bilobe, trilobe, quadrilobe / cvadrilobe, pentalobe, … multilobe … funcţiile aex, bex, cex, dex, rex, sex, tex…excentrice, elevate şi exotice prcum şi combinaţiile acestora şi în domeniul **3D**: conopiramide, sferocuburi, cilindroprisme, … ş.m.m.a. Şi s-a enumerat doar o infimă parte …

Funcţiile* SM *radial excentrice (**rexθ** şi **Rexα**), pe care Prof. Dr. Math. **Octav Em. Gheorghiu** le-a denumit adevărate "funcţii rege", deoarece exprimă distanţa în plan între două puncte şi cu ajutorul lor, singure, pot fi descrise toate curbele plane şi o serie de alte curbe plane noi, au condus la modificarea ***metodei numerice* Landen,** a progesiei aritmetico-geometrică (AGM), de rezolvare a integralei eliptice de prima speţă **K**(k) pentru un ***anumit*** modul k la o ***relaţie de calcul***, simplă, cu numai doi termeni, ce oferă o precizie de calcul de minimum 15 (cincisprezece) zecimale exacte, pentru orice valoare a modulului **k** (v. **SM** Vol. I), cu posibilităţi de ameliorare în continuare a preciziei.

Aceeaşi funcţie a permis rezolvarea şi pentru ***sumă şi a diferenţă*** a numerelor complexe exprimate sub formă trigonometrică. Odată cu aparţia **SM**, o sumedenie de suprafeţe nematematice au devenit (***super***) matematice, spre bucuria specialiştilor **IT** şi a programatorilor de maşini unelte **CNC**.

Se ştie că, din cauza unui matematician chipeş, niciun matematician nu poate fi distins cu Premiul Nobel. Acum am aflat că niciun cetaţean care are cetăţenia română nu poate fi laureat Nobel. Să fi fost matematicianul cu pricina din poveste un român ?

Redăm din http://www.magazin.ro/content/view/2133/20/ un interviu de poveste:

*Din 1978, profesorul **Virgiliu Th. Razus** este **cetaţean român** cu domiciliul în Elveţia, la Geneva.*

*În 1979 elaborează "**TEORIA CREAŢIEI ŞI EVOLUŢIEI**" care ajunge în marile biblioteci ale lumii, fiind înregistrata la Comitetul Nobel pentru Fizică şi Chimie al Academiei Regale din Suedia.*

*În 1981 lansează lucrarea "**TEORIA LUMINII ÎNTR-O VIZIUNE MODERNA**" care îl putea pune pe lista propunerilor pentru **Premiul Nobel**, dacă îndeplinea o condiţie minimă: **renunţarea la cetaţenia româna**. **N-a îndeplinit-o**. (n.n.:* N-a indeplinit-o !!. Câţi alti români ar fi procedat la fel ?)

*Descoperă "**particula gândirii**", pe care o numeşte "**particula Nobel**".*

*La 67 de ani profesorul **Razus** află că, la fel ca muşchii, celulele nervoase au nevoie "de antrenament şi stimulare" pentru a ramâne în formă şi scrie o carte, "**O SIMFONIE CELESTĂ**", unde ne descoperă faptul că de la **Newton, Young** şi **Maxwell** şi în ciuda descoperirilor lui **Planck, Einstein** şi **Abdus Salam**, **lumina este un mister**.*

*Încă nu ştim din ce e compusă şi care e suportul ei, în ciuda faptului că s-a descoperit faimosul "**curent neutru**", demonstrat teoretic de laureaţii Premiului Nobel din 1979 **Abdus Salam, Glashow** şi **Weinberg**.*

*Se ştie, de pildă, că lumina se propagă în linie dreaptă şi că în Cosmos este **noapte eternă**.*

*Se ştie că "vidul" sau "vacuum-ul cosmic" nu constituie un suport material pentru lumină, cum e atmosfera Terrei, de pildă. " **Atunci cum se face ca lumina poate strabate spaţiul cosmic?** " se intreaba profesorul **Razus**. În cartea lui un aforism a devenit celebru: "**în viaţă trebuie să ştii să te miri la timp**".*

*În "**TEORIA CREAŢIEI ŞI EVOLUŢIEI**", care a apărut la Geneva în 1979, profesorul arată că "**energia este o mişcare având viteza luminii**". De fapt, lumina prezinta trei aspecte: **aspectul electric, aspectul magnetic şi aspectul neutru**. Prin urmare, lumina nu este doar foton, cum era admis pâna acum, ci din **Foton**, corespondentul aspectului **electric** (dupa **Einstein**), **Fonulon**, pentru aspectul **neutru** (dupa teoria **Razus**) şi **Fogon**, pentru aspectul **magnetic** (de asemenea propus de teoria **Razus**).*

*Concluzia? Dacă în spaţiul cosmic nu există un suport material pentru propagarea luminii, este cert că tocmai acest "sistem triplu" de elemente universale fundamentale, **foton, fogon, fonulon**, este suportul ei. Putem deci afirma că plecând de la "curentul neutru", putem obţine fie Fotoni, fie fogoni, precum şi particule "neutre" care, în mod continuu, constituie **sursele creaţiei şi existenţei eterne**.*

*Exista câteva experimente privitoare la viteza luminii. Profesorul **Günter Nimtz** de la Universitatea Germană din Köln a demonstrat că **viteza fotonilor este de doua ori şi jumatate mai mare decât viteza luminii**. Surpriza a fost uriaşă, mai ales că ea anula bariera critică enunţată de însuşi **Einstein** care prezicea că materia se dezintegrează la viteze superioare de 300.000 km/s. Dacă e aşa cum spune prof. **Nimtz**, atunci ceva "frâneaza" viteza fotonilor în spaţiu. Conform teoriei **Razus**, acest "ceva" sunt particulele imaginate de echipa profesorului **Razus**, **fonulonii** şi **fogonii**.*

***Legea Razus** este o formulă care evidenţiază relaţiile dintre cei cinci factori determinanţi ai Universului: **m** (masa), **t** (timpul), **E** (energia), **S** (spaţiul material) şi **I** (impulsul).*

*În teorie, Timpul reprezintă "**al şaptelea grad de libertate pentru un corp material**", un grad "pasiv" alături de celelalte şase grade "active": 3 de rotaţie şi 3 de translaţie. S-a dezvoltat astfel o lege a Creaţiei şi Evoluţiei plecând de la legile lui **Newton, Einstein** şi **Planck** în ceea ce priveşte energia şi ţinând pentru prima oară cont de fenomenul de îmbatrânire datorat Timpului. Aşa s-a ajuns la **formula Razus**, în care **I** (impuls) este egal cu **E** (energia) multiplicata cu **t** (îmbatrânirea) totul divizat cu **S** (spaţiu), o formulă pentru care ecuaţiile lui **Newton** (F=ma/t), **Planck** (E=hw/t) şi **Einstein** ($E=mc^2$) sunt **cazuri particulare ale "legii Razus**".*

Inserând în această introducere minunatele realizari ale unui român, care n-a renunţat la cetăţenia sa, în legătură cu gradele de libertate, mi-am amintit că **nu timpul** este a patra dimensiune a spaţiului **3D**, ci ***excentricitatea liniară*** variabilă, care este ***dimensiunea de formare şi de deformare a spaţiului***.

Ea este aceea care a permis transformarea sferei în cub şi învers, a conului în piramida şi invers, a cilindrului în prismă şi invers, a cercului în pătrat şi invers, a cercului în triunghi şi invers ş.m.m.a. aşa cum s-a mai descris în cadrul acestei lucrări. Pentru **s = 0** obţinându-se întotdeauna cercul sau sfera şi pentru **s = ± 1** cu totul alte forme geometrice, anterior enumerate. Şi a condus, nu în ultimul rând, la apariţia ***supernovelor matematice*** tratate în acest volum al supermatematicii.

O ***funcţie circulară centrică*** (**FCC: s = 0**), ce are câte un singur membru (sin, cos, tan etc), în prezenţa unei excentricităţi (**s ∈ [-1,+1]**) va deveni o ***funcţie supermatematică circulară excentrică*** (**FSM — CE**) ce va avea o infinitate de membri. Oferind, totodată, o infinitate de alte posibilităţi !

Excentricitatea ***liniară reală e*** sau cea ***numerică*** **s = e**/R poate fi o constantă sau poate avea o expresie matematică variabilă. Dacă variabila nu este o **FCC** ci o altă **FSM — CE**, atunci se obţine o **FSM — CE** de ***dublă excentricitate***. Care, la rândul ei, dacă este de o altă excentricitate, se vor obţine **FSM — CE** de ***triplă excentricitate*** şi procesul poate continua până la infinit.

Din Vol.I, Cap.1, al acestei lucrări se poate afla că dacă ceva nu se vede, este incoloră, inodoră şi insipidă, precum aşa zisa “materie neagră”, care de fapt este perfect transparentă, nu însamnă că nu există ! Pe măsură ce devine progresiv vizibilă ea dă naştere universului vizibil, iar partea rămasă invizibilă poate fi suportul transmiterii luminii în univers.

2. SUPERNOVE DIVERSE

Chiar şi în cazul **FCC** (cos şi sin) dacă le amplificăm cu **s ∈ [-1,+1]** şi cu pasul **0,1** se vor obţine o infinitate de **FCC** de acelaşi tip**,** dintre care **21** dintre ele sunt prezentate în **figura 1**. Prin mici modificări ale lor se pot obţine o serie de forme noi printre care şi o serie de curbe supernove.

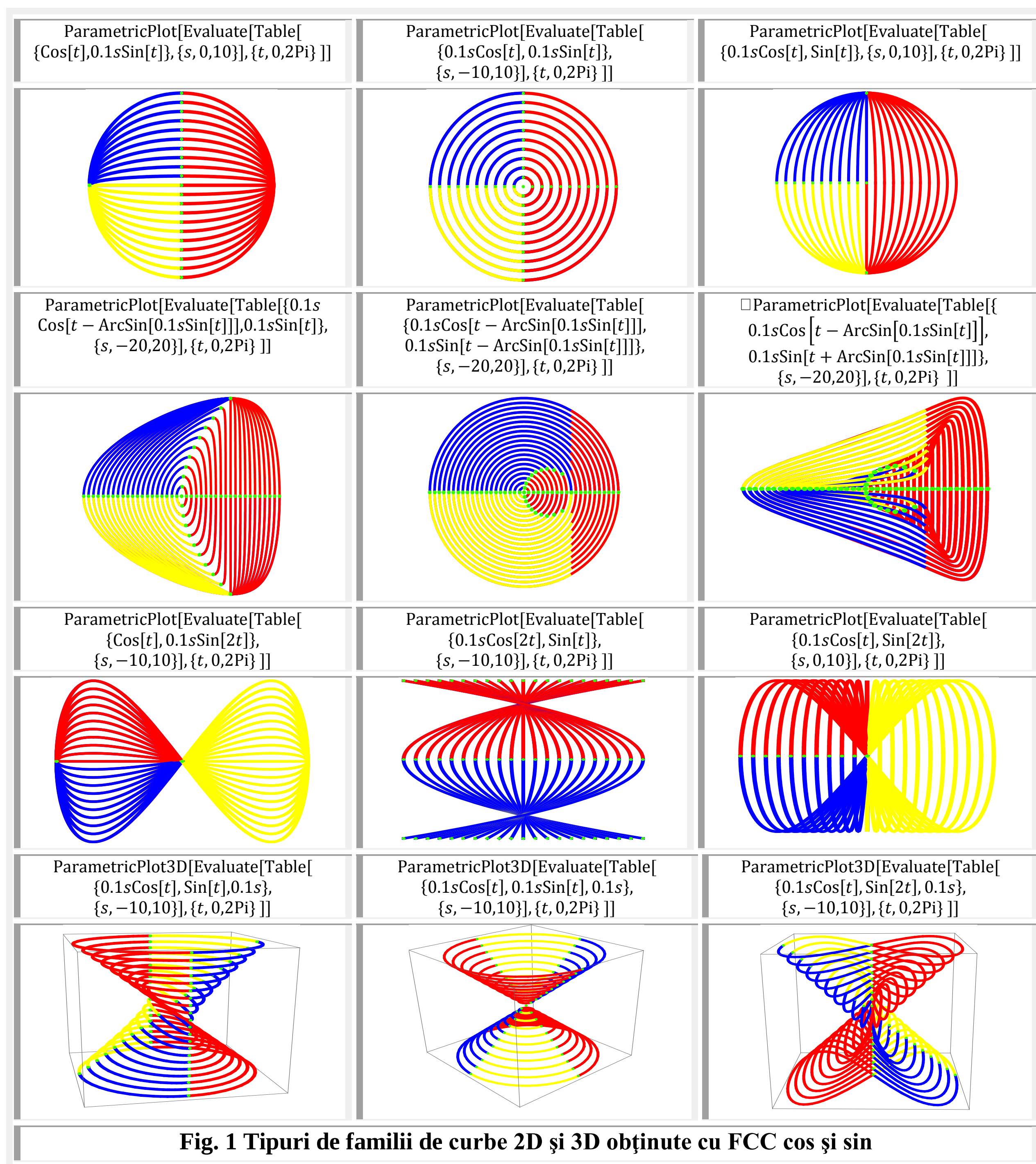


Fig. 1 Tipuri de familii de curbe 2D şi 3D obţinute cu FCC cos şi sin

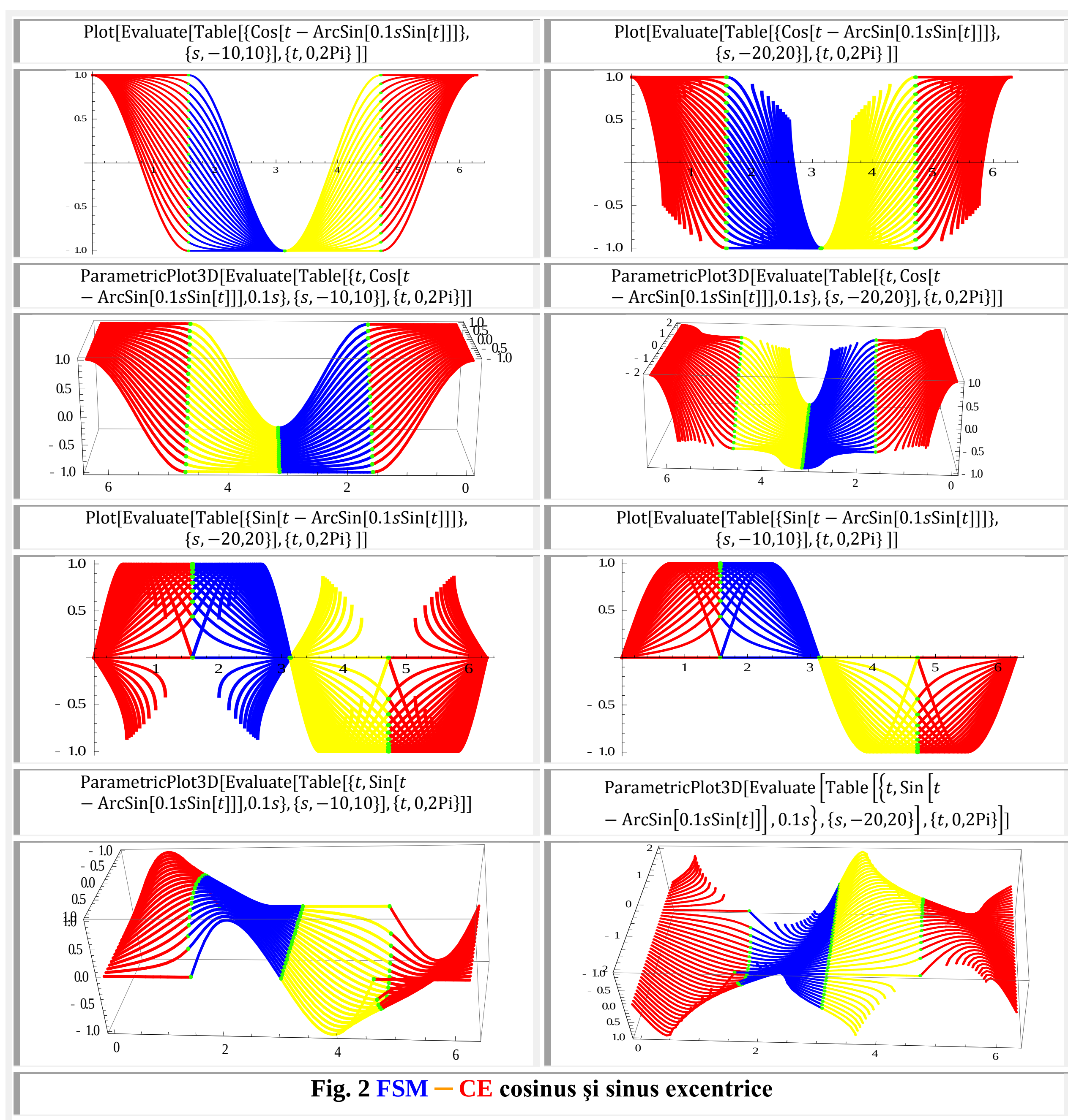


Fig. 2 FSM — CE cosinus şi sinus excentrice

În **figura 2** sunt prezentate **FSM — CE** cosinus **(cex)** şi sinus **(sex)** de variabila excentrică **θ** şi de excentricitate sub (**s ∈ [-1, +1]**) şi supra unitară (**s ∈ [-2, +2]**) pentru a ilustra lipsa de continuitate a funcţiilor **cexθ** şi **sexθ** pentru excentricităţi în afara domeniului **± 1**.

Figura 3 prezintă o serie de curbe supernove atât centrice cât şi excentrice supermatematice în **3D** în două ipostaze: ca familie de curbe în **3D** şi ca suprafeţe “ciuruite” în **3D**, pentru a evidenţia şi suprafeţele “ascunse”, majoritatea acestora fiind supernove.

Ecuaţiile curbelor şi a suprafetelor sunt prezentate chiar deasupra fiuecărei figuri.

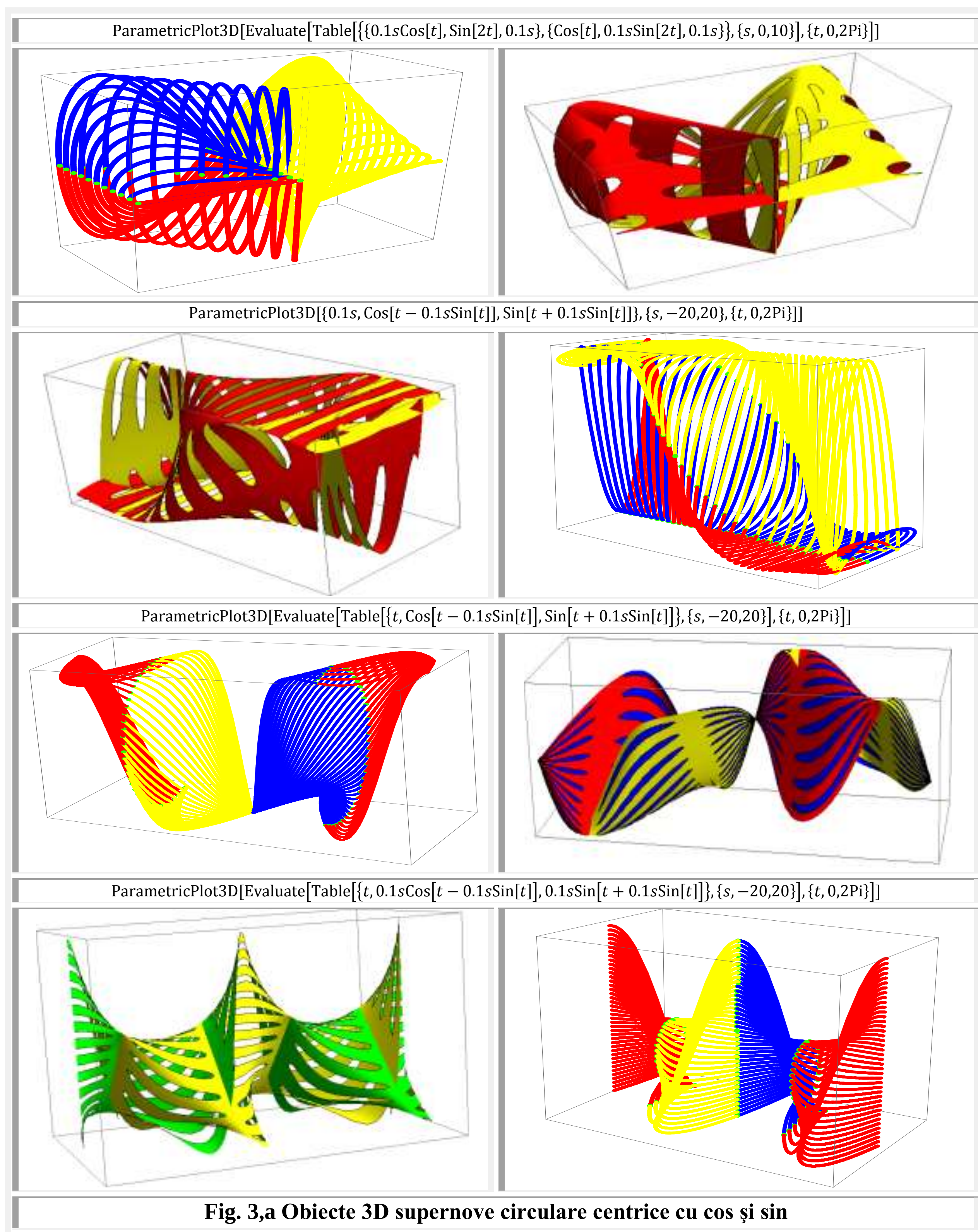
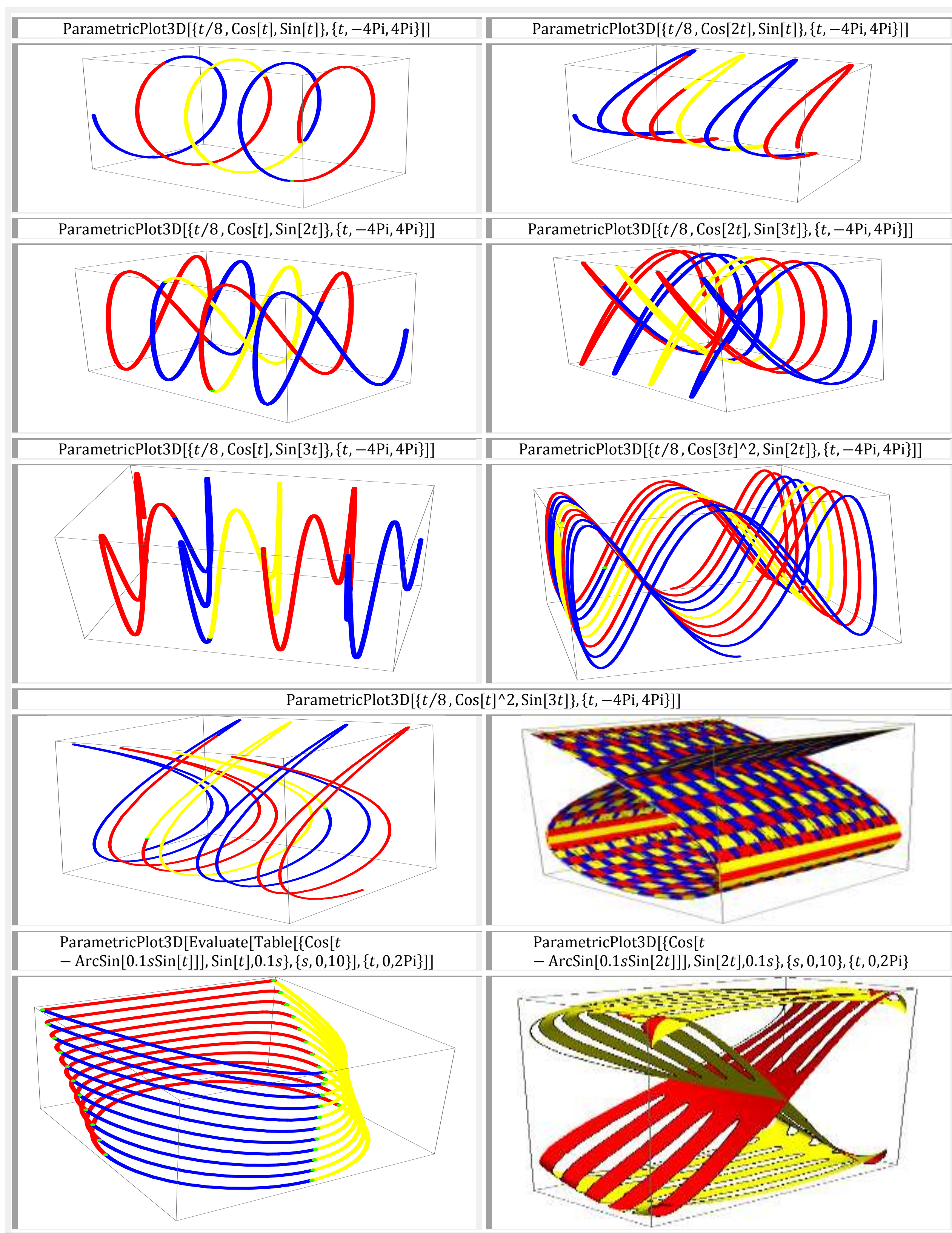
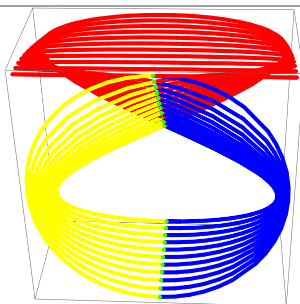
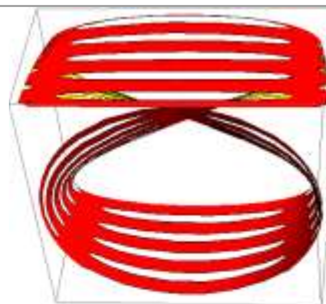
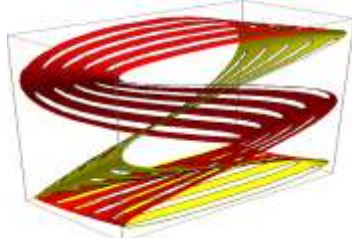
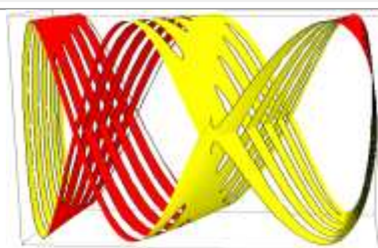
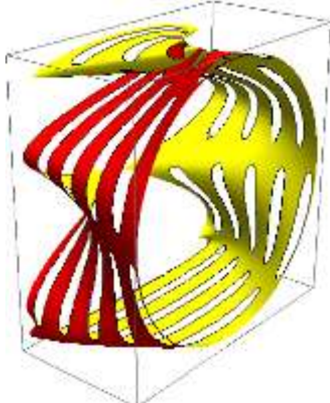
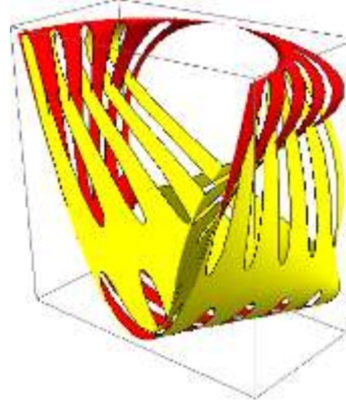
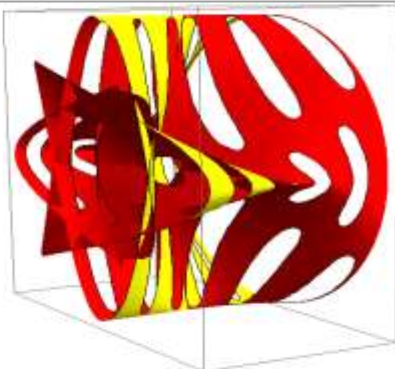
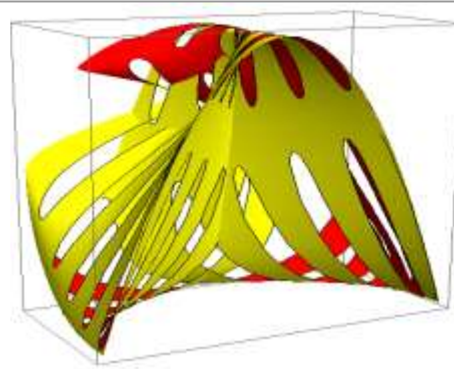


Fig. 3,a Obiecte 3D supernove circulare centrice cu cos şi sin


ParametricPlot3D[{t/8 , Cos[t], Sin[t]}, {t, −4Pi, 4Pi}]]
ParametricPlot3D[{t/8 , Cos[2t], Sin[t]}, {t, −4Pi, 4Pi}]]
ParametricPlot3D[{t/8 , Cos[t], Sin[2t]}, {t, −4Pi, 4Pi}]]
ParametricPlot3D[{t/8 , Cos[2t], Sin[3t]}, {t, −4Pi, 4Pi}]]
ParametricPlot3D[{t/8 , Cos[t], Sin[3t]}, {t, −4Pi, 4Pi}]]
ParametricPlot3D[{t/8 , Cos[3t]^2, Sin[2t]}, {t, −4Pi, 4Pi}]]
ParametricPlot3D[{t/8 , Cos[t]^2, Sin[3t]}, {t, −4Pi, 4Pi}]]
ParametricPlot3D[Evaluate[Table[{Cos[t − ArcSin[0.1sSin[t]]], Sin[t],0.1s}, {s, 0,10}], {t, 0,2Pi}]]
ParametricPlot3D[{Cos[t − ArcSin[0.1sSin[2t]]], Sin[2t],0.1s}, {s, 0,10}, {t, 0,2Pi}

ParametricPlot3D[Evaluate[Table[{Cos[t − ArcSin[0.1sSin[t]]], Sin[2t],0.1s}, {s, 0,10}], {t, 0,2Pi}]]	
	
ParametricPlot3D[{Cos[t − ArcSin[0.1sSin[t]]], Sin[3t],0.1s}, {s, 0,10}, {t, 0,2Pi}]]	ParametricPlot3D[{Cos[t], Sin[3t − ArcSin[0.1sSin[t]]],0.1s}, {s, 0,10}, {t, 0,2Pi}]]
	
ParametricPlot3D[{Cos[t], Sin[t − ArcSin[0.1sSin[3t]]],0.1s}, {s, 0,10}, {t, 0,2Pi}]]	ParametricPlot3D[{Cos[2t], Sin[t − ArcSin[0.1sSin[3t]]],0.1s}, {s, 0,10}, {t, 0,2Pi}]]
	
ParametricPlot3D[{Cos[t + ArcSin[0.1sSin[2t]]], Sin[t − ArcSin[0.1sSin[2t]]],0.1s}, {s, 0,10}, {t, 0,2Pi}]]	ParametricPlot3D[{Cos[2t + ArcSin[0.1sSin[t]]], Sin[t − ArcSin[0.1sSin[2t]]],0.1s}, {s, 0,10}, {t, 0,2Pi}]]
	

ParametricPlot3D[{Cos[t + ArcSin[0.1sSin[3t]]], Sin[t − ArcSin[0.1sSin[3t]]],0.1s}, {s, 0,10}, {t, 0,2Pi}]]

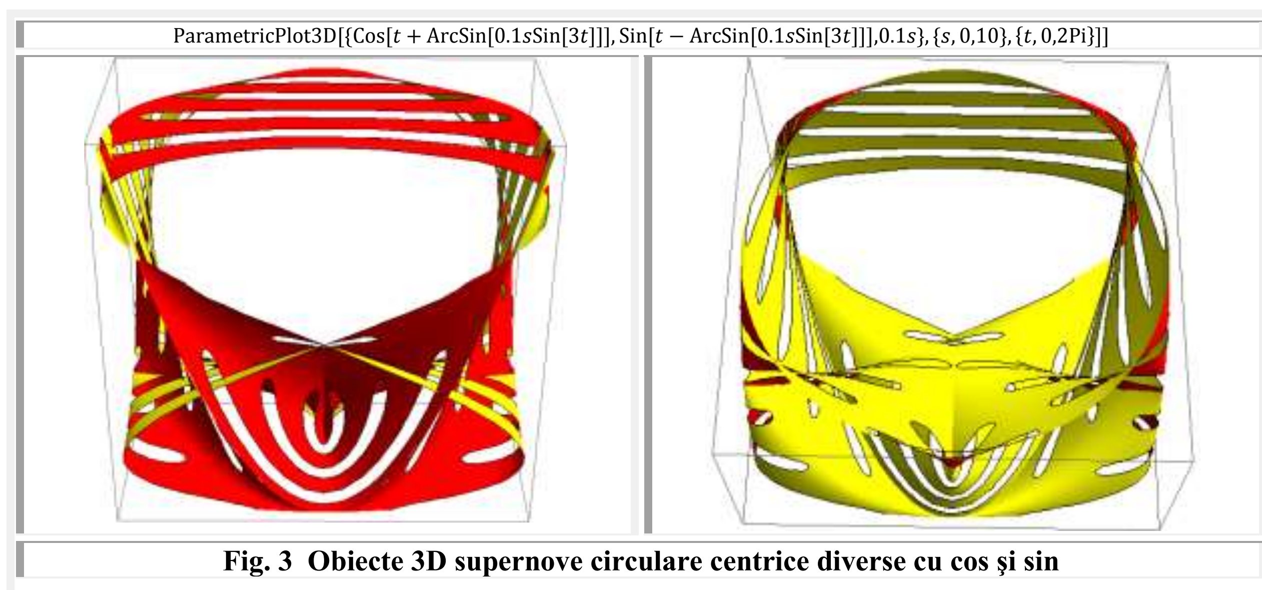


Fig. 3 Obiecte 3D supernove circulare centrice diverse cu cos şi sin

ParametricPlot3D[Evaluate[Table[{Cos[t], Sin[t],0.1st}, {s, 0,10}], {t, 0,2Pi}]]

ParametricPlot3D[{0.1st, Cos[t], Sin[2t]}, {s, 0,10}, {t, 0,2Pi}]]

ParametricPlot3D[{0.1st, Cos[t − ArcSin[0.1sSin[t]]], Sin[2t]}, {s, 0,10}, {t, 0,2Pi}]]

ParametricPlot3D[{0.1st, 2Cos[t], Sin[t − ArcSin[0.1sSin[2t]]]}, {s, 0,10}, {t, 0,2Pi}]]

Fig. 4 Obiecte supernove centrice elicoidale

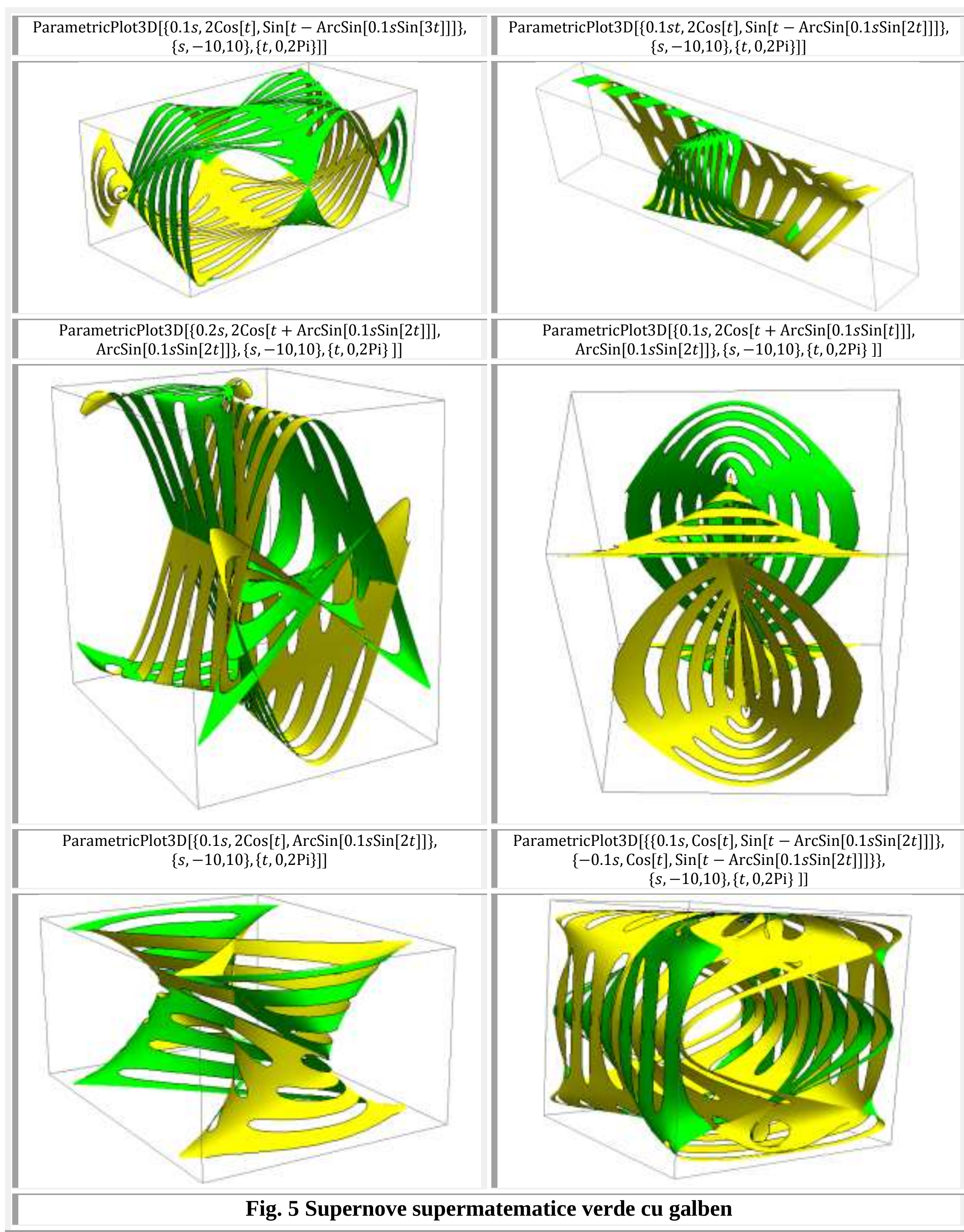


Fig. 5 Supernove supermatematice verde cu galben

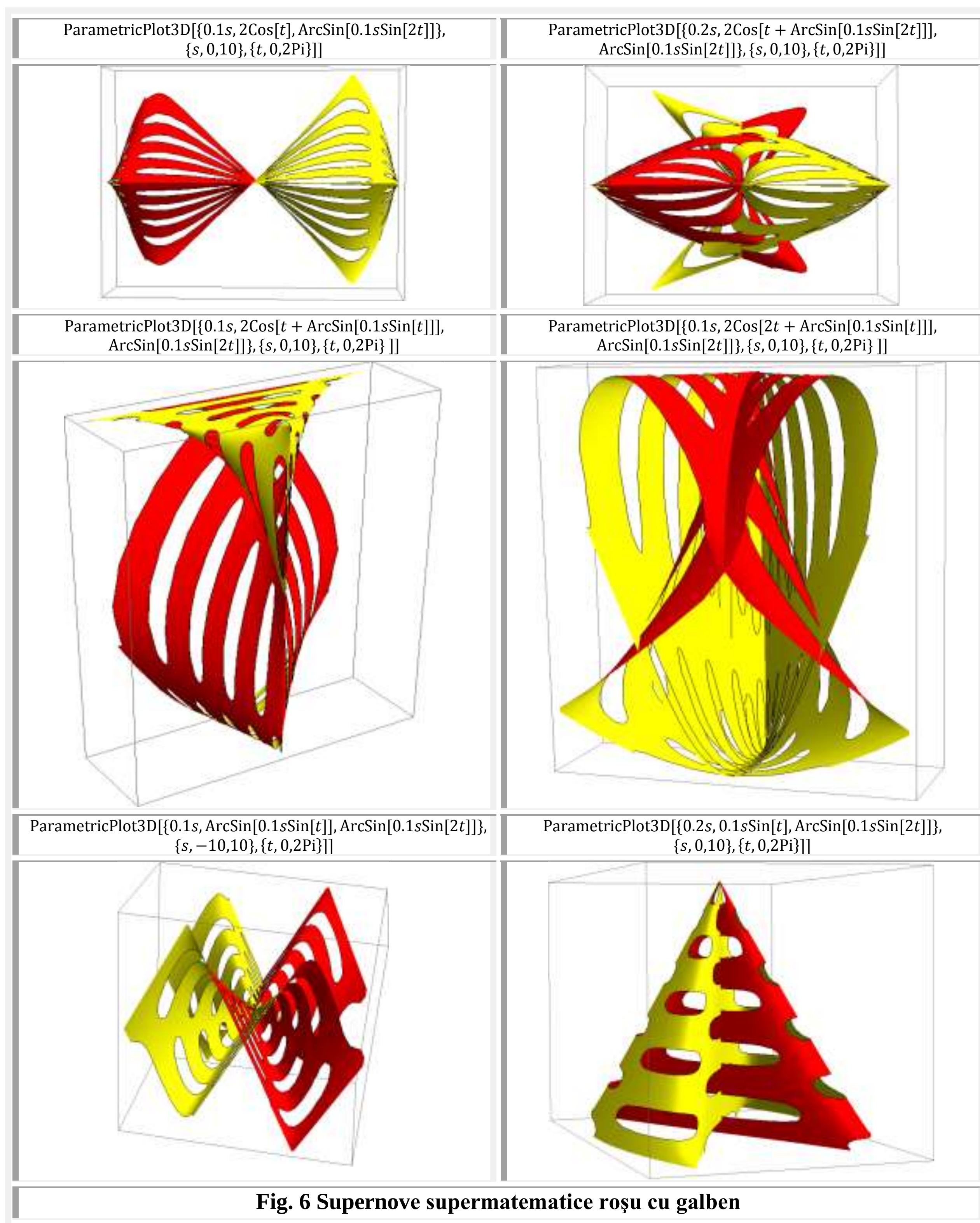


Fig. 6 Supernove supermatematice roşu cu galben

Motto: " Matematica este ceea ce începe ***centrică***, în modestie,
şi se termină magnific în ***supermatematică***."
definiţie de **Calvin Colton** adaptată şi ***actualizată***

CAPITOLUL XVIII

SUPERNOVELE CA INTERSECŢII ÎN SPAŢIUL SUPERMATEMATIC

Aşa cum s-a mai afirmat în capitolul anterior prezenţa ***excentricităţii liniare reale e*** sau ***numerice s*** conduce la multiplicarea dimensională a spaţiului **2D** în **3D** şi a spaţiului **3D** în **4D** dacă **e** şi **s** sunt ***variabile***. Dacă **e** şi **s** sunt ***constante*** sau mărimi parametrice, atunci spaţiile respective vor fi denumite **2D → 2D⁺** şi **3D → 3D⁺.** Câteva exemple sunt prezentate în **figurile 1, a** şi **1, b.**

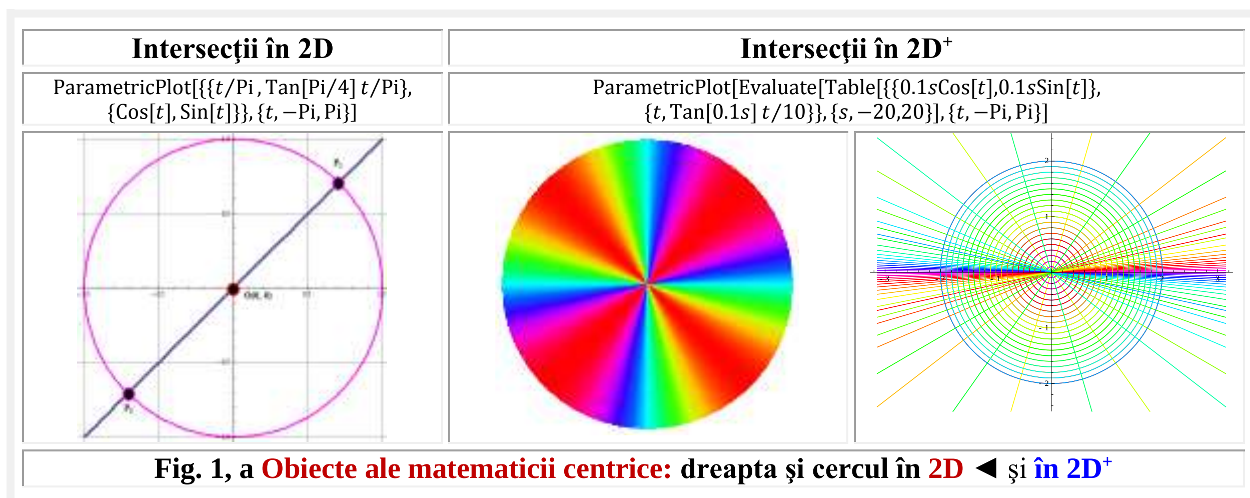


Fig. 1, a Obiecte ale matematicii centrice: dreapta şi cercul în 2D ◄ şi în 2D⁺

În stânga **figurii 1,a** este reprezentată, în spaţiul **2D**, intersecţia unei drepte cu un cerc, iar în dreapta, în spaţiul **2D⁺**, intersecţia unei familii de drepte $\mathbf{y_i = m_i.x}$ de $\mathbf{m_i}$ = **tans** cu o familie de cercuri de raze **R = s**, în care ***excentricităţile liniare*** numerice **s** sunt valori parametrice, adică constante. În primul caz, intersecţia se reduce la două puncte pentru **s** ∈ [**-1,+1**], chiar dacă dreapta devine tangentă la cerc (**s** = ± **1**); cele două puncte fiind confundate în punctul de tangenţă.

În cel de-al doilea caz, fiecare dreaptă din fasciculul de drepte intersectează fiecare cerc concentric, astfel că rezultatul intersecţiilor va fi întreaga suprafaţă a discului circular de dimensiune maximă, disc prezentat multicolor, în culori tari / puternice, în centrul **figurii 1, a**.

Pentru $\mathbf{m_i}$ = **tanε**, în care **ε** este **excentricitatea unghiulară, ε** ∈ [**0, 2π**] situaţia este asemănătoare, cu deosebirea că singura dreaptă, turnantă în jurul originii **O(0, 0)**, va intersecta succesiv toată familia de cercuri concentrice, rezultatul intersecţiilor fiind tot discul circular de rază maximă, în spaţiul **2D⁺.**

Intersecţia unui pătrat, rezultat dintr-o quadrilobă de **s = ± 1**, cu două drepte, ce trec prin originea **O(0, 0),** este prezentată în stânga **figurii 1, b. ◄** prin cele **2 x 2** puncte de intersecţie, din planul **2D⁺**, dacă considerăm pătratul drept o **quadrilobă** de **s = ± 1**. Dacă nu, suntem în **2D**. Numai că, în **2D,** nu se cunoaşte o ***ecuaţie*** a pătratului perfect; el construindu-se din segmente de dreaptă toate egale şi paralele între ele,

două câte două. Rezultă că intersecţia în **2D⁺** este un disc pătrat, corespunzător quadrilobei de rază maximă R_{Max} şi de **s = ± 1**; pătratul de **s = +1** fiind rotit cu **π** faţă de quadriloba / pătratul de **s = —1**, ceea ce devenea evident pe vechile calculatoare, pe care punctele unei curbe apăreau la perioade de câteva secunde sau zecimi de secundă, astfel că se putea vedea de unde începe şi unde se sfârşeşte curba. Ce vremuri…! Acum curba apare instantaneu, sau aproape instantaneu şi acest lucru devine imposibil!

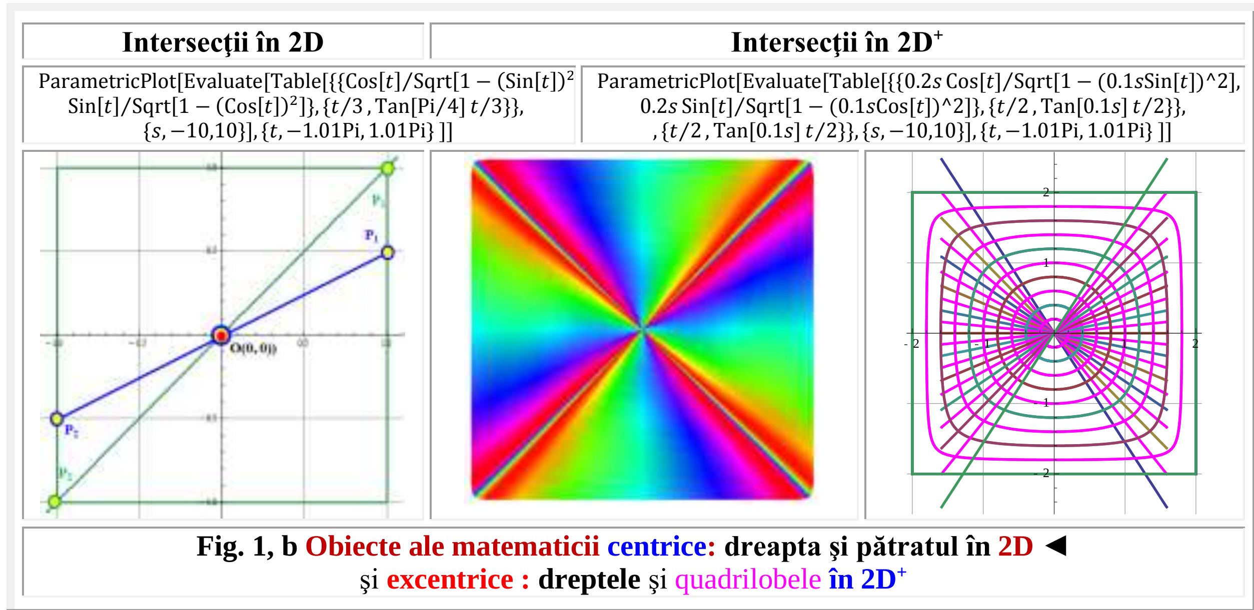


Fig. 1, b Obiecte ale matematicii centrice: dreapta şi pătratul în 2D ◄
şi **excentrice : dreptele** şi quadrilobele **în 2D⁺**

2. INTERSECŢIA CERCULUI CU O STRÂMBĂ CE TRECE PRIN CENTRUL O(0, 0) DIN PLANUL xOy

Strâmbele sunt o extensie ce exprimă nemărginirea şi măreţia **supermatematicii**, multiplicând şi generalizând la infinit, în ***domeniul excentric***, unica ***dreaptă*** existentă în ***domeniul centric***.

Există două tipuri de strâmbe: de variabilă excentrică **θ**, care sunt continue numai în domeniul excentricităţii liniare numerice **s** ∈ [**-1, +1**] cu graficele din **figura 2, a şi 2, b ◄** şi de **variabilă centrică α,** care sunt continue pentru oricare valoare a excentricităţii numerice, adică pentru **s** ∈ [- ∞**,** + ∞] cu graficele din **figura 2, a şi 2, b ►**.

Se va prezenta în continuare intersecţia unui cerc cu două ***strâmbe,*** de **θ** şi de α, de aceeaşi excentricitate liniară numerică **s = 0,8** având graficele din **figura 3, a.◄**. Aici se vede clar că ele sunt simetrice faţă de prima bisectoare, deci sunt inverse una alteia. De aceea, ne vom referi numai la intersecţia cu cercul din graficul din **figura 3, a** dreapta ►celelalte puncte de intersecţie putându-se deduce fără probleme. În acest scop, ecuaţia cercului trebuie modificată, aşa cum se poate observa în **figura 3, b.** adică:

(1) $\begin{cases} x = R\,cost \\ y = R\,sint \end{cases}$ → $y = \sqrt{R^2 - x^2}$, pentru R = 3.

În acest caz, intersecţia se determină prin rezolvarea sistemului

(2) $\begin{cases} y = \sqrt{R^2 - x^2} \\ y = x - \text{ArcSin}[0.8\text{Sin}[x]] \end{cases}$, sau

(3) $x - \text{ArcSin}\big[0.8\text{Sin}[x]\big] - \sqrt{R^2 - x^2} = 0$

Aşa cum s-a mai procedat şi explicat în cadrul lucrarii **Şelariu M. E.** "**MATEMATICA ATOMICĂ**", se începe determinarea ***cifrelor exacte*** ale coordonatelor punctelor de intersecţie prin metoda computaţio-

nală / grafică, cât timp cifrele sunt încă lizibile, paşi prezentaţi în graficele din **figura 3, b**. apoi se trece la ***metoda succesivă*** (**MS**) a ***matematicii atomice*** (**MA)** cu paşii următori (**7** şi **8**) prezentaţi în **tabelul 1.**

aexθ = θ — arcsin[s.sin(θ — ε)]

Aexα = α + arcsin[s.sin(α — ε)]

0 $\frac{\pi}{2}$ π $\frac{3\pi}{2}$ 2π

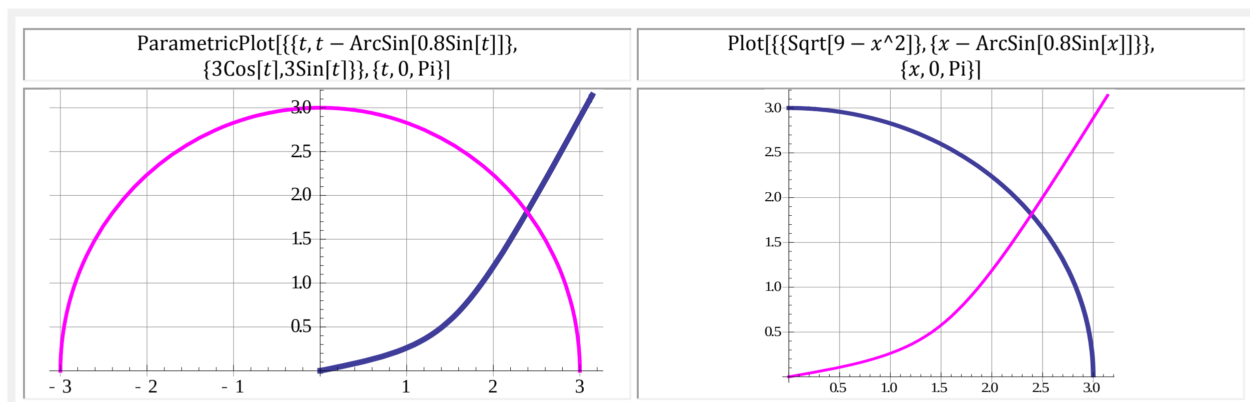
0 $\frac{\pi}{2}$ π $\frac{3\pi}{2}$ 2π

Fig. 2,a Obiectele de bază ale matematicii excentrice: **strâmbe de θ ◄** şi **strâmbe de α ►**,
funcţii inverse una alteia, reprezentate de **FSM—CE *amplitudine excentrică* aexθ** şi **Aexα** de **s ∈ [-1, +1]**

ParametricPlot[{{t, t}, {t, t − ArcSin[0.8Sin[t]]}, {t, t + ArcSin[0.8 Sin[t]/Sqrt[1 + 0.8² − 1.6Cos[t]]]}, {3Cos[t],3Sin[t]}}, {t, −Pi, Pi}]]

ParametricPlot[{{t, t − ArcSin[0.8Sin[t]]}, {3Cos[t],3Sin[t]}}, {t, −Pi, Pi}]

Fig. 3, a Intersecţiile strâmbei de θ ► şi a **strâmbei de α ◄**,
funcţii inverse una alteia, reprezentate de **FSM—CE *amplitudine excentrică, cu* *cercul***



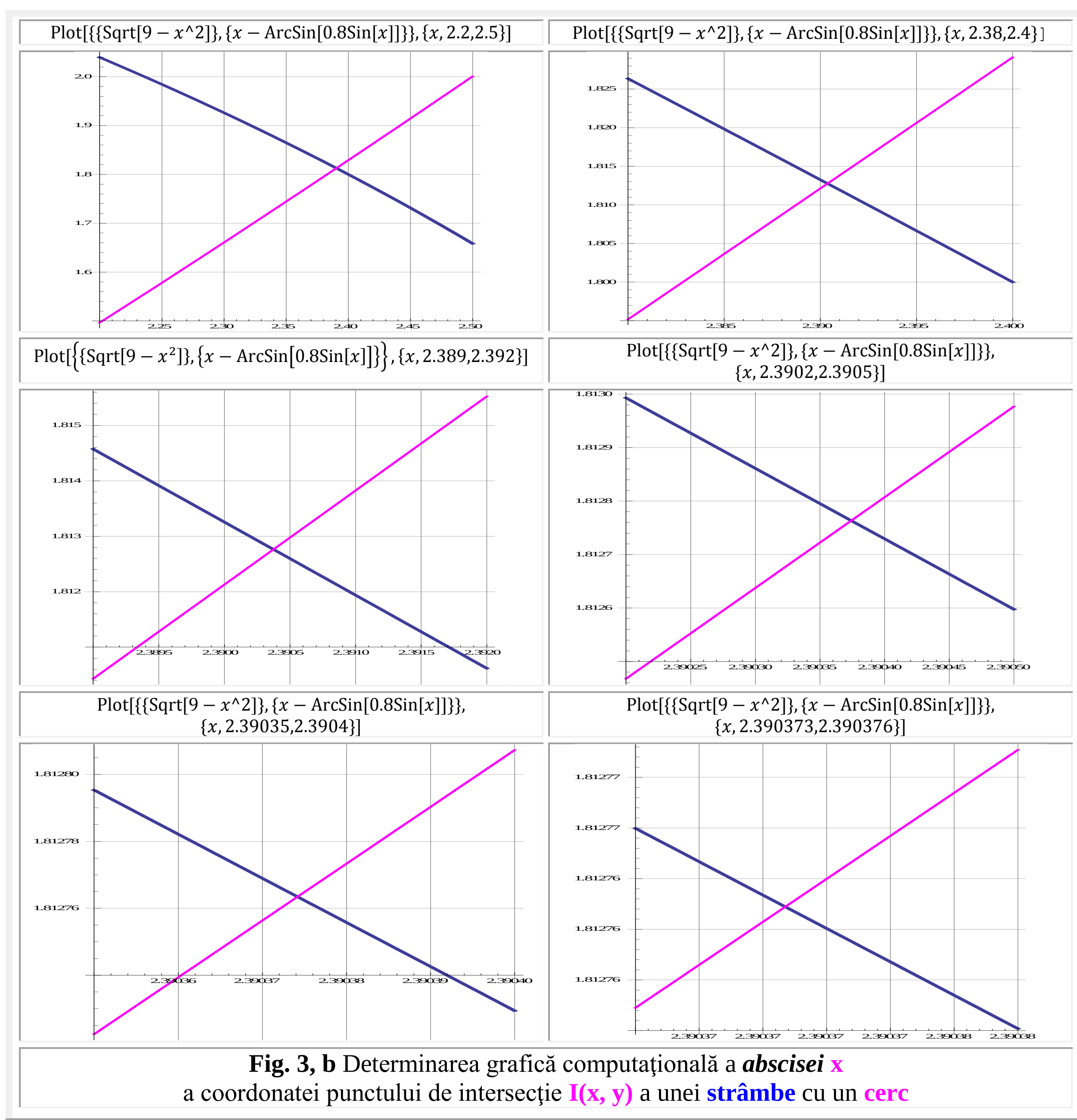


Fig. 3, b Determinarea grafică computaţională a ***abscisei* x**
a coordonatei punctului de intersecţie **I(x, y)** a unei **strâmbe** cu un **cerc**

După 4 paşi s-a ajuns la valoarea ***abscisei x*** a punctului de intersecţie **I(x, y) x = 0,39037** iar după **6** paşi s-a păstrat la aceeaşi valoare **x = 0,39037**.

Pentru o precizie şi mai ridicată se va apela, în continuare, la **matematica atomică** (**MA**) cu ***metoda succesivă*** (**MS**) prezentată în **tabelul 1**, observându-se că prin metoda grafică nu se mai pot face progrese.

Din **tabelul 1** rezultă că următoarele cifre exacte sunt **4** şi **1**, astfel că, soluţia cu ***8 cifre exacte*** în acest moment este **x = 2,3903741…** şi, deşi s-ar putea continua oricât, ne vom opri aici.

Ştiindu-se că punctul de intersecţie aparţine cercului de raza **R** = **3**, ***ordonata y*** va avea valoarea :

(12.4) $\mathbf{y} = \sqrt{R^2 - x^2} = \sqrt{3^2 - \mathbf{2.3903741^2}} = \mathbf{1,8127635427846596}$

astfel că punctul de intersecţie are coordonatele **I** ($\mathbf{2,3903741;\ 1,81276354}$) .

Tabelul 1

DETRMINAREA RĂDĂCINII / SOLUŢIEI PRIN METODA SUCCESIVĂ

Pasul	ECUAŢIA	Eroarea / ABATEREA
7	**2.390370**-ArcSin**[0.8**Sin**[2.390370]]**-$\sqrt{3^2 \cdot 2.390370^2}$	-0.0000125947
	2.390371-ArcSin**[0.8**Sin**[2.390371]]**-$\sqrt{3^2 \cdot 2.390371^2}$	-9.57815×10^{-6}
	2.390372-ArcSin**[0.8**Sin**[2.390372]]**-$\sqrt{3^2 \cdot 2.390372^2}$	-6.56161×10^{-6}
	2.390373-ArcSin**[0.8**Sin**[2.390373]]**-$\sqrt{3^2 \cdot 2.390373^2}$	-3.54507×10^{-6}
	2.390374-ArcSin**[0.8**Sin**[2.390374]]**-$\sqrt{3^2 \cdot 2.390374^2}$	-5.28524×10^{-7}
	2.390375-ArcSin**[0.8**Sin**[2.390375]]**-$\sqrt{3^2 \cdot 2.390375^2}$	2.48802×10^{-6}
	2.390376-ArcSin**[0.8**Sin**[2.390376]]**-$\sqrt{3^2 \cdot 2.390376^2}$	5.50457×10^{-6}
	2.390377-ArcSin**[0.8**Sin[2.390377]]-$\sqrt{3^2 \cdot 2.390377^2}$	8.52111×10^{-6}
	2.390378-ArcSin**[0.8**Sin**[2.390378]]**-$\sqrt{3^2 \cdot 2.390378^2}$	0.0000115377
	2.390379-ArcSin**[0.8**Sin**[2.390379]]**-$\sqrt{3^2 \cdot 2.390379^2}$	0.0000145542
	2.390380-**ArcSin**[0.8**Sin**[2.390380]]-$\sqrt{3^2 \cdot 2.390380^2}$	0.0000175708
8	**2.3903740**-ArcSin**[0.8**Sin**[2.3903740]]**-$\sqrt{3^2 \cdot 2.3903740^2}$	-5.28524×10^{-7}
	2.3903741-ArcSin**[0.8**Sin**[2.3903741]]**-$\sqrt{3^2 \cdot 2.3903741^2}$	-2.268×10^{-7}
	2.3903742-ArcSin**[0.8**Sin**[2.3903742]]**-$\sqrt{3^2 \cdot 2.3903742^2}$	7.47845×10^{-8}
	2.3903743-ArcSin**[0.8**Sin**[2.3903743]]**-$\sqrt{3^2 \cdot 2.3903743^2}$	3.76439×10^{-7}

3 SUPERNOVELE CA INTERSECŢII ÎN 3D+

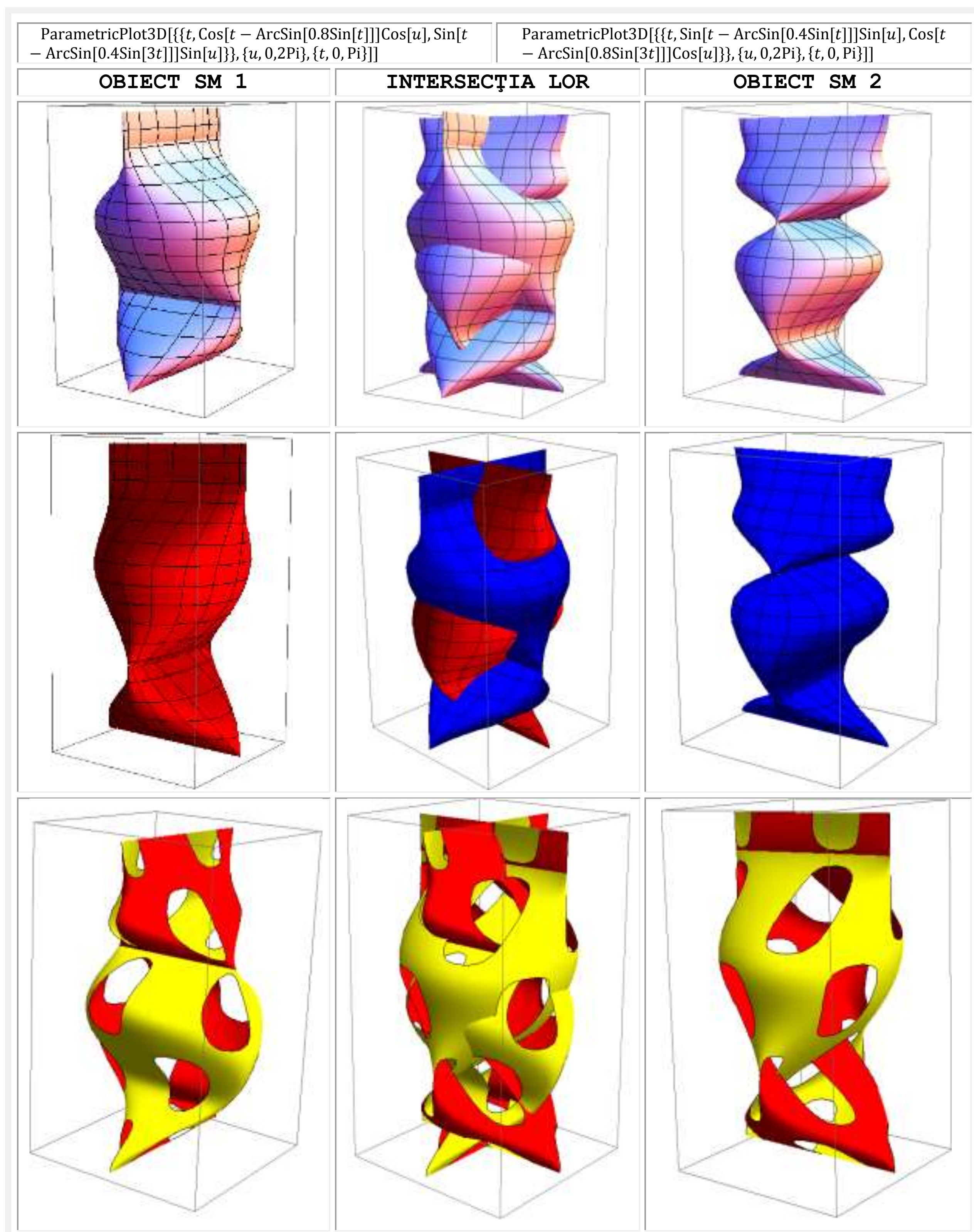
O explozie nova, sau una mult mai puternică denumită ***supernovă***, este produsă în ***interacţiunea a două stele*** care sunt foarte apropiate una de cealaltă. Mai pe scurt şi pe înţelesul tuturor, este o ***intersecţie*** a două stele. ***Supernova matematică*** poate fi considerată o ***intersecţie a două obiecte matematice 3D***, care, evident, nu explodează dar nasc un obiect nou şi, uneori, foarte interesant. ***Nova*** insemnând ***nouă***.

Dacă **matematica centrică** (**MC**) cu cele mai evoluate programe matematice n-a reuşit să determine soluţiile /rădăcinile unor ecuaţii matematice, sau coordonatele punctelor de intersecţie a unor curbe sau suprafeţe şi în ***special supermatematice***, noua metodă descrisă în lucrare "**MATEMATICA ATOMICA**" a reuşit cu brio să soluţioneze aceste probleme; noua metodă fiind denumită "***Determinarea succesivă a cifrelor numărului soluţie***" al oricarei ecuaţii algebrice de orice grad şi tip.

Astfel, în **figura 4,a** sunt reprezentate în mai multe moduri cele două obiecte supermatematice separate precum şi ***noul*** obiectul supermatematic ***supernovă*** în **3D**.

Obiectele şi intersecţia sunt reprezentată în 3 moduri diferite pentru a se facilita înţelegerea / evidenţierea celor două obiecte intersectate.

Cea mai clară intersecţie este cea reprezentată prin culori diferite pentru fiecare obiect. Dar nu este şi cea mai atristică, mai plăcută ochiului.


ParametricPlot3D[{{t, Cos[t − ArcSin[0.8Sin[t]]]Cos[u], Sin[t − ArcSin[0.4Sin[3t]]]Sin[u]}}, {u, 0,2Pi}, {t, 0, Pi}]]
ParametricPlot3D[{{t, Sin[t − ArcSin[0.4Sin[t]]]Sin[u], Cos[t − ArcSin[0.8Sin[3t]]]Cos[u]}}, {u, 0,2Pi}, {t, 0, Pi}]]
OBIECT SM 1
INTERSECŢIA LOR
OBIECT SM 2

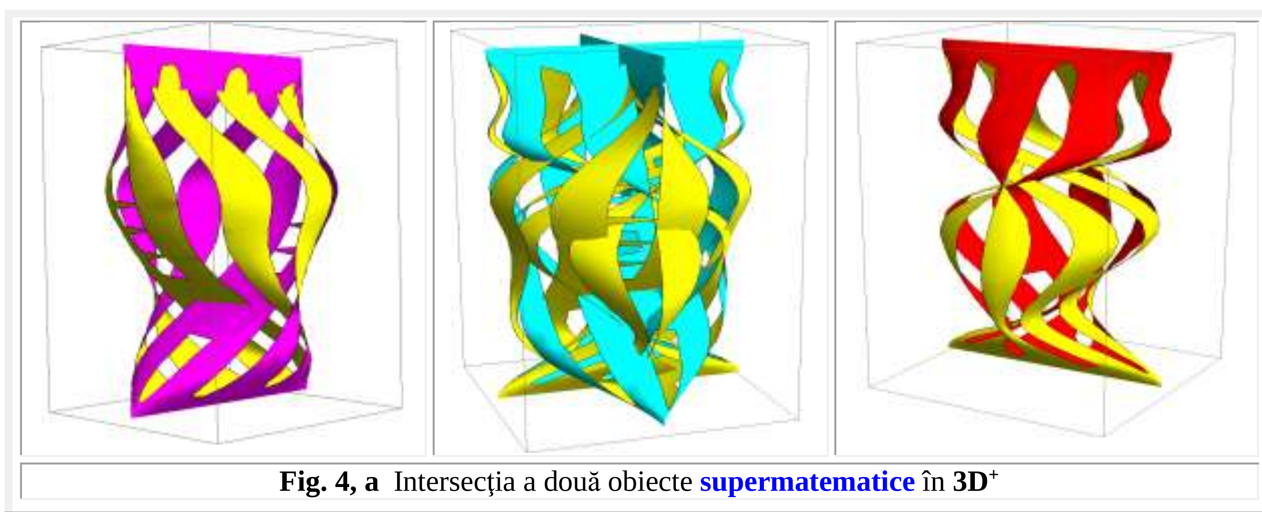
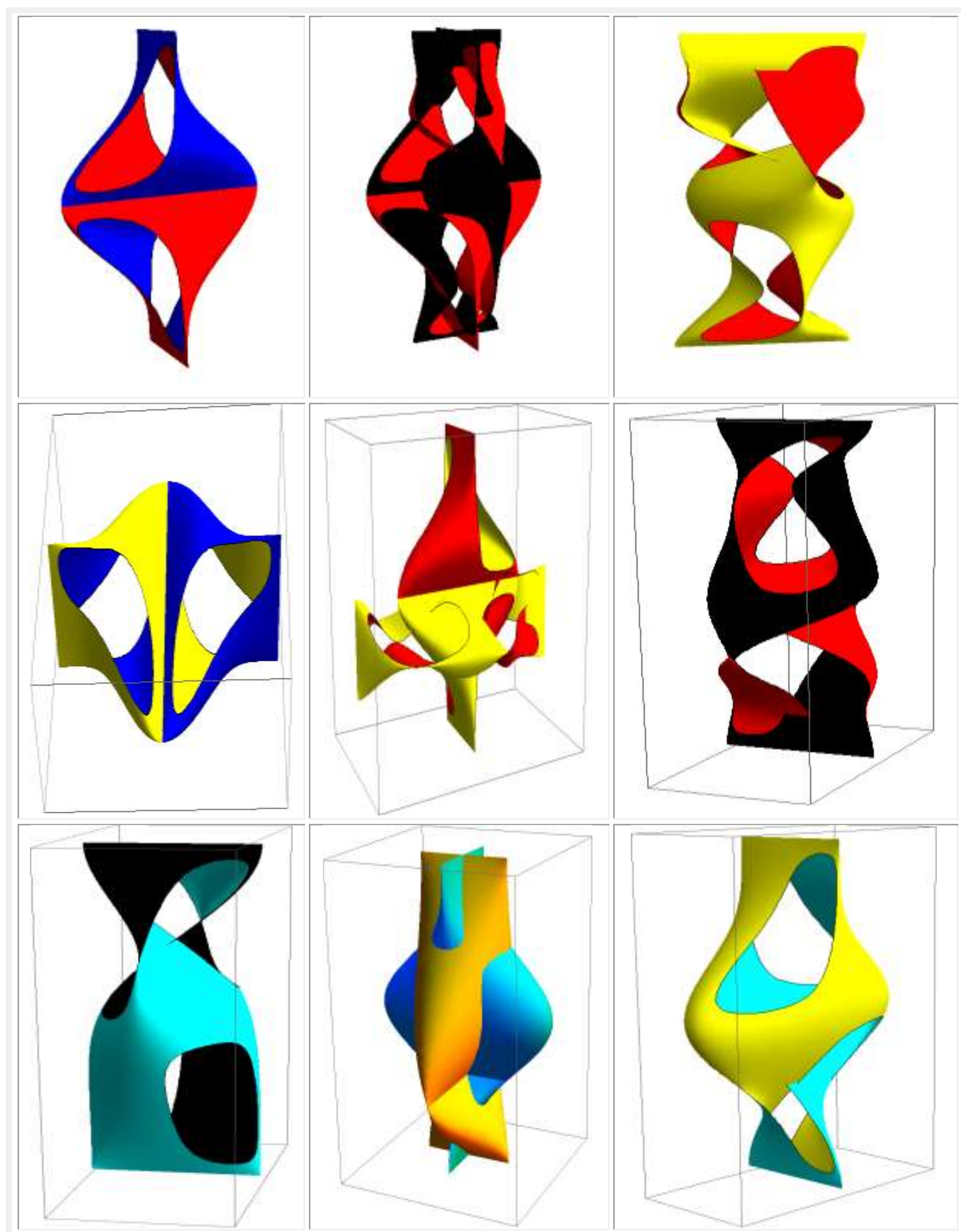
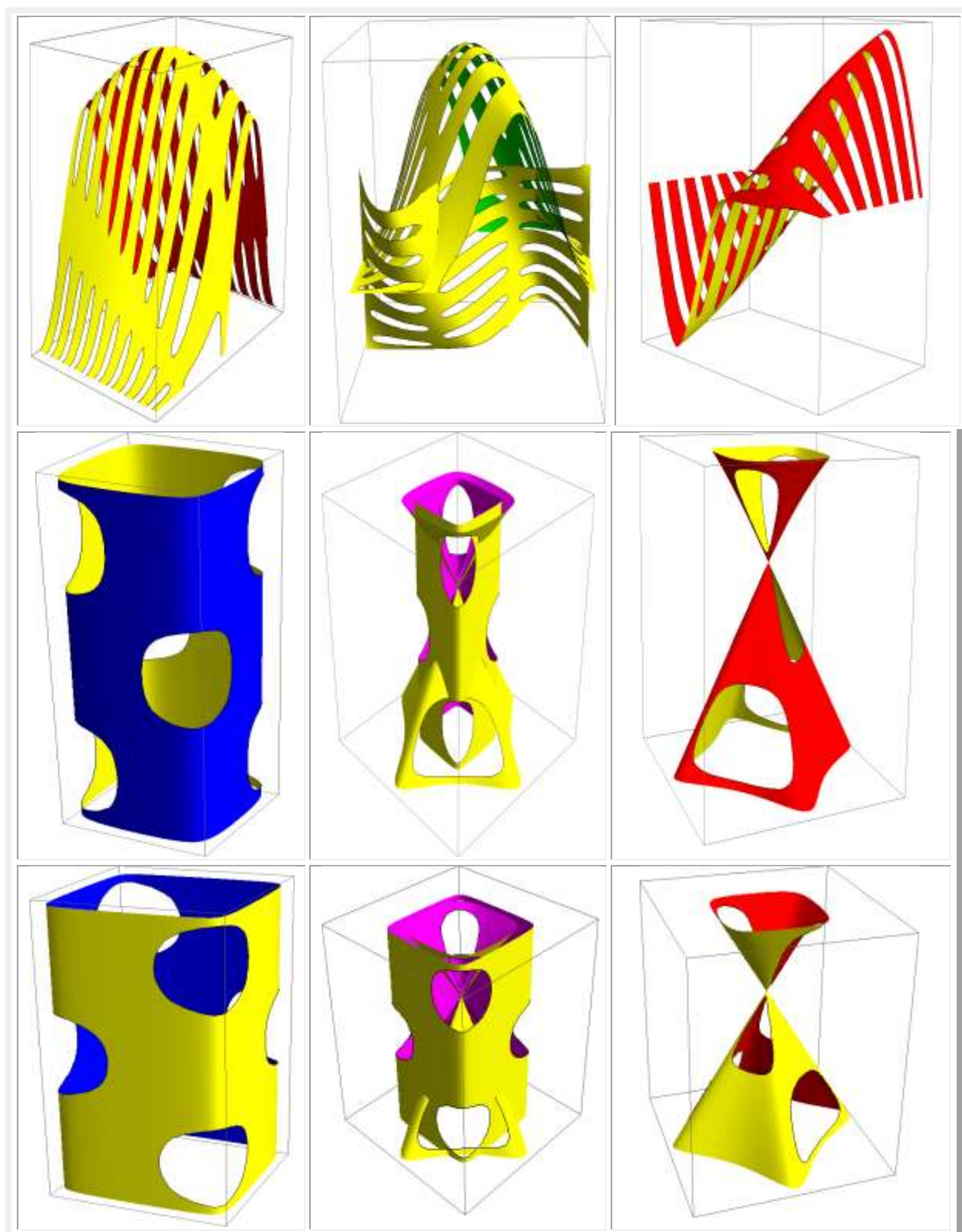


Fig. 4, a Intersecţia a două obiecte **supermatematice** în **3D⁺**

Obiectul SM 1	**INTERSECŢIA LOR**	**Obiectul SM 2**





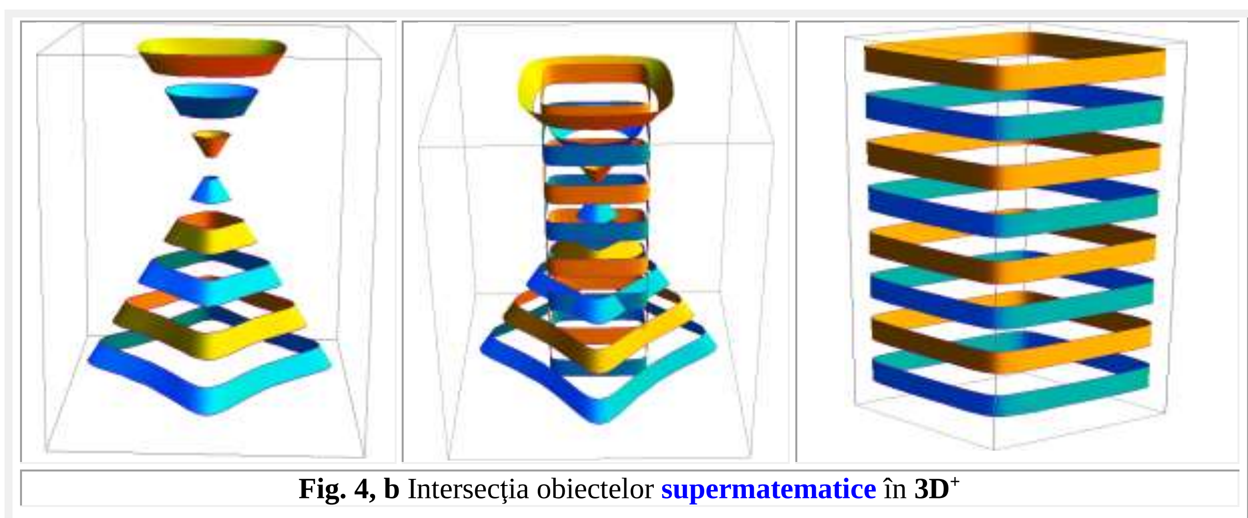


Fig. 4, b Intersecţia obiectelor **supermatematice** în **3D⁺**

ParametricPlot3D[{{t, Cos[t − ArcSin[0.9Sin[t]]]Cos[u], Sin[t − ArcSin[0.2Sin[3t]]]Sin[u]},
{t, Sin[t − ArcSin[0.9Sin[t]]]Sin[u], Cos[t − ArcSin[0.2Sin[3t]]]Cos[u]}}, {u, 0,2Pi}, {t, 0, Pi}]

ParametricPlot3D[{{t, Cos[t − ArcSin[0.98Sin[t]]]Cos[u], Sin[t − ArcSin[0.98Sin[3t]]]Sin[u]},
{t, Sin[t − ArcSin[0.98Sin[t]]]Sin[u], Cos[t − ArcSin[0.98Sin[3t]]]Cos[u]}}, {u, 0,2Pi}, {t, 0, Pi}]]

Fig. 4, c Obiecte **SN** ca intersecţii a două obiecte **supermatematice** în **3D⁺**

OBIECTE SUPERMATEMATICE SUPERNOVE ÎN COORDONATE POLARE

Ecuaţiile **FSN** sunt prezentate în cadrul în cele două proiecţii pentru a defini mai complet aceste obiecte complexe. Obiectele foarte complexe pot fi reprezentate chiar şi în 3 vederi.

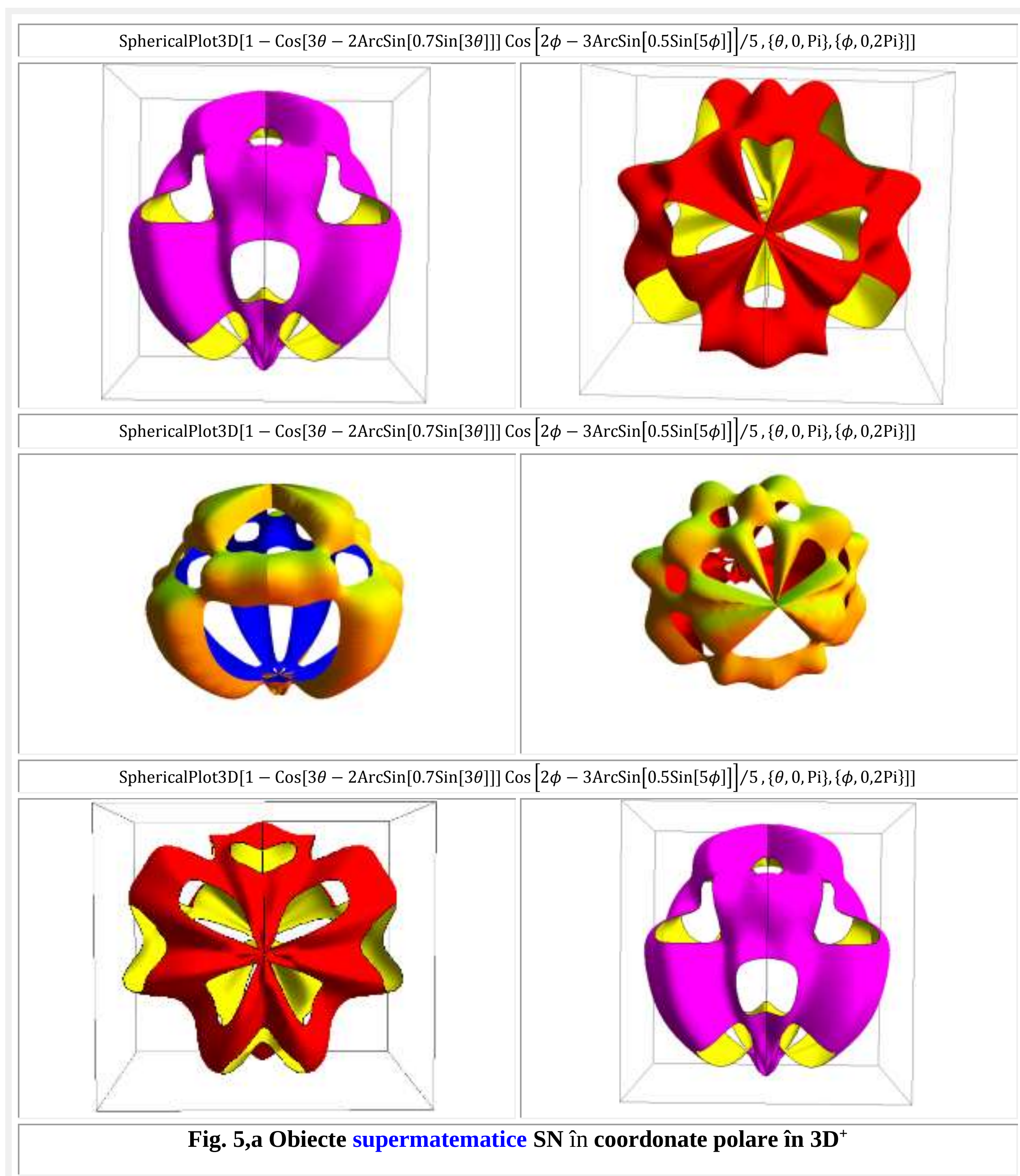


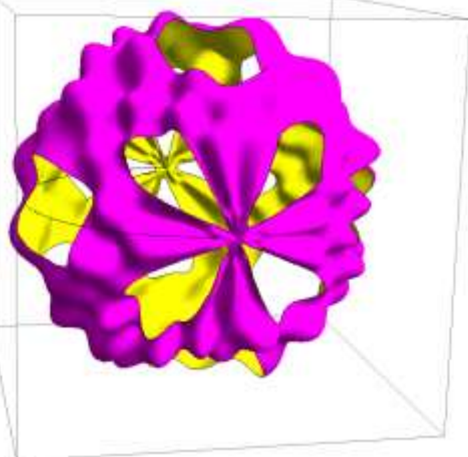
Fig. 5,a Obiecte supermatematice SN în **coordonate polare în 3D**$^{+}$

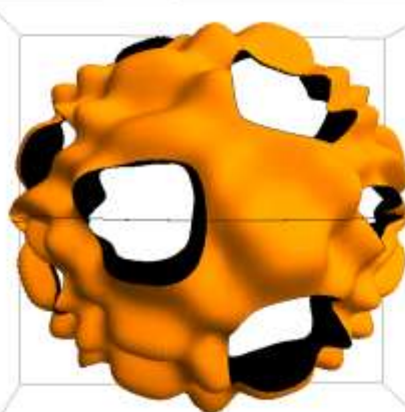
SphericalPlot3D[1 − Cos[θ − ArcSin[0.7Sin[3θ]]] Cos[ϕ − ArcSin[0.5Sin[5ϕ]]]/5 , {θ, 0, Pi}, {ϕ, 0,2Pi}



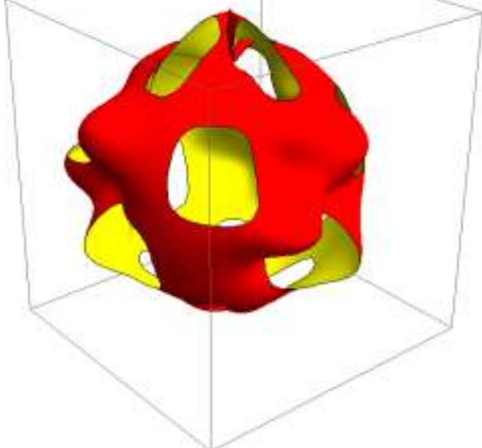


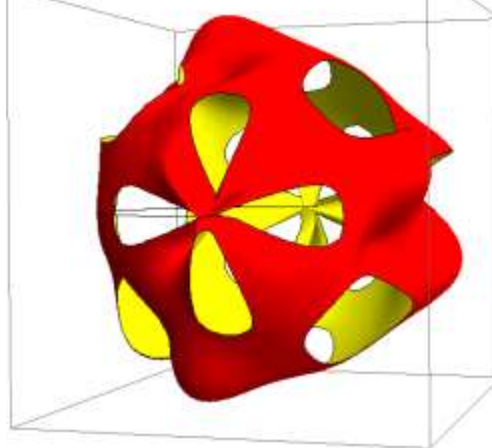
SphericalPlot3D[2 − Cos[2θ − 5ArcSin[0.7Sin[4θ]]] Sin[3ϕ − 4ArcSin[0.95Sin[3ϕ]]]/5 , {θ, 0, Pi}, {ϕ, 0,2Pi}





SphericalPlot3D[1 − Cos [2θ − 4ArcSin[0.7Sin[2θ]]] Sin [3ϕ − 2ArcSin[0.5Sin[3ϕ]]]/5 , {θ, 0, Pi}, {ϕ, 0,2Pi}]]





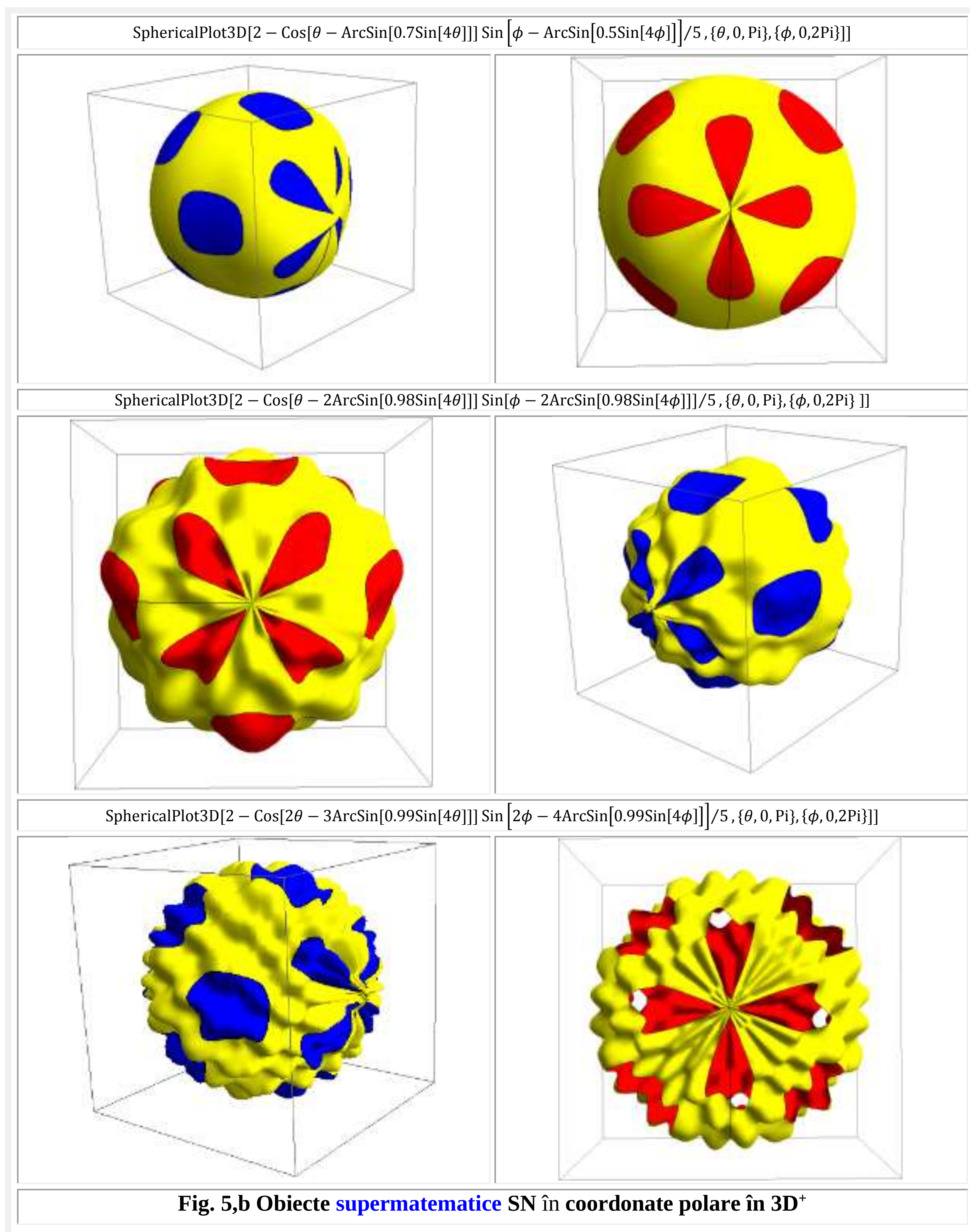


Fig. 5,b Obiecte supermatematice SN în **coordonate polare în 3D⁺**

OBIECTE SUPERMATEMATICE CENTRICE

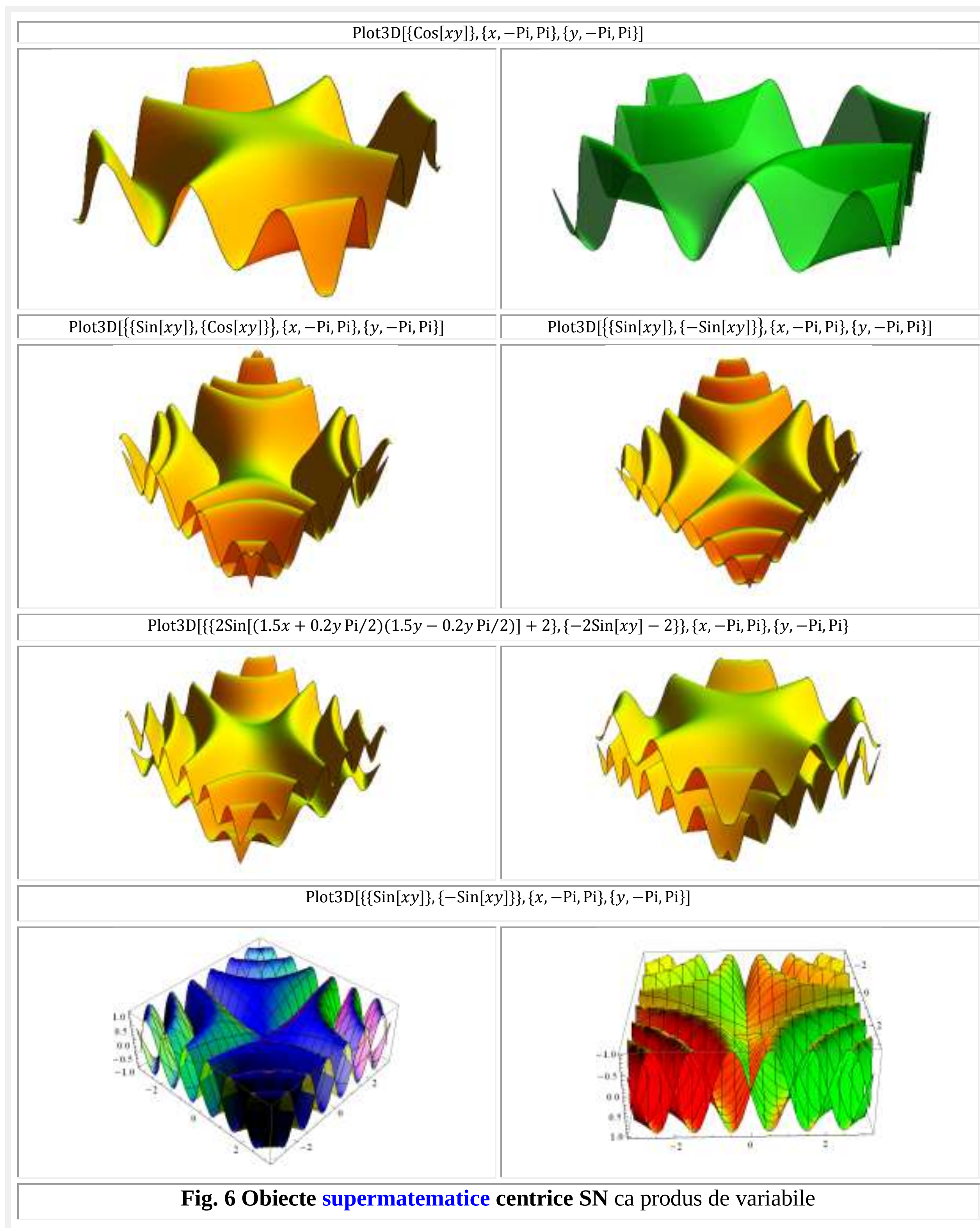
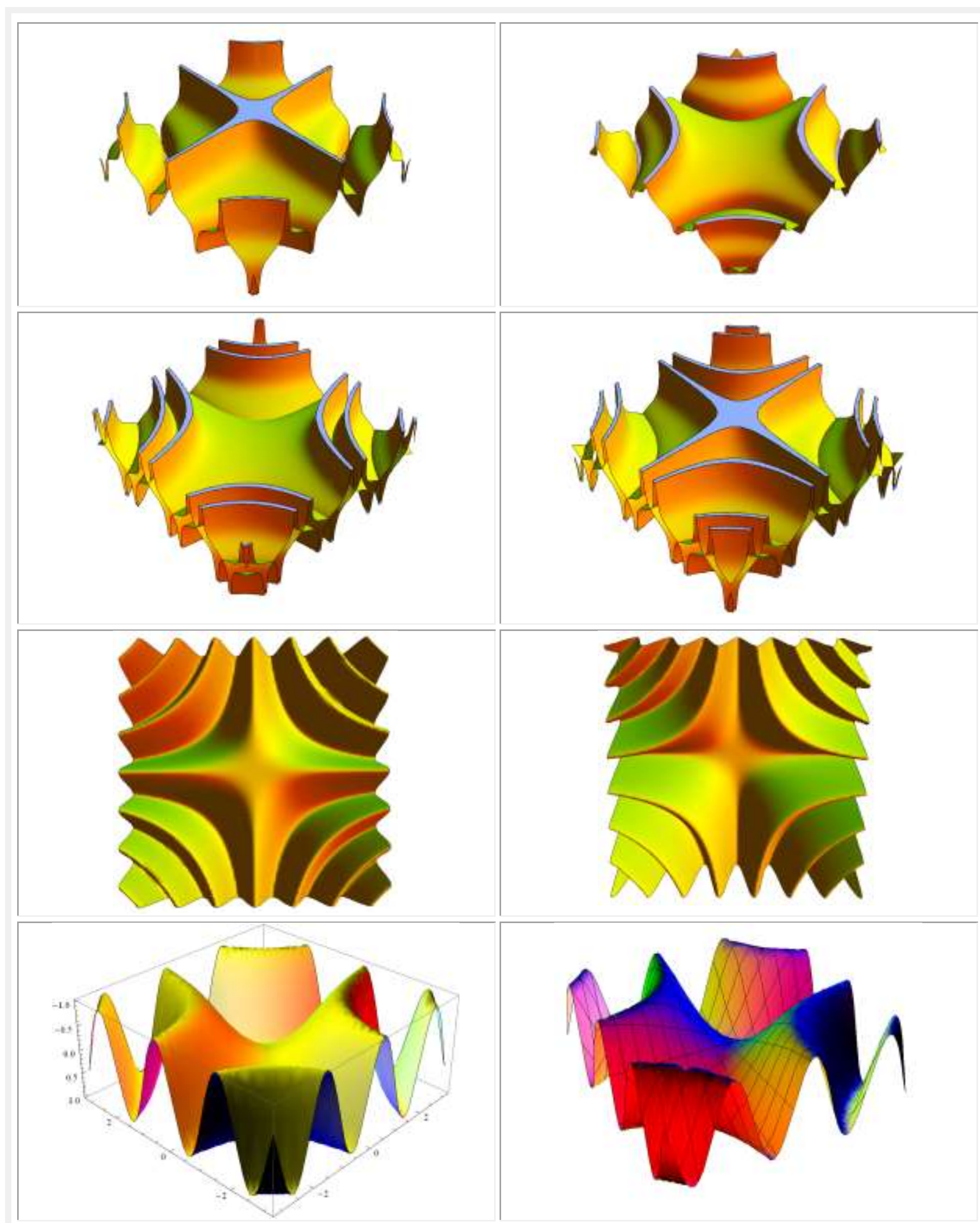


Fig. 6 Obiecte supermatematice centrice SN ca produs de variabile

ACELEAŞI FIGURI ÎN ALTE CULORI



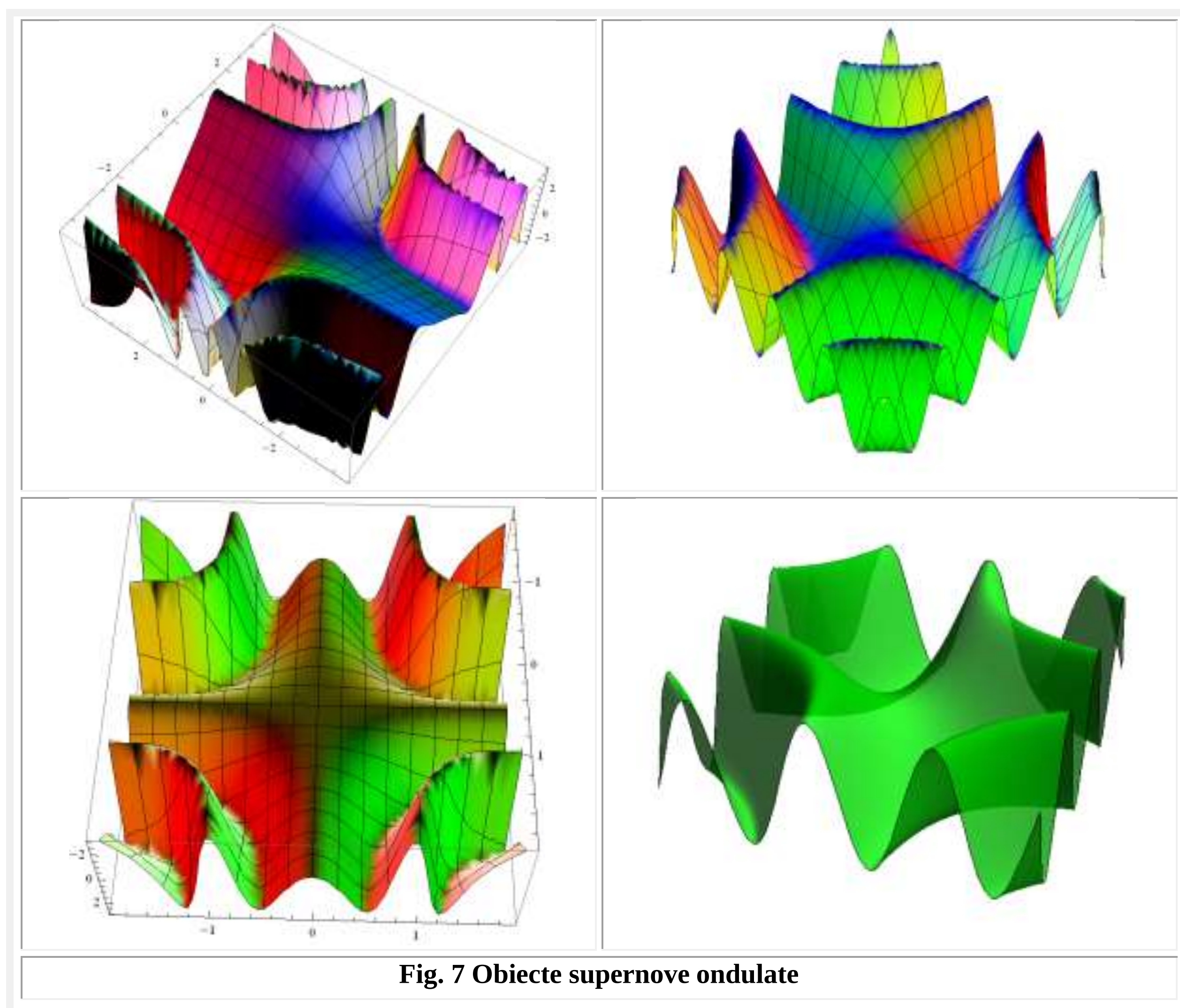


Fig. 7 Obiecte supernove ondulate

CURBE SN CA FIGURI LISSAJOUS – CEBIŞEV EXCENTRICE

Sunt realizate cu programul **Mathematica 8** al lui **Stephan Wolfram** prezentata în **figura 8,** în care variabila **t** a fost înlocuită cu diverse **funcţii supermatematice** ***circulare excentrice*** (**FSM–CE**).

În figura amintită anterior înlocuirea a fost realizată cu funcţia radical din amplitudinea excentrică de variabila ***excentrică θ***, în alte cazuri cu **FSM–CE** amplitudine excentrică de variabilă ***centrică α***

(1) $$\begin{cases} \mathbf{aex\theta} = \boldsymbol{\theta} - \arcsin[\mathbf{s}\sin(\boldsymbol{\theta} - \boldsymbol{\varepsilon})] \\ \boldsymbol{Aex\alpha} = \alpha + arcsin\frac{s.\sin(\alpha-\varepsilon)}{\sqrt{1+s^2-2s.\cos(\alpha-\varepsilon)}} \end{cases}$$

(2) $$\sqrt{aex[\theta, S(s,\varepsilon)]} = \sqrt{\theta - arcsin[s.sin\theta]}$$

în care ***excentricitatea unghiulară ε*** a fost aleasă nulă iar ***excentricităţile liniare numerice*** s-au ales de **0,2**; **0,6** şi **0,9**.

Funcţiile **Lissajous** sunt curbe plane dar în cazul prezentat ele devin curbe strâmbe în spaţiu şi, prin acest lucru, devin şi funcţii / ***curbe supernove excentrice***.

Sunt şi cazuri în care înlocuirea variabilei s-a făcut cu alte tipuri de funcţii supermatematice precum cele quadrilobe / cvadrilobe, trilobe ş.m.a.

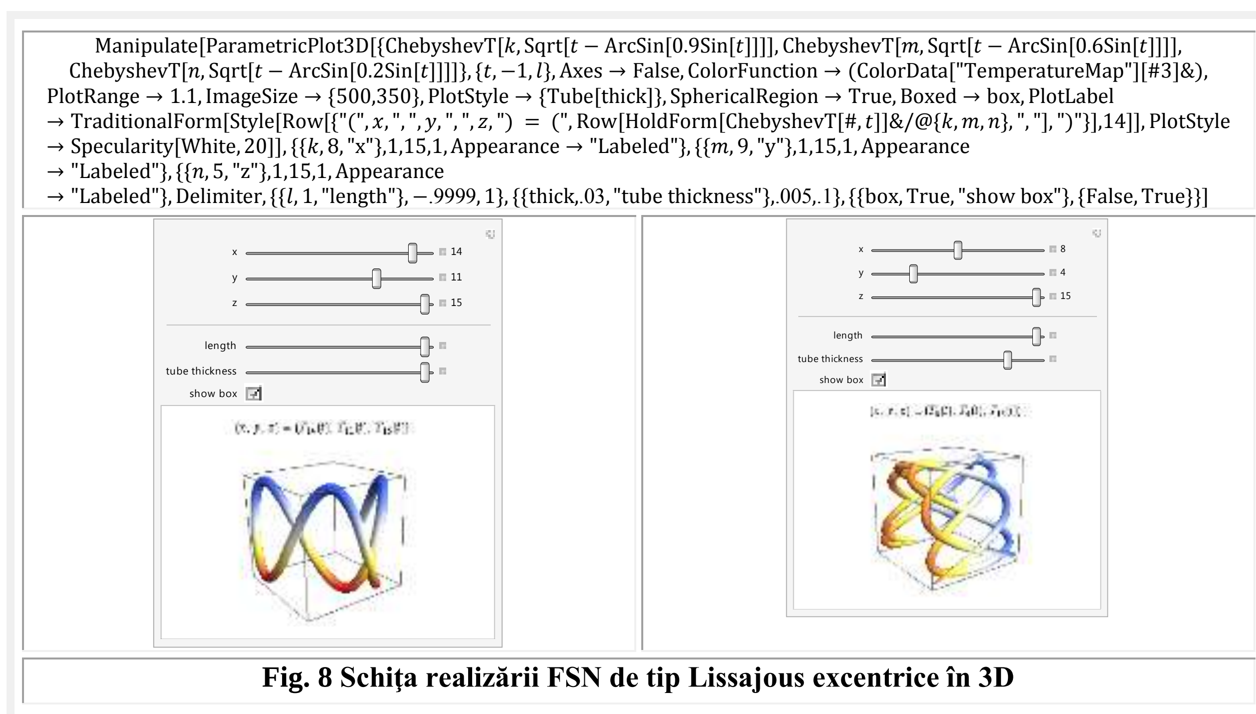
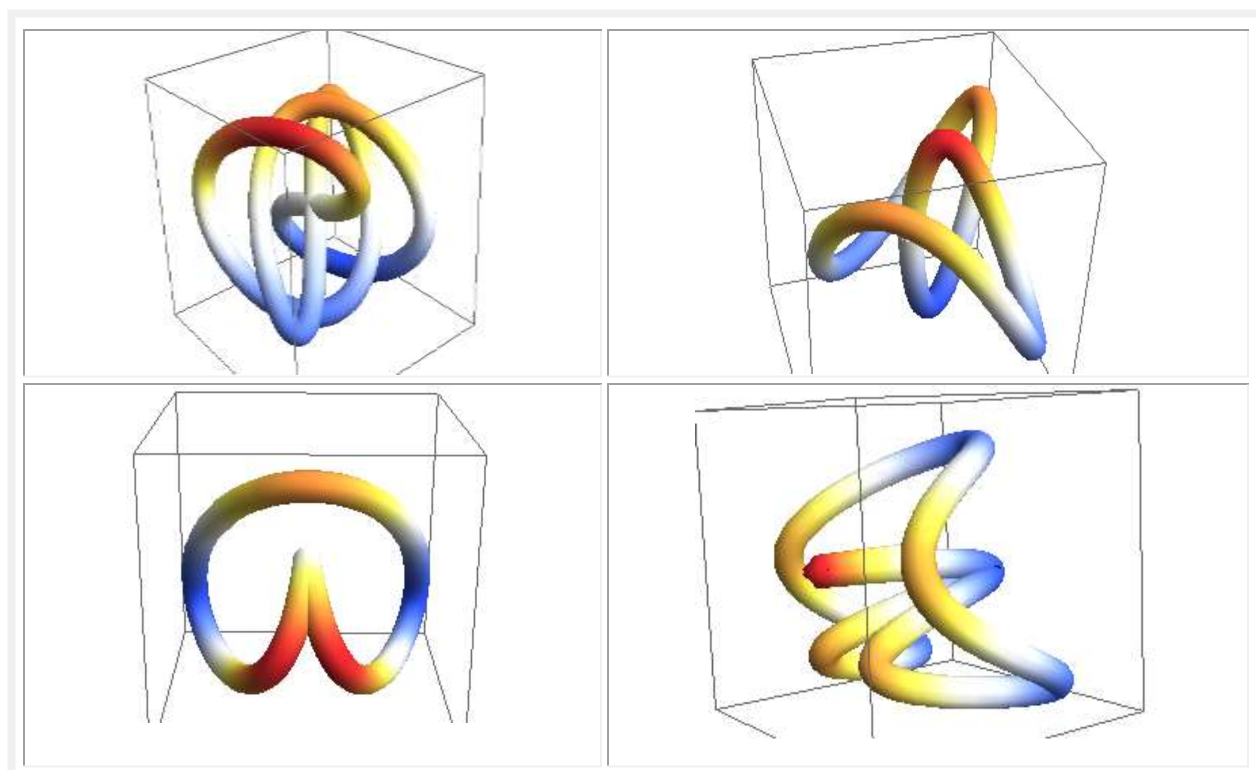


Fig. 8 Schiţa realizării FSN de tip Lissajous excentrice în 3D



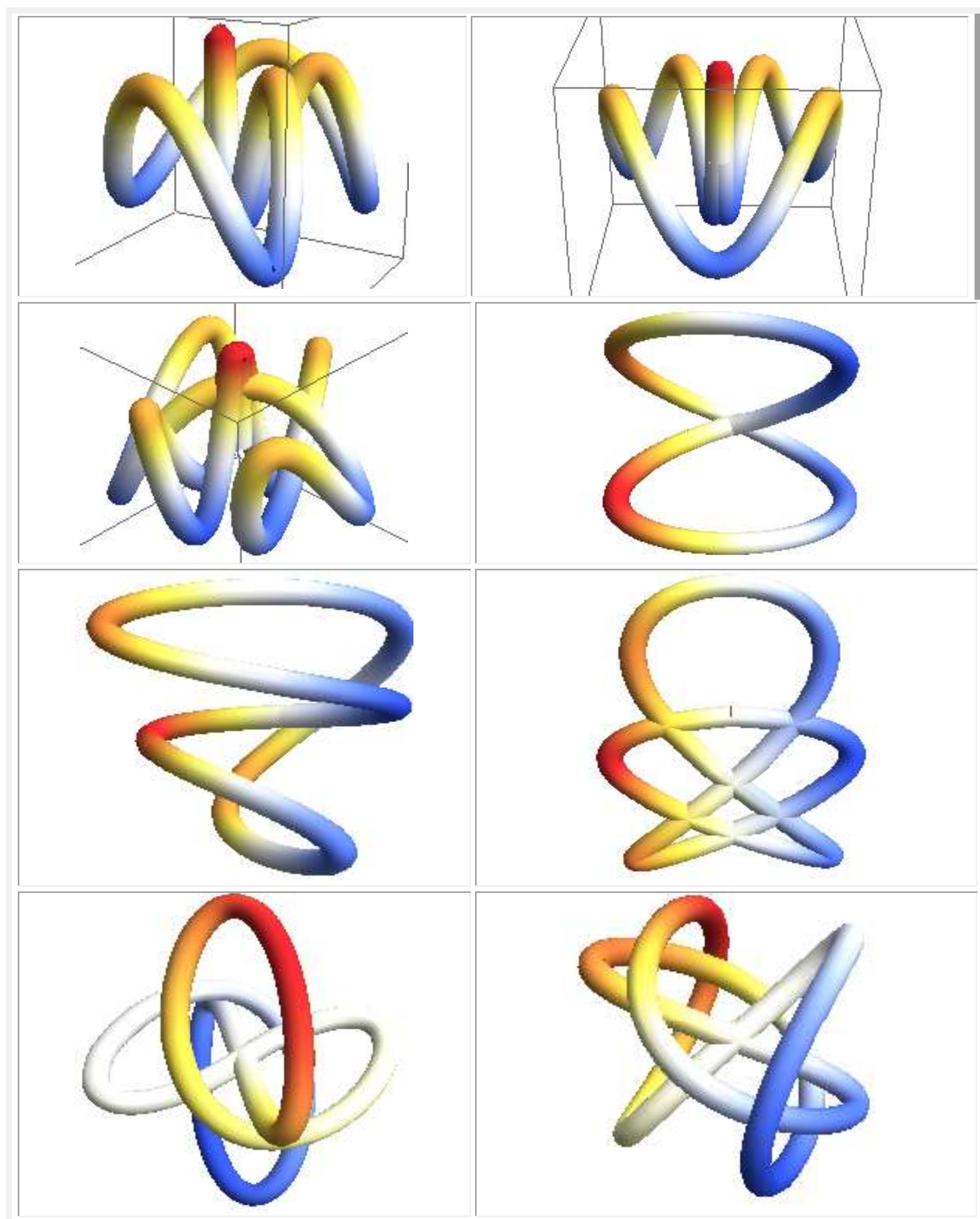
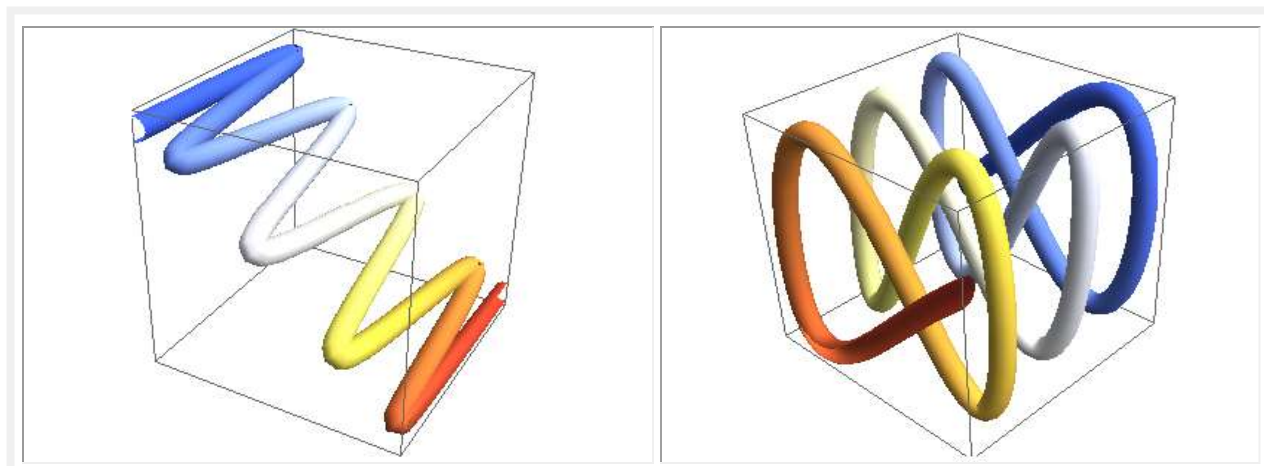
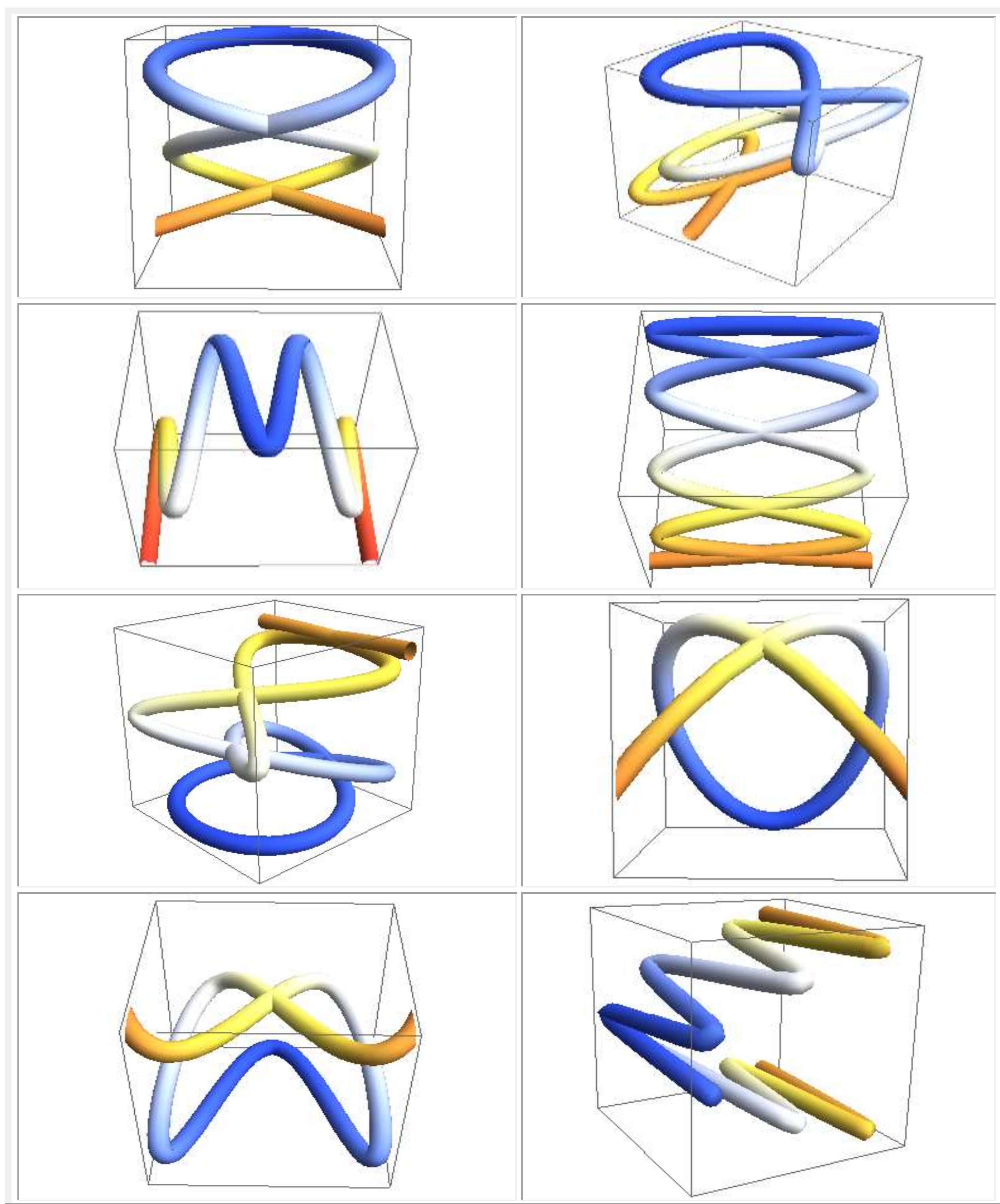
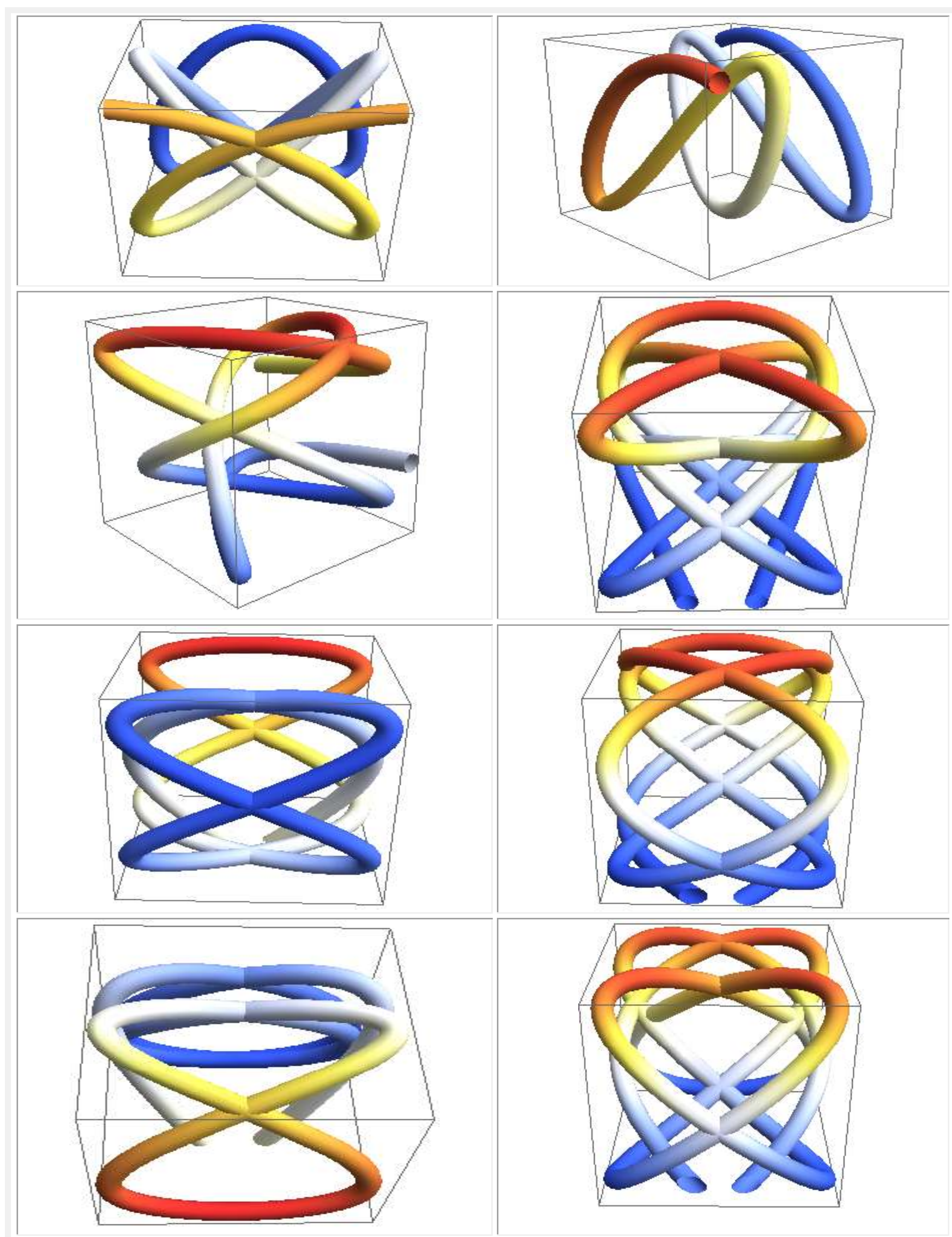


Fig. 9 Obiecte supernove tip Cebîşev – Lissajous excentrice







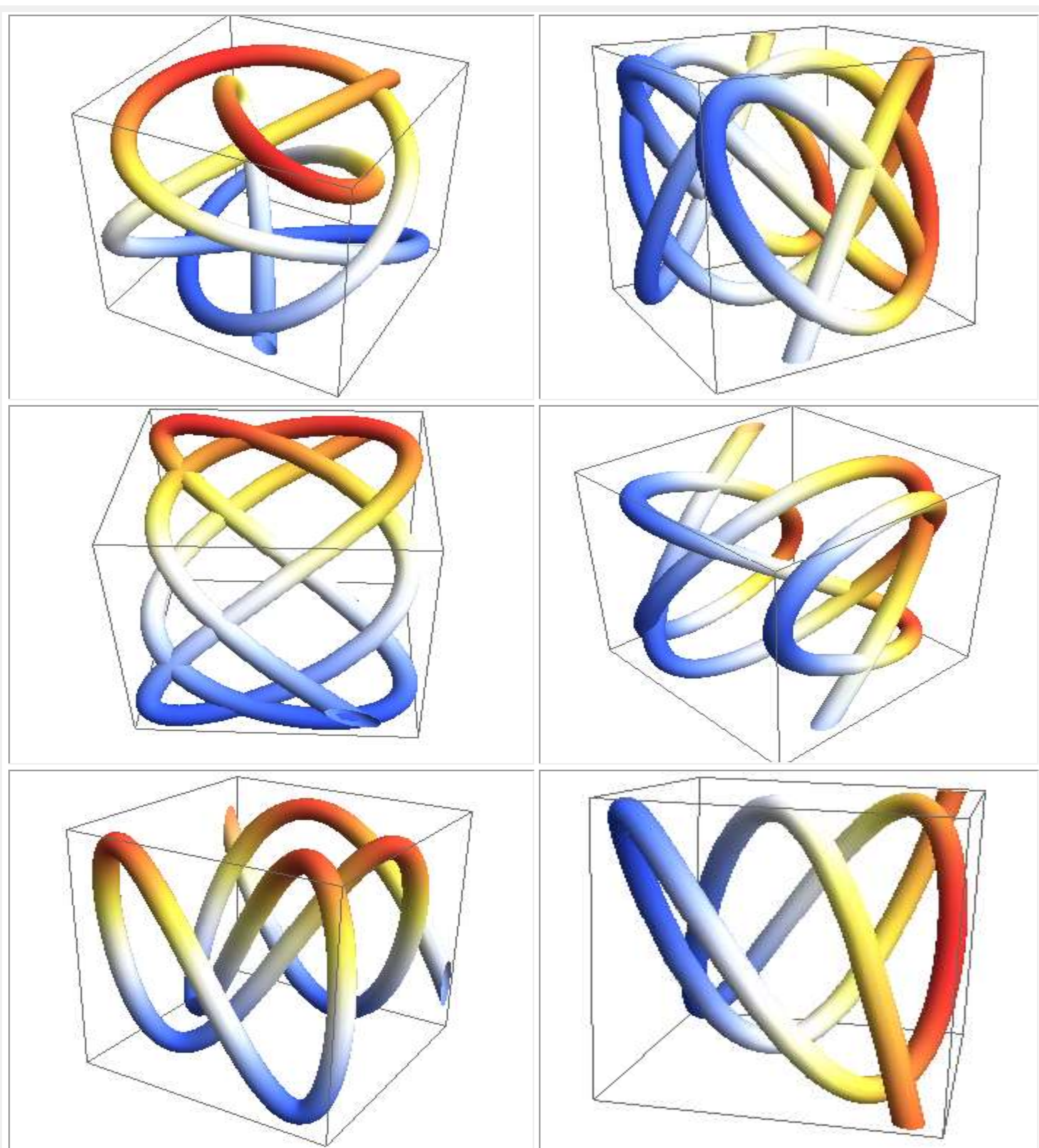


Fig. 10 FIGURI LISSAJOUS SN

www.SuperMatematica.ro

Motto: ”Cele mai simple formule din matematică
au deschis calea către cele mai mari descoperiri ”
Grigore Rotaru

CAPITOLUL XIX

FIGURI LISSAJOUS SUPERNOVE CENTRICE ŞI EXCENTRICE

1 INTRODUCERE

Curbele, denumite şi **figuri** sau franjuri **Lissajous** derivă de la numele matematicianului francez **Jules Antoine Lissajous**. Acum suntem obligaţi să le denumim şi **centrice**, din momentul în care au apărut şi alte **familii** de “figuri **supermatematice** (**Lissajous**) **excentrice**, **elevate** **şi** **exotice**” mai generale, care, evident, nemaifiind figuri **Lissajous,** sunt numite **figuri supermatematice** (**SM**) **excentrice** (**FSME**), **elevate** (**FSMEL)** şi **exotice** (**FSME**x), iar acum şi cele **supernove (FSN)**.

Figurile Lissajous centrice reprezintă traiectoria plană descrisă de un punct în reprezentările modificate (2) ale cercului (1):

(1) $\begin{cases} x = R\ cos\alpha \\ y = R\ sin\alpha \end{cases} \rightarrow$

(2) $\begin{cases} x = R.\cos(m\alpha) = R.\cos(\omega_1 t) \\ y = R.\sin(n\alpha + \varphi) = R.\sin(\omega_2 t + \varphi) \end{cases}$

sau ale elipsei (3) → (4):

(3) $\begin{cases} x = a\ cos\alpha \\ y = b.sin\alpha \end{cases} \rightarrow$

(4) $\begin{cases} x = a\ ,\cos(m\alpha) = R.cos\omega_1 t \\ y = b.\sin(n\alpha + \varphi\ ) = R.\sin(\omega_2 t + \varphi) \end{cases}$

Din punct de vedere mecanic şi, mai precis, al dinamicii unui punct material, figurile **Lissajous centrice** reprezintă traiectoria în plan al unui punct forţat să participe simultan la două oscilaţii armonice, după cele două direcţii perpendiculare din plan. Aceste curbe sunt **transcendente**, respectiv, algebrice dacă raportul $\frac{m}{n} = \frac{\omega_1}{\omega_2}$ este **iraţional**, respectiv, raţional.

Dacă **m = n**, adică perioadele oscilaţiilor sunt egale (**$\omega 1$ = $\omega 2$**), traiectoria / curba este o **elipsă**, dacă **a ≠ b** şi un **cerc** dacă **a = b = R** şi dacă **φ =** kπ , (k = 0, 1, 2, 3…), adică pentru 0, π, 2π, 3π, … Dacă această diferenţă de **fază φ** este 0, $\pi/2$sau (2k + 1) **π**/2, cercul şi / sau elipsa degenerează în două segmente de dreaptă, suprapuse peste una dintre bisectoarele planului, sau peste diagonalele unui pătrat şi /sau, respectiv, ale unui dreptunghi.

Ele, figurile **Lissajous** centrice, pot degenera în două **segmente de dreaptă** confundate, suprapuse peste prima bisectoare dacă **$\varphi = \pi/2$**(1 + 4k), (k = 0, 1, 2, 3…), adică pentru **$\pi/2$, $5\pi/2$, $9\pi/2$, …** şi se suprapun peste a doua bisectoarea, dacă **$\varphi = \pi/2$(**3 + 4k**),** (k = 0, 1, 2, 3…), adică pentru **$3\pi/2$, $7\pi/2$,$11\pi/2$,….**

Graficele celor anterior enunţate sunt ilustrate tabelar în **figura 1** ca funcţii de **m/n** şi φ.

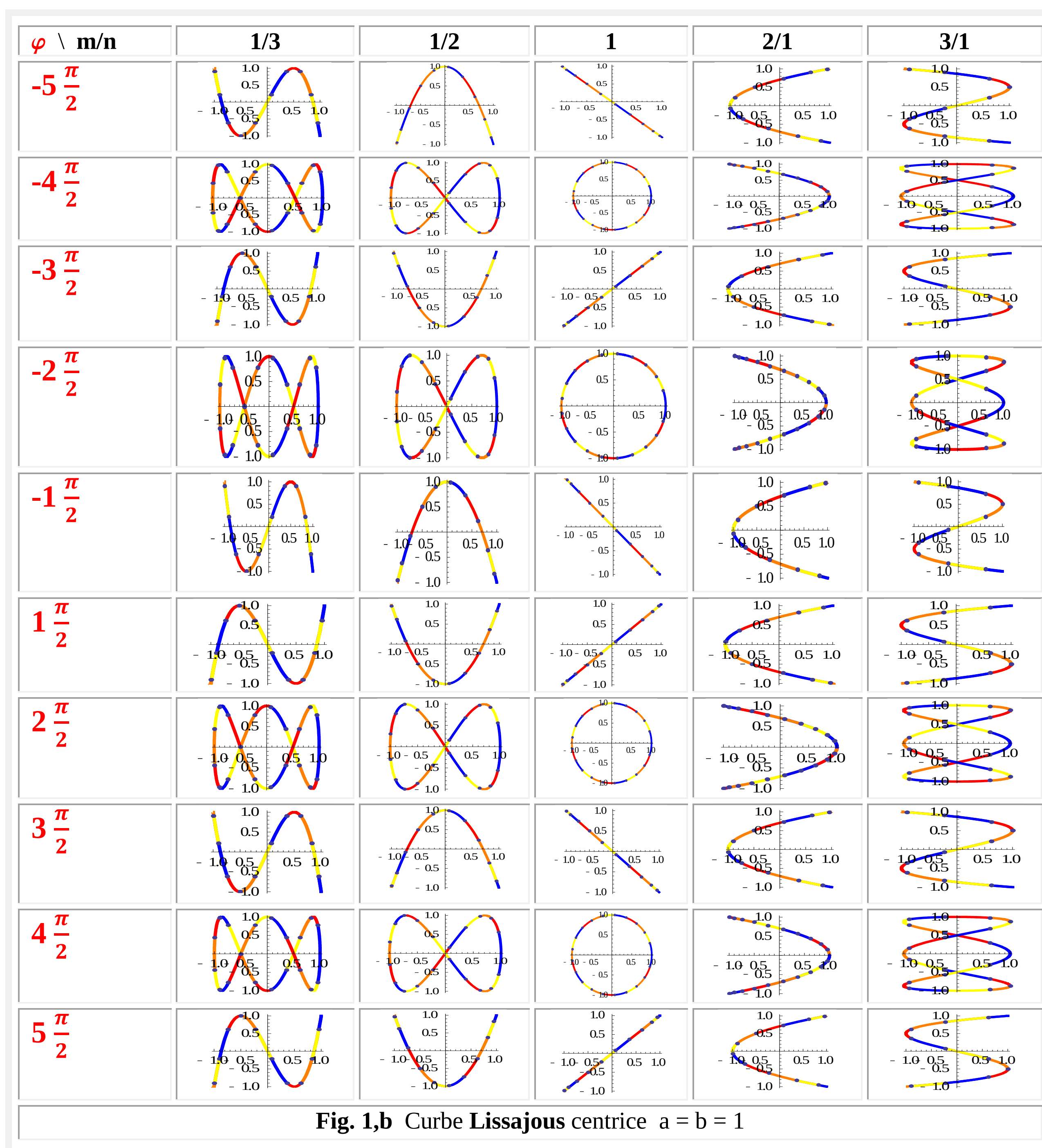


Fig. 1,b Curbe **Lissajous** centrice a = b = 1

Toate cestea sunt figuri plane, în **2D,** şi pot deveni figuri plane şi în **3D**. Dacă devin figuri strâmbe, evident în **3D**, atunci devin şi figuri **Lissajous supernove** (**FL**SN) centrice care au o singură curbă SN sau excentrică cu o infinitate de curbe SN dintre care, în diverse figuri, pentru **s ∈ [0, 1]** sunt reprezentate 11 figuri / curbe cu pasul 0,1.

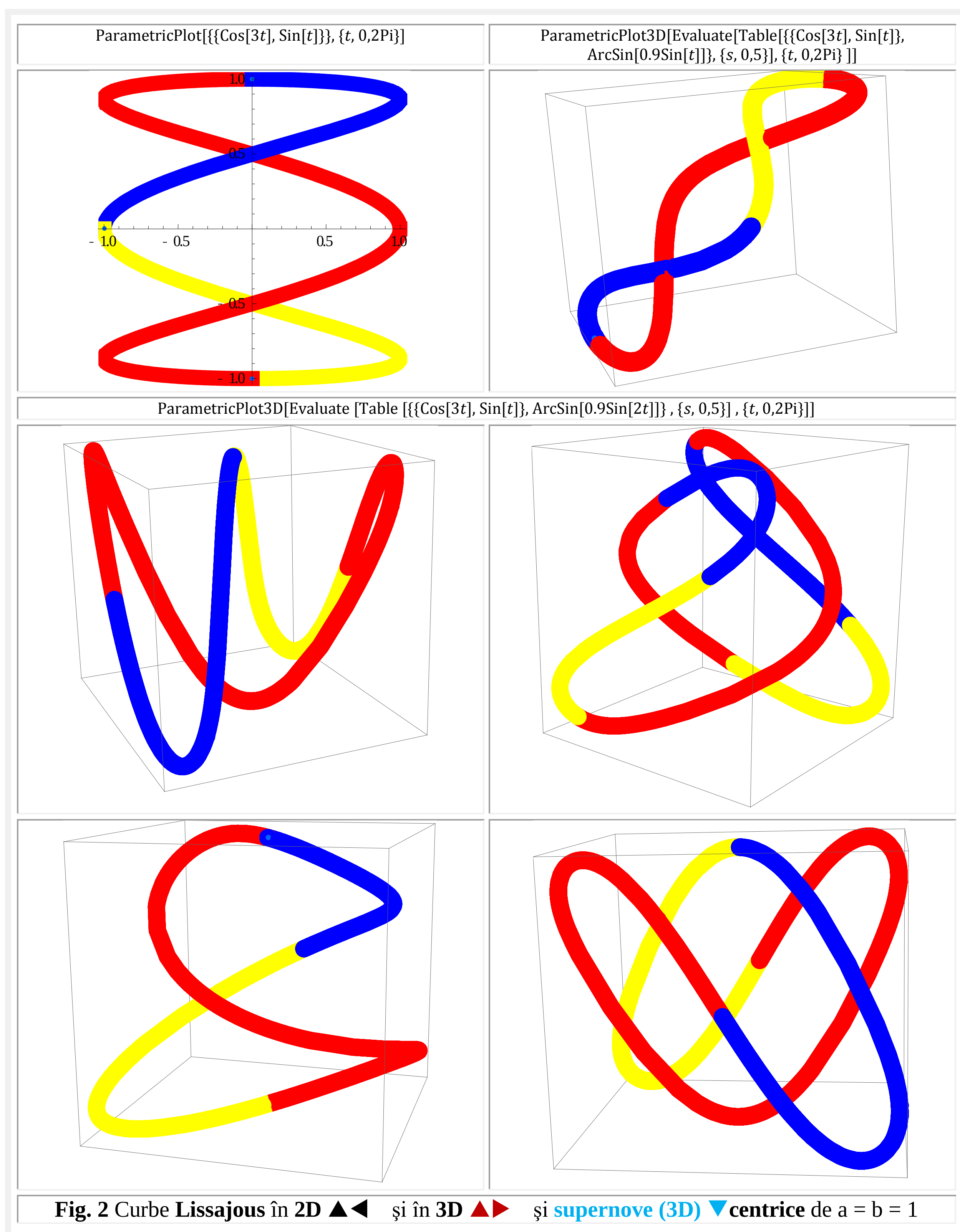
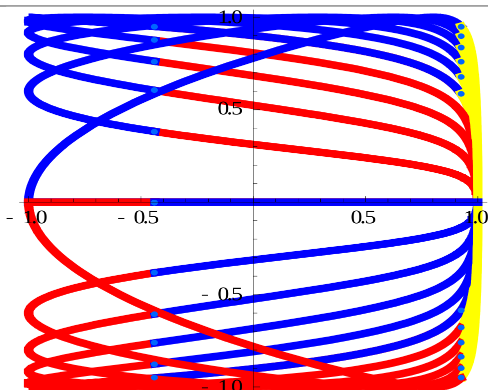
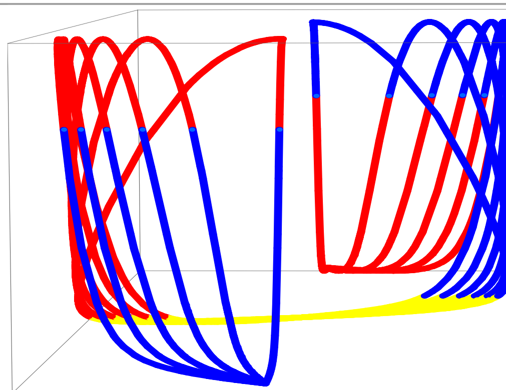
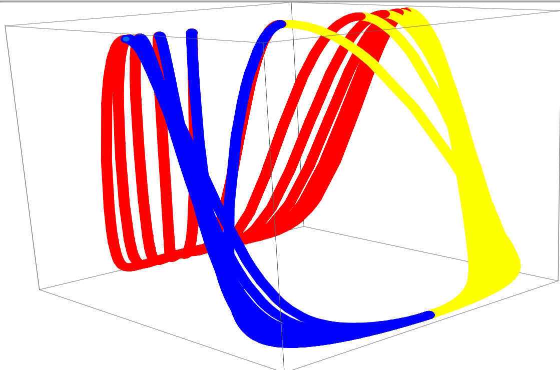
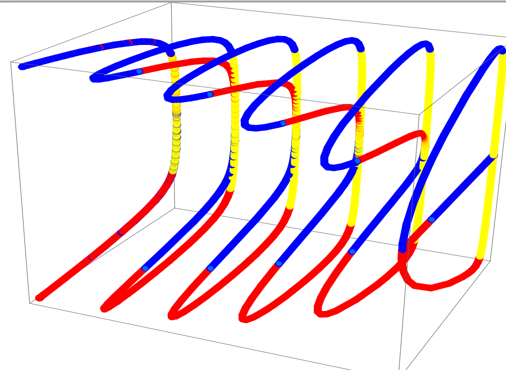
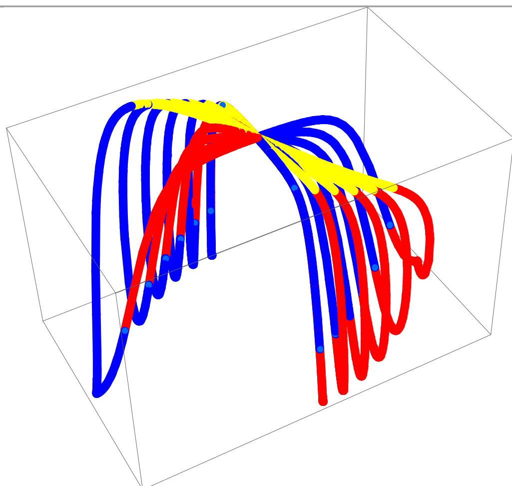
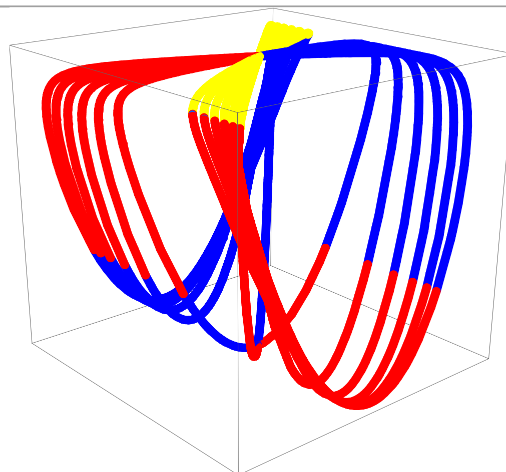


Fig. 2 Curbe **Lissajous** în **2D** ▲◀ şi în **3D** ▲▶ şi **supernove (3D)** ▼**centrice** de a = b = 1

ParametricPlot[Evaluate[Table[{{Cos[2t − ArcSin[0.8Sin[2t]]], Sin[t − ArcSin[0.2sSin[t]]]}}, {s, 0,5}], {t, 0,2Pi}]]	ParametricPlot3D[Evaluate[Table[{{t, Cos[2t − ArcSin[0.8Sin[2t]]], Sin[t − ArcSin[0.2sSin[t]]]}}, {s, 0,5}], {t, 0,2Pi}]]
	
ParametricPlot3D[Evaluate[Table[{Cos[t], Cos[2t − ArcSin[0.8Sin[2t]]], Sin[t − ArcSin[0.2sSin[t]]]}], {s, 0,5}], {t, 0,2Pi}]]	ParametricPlot3D[Evaluate[Table[{{0.2s, Cos[2t − ArcSin[0.8Sin[2t]]], Sin[t − ArcSin[0.2sSin[t]]]}}, {s, 0,5}], {t, 0,2Pi}
	
ParametricPlot3D[Evaluate[Table[{{Cos[2t − ArcSin[0.8Sin[2t]]], Sin[t − ArcSin[0.2sSin[t]]], ArcSin[0.2sSin[t]]}}, {s, 0,5}], {t, 0,2Pi}]]	ParametricPlot3D[Evaluate[Table[{{Cos[2t − ArcSin[0.8Sin[2t]]], Sin[t − ArcSin[0.2sSin[t]]], Sin[2t]}}, {s, 0,5}], {t, 0,2Pi}]]
	

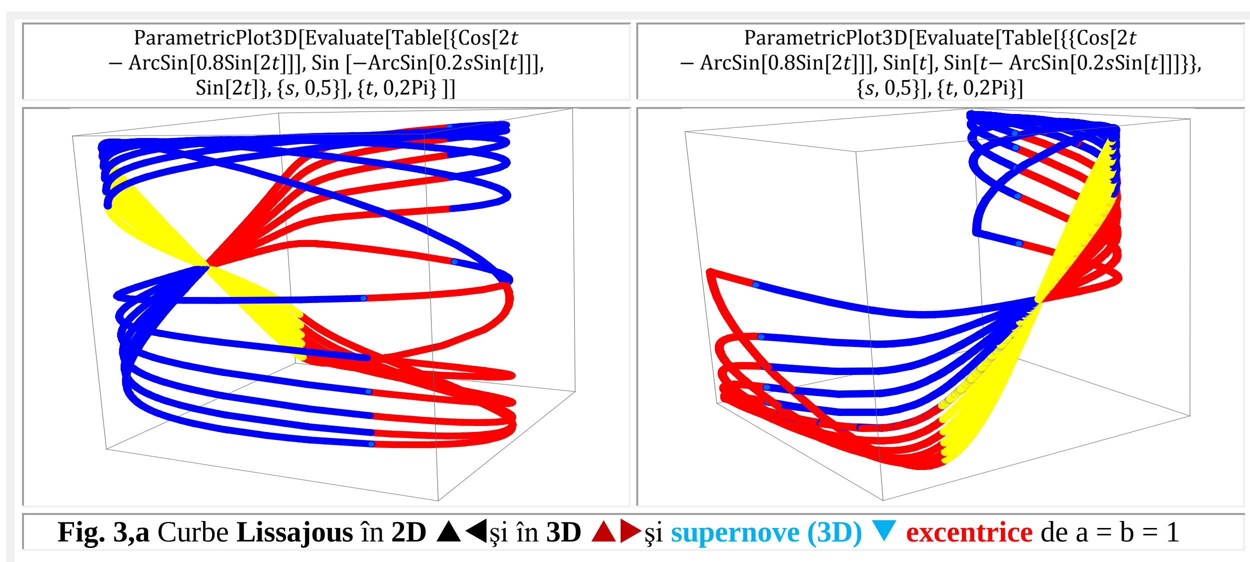


Fig. 3,a Curbe **Lissajous** în **2D** ▲◀şi în **3D** ▲▶şi **supernove (3D)** ▼ **excentrice** de a = b = 1

ParametricPlot[Evaluate[Table[{{Cos[2t − ArcSin[0.9Sin[2t]]], Sin[t − ArcSin[0.2sSin[2t]]]}}, {s, 0,5}], {t, 0,2Pi}]]

ParametricPlot3D[Evaluate[Table[{{s, Cos[2t − ArcSin[0.8Sin[2t]]], Sin[t − ArcSin[0.2sSin[t]]]}}, {s, 0,5}], {t, 0,2Pi}]]

1.0
0.5
- 1.0
- 0.5
0.5
1.0
0.5
- 1.0

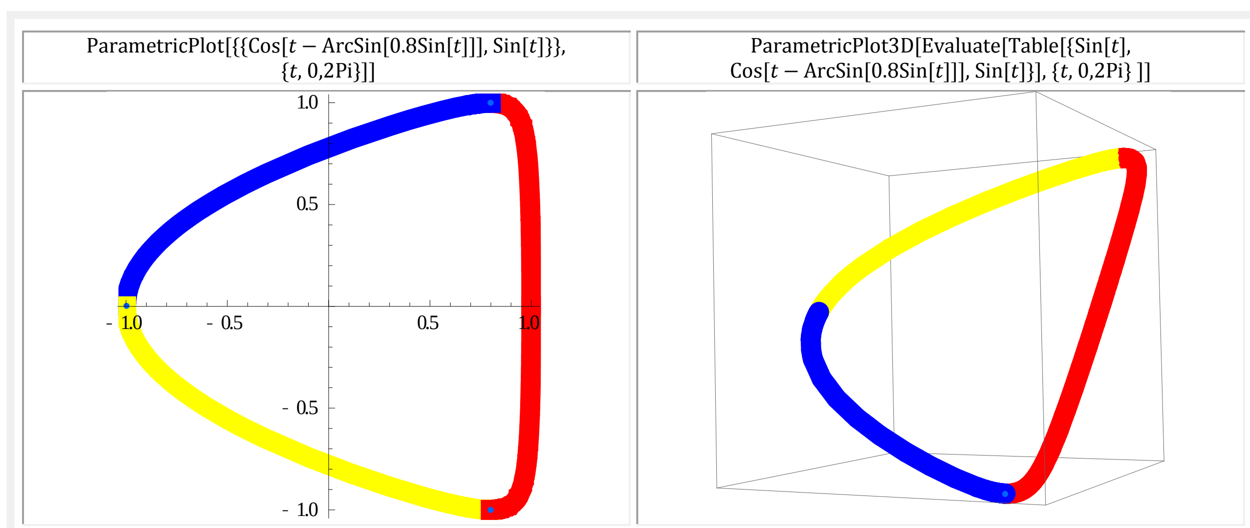
ParametricPlot3D[Evaluate[Table[{{Sin[t], Cos[2t − ArcSin[0.8Sin[2t]]], Sin[t − ArcSin[0.2sSin[t]]]}}, {s, 0,5}], {t, 0,2Pi}]]

ParametricPlot3D[Evaluate[Table[{{Sin[t], Cos[2t− ArcSin[0.9Sin[2t]]],Sin[t − ArcSin[0.2sSin[2t]]]}}, {s, 0,5}], {t, 0,2Pi}]]

Fig. 3,b Curbe **Lissajous** în **2D** ▲◀şi în **3D** ▲▶şi **supernove (3D)** ▼**excentrice** de a = b = 1

ParametricPlot[{{Cos[3*t*], Sin[2*t*]}}, {*t*, 0,2Pi}]	ParametricPlot3D[{{0.5*s*, Cos[3*t*], Sin[2*t*]}}, {*s*, 0,5}, {*t*, 0,2Pi}]]
ParametricPlot3D[{{*t*/4 , Cos[3*t*], Sin[2*t*]}}, {*t*, 0,2Pi}]]	

Fig. 3,c Curbe **Lissajous** în **2D** ▲◀şi în **3D** ▲▶şi **supernove (3D)** ▼**excentrice** de a = b = 1



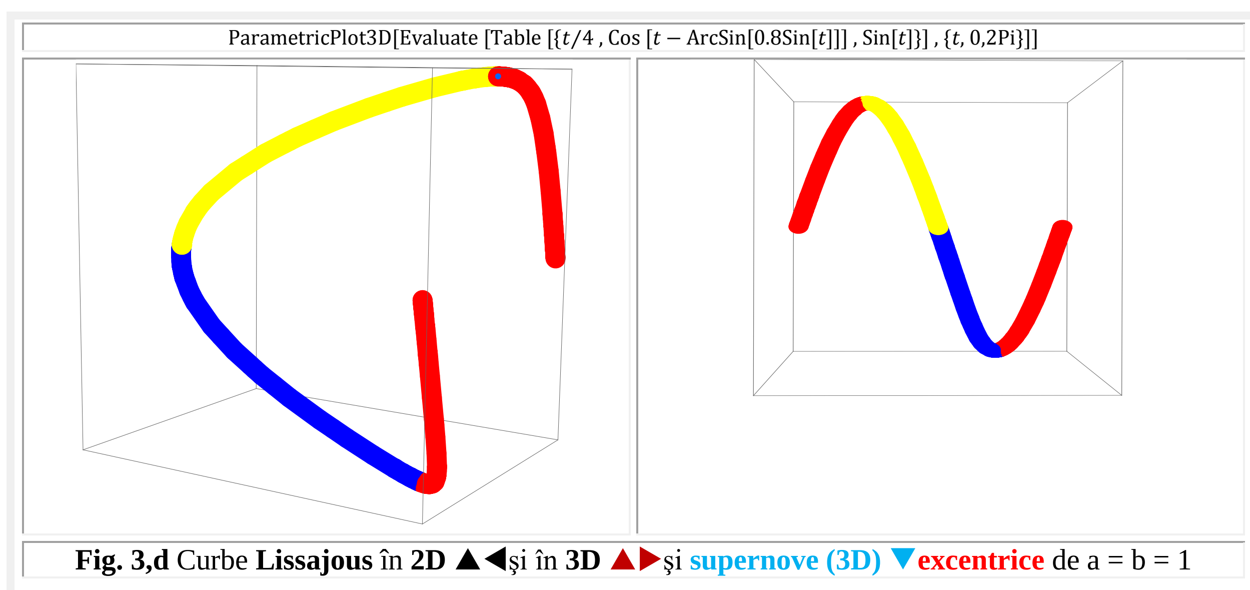


Fig. 3,d Curbe **Lissajous** în **2D** ▲◄şi în **3D** ▲►şi supernove (3D) ▼**excentrice** de a = b = 1

ParametricPlot[{{Cos[2t − ArcSin[0.8Sin[2t]]], Sin[t − ArcSin[0.8Sin[t]]]}}, {t, 0,2Pi}]]

ParametricPlot3D[Evaluate[Table[{Sin[t − ArcSin[0.8Sin[t]]], Cos [2t − ArcSin[0.8Sin[2t]]] , Sin[t − ArcSin[0.8Sin[t]]]}], {t, 0,2Pi}]]

1.0 0.5 - 1.0 - 0.5 0.5 1.0 - 0.5 - 1.0

ParametricPlot3D[Evaluate[Table[{t/2, Cos[2t − ArcSin[0.8Sin[2t]]], Sin[t − ArcSin[0.8Sin[t]]]}], {t, 0,2Pi}]]

ParametricPlot3D[Evaluate[Table[{Sin[t], Cos [2t − ArcSin[0.8Sin[2t]]], Sin[t − ArcSin[0.8Sin[t]]]}], {t, 0,2Pi}]]

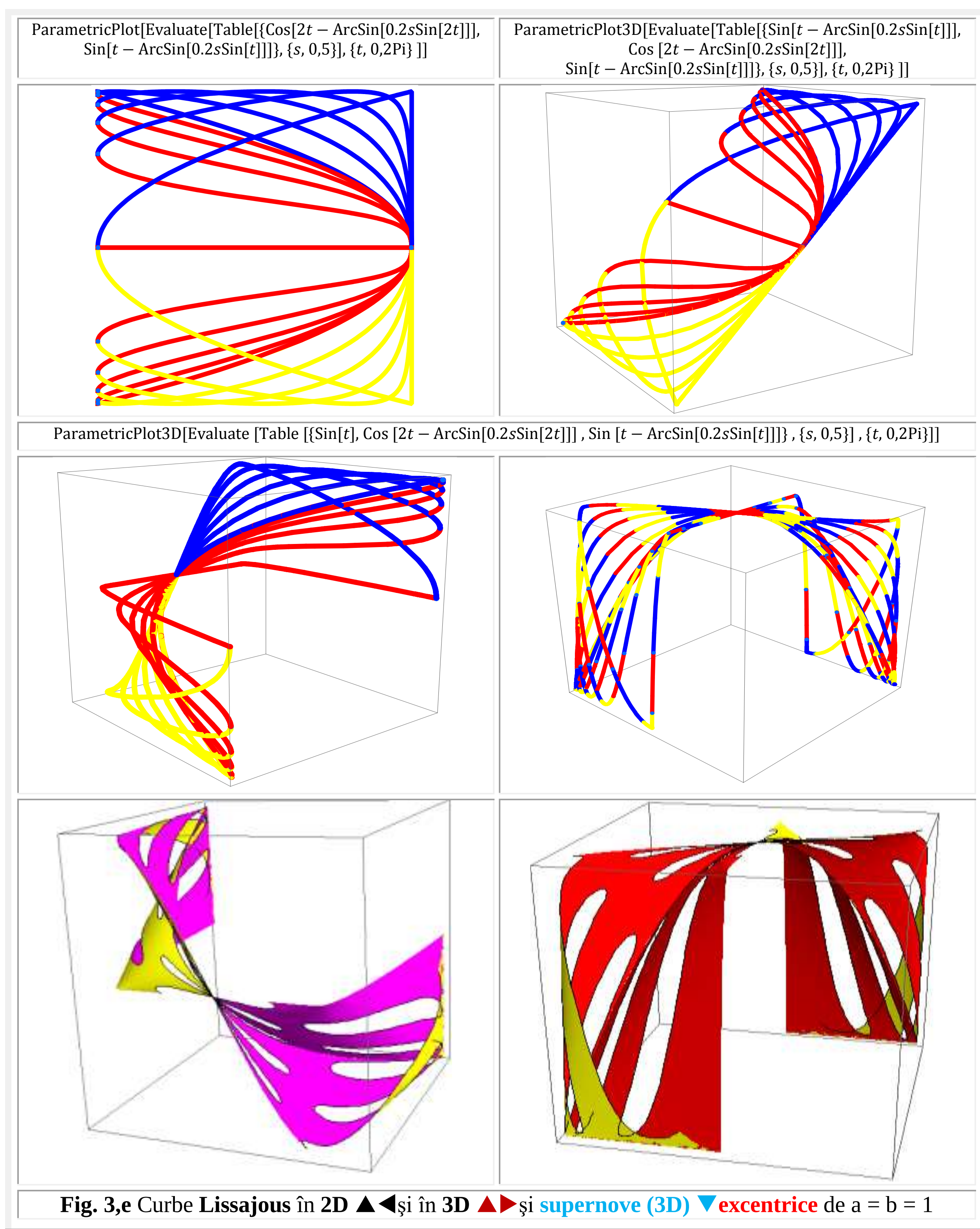
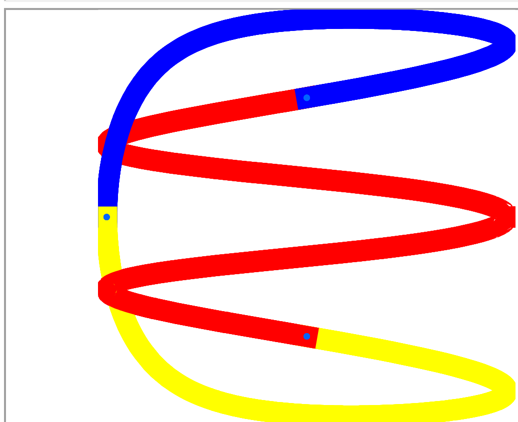
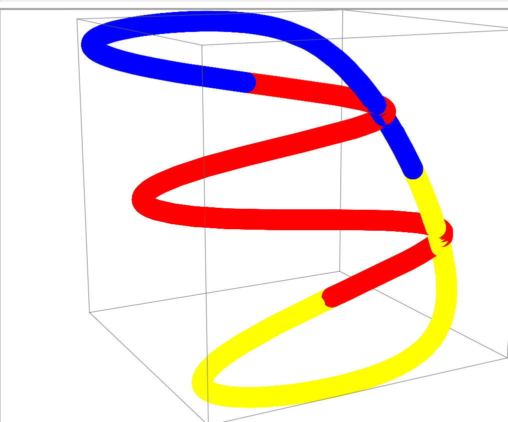
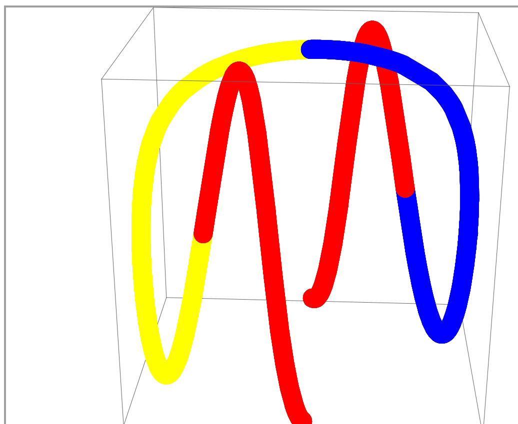
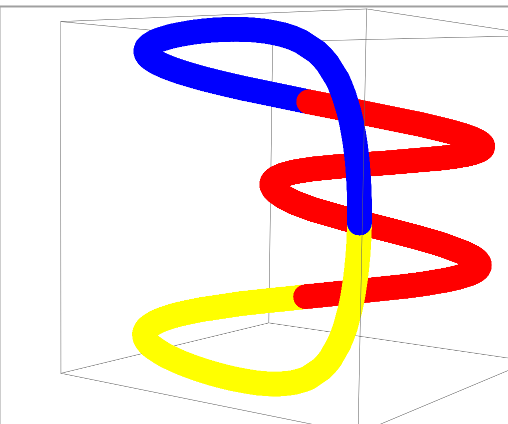
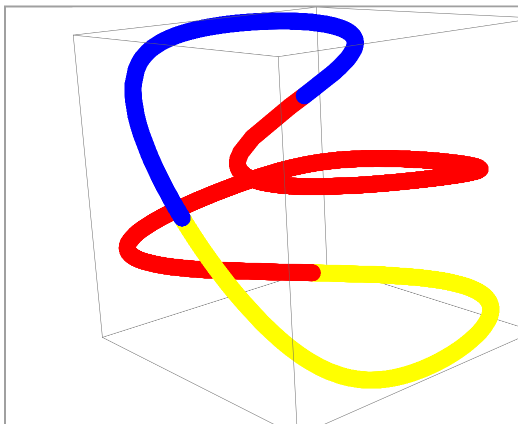
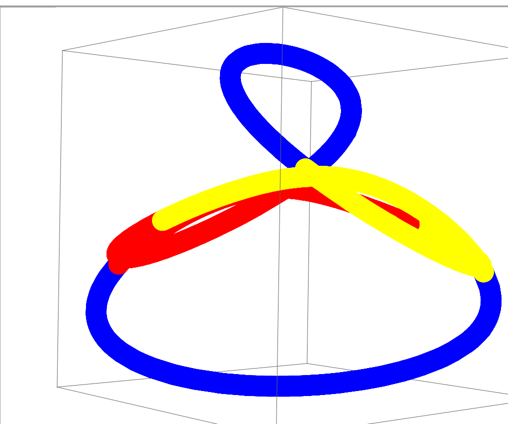
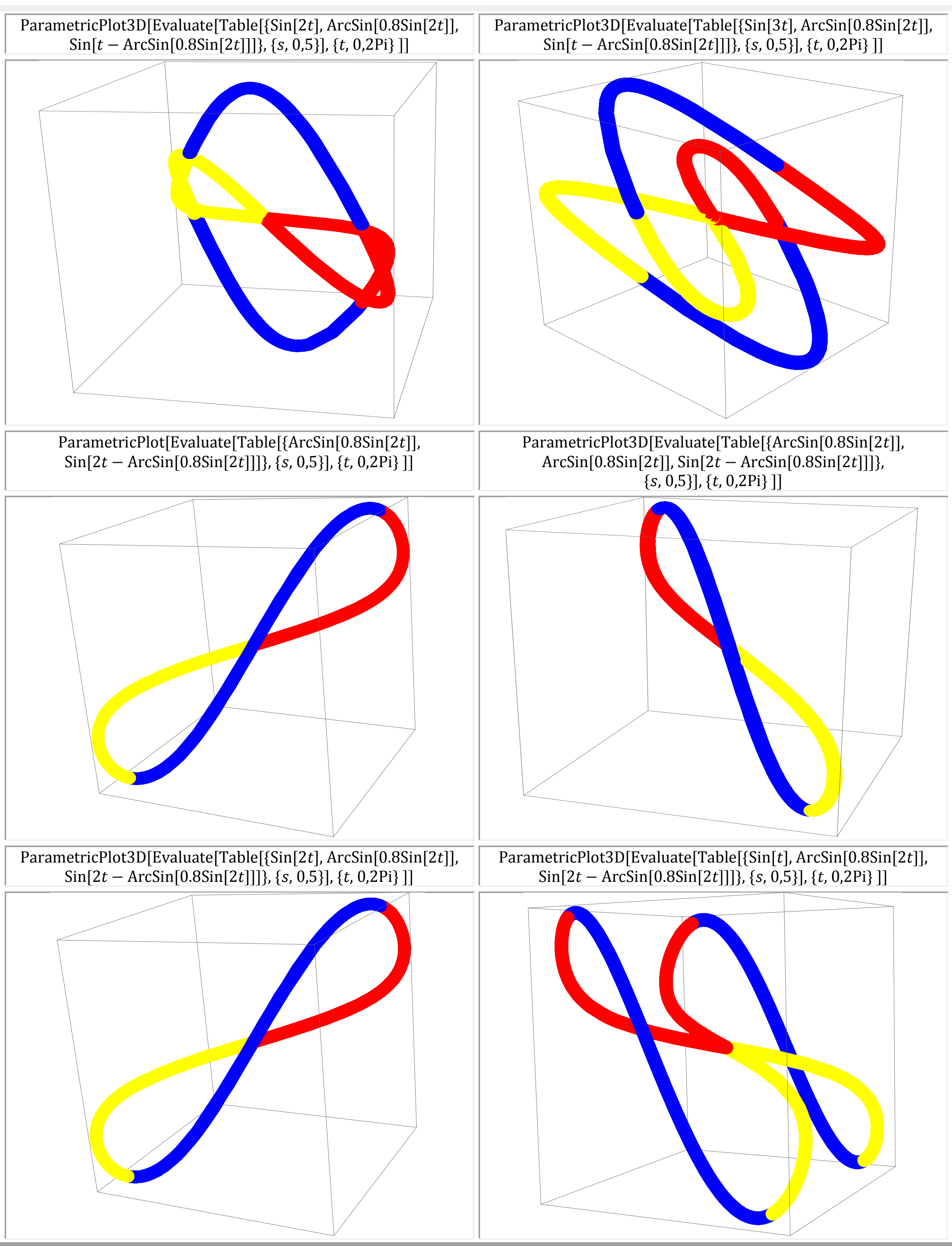
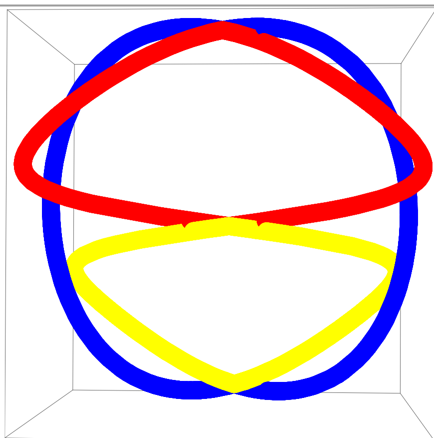
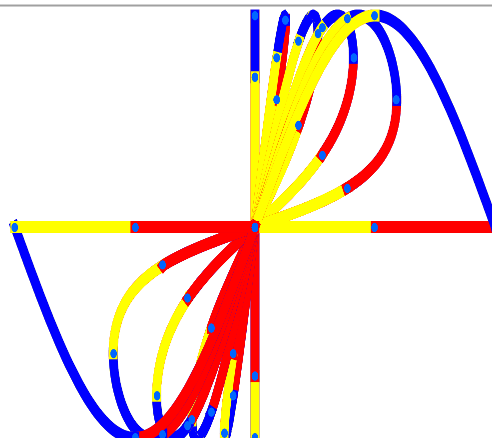
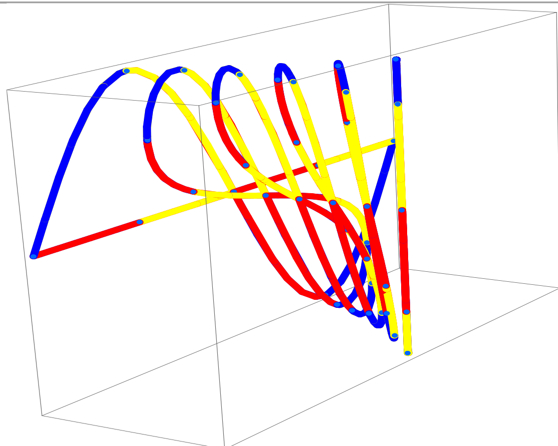
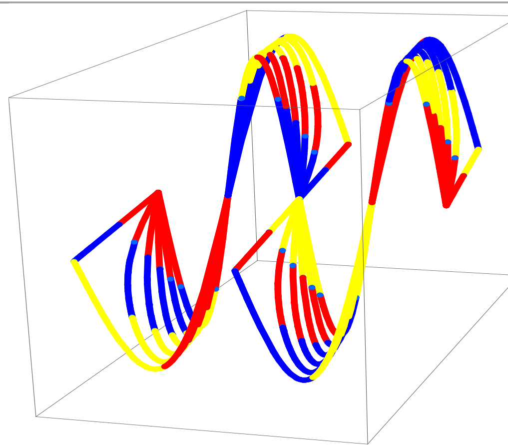
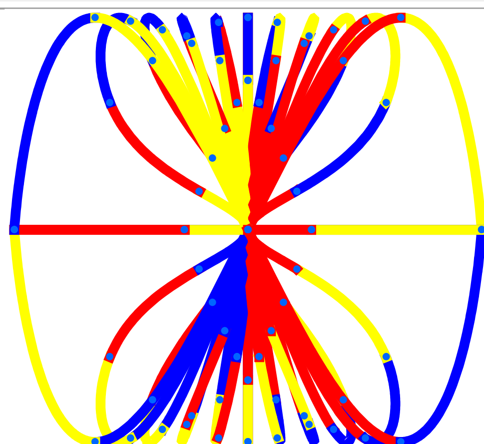
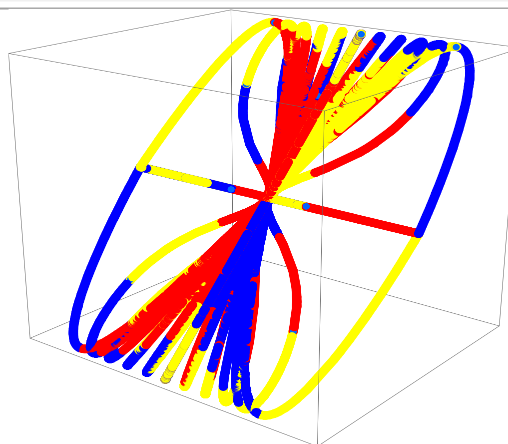


Fig. 3,e Curbe **Lissajous** în **2D** ▲◀şi în **3D** ▲▶şi **supernove (3D)** ▼**excentrice** de a = b = 1

ParametricPlot[Evaluate[Table[{Cos[3t − ArcSin[0.8Sin[2t]]], Sin[t − ArcSin[0.8Sin[t]]]}, {s, 0,5}], {t, 0,2Pi}]]	ParametricPlot3D[Evaluate[Table[{Sin[t − ArcSin[0.8Sin[t]]], Cos [3t − ArcSin[0.8Sin[2t]]], Sin[t − ArcSin[0.8Sin[t]]]}, {s, 0,5}], {t, 0,2Pi}]]
	
ParametricPlot3D[Evaluate[Table[{t/4, Cos[3t − ArcSin[0.8Sin[2t]]], Sin[t − ArcSin[0.8Sin[t]]]}, {s, 0,5}], {t, 0,2Pi}]]	ParametricPlot3D[Evaluate[Table[{Cos[t], Cos[3t − ArcSin[0.8Sin[2t]]], Sin[t − ArcSin[0.8Sin[t]]]}, {s, 0,5}], {t, 0,2Pi}]]
	
ParametricPlot3D[Evaluate[Table[{Sin[2t], Cos[3t − ArcSin[0.8Sin[2t]]], Sin[t − ArcSin[0.8Sin[t]]]}, {s, 0,5}], {t, 0,2Pi}]]	ParametricPlot3D[Evaluate[Table[{Sin[2t], Cos[3t − ArcSin[0.8Sin[2t]]], Sin[t − ArcSin[0.8Sin[2t]]]}, {s, 0,5}], {t, 0,2Pi}]]
	


ParametricPlot3D[Evaluate[Table[{Sin[2t], ArcSin[0.8Sin[2t]], Sin[t − ArcSin[0.8Sin[2t]]]}, {s, 0,5}], {t, 0,2Pi}]]
ParametricPlot3D[Evaluate[Table[{Sin[3t], ArcSin[0.8Sin[2t]], Sin[t − ArcSin[0.8Sin[2t]]]}, {s, 0,5}], {t, 0,2Pi}]]
ParametricPlot[Evaluate[Table[{ArcSin[0.8Sin[2t]], Sin[2t − ArcSin[0.8Sin[2t]]]}, {s, 0,5}], {t, 0,2Pi}]]
ParametricPlot3D[Evaluate[Table[{ArcSin[0.8Sin[2t]], ArcSin[0.8Sin[2t]], Sin[2t − ArcSin[0.8Sin[2t]]]}, {s, 0,5}], {t, 0,2Pi}]]
ParametricPlot3D[Evaluate[Table[{Sin[2t], ArcSin[0.8Sin[2t]], Sin[2t − ArcSin[0.8Sin[2t]]]}, {s, 0,5}], {t, 0,2Pi}]]
ParametricPlot3D[Evaluate[Table[{Sin[t], ArcSin[0.8Sin[2t]], Sin[2t − ArcSin[0.8Sin[2t]]]}, {s, 0,5}], {t, 0,2Pi}]]

ParametricPlot3D[Evaluate[Table[{Sin[3*t*], ArcSin[0.8Sin[2*t*]], Sin[2*t* − ArcSin[0.8Sin[2*t*]]]}, {*s*, 0,5}], {*t*, 0,2Pi}]]	ParametricPlot[Evaluate[Table[{ArcSin[0.2*s*Sin[2*t*]], Sin[2*t* − ArcSin[0.2*s*Sin[2*t*]]]}, {*s*, 0,5}], {*t*, 0,2Pi}]
	
ParametricPlot3D[Evaluate[Table[{ArcSin[0.2*s*Sin[2*t*]], Sin[2*t* − ArcSin[0.2*s*Sin[2*t*]]],0.2*s*}, {*s*, 0,5}], {*t*, 0,2Pi}]]	ParametricPlot3D[Evaluate[Table[{ArcSin[0.2*s*Sin[2*t*]], Sin[2*t* − ArcSin[0.2*s*Sin[2*t*]]], *t*/4}, {*s*, 0,5}], {*t*, 0,2Pi}]]
	
ParametricPlot[Evaluate[Table[{Sin[*t*]ArcSin[0.2*s*Sin[2*t*]], Sin[2*t* − ArcSin[0.2*s*Sin[2*t*]]]}, {*s*, 0,5}], {*t*, 0,2Pi}]]	ParametricPlot3D[Evaluate[Table[{Sin[2*t* − ArcSin[0.2*s*Sin[2*t*]]], Sin[*t*]ArcSin[0.2*s*Sin[2*t*]], Sin[2*t* − ArcSin[0.2*s*Sin[2*t*]]]}, {*s*, 0,5}], {*t*, 0,2Pi}]]
	

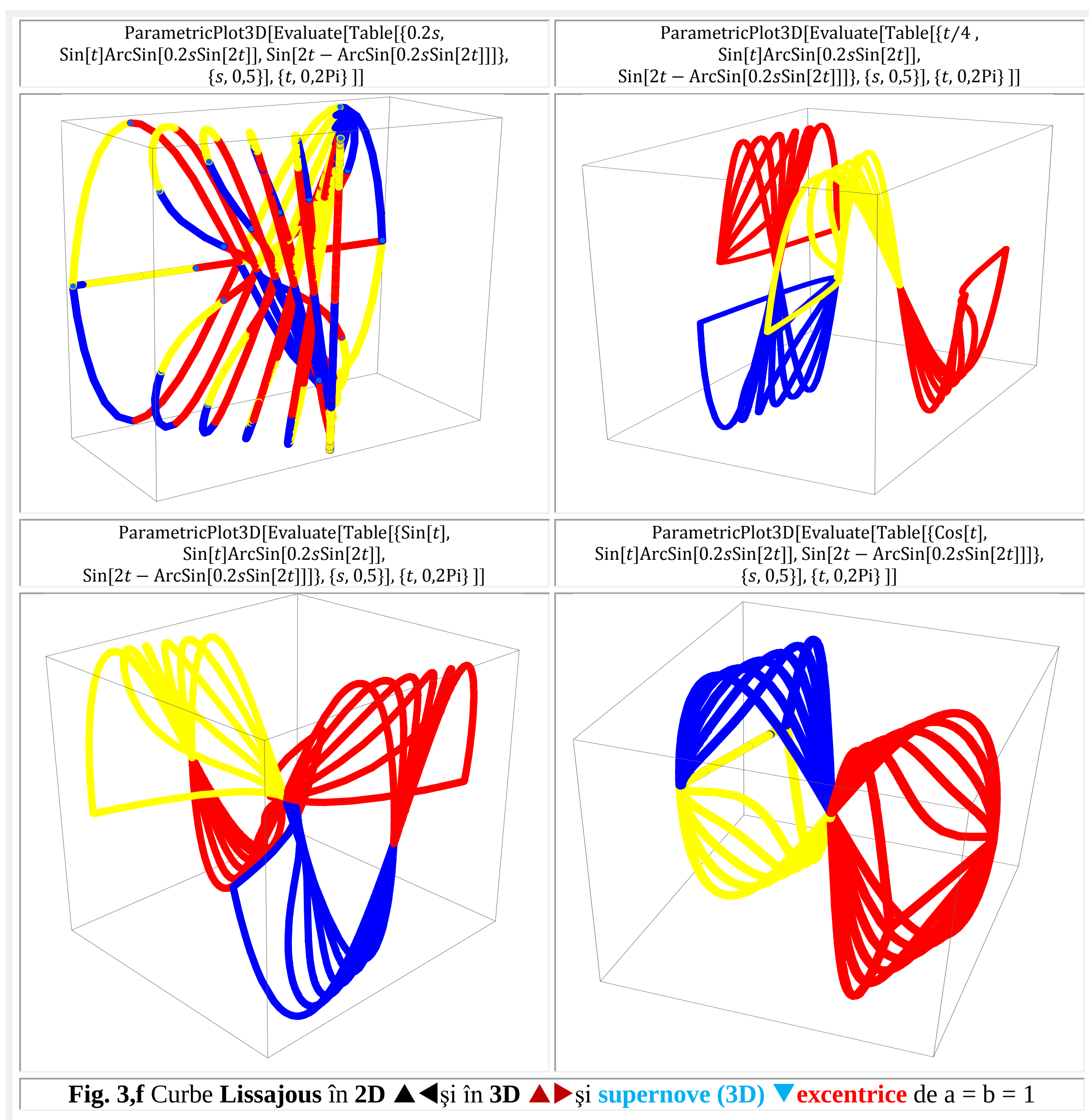
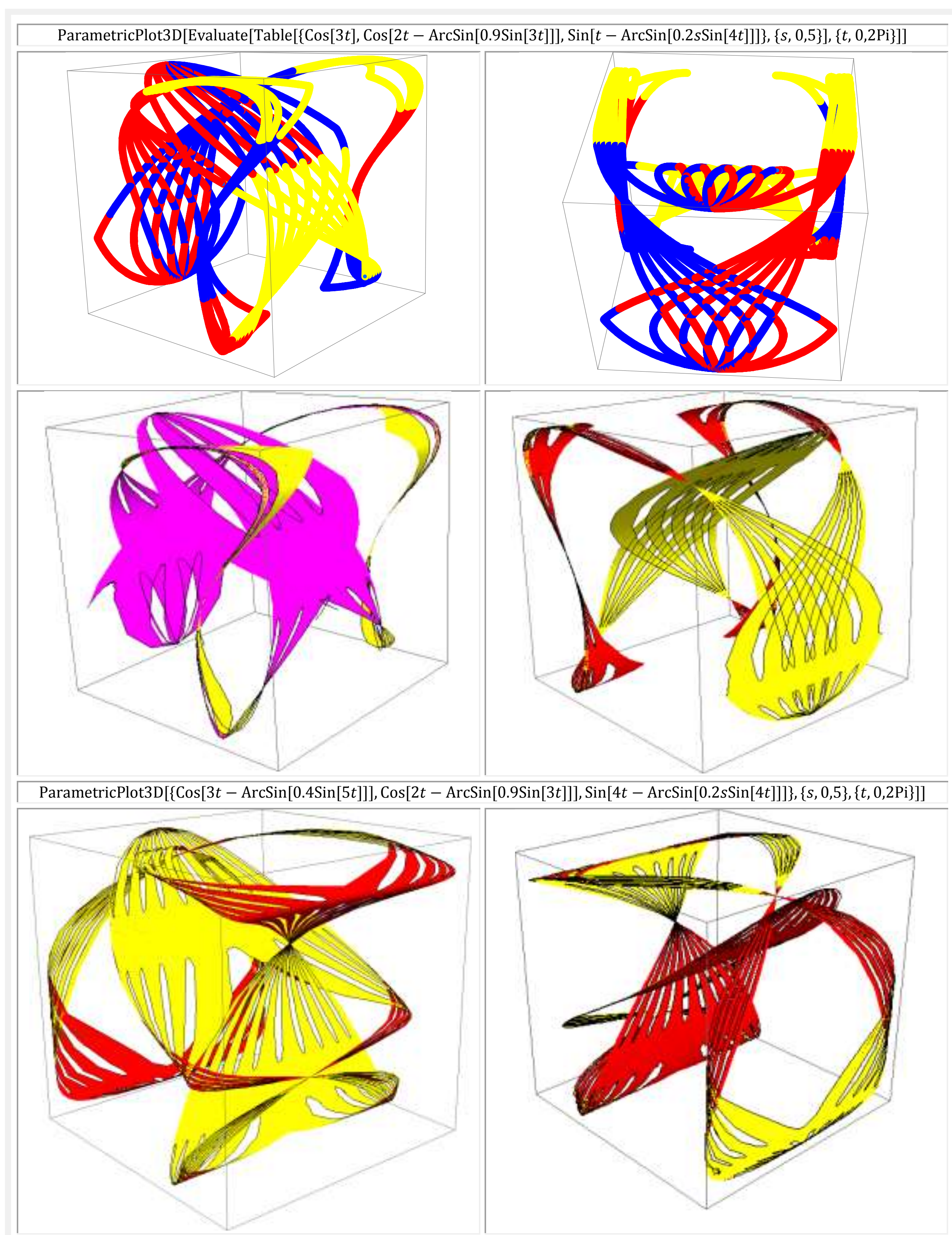
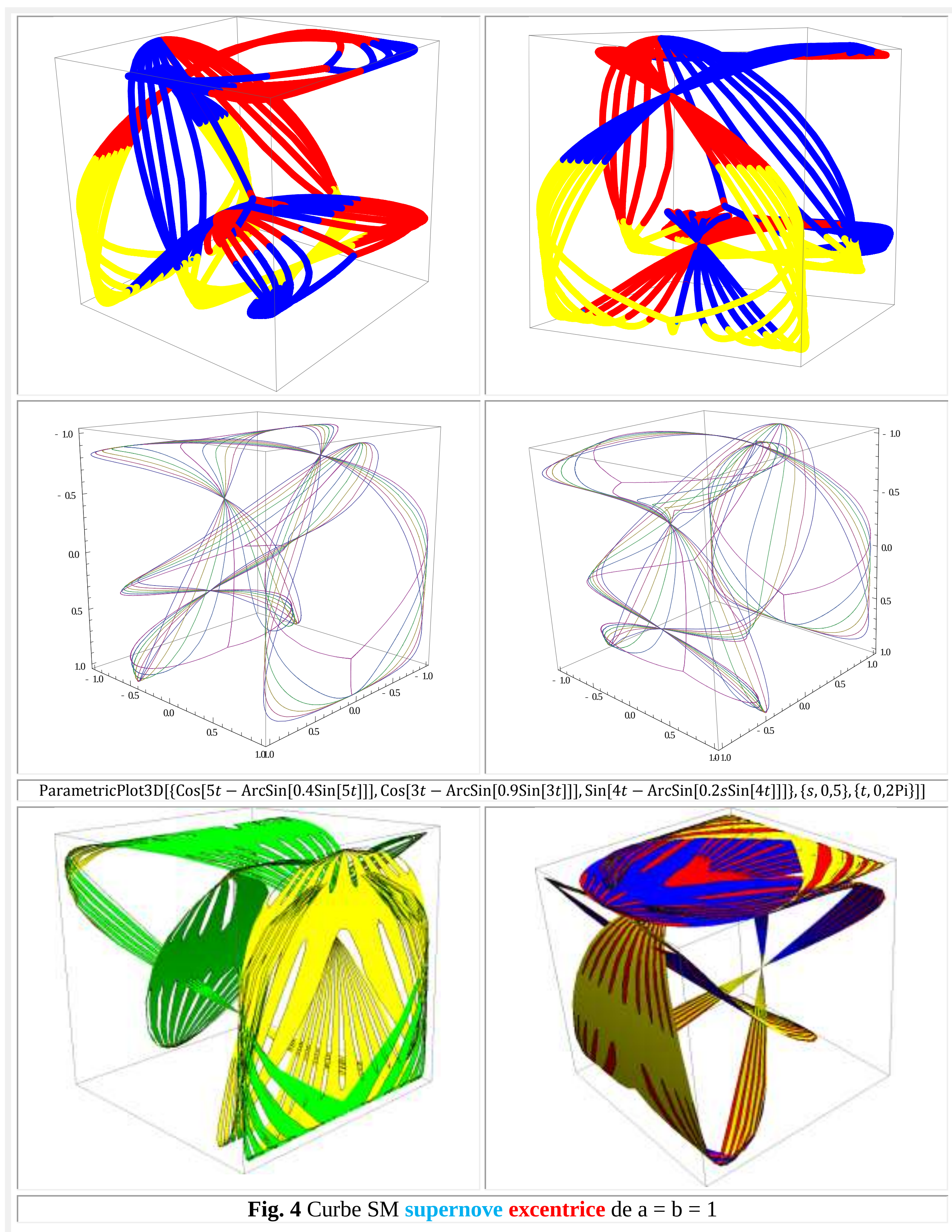


Fig. 3,f Curbe **Lissajous** în **2D** ▲◄şi în **3D** ▲►şi **supernove (3D)** ▼**excentrice** de a = b = 1

Din cele prezentate rezultă că în cazul în care expresiile a doi parametri din ecuaţiile parametrice **3D** coincid, adică au aceeaşi expresie, ca de exemplu **x ≡ y** sau **x ≡ z** sau **y ≡ z**, atunci se obţin funcţii plane în **3D**, aşa cum s-a putut observa în multe din figurile prezentate. În figurile prezentate, în primele rânduri au fost prezentate funcţii circulare **centrice** în **2D,** apoi în **3D** şi, în final, cele **supernove**, tot circulare centrice, evident în **3D**. În continuare au fost prezentate, în aceeaşi ordine, funcţiile circulare excentrice în **2D** şi în **3D** plane şi strâmbe, ultimele constituind **funcţiile supernove**.

În **figura 4** este reprezentată o **figură** ***supermatematică*** **supernovă** în 2 vederi şi în două moduri de prezentare.


ParametricPlot3D[Evaluate[Table[{Cos[3t], Cos[2t − ArcSin[0.9Sin[3t]]], Sin[t − ArcSin[0.2sSin[4t]]]}, {s, 0,5}], {t, 0,2Pi}]]
ParametricPlot3D[{Cos[3t − ArcSin[0.4Sin[5t]]], Cos[2t − ArcSin[0.9Sin[3t]]], Sin[4t − ArcSin[0.2sSin[4t]]]}, {s, 0,5}, {t, 0,2Pi}]]



ParametricPlot3D[{Cos[5t − ArcSin[0.4Sin[5t]]], Cos[3t − ArcSin[0.9Sin[3t]]], Sin[4t − ArcSin[0.2sSin[4t]]]}, {s, 0,5}, {t, 0,2Pi}]

Fig. 4 Curbe SM **supernove** **excentrice** de a = b = 1

Motto: "Cele mai simple formule din matematică au deschis calea către cele mai mari descoperiri "
Grigore Rotaru

CAPITOLUL XIX

FIGURI LISSAJOUS SUPERNOVE CENTRICE ŞI EXCENTRICE

1 INTRODUCERE

Curbele, denumite şi **figuri** sau franjuri **Lissajous** derivă de la numele matematicianului francez **Jules Antoine Lissajous**. Acum suntem obligaţi să le denumim şi **centrice**, din momentul în care au apărut şi alte **familii** de "figuri **supermatematice** **(Lissajous)** **excentrice, elevate şi exotice"** mai generale, care, evident, nemaifiind figuri **Lissajous,** sunt numite **figuri supermatematice** (**SM**) **excentrice** (**FSME**), **elevate** (**FSMEL)** şi **exotice** (**FSMEx**), iar acum şi cele **supernove (FSN)**.

Figurile Lissajous centrice reprezintă traiectoria plană descrisă de un punct în reprezentările modificate (2) ale cercului (1)

(1) $$\begin{cases} x = R\ cos\alpha \\ y = R\ sin\alpha \end{cases} \rightarrow$$

(2) $$\begin{cases} x = R.\cos(m.\alpha) = \boldsymbol{R\ cos\omega_1 t} \\ y = R.\sin(n.\alpha + \varphi) = R.\sin(\boldsymbol{\omega_2 t} + \varphi) \end{cases}$$

sau ale elipsei (3) → (4)

(3) $$\begin{cases} x = a.cos\alpha \\ y = b.sin\alpha \end{cases} \rightarrow$$

(4) $$\begin{cases} x = a.\cos(m.\alpha) = \boldsymbol{a.cos\omega_1 t} \\ y = b.\sin(n.\alpha + \varphi) = b.\sin(\boldsymbol{\omega_2 t} + \varphi) \end{cases}.$$

Din punct de vedere mecanic şi, mai precis, al dinamicii unui punct material, figurile **Lissajous centrice** reprezintă traiectoria în plan al unui punct forţat să participe simultan la două oscilaţii armonice, după cele două direcţii perpendiculare din plan. Aceste curbe sunt **transcendente**, respectiv, algebrice dacă raportul $\frac{m}{n} = \frac{\omega_1}{\omega_2}$ este **iraţional**, respectiv, raţional.

Dacă **m = n**, adică perioadele oscilaţiilor sunt egale ($\boldsymbol{\omega_1 = \omega_2}$), traiectoria / curba este o **elipsă**, dacă **a ≠ b** şi un **cerc** dacă **a = b = R** şi dacă $\boldsymbol{\varphi}$ **=** kπ , (k = 0, 1, 2, 3…), adică pentru 0, π, 2π, 3π, …

Dacă această diferenţă de **fază** $\boldsymbol{\varphi}$ este 0, $\frac{\pi}{2}$ sau (2k + 1) $\frac{\pi}{2}$, cercul şi / sau elipsa degenerează în două segmente de dreaptă, suprapuse peste una dintre bisectoarele planului, sau peste diagonalele unui pătrat şi /sau, respectiv, ale unui dreptunghi.

Ele, figurile **Lissajous** centrice, pot degenera în două **segmente de dreaptă** confundate, suprapuse peste prima bisectoare dacă $\boldsymbol{\varphi} = \frac{\pi}{2}(1 + 4k)$, (k = 0, 1, 2, 3…), adică pentru $\boldsymbol{\frac{\pi}{2}, \frac{5\pi}{2}, \frac{9\pi}{2}, \ldots}$ şi se suprapun peste a doua bisectoarea, dacă $\boldsymbol{\varphi} = \frac{\pi}{2}$ **(**3 + 4k**),** (k = 0, 1, 2, 3…), adică pentru $\boldsymbol{\frac{3\pi}{2}, \frac{7\pi}{2}, \frac{11\pi}{2}, \ldots}$.

Graficele celor anterior enunţate sunt ilustrate tabelar în **figura 1** ca funcţii de **m/n** şi φ.

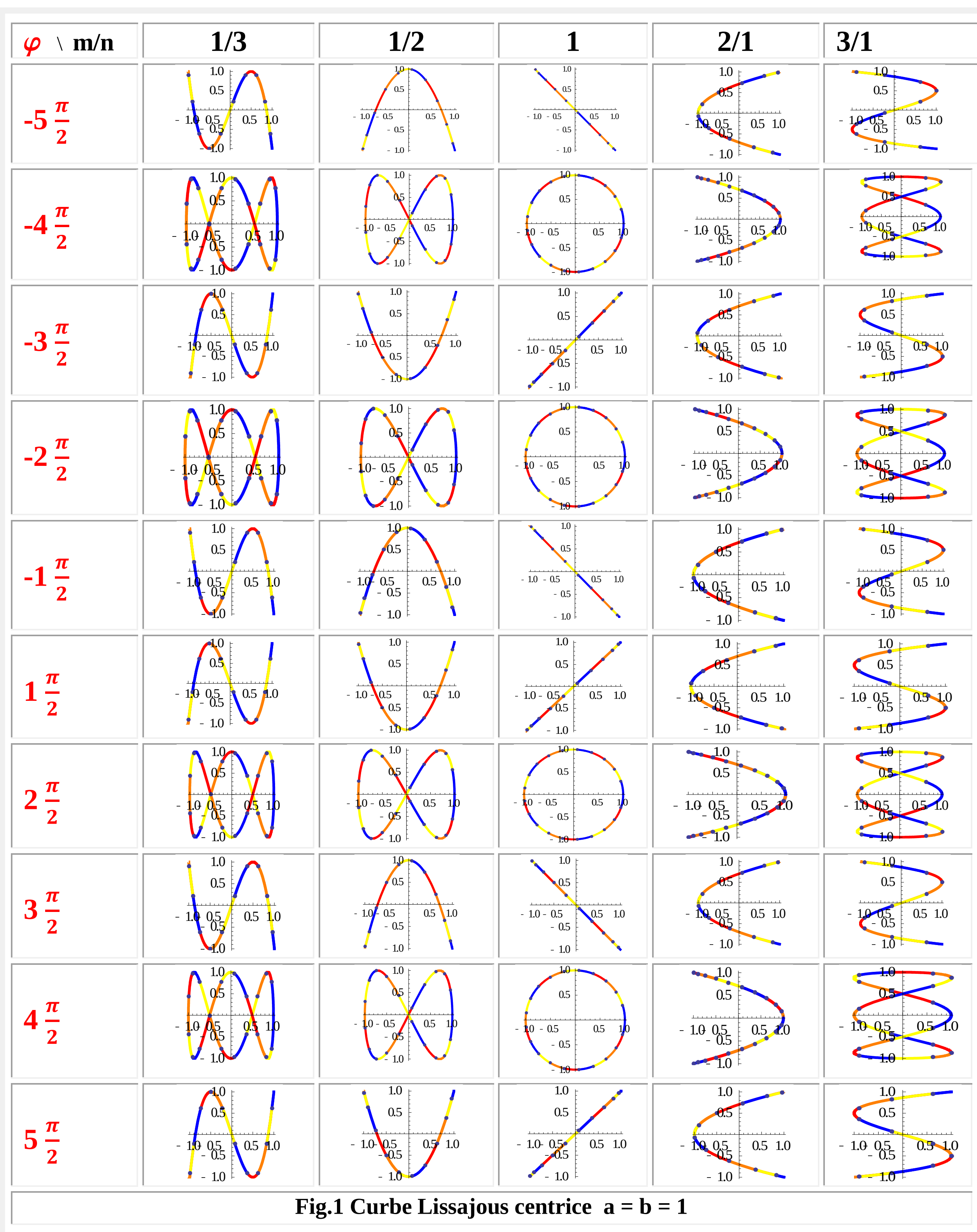


Fig.1 Curbe Lissajous centrice a = b = 1

Toate cestea sunt figuri plane, în **2D,** şi pot deveni figuri plane şi în **3D**. Dacă devin figuri strâmbe, evident în **3D**, atunci devin şi figuri **Lissajous supernove** (**FLSN**) centrice care au o singură curbă SN sau excentrică cu o infinitate de curbe SN dintre care, în diverse figuri, pentru **s ∈ [0, 1]** sunt reprezentate 11 figuri / curbe cu pasul 0,1.

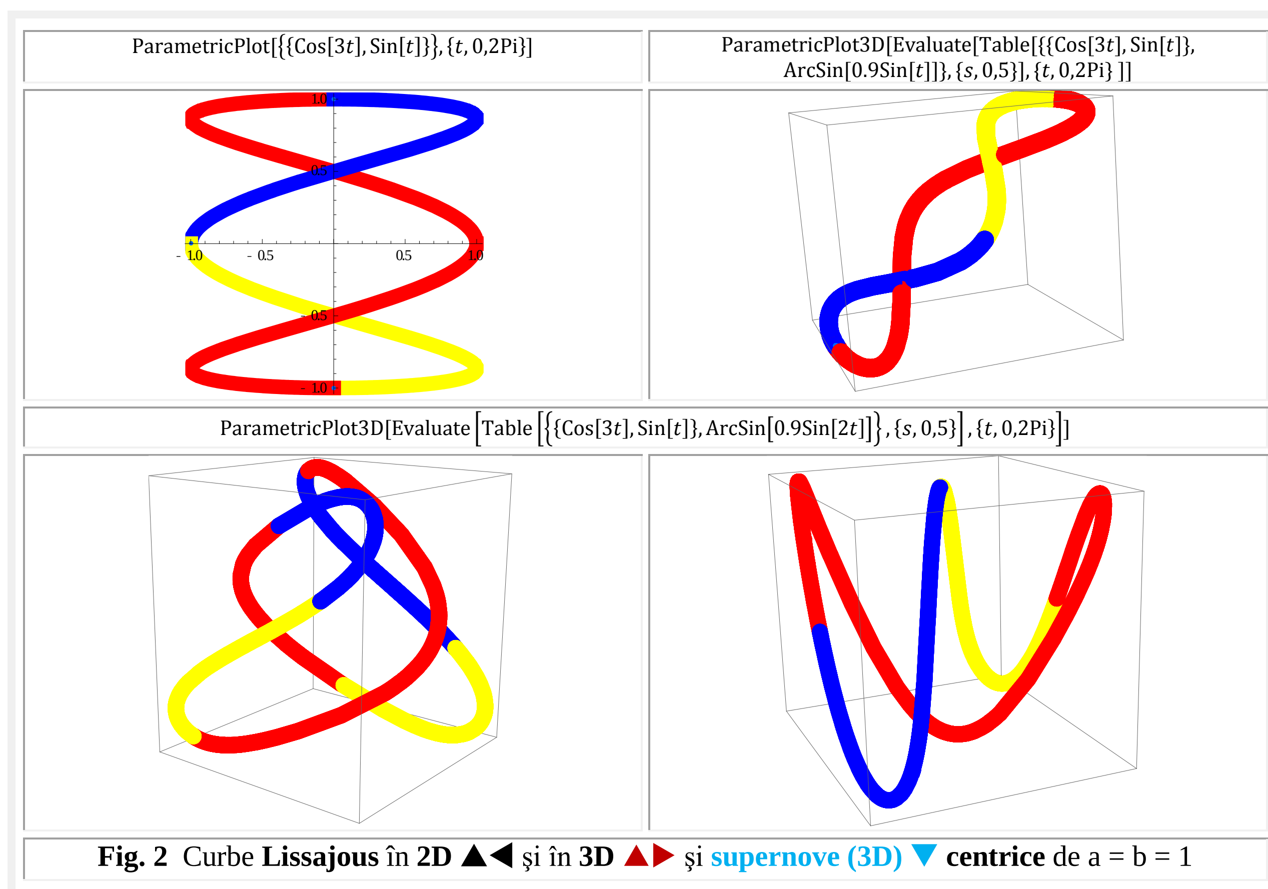
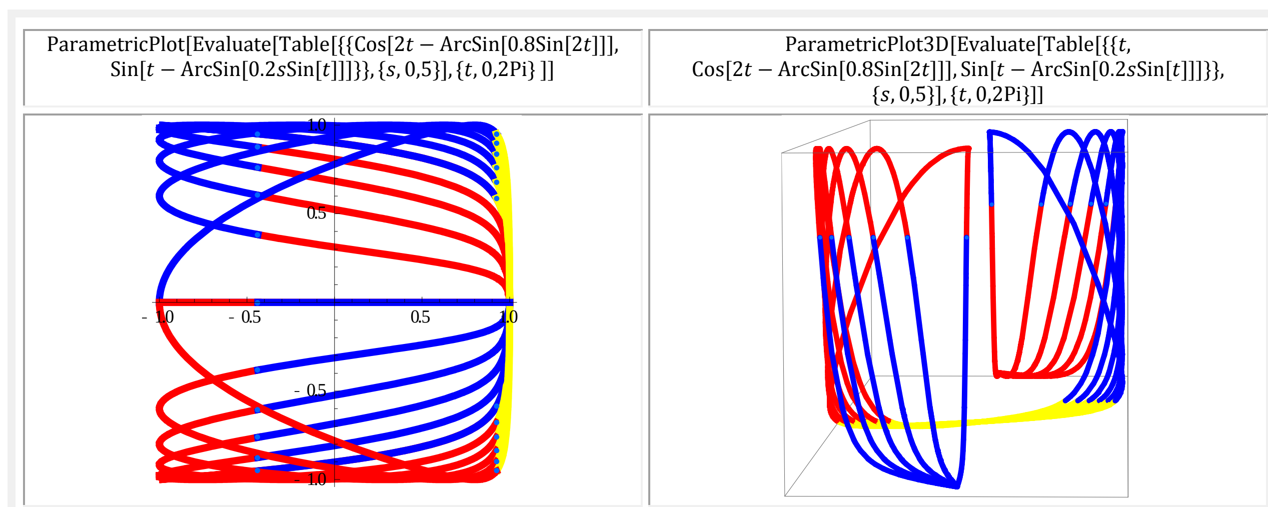


Fig. 2 Curbe **Lissajous** în **2D** ▲◀ şi în **3D** ▲▶ şi **supernove (3D)** ▼ **centrice** de a = b = 1



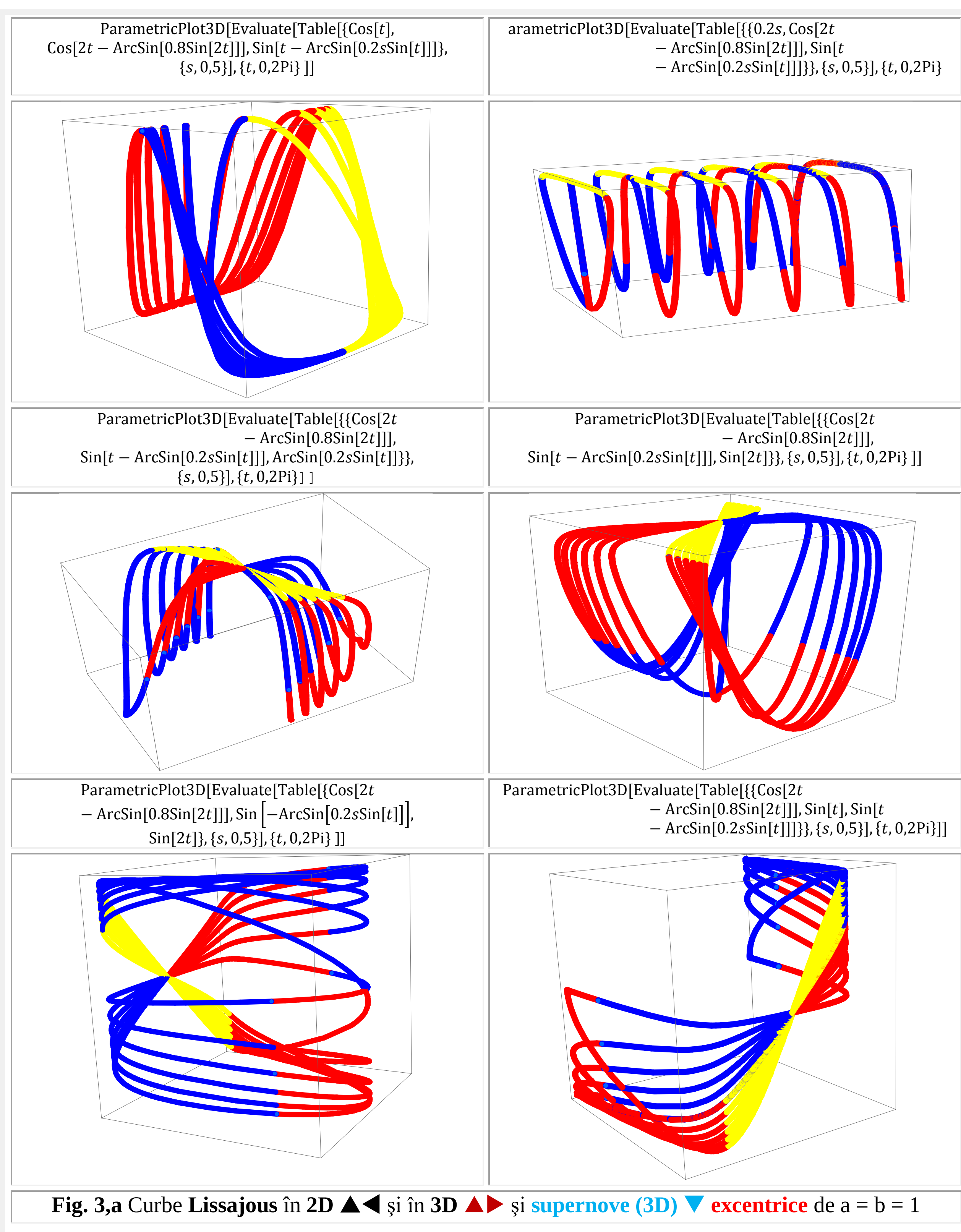
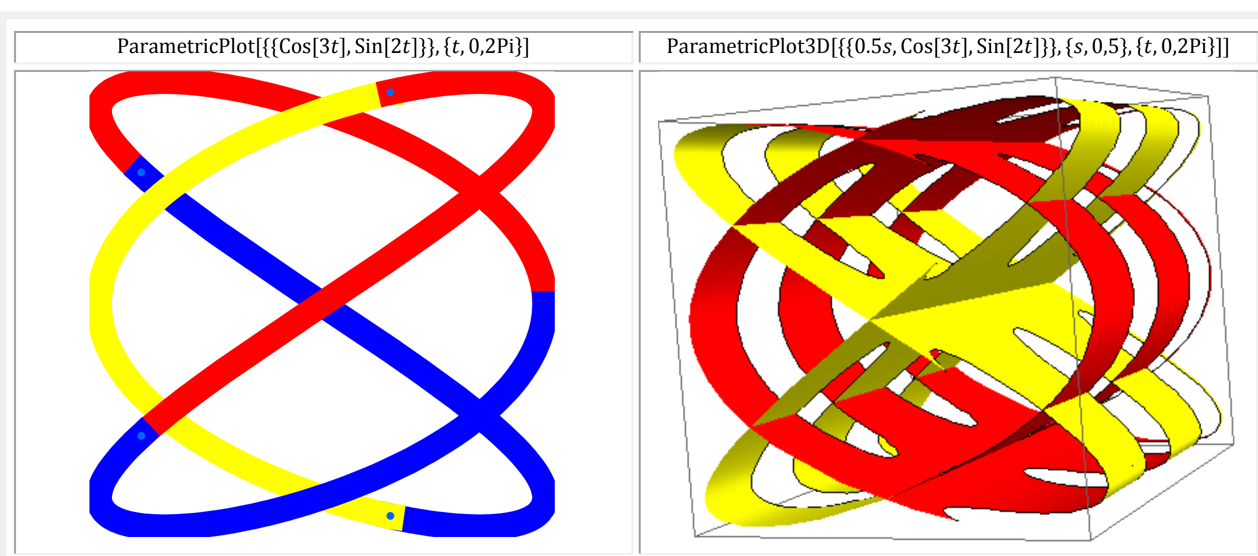


Fig. 3,a Curbe **Lissajous** în **2D** ▲◀ şi în **3D** ▲▶ şi **supernove (3D)** ▼ **excentrice** de a = b = 1

ParametricPlot[Evaluate[Table[{{Cos[2t − ArcSin[0.9Sin[2t]]], Sin[t − ArcSin[0.2sSin[2t]]]}}, {s, 0,5}], {t, 0,2Pi}]]	ParametricPlot3D[Evaluate[Table[{{s, Cos[2t − ArcSin[0.8Sin[2t]]], Sin[t − ArcSin[0.2sSin[t]]]}}, {s, 0,5}], {t, 0,2Pi}]]
ParametricPlot3D[Evaluate[Table[{{Sin[t], Cos[2t − ArcSin[0.8Sin[2t]]], Sin[t − ArcSin[0.2sSin[t]]]}}, {s, 0,5}], {t, 0,2Pi}]]	ParametricPlot3D[Evaluate[Table[{{Sin[t], Cos[2t − ArcSin[0.9Sin[2t]]], Sin[t − ArcSin[0.2sSin[2t]]]}}, {s, 0,5}], {t, 0,2Pi}]]

Fig. 3,b Curbe **Lissajous** în **2D** ▲◀ şi în **3D** ▲▶ şi **supernove (3D)** ▼ **excentrice** de a = b = 1



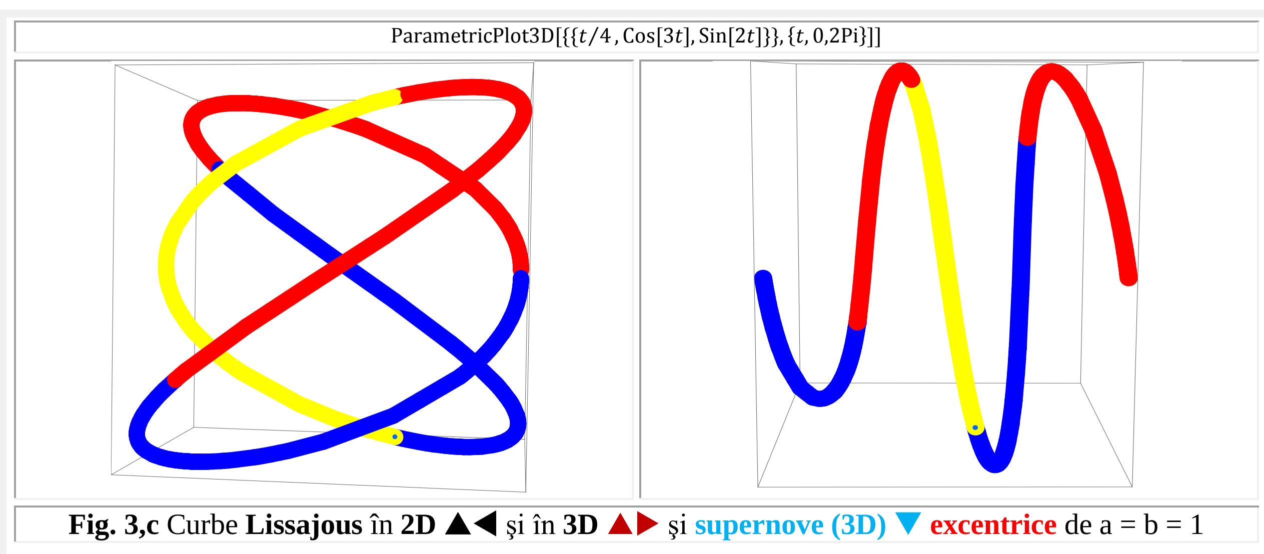


Fig. 3,c Curbe **Lissajous** în **2D** ▲◀ şi în **3D** ▲▶ şi **supernove (3D)** ▼ **excentrice** de a = b = 1

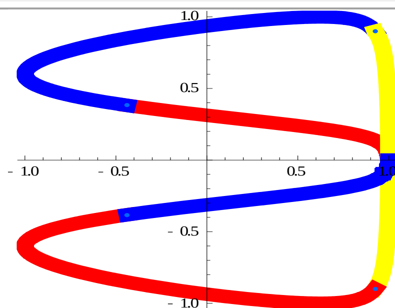
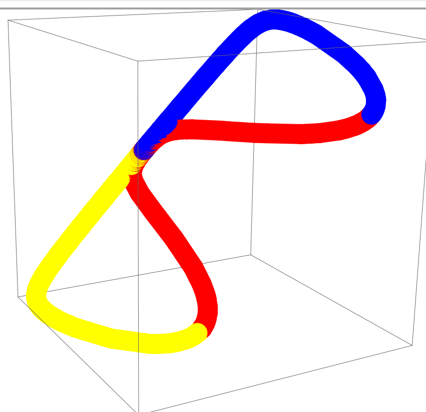
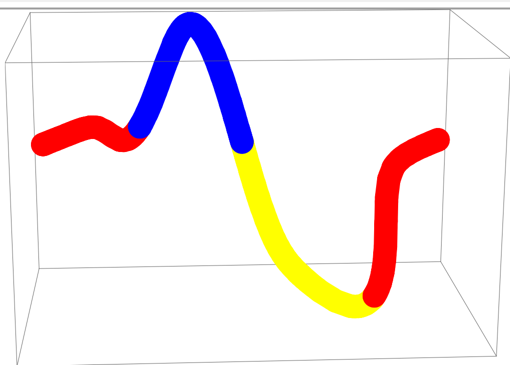
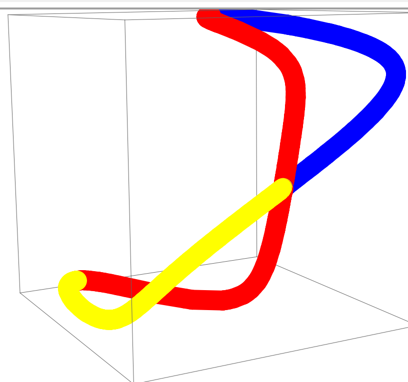
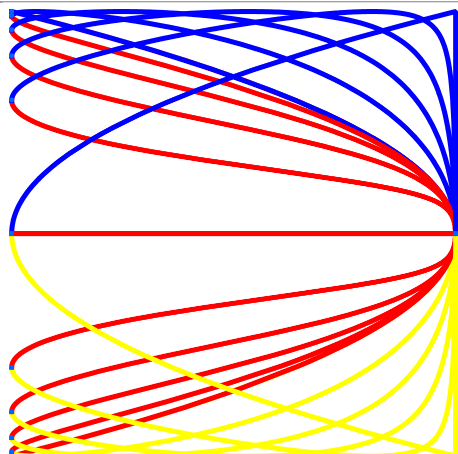
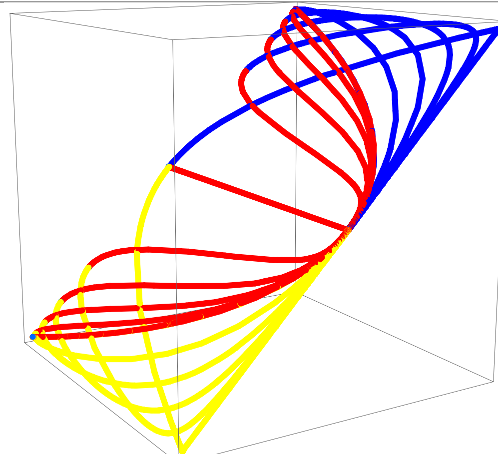
ParametricPlot[{{Cos[t − ArcSin[0.8Sin[t]]], Sin[t]}}, {t, 0,2Pi}]]

ParametricPlot3D[Evaluate[Table[{Sin[t], Cos[t − ArcSin[0.8Sin[t]]], Sin[t]}], {t, 0,2Pi}]]

1.0 0.5 - 1.0 - 0.5 0.5 1.0 - 0.5 - 1.0

ParametricPlot3D[Evaluate[Table[{t/4, Cos[t − ArcSin[0.8Sin[t]]], Sin[t]}], {t, 0,2Pi}]]

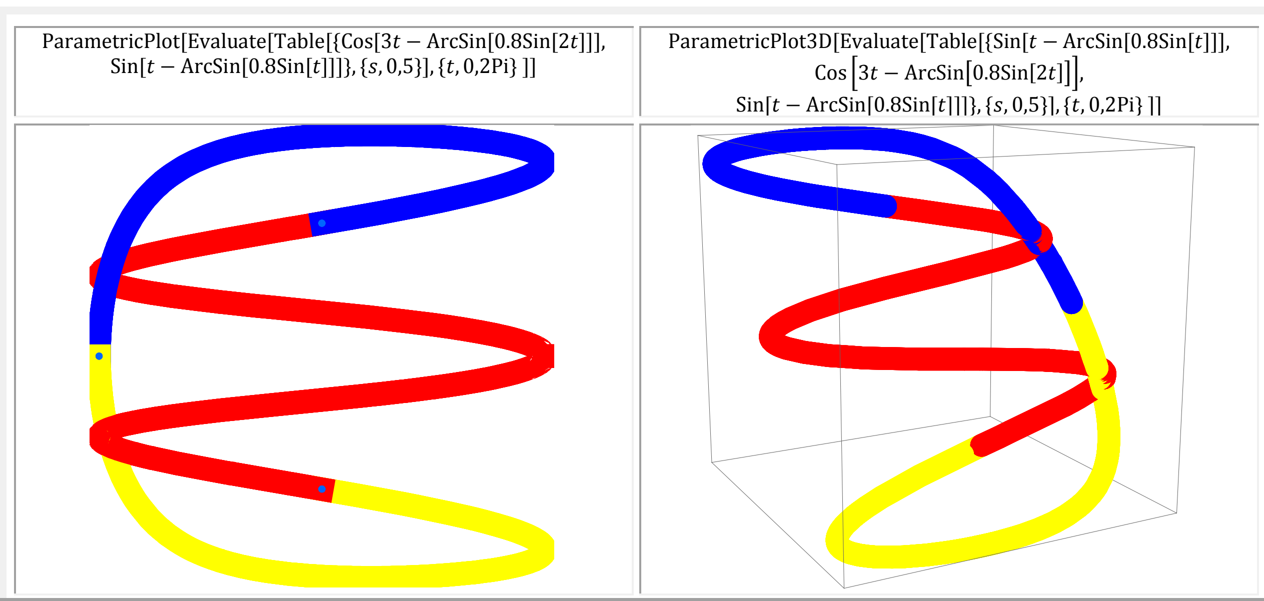
Fig. 3,d Curbe **Lissajous** în **2D** ▲◀ şi în **3D** ▲▶ şi **supernove (3D)** ▼ **excentrice** de a = b = 1

ParametricPlot[{{Cos[2t − ArcSin[0.8Sin[2t]]], Sin[t − ArcSin[0.8Sin[t]]]}}, {t, 0,2Pi}]]	ParametricPlot3D[Evaluate[Table[{Sin[t − ArcSin[0.8Sin[t]]], Cos $\left[2t - \text{ArcSin}\left[0.8\text{Sin}[2t]\right]\right]$, Sin[$t$ − ArcSin[0.8Sin[t]]]}], {t, 0,2Pi}]]
	
ParametricPlot3D[Evaluate[Table[{t/2, Cos[2t − ArcSin[0.8Sin[2t]]], Sin[t − ArcSin[0.8Sin[t]]]}]], {t, 0,2Pi}]]	ParametricPlot3D[Evaluate[Table[{Sin[t], Cos $\left[2t - \text{ArcSin}\left[0.8\text{Sin}[2t]\right]\right]$, Sin[$t$ − ArcSin[0.8Sin[t]]]}], {t, 0,2Pi}]]
	
ParametricPlot[Evaluate[Table[{Cos[2t − ArcSin[0.2sSin[2t]]], Sin[t − ArcSin[0.2sSin[t]]]}, {s, 0,5}], {t, 0,2Pi}]]	ParametricPlot3D[Evaluate[Table[{Sin[t − ArcSin[0.2sSin[t]]], Cos $\left[2t - \text{ArcSin}\left[0.2s\text{Sin}[2t]\right]\right]$, Sin[$t$ − ArcSin[0.2sSin[t]]]}, {s, 0,5}], {t, 0,2Pi}]]
	

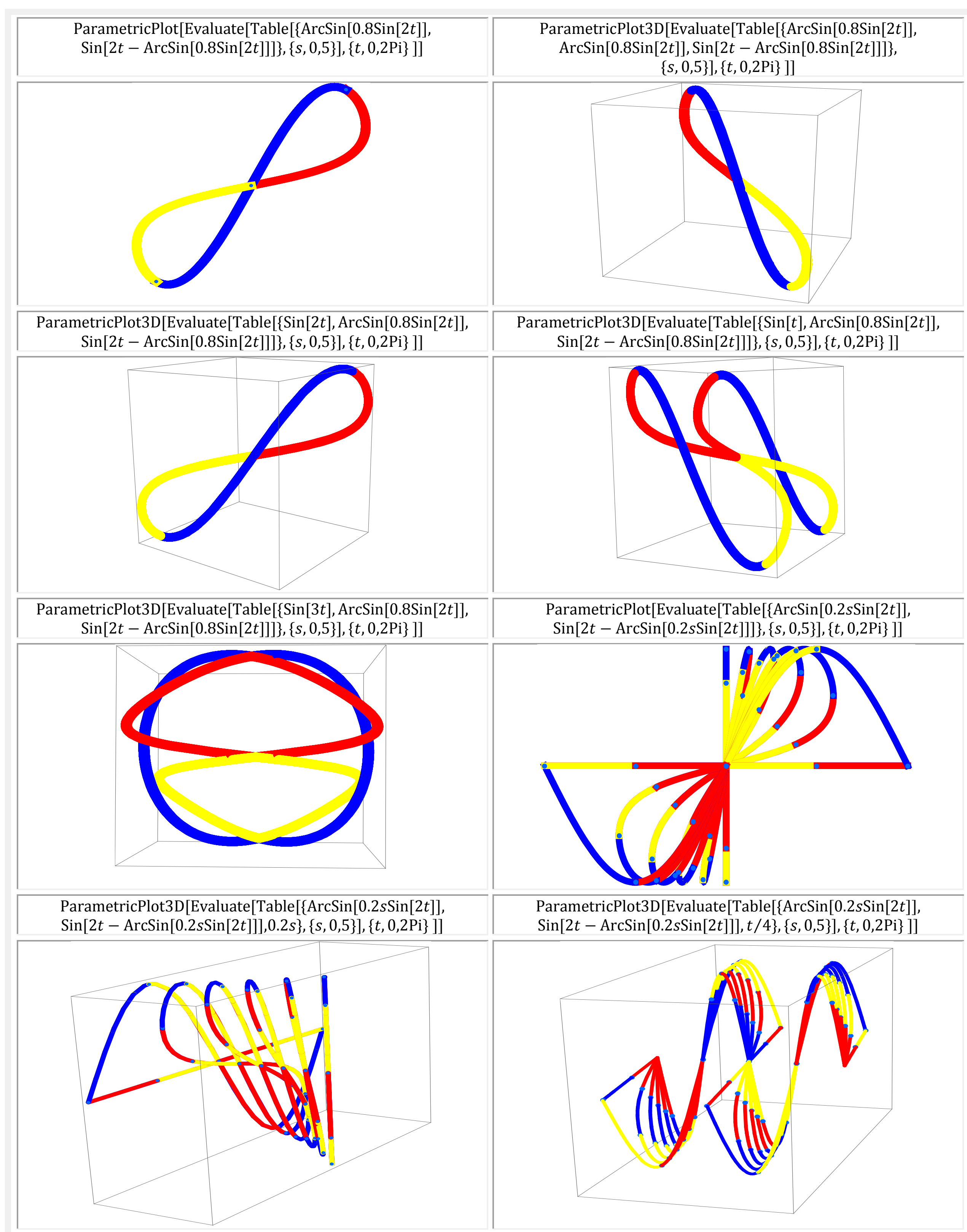
ParametricPlot3D[Evaluate[Table[{Sin[t], Cos[2t − ArcSin[0.2sSin[2t]]], Sin[t − ArcSin[0.2sSin[t]]]}, {s, 0,5}], {t, 0,2Pi}]]

Fig. 3,e Curbe **Lissajous** în **2D** ▲◀ şi în **3D** ▲▶ şi supernove (3D) ▼ excentrice de a = b = 1

ParametricPlot[Evaluate[Table[{Cos[3t − ArcSin[0.8Sin[2t]]], Sin[t − ArcSin[0.8Sin[t]]]}], {s, 0,5}], {t, 0,2Pi}]]	ParametricPlot3D[Evaluate[Table[{Sin[t − ArcSin[0.8Sin[t]]], Cos[3t − ArcSin[0.8Sin[2t]]], Sin[t − ArcSin[0.8Sin[t]]]}], {s, 0,5}], {t, 0,2Pi}]]




ParametricPlot3D[Evaluate[Table[{t/4, Cos[3t − ArcSin[0.8Sin[2t]]], Sin[t − ArcSin[0.8Sin[t]]]}, {s, 0,5}], {t, 0,2Pi}]]
ParametricPlot3D[Evaluate[Table[{Cos[t], Cos[3t − ArcSin[0.8Sin[2t]]], Sin[t − ArcSin[0.8Sin[t]]]}, {s, 0,5}], {t, 0,2Pi}]]
ParametricPlot3D[Evaluate[Table[{Sin[2t], Cos[3t − ArcSin[0.8Sin[2t]]], Sin[t − ArcSin[0.8Sin[t]]]}, {s, 0,5}], {t, 0,2Pi}]]
ParametricPlot3D[Evaluate[Table[{Sin[2t], Cos[3t − ArcSin[0.8Sin[2t]]], Sin[t − ArcSin[0.8Sin[2t]]]}, {s, 0,5}], {t, 0,2Pi}]]
ParametricPlot3D[Evaluate[Table[{Sin[2t], ArcSin[0.8Sin[2t]], Sin[t − ArcSin[0.8Sin[2t]]]}, {s, 0,5}], {t, 0,2Pi}]]
ParametricPlot3D[Evaluate[Table[{Sin[3t], ArcSin[0.8Sin[2t]], Sin[t − ArcSin[0.8Sin[2t]]]}, {s, 0,5}], {t, 0,2Pi}]]


ParametricPlot[Evaluate[Table[{ArcSin[0.8Sin[2t]],
Sin[2t − ArcSin[0.8Sin[2t]]]}, {s, 0,5}], {t, 0,2Pi}]]
ParametricPlot3D[Evaluate[Table[{ArcSin[0.8Sin[2t]],
ArcSin[0.8Sin[2t]], Sin[2t − ArcSin[0.8Sin[2t]]]},
{s, 0,5}], {t, 0,2Pi}]]
ParametricPlot3D[Evaluate[Table[{Sin[2t], ArcSin[0.8Sin[2t]],
Sin[2t − ArcSin[0.8Sin[2t]]]}, {s, 0,5}], {t, 0,2Pi}]]
ParametricPlot3D[Evaluate[Table[{Sin[t], ArcSin[0.8Sin[2t]],
Sin[2t − ArcSin[0.8Sin[2t]]]}, {s, 0,5}], {t, 0,2Pi}]]
ParametricPlot3D[Evaluate[Table[{Sin[3t], ArcSin[0.8Sin[2t]],
Sin[2t − ArcSin[0.8Sin[2t]]]}, {s, 0,5}], {t, 0,2Pi}]]
ParametricPlot[Evaluate[Table[{ArcSin[0.2sSin[2t]],
Sin[2t − ArcSin[0.2sSin[2t]]]}, {s, 0,5}], {t, 0,2Pi}]]
ParametricPlot3D[Evaluate[Table[{ArcSin[0.2sSin[2t]],
Sin[2t − ArcSin[0.2sSin[2t]]],0.2s}, {s, 0,5}], {t, 0,2Pi}]]
ParametricPlot3D[Evaluate[Table[{ArcSin[0.2sSin[2t]],
Sin[2t − ArcSin[0.2sSin[2t]]], t/4}, {s, 0,5}], {t, 0,2Pi}]]

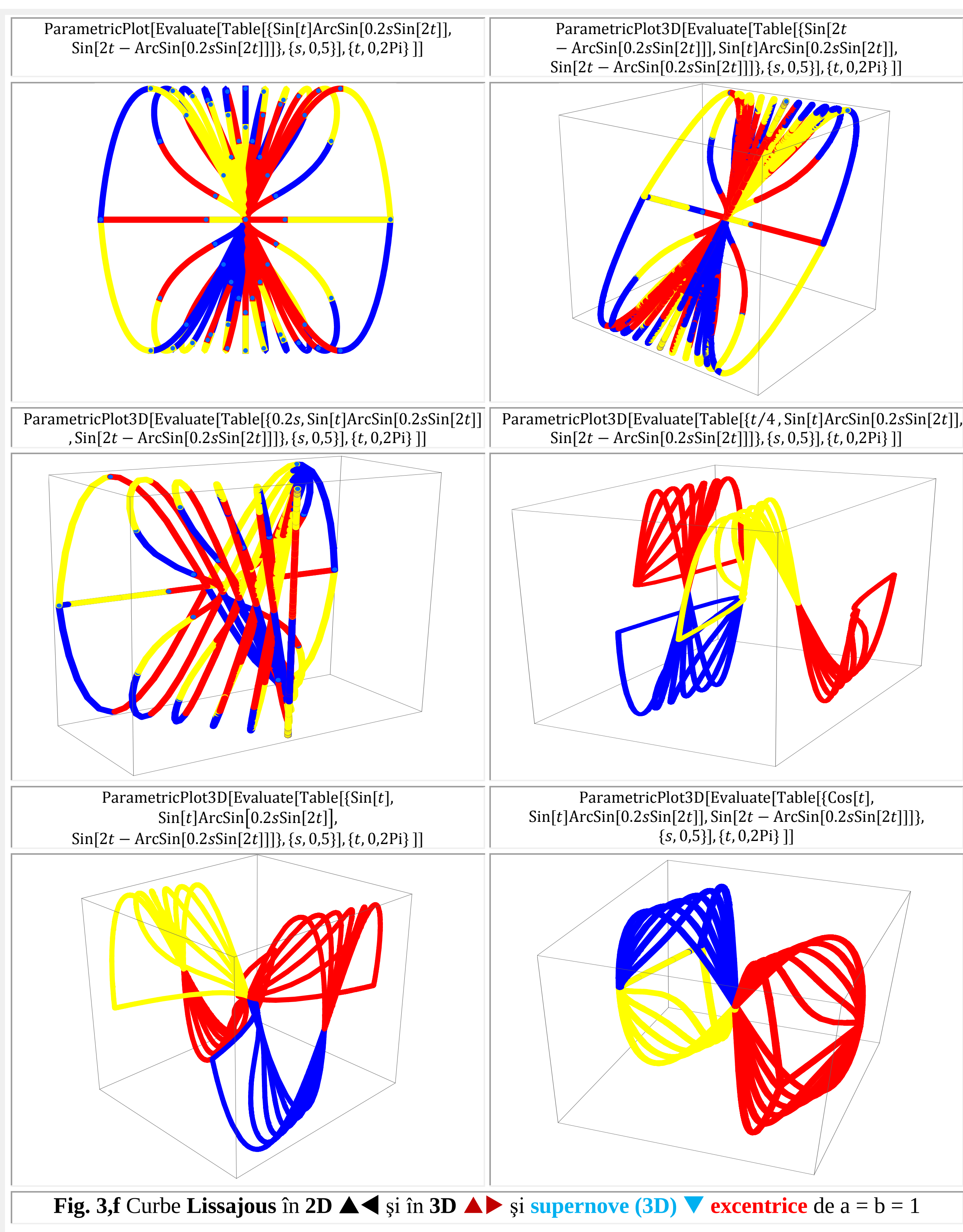


Fig. 3,f Curbe **Lissajous** în **2D** ▲◀ şi în **3D** ▲▶ şi **supernove (3D)** ▼ **excentrice** de a = b = 1

Din cele prezentate rezultă că în cazul în care expresiile a doi parametri din ecuaţiile parametrice **3D** coincid, adică au aceeaşi expresie, ca de exemplu **x ≡ y** sau **x ≡ z** sau **y ≡ z**, atunci se obţin funcţii plane în **3D**, aşa cum s-a putut observa în multe din figurile prezentate.

În figurile prezentate, în primele rânduri au fost prezentate funcţii circulare **centrice** în **2D,** apoi în **3D** şi, în final, cele **supernove**, tot circulare centrice, evident în **3D**. În continuare au fost prezentate, în aceeaşi ordine, funcţiile circulare excentrice în **2D** şi în **3D** plane şi strâmbe, ultimele constituind **funcţiile supernove**.

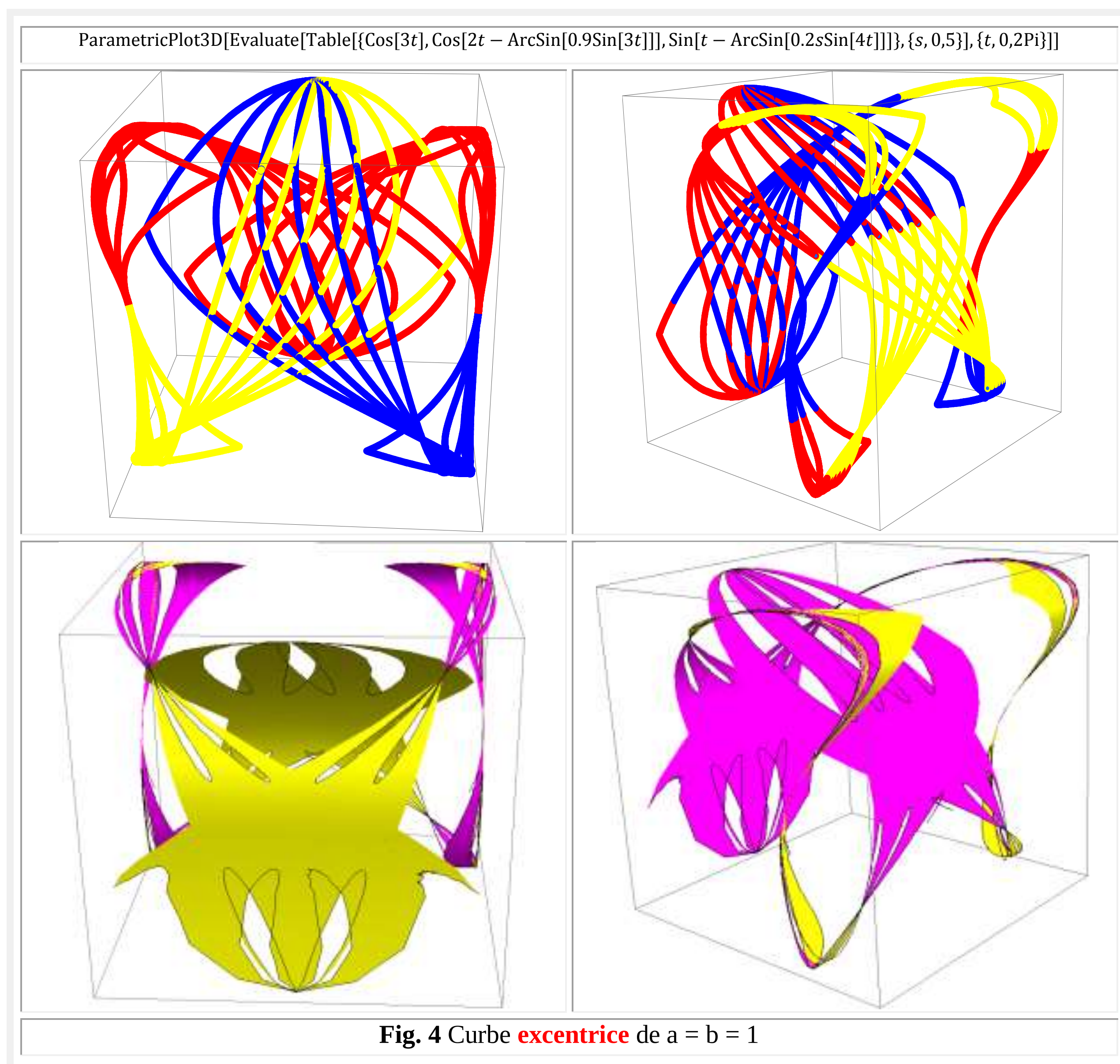


Fig. 4 Curbe **excentrice** de a = b = 1

În **figura 4** este reprezentată o **figură *supermatematică* supernovă** în 2 vederi şi în două moduri de prezentare.

Motto:" ***Există lucruri care ştim că sunt imposibil de realizat, până când vine cineva care nu ştie acest lucru şi le realizează*"**
Albert Einstein

CAPITOLUL XX
NOVE ŞI SUPERNOVE SUPERMATEMATICE

1. INTRODUCERE

Atât **novele** cât şi **supernovele** pot fi **circulare, hiperbolice, eliptice, trilobice, quadrilobice** / cvadrilobice ş.m.a**: centrice (MC)** sau **excentrice** (**ME**): **propriu-zise, elevate** sau **exotice,** care, ***toate***, pot fi denumite într-un singur cuvânt ***supermatematice*** (**SM**), realizându-se, astfel, o economie considerabilă de cuvinte şi de spaţiu.

Şi n-au fost inşirate toate tipurile de curbe şi funcţii **SM**, ţinând cont de ***volumul III*** al acestei lucrări cu subtitlul:"**NEMARGINIREA ŞI MĂREŢIA SUPERMATEMATICII**" în care sunt tratate combinaţiile infinite / nemărginite al funcţiilor anterior amintite, ca de exemplu: **centricoexcentrice**, **centricoelevate**, **centricoexotice**, … , **circularohiperbolice**, **circularoeliptice**, **circularotrilobice** ş.m.a.

Toată lumea ştie ce-i o curbă plană (**2D**) şi ce-i o curbă strâmbă, evident în 3**D**, dar nimeni nu s-a gândit cum poate fi tranformată ***orice curbă plană*** din **2D** în una ***plană*** în **3D** pe care o denumim **novă**, sau în una **strâmbă** în **3D**, denumită **supernovă**. O facem noi !

Aşa cum s-a prezentat în capitolele anterioare, dacă curbele / figurile **Lissajous** plane au fost transformate în curbe **Lissajous strâmbe** ele au fost denumite ***figuri supernove Lissajous circulare centrice***, dacă figurile au fost centrice şi dacă ***figurile Lissajous*** au fost **excentrice** au fost denumite ***figuri supernove Lissajous supermatematice excentrice***.

Oricare curbă **SM** cunoscută poate fi transformată în una **novă** sau în una **supernovă**. Cea mai simplă curbă în **matematica centrică** (**MC**) este **dreapta** cu corespondentele ei din matematica excentrică (**ME**) cu denumirea de ***strâmbe*** numite şi ***plane***, deoarece ele sunt ***strâmbe în 2D*** şi nu în 3**D**, pentru a nu se confunda cu cele **din 3D,** care sunt strâmbe **nove** sau **supernove SM**, pe care le vom denumi ***nove*** şi ***supernove liniare*** din motive lesne de înţeles.

2. NOVE ŞI SUPERNOVE LINIARE
STRÂMBAREA DREPTELOR

Începem cu dreapta din **MC** din **figura 1▲◄,** ce trece prin originea **O(0, 0),** deoarece, pentru o anumită valoare a coeficientului unghiular **m**, aleasă de valoare 1, adică a primei bisectoare, are un singur membru şi ecuaţia simplă :

(1) y = mx → m = 1 → y = x = t care devine o ***dreaptă nova*** cu ecuaţiile parametrice:

(2) $$\begin{cases} x = t \\ y = t \\ z = t \end{cases}$$

aşa cum rezultă şi din **figura 1▲►** .

Ea devine o **supernovă plană sinusoidală** **(Fig. 1●◄**) cu ecuţiile :

(3) $$\begin{cases} x = t \\ y = sint \\ z = sint \end{cases}$$

şi **cosinusoidală** (**Fig. 1●◄►**)) pentru ecuaţiile parametrice în care **y = z = cosα.**

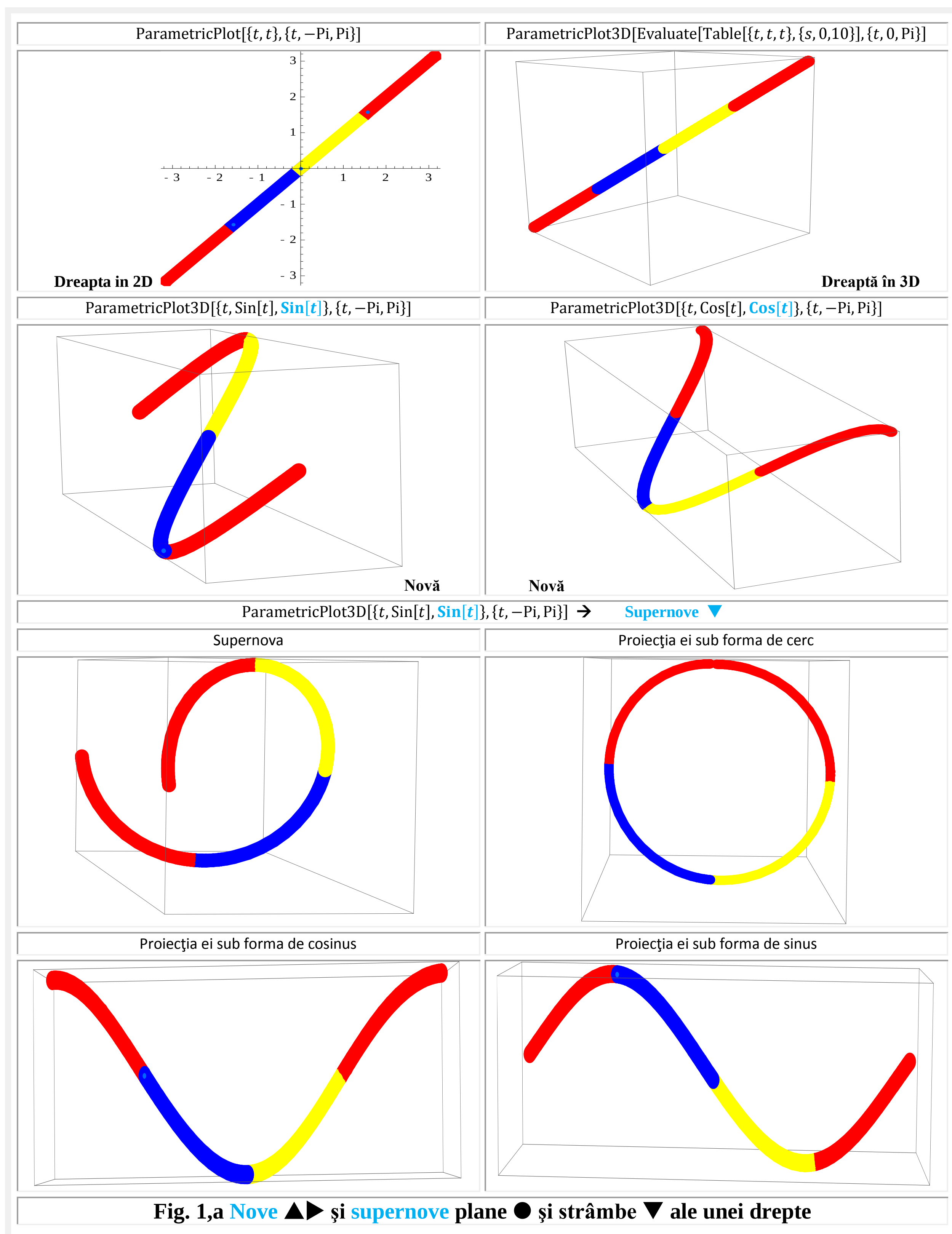


Fig. 1,a Nove ▲▶ şi supernove plane ● şi strâmbe ▼ ale unei drepte

Supernova devine **circulară** (**Fig. 1** şi **Fig. 1▼▶**) pentru ecuaţiile parametrice în care

(4) $\begin{cases} x = t \\ y = \cos t \\ z = \sin t \end{cases}$ deoarece **y = cost** şi **z = sint** care sunt ecuaţiile parametrice ale unui cerc în **3D**.

În **figura 1▼◀** curba ***pare*** plană, a unui cerc, dar este o iluzie optică, ea fiind una strămbă în **3D**, deci una din mulţimea **supernovelor** posibile ale **unei drepte**.

Supernova de ecuaţii (4) privită din divese puncte poate parea un cerc ▶, o cosinusoidă ◀ sau o sinusoidă ▶, aşa cum se prezintă în partea inferioara a **figirii 1**.

Din cele expuse rezultă că şi **novele** pot fi atât ***plane*** în **3D** şi **supernovele** sunt ***strâmbe*** în **3D**.

Dacă **y = a.cost** şi **z = b.sint** atunci **supernovele** sunt eliptice **pentru a ≠ b** (**Fig. 2 ▲◀**) şi pentru **y = z = cosht** ele sunt **nove** cosinus hiperbolice (**Fig. 2●◀**) şi sinus hiperbolice pentru **y = z = a.sinht** (**Fig. 2 ● ▶**). Pentru **y = cosht** şi **z = sinht** sau invers ele sunt **supernove hiperbolice** (**Fig. 2 ▼).**

3 STRÂMBAREA FUNCŢILOR TRIGONOMETRICE
SUPERNOVE TRIGONOMETRICE

Funcţiile trigonometrice sunt funcţii plane, în planul xOy, după cum este foarte bine cunoscut. Ele pot fi strâmbate, ca să devină funcţii **supernove**, aşa cum se prezinta în continuare în **figura 1,b**. Astfel, funcţia **cosinus** poate fi strâmbata în **3D** prin funcţia **sinus ◀**, iar funcţia sinus prin **cosinus ▶** şi, în acest fel, **supernova** se va proiecta într-un plan ca funcţie **cosinus** şi în alt plan ca funcţie **sinus**, iar într-un plan perpendicular pe cele două plane amintite anterior se va proiecta ca un **cerc ◀.**

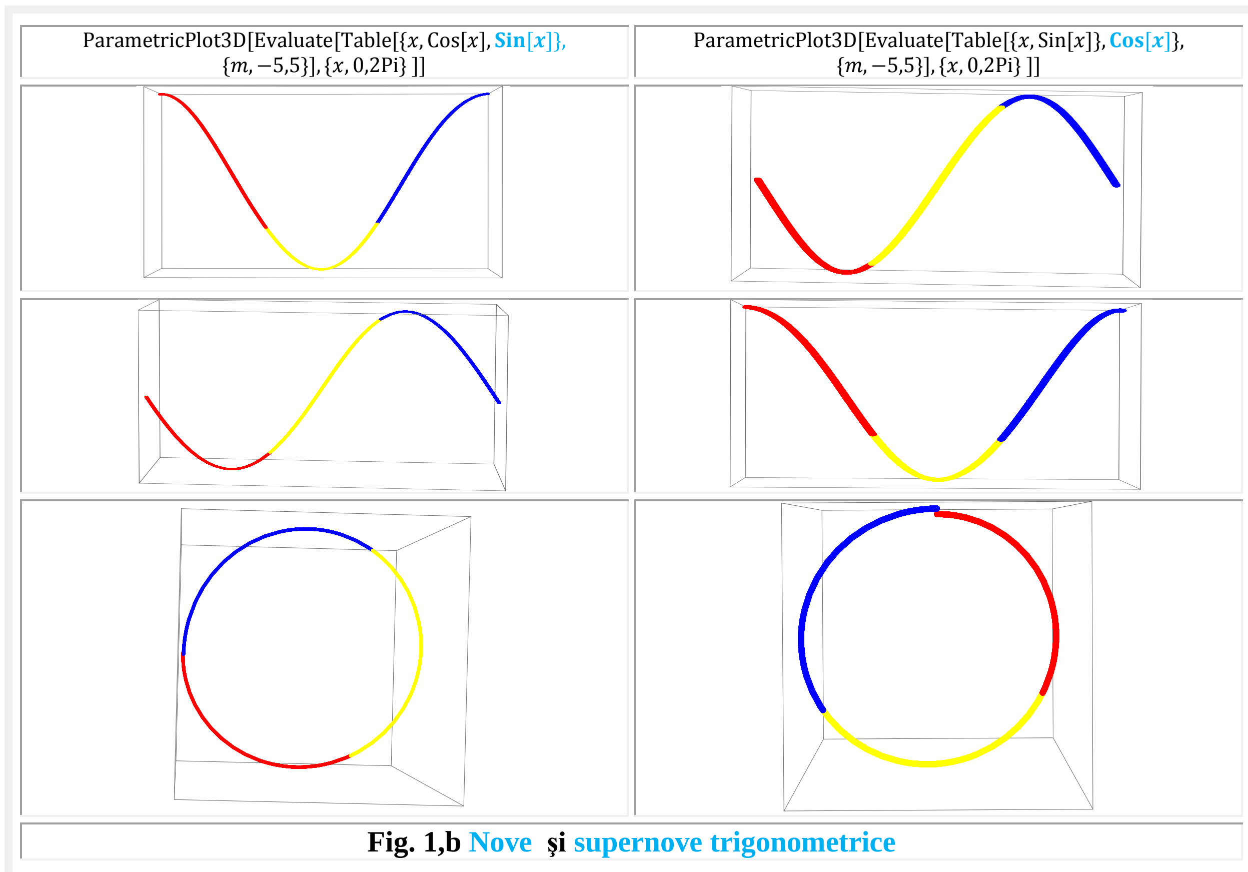


Fig. 1,b Nove şi supernove trigonometrice

Dacă funcţia de strâmbat (sin sau cos) şi cea care realizează strâmbare (cos sau sin) au amplitudini diferite atunci **supernova** din secţiunea transversală va fi o **elipsă** [**Fig. 2,b**].

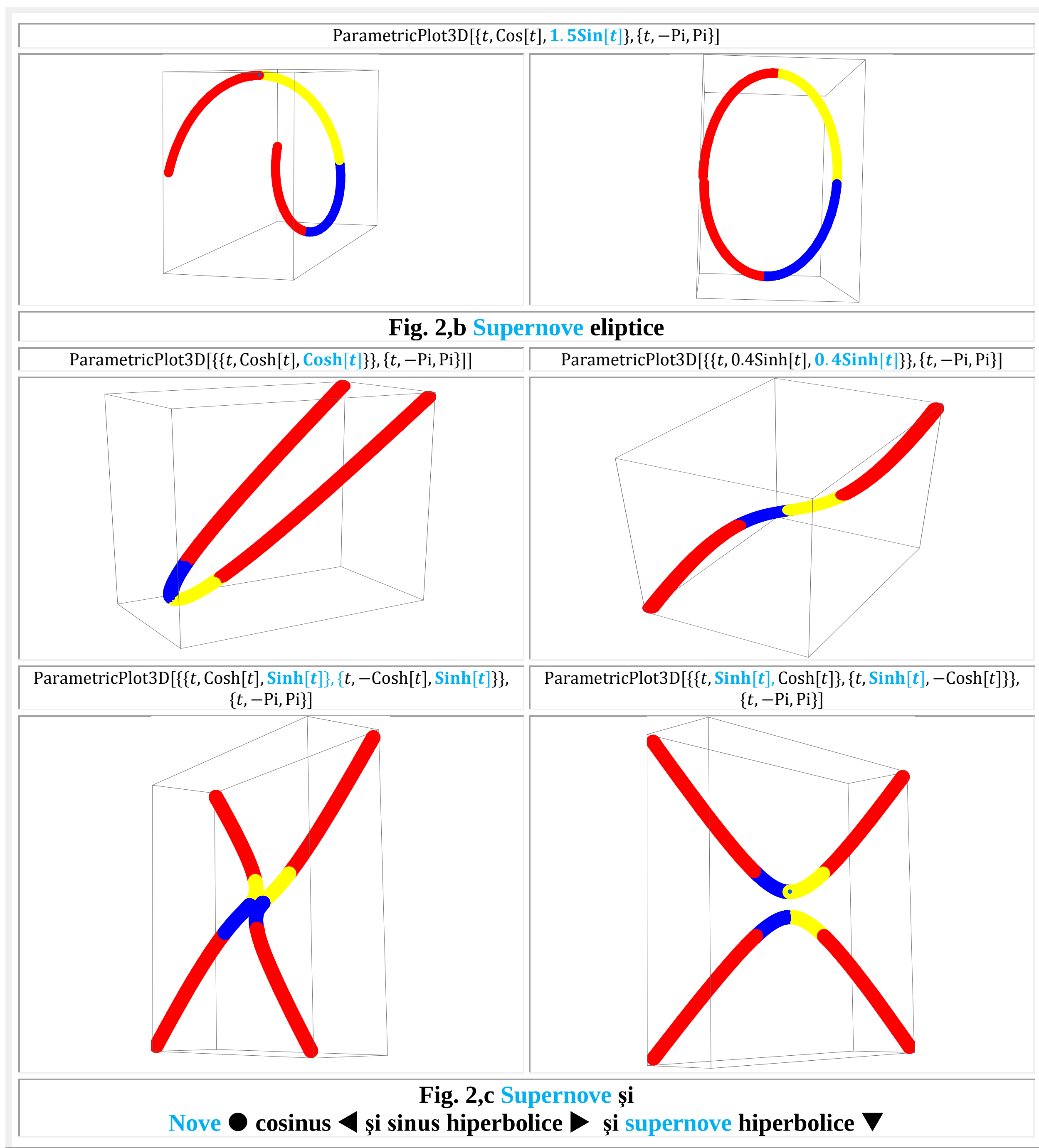


Fig. 2,b Supernove eliptice

Fig. 2,c Supernove şi
Nove ● cosinus ◀ şi sinus hiperbolice ▶ şi supernove hiperbolice ▼

Novele (**Fig. 3▲▶**, **●**, **▼**) unui fascicul de drepte (**Fig. 3▲◀**) ce trec prin originea **O(0, 0)** sunt prezentate în **figura 3.** Cele din **figura 3▲▶** sunt un **fascicul de** **nove**, **toate novele** fiind într-un acelaşi plan. Şi fascicolul de curbe din **figura 3 ● sunt** **nove**, deoarece fiecare curbă în parte a fascicolului **3D** este **in** formă de cosinusoidă **◀** şi de sinusoidă **▶** şi fiecare curbă în parte este **plană** **în 3D.**

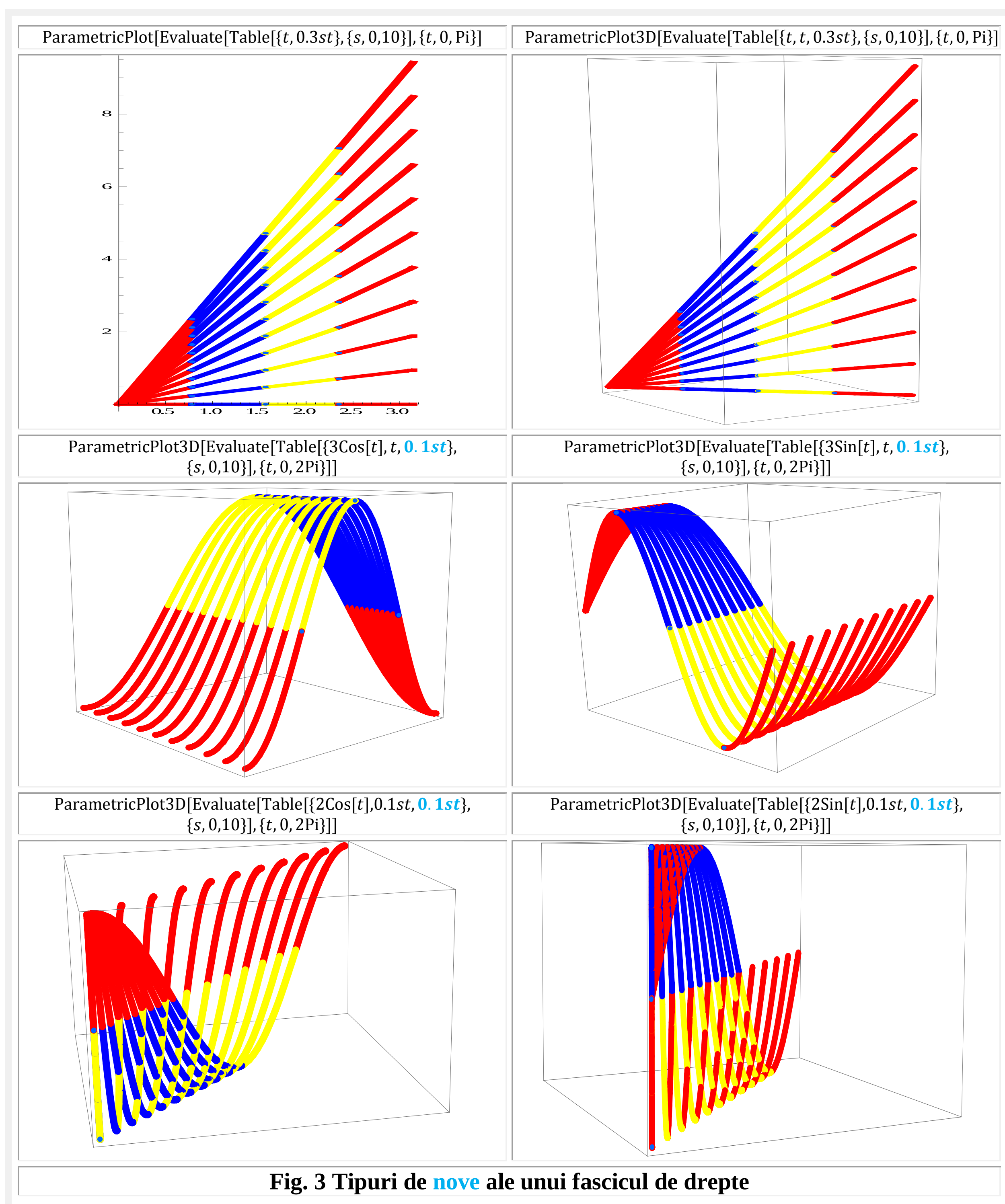
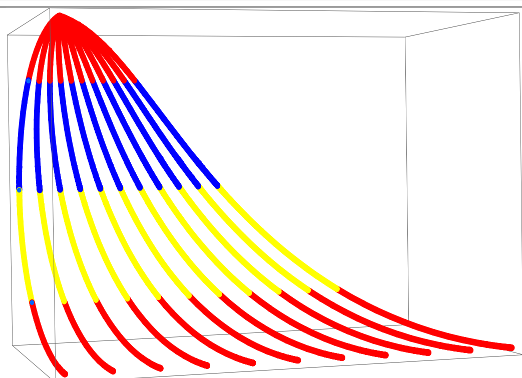
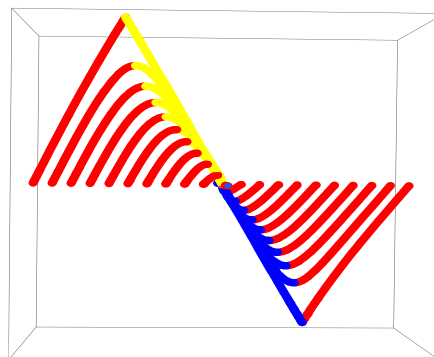
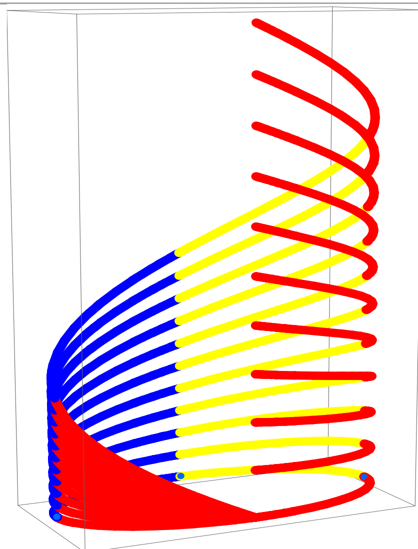
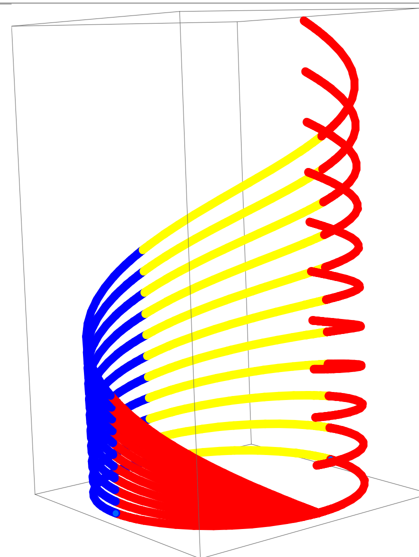
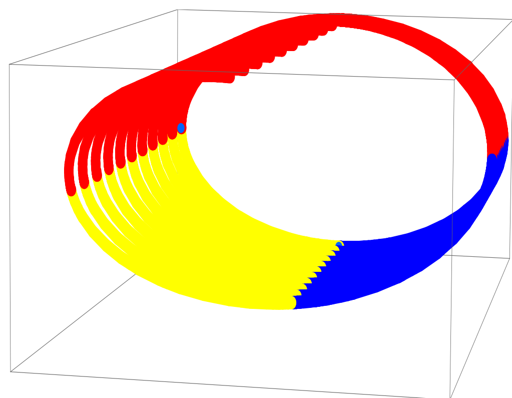
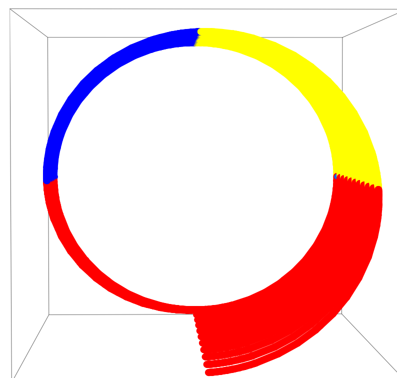
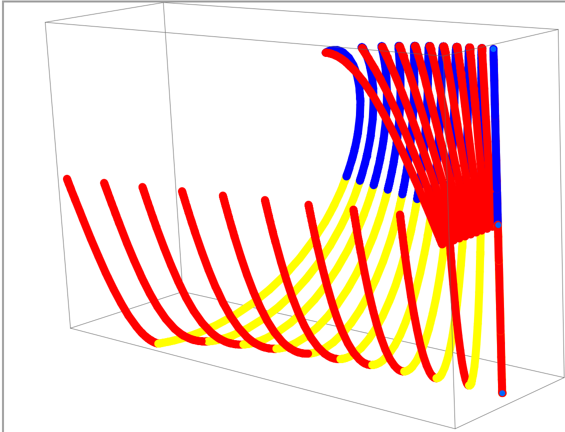
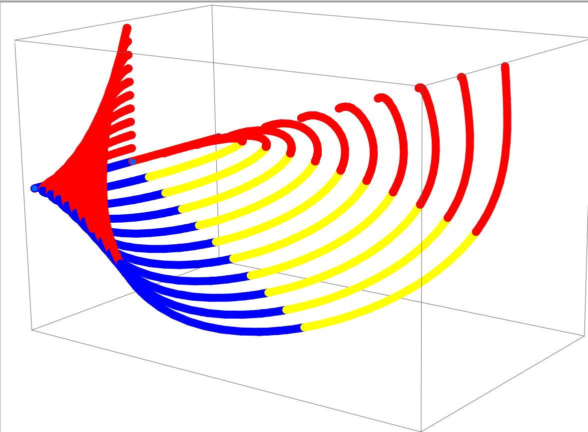
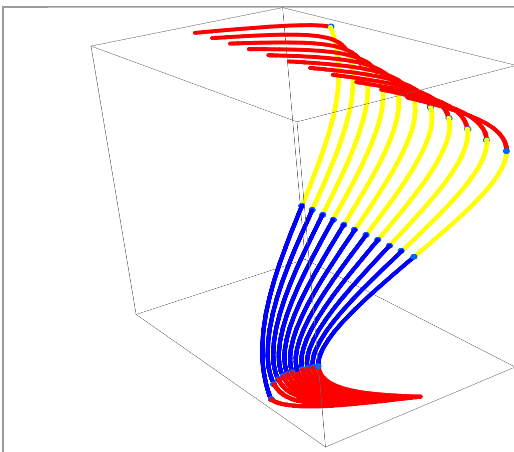
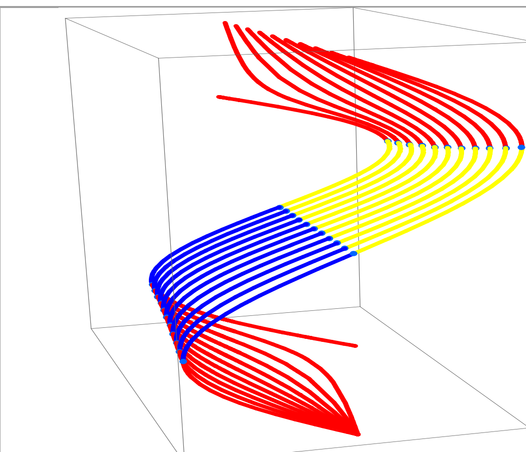
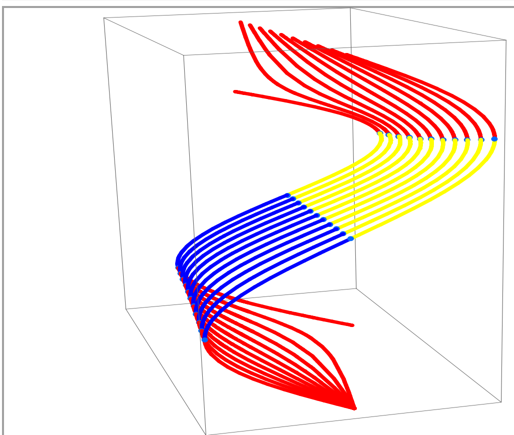
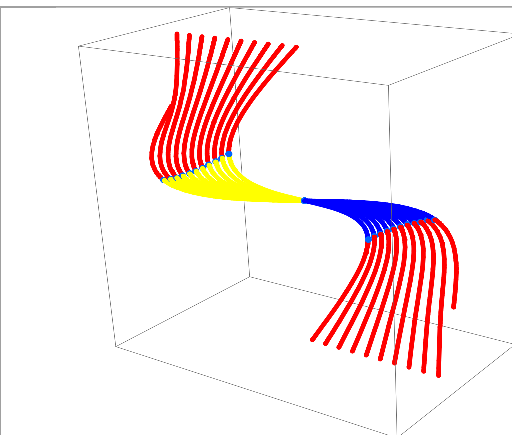


Fig. 3 Tipuri de nove ale unui fascicul de drepte

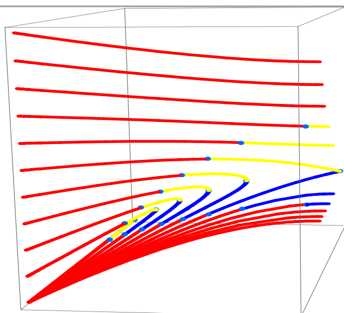
În **figura 3▼**, fiecare curbă din fascicul este în unu şi acelaşi plan fiind un ***fascicul plan*** de **nove** în **3D**, iar fasciculul în ansamblul lui formează o singură suprafaţă co- sau sinusoidală.

ParametricPlot3D[Evaluate[Table[{2Sin[t], Cos[t], **0.1st**}, {s, 0,10}], {t, 0, Pi}]	ParametricPlot3D[Evaluate[Table[{2Sin[t], ArcSin[0.1sSin[t]], **0.1st**}, {s, 0,10}], {t, 0, Pi}]
	
ParametricPlot3D[Evaluate[Table[{2Sin[t], Cos[t], **0.1st**}, {s, 0,10}], {t, 0,2Pi}]]	ParametricPlot3D[Evaluate[Table[{2Sin[t],2Cos[t], **0.1st**}, {s, 0,10}], {t, 0,2Pi}]]
	
	

ParametricPlot3D[Evaluate[Table[{2Sin[t], −0.1sCos[t] + Sqrt[1 − (0.1sSin[t])^2], **0. 1st**}, {s, 0,10}], {t, 0, Pi}]]	ParametricPlot3D[Evaluate[Table[{2Sin[t], 2Sqrt[1 + (0.1s)^2 − 0.2sCos[t]], **0. 1st**}, {s, 0,10}], {t, 0,2Pi}]]
	
ParametricPlot3D[Evaluate[Table[{2Sin[t], t − ArcSin[0.1sSin[t]], **0. 1st**}, {s, 0,10}], {t, 0,2Pi}]]	ParametricPlot3D[Evaluate[Table[{2Sin[t], t + ArcSin[0.1s Sin[t]/Sqrt[1 + (0.1s)^2 − 0.2sCos[t]]], **0. 1st**}, {s, 0,10}], {t, 0,2Pi}]]
	
ParametricPlot3D[Evaluate[Table[{2Sin[t], t + ArcSin[0.1sSin[t]], **0. 1st**}, {s, 0,10}], {t, 0, Pi}]]	ParametricPlot3D[Evaluate[Table[{2Sin[t], t − ArcSin[0.1s Sin[t]/Sqrt[1 + (0.1s)^2 + 0.2sCos[t]]], **0. 1st**}, {s, 0,10}], {t, −Pi, Pi}]]
	

ParametricPlot3D[Evaluate[Table[{2Sin[t], Sqrt[1 − 0.2sSin[t]], 0.05st}, {s, 0,10}], {t, 0, Pi}]]

ParametricPlot3D[Evaluate[Table[{2Sin[t], (1 − 0.1sCos[t])/(1 + (0.1s)^2 − 0.2sCos[t]) , 0.05st}, {s, 0,10}], {t, 0, Pi}]]



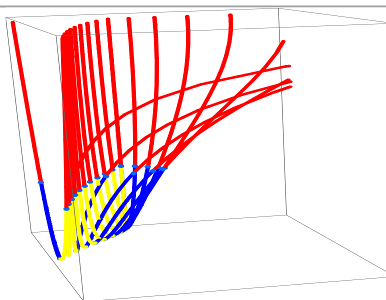
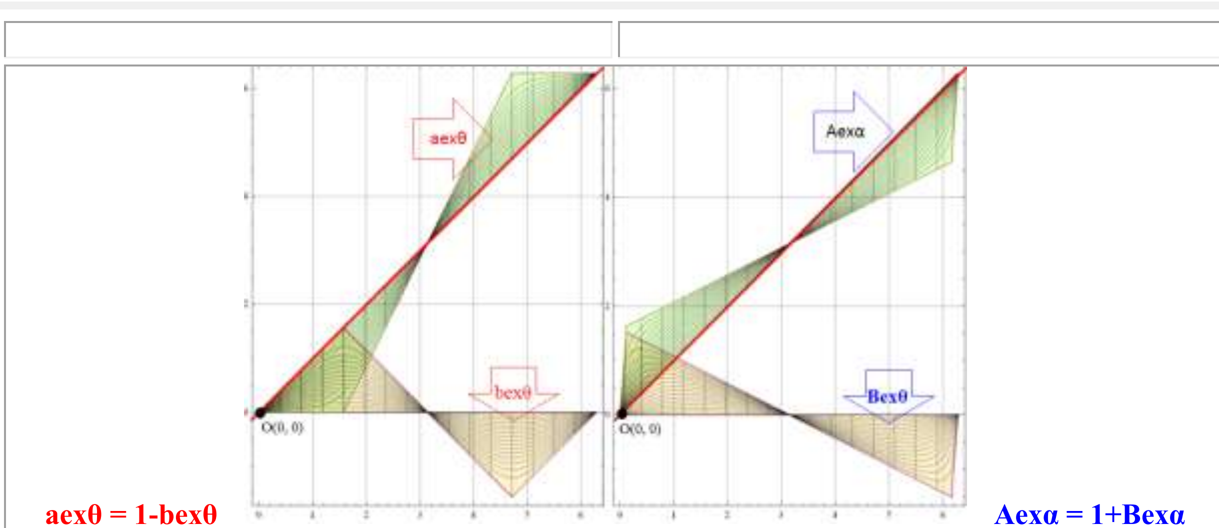


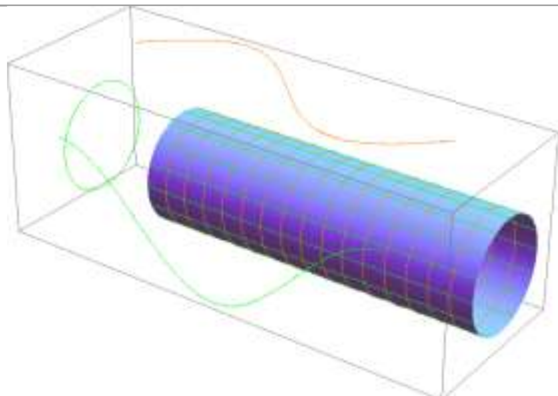
Fig. 4 Tipuri de supernove ale unui fascicul de drepte (y = c.sx = c.st)

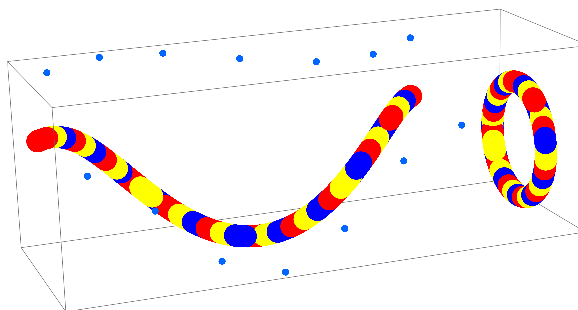


aexθ = 1-bexθ **Aexα = 1+Bexα**

Fig. 5 Funcţiile supermatematice (FSM) amplitudine ▲ şi beta ▼ excentrice

ParametricPlot3D[{{Cos[t], 4, Sin[t]}, {2, u, −Sin[u]}, {Cos[t], t − Pi, 2}, {Cos[u], t − Pi − 1, Sin[u]}}, {t, 0,2Pi}, {u, −Pi, Pi}]]





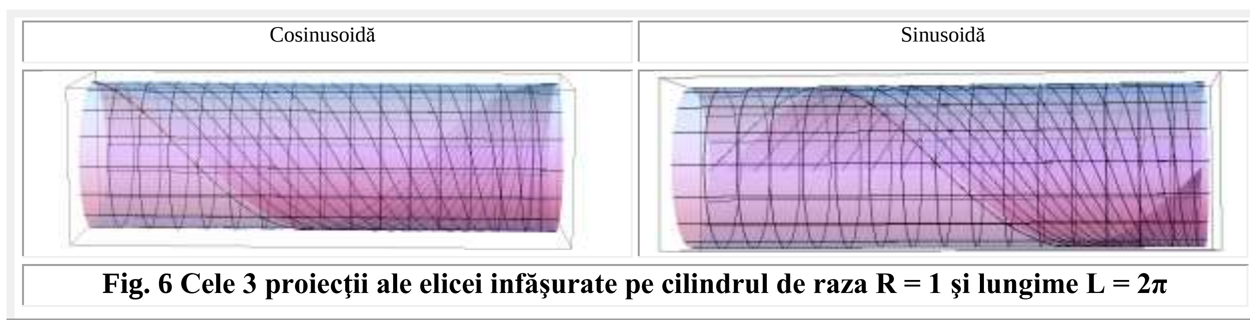


Fig. 6 Cele 3 proiecţii ale elicei infăşurate pe cilindrul de raza R = 1 şi lungime L = 2π

Curbele din **figura 4** au fiecare o curbă plană, pentru excentricitatea numerică **s = 0**, adică **o nová**, restul curbelor, fiind strâmbe, sunt **supernove**. Fascicolul de drepte a fost curbat în **figura 4** prin funcţia **cos** ▲◀ şi **bexθ** = arcsin[s.sinθ] ▲▶ (se recunoaşte semnalul triunghiular simetric pentru **s = 1**) apoi, prin funcţiile cos ◀ şi 2cos ▶ în rândul următor (**2**), iar în rândul **3** sunt reprezentate secţiunile transversale sub formă de elipsă şi respectiv de cerc ale fascicolului de drepte înfăşurat pe câte un cilindru eliptic şi, respectiv, circular. În rândul **4** sunt prezentate fasciculele de dreaptă strâmbate prin funcţiile radial excentrice **rexθ** ◀ şi, respectiv, Rexα ▶ apoi, în rândul **5**, sunt prezentate fasciculul de drepte strâmbate de funcţiile **aexθ** şi, respectiv, **Aexα** (**Fig. 5)** de excentrictăţi **± s ∈ [0,1]**.

Cilindrul pe care este înfăşurată o elice ale cărei proiecţii sunt un cerc, o cosinusoidă şi o sinusoidă este prezentat în **figura 6**. În această figură sus-stânga (▲◀), lipseşte **supernova elicoidală** cu pasul 2π, iar în partea ▲▶ lipseşte cilindrul pe care este infăşurată elicea supernovă. În partea de ▼◀ se vede pe cilindru cosinusoida unui fscicul iar în partea de ▼▶ sinusoida, ca urmare a rotirii cilindrului cu π/2.

Reamintim că **funcţiile supermatematice** circulare excentrice (**FSM—CE**) amplitudine excentrică de variabilă **excentrică (aexθ)** şi **centrică (Aexα)** (**Fig. 5**) sunt acelea care au ***generalizat dreapta matematică***, introducând **în (super)matematică strâmba plană** [**Fig. 6,a** şi **Fig. 6,b**].

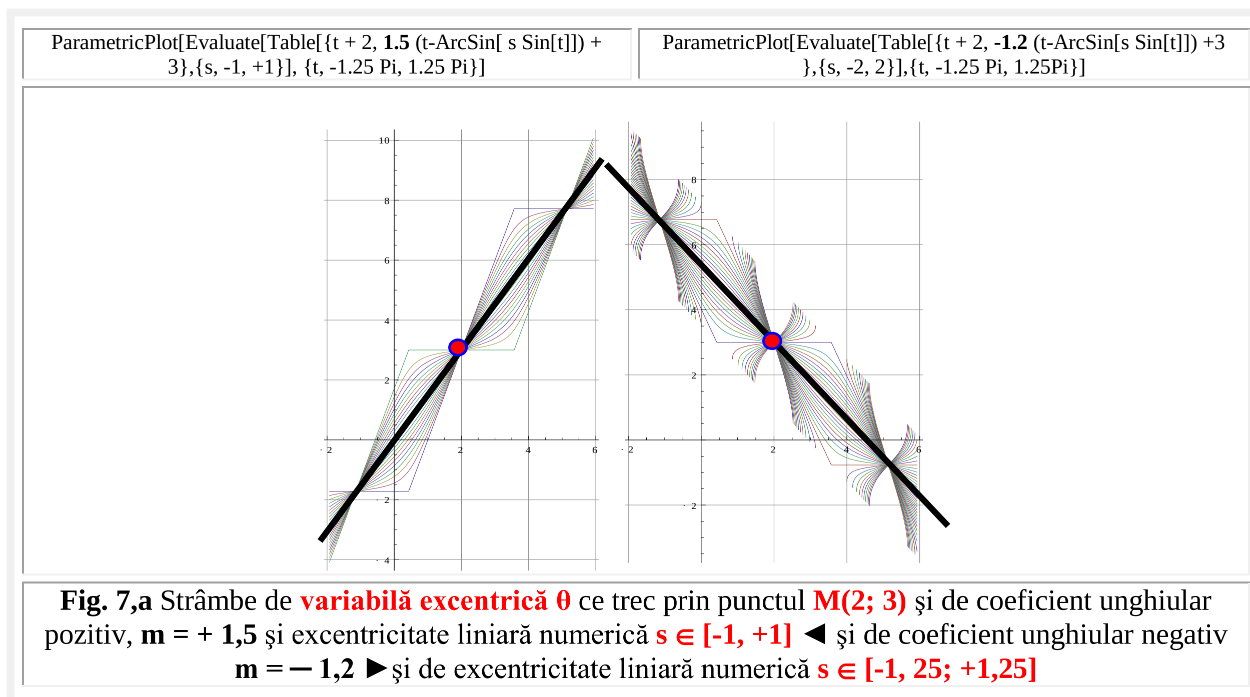


Fig. 7,a Strâmbe de **variabilă excentrică θ** ce trec prin punctul **M(2; 3)** şi de coeficient unghiular pozitiv, **m = + 1,5** şi excentricitate liniară numerică **s ∈ [-1, +1]** ◀ şi de coeficient unghiular negativ **m = — 1,2** ▶şi de excentricitate liniară numerică **s ∈ [-1, 25; +1,25]**

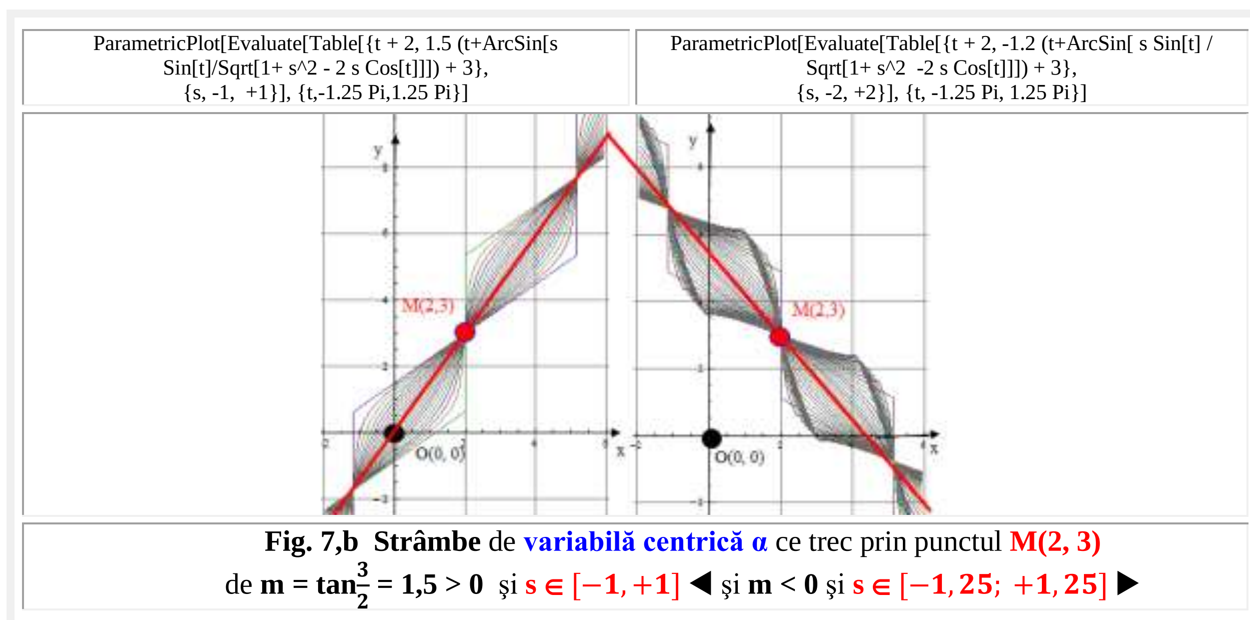
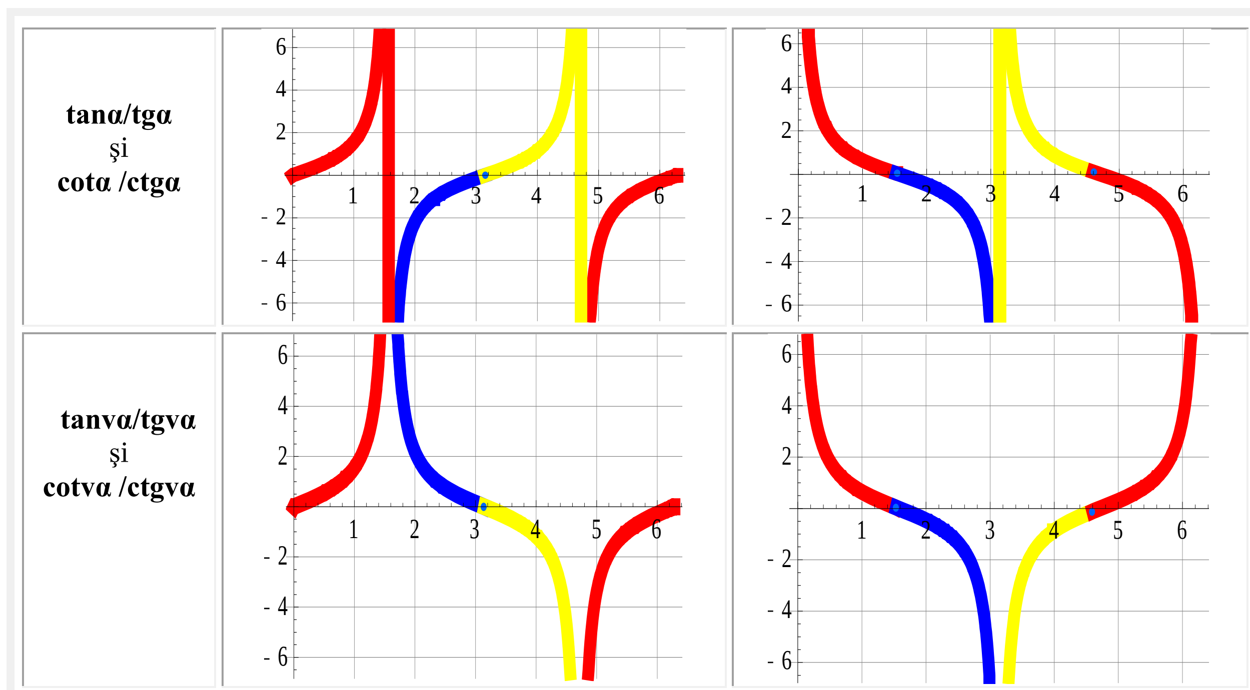


Fig. 7,b Strâmbe de **variabilă centrică α** ce trec prin punctul **M(2, 3)**
de **m** = **tan**$\frac{3}{2}$ = **1,5** > **0** şi $s \in [-1, +1]$ ◀ şi **m** < **0** şi $s \in [-1,25;\ +1,25]$ ▶

4 STRÂMBAREA TANGENTELOR → SUPERNOVE TANGENTE

În **figura 8** sunt prezentate ***tangentele*** ◀ şi ***cotangentele*** ▶ **centrice** precum şi cele **excentrice** existente, ordinare şi **Voinoiu**. Lipsesc funcţiile tangentă şi cotangentă ***elevate***, ***exotice*** şi combinaţiile lor, prezentate în Vol III. "Nemarginirea şi mareţia supermatematicii" al acestei lucrări de "Supermatematică".

Figura 9 prezintă unele dintre aceste curbe plane transformate în curbe stâmbe, devenite, astfel, curbe **supernove matematice**.



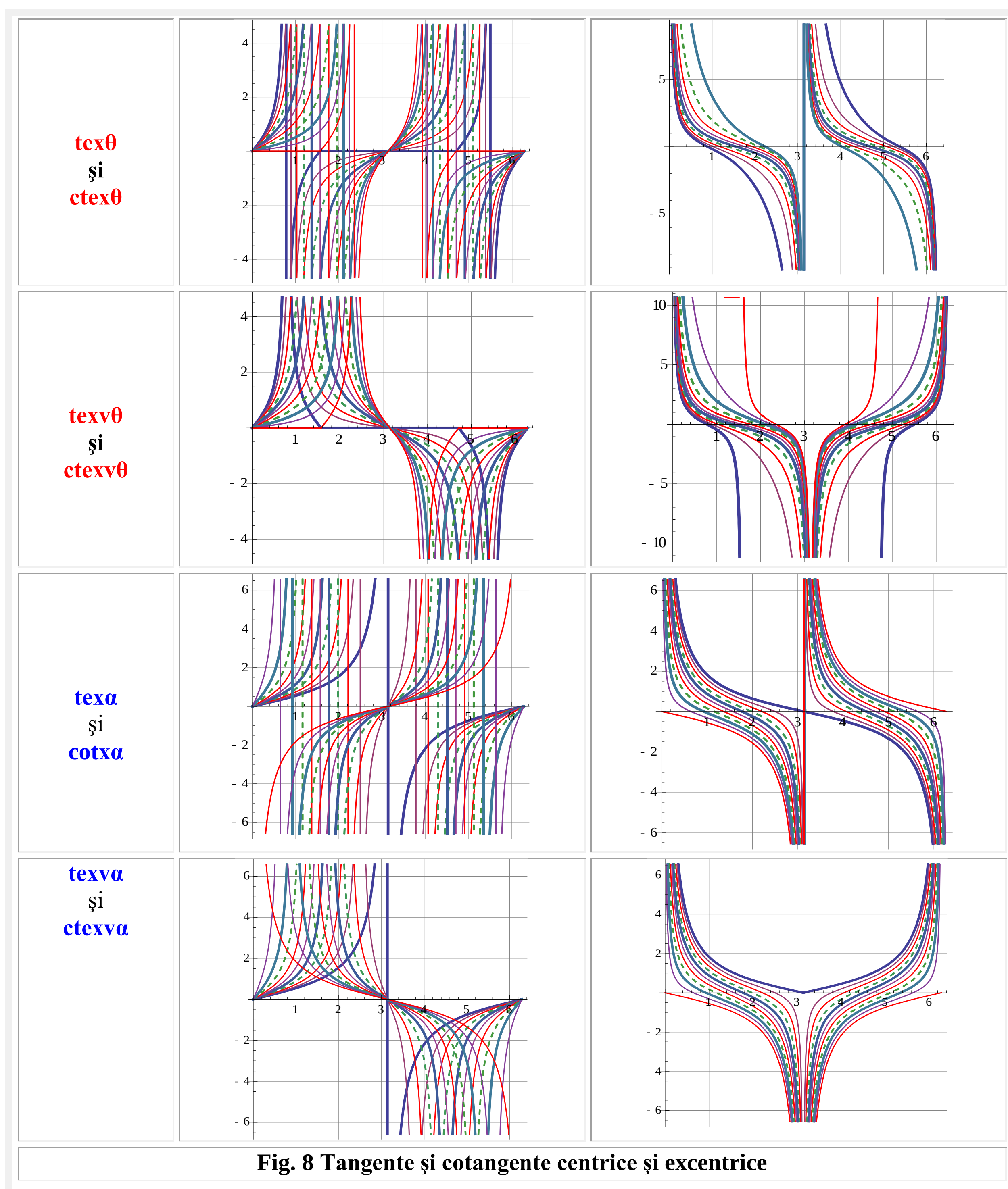


Fig. 8 Tangente şi cotangente centrice şi excentrice

În **figurile 9** sunt prezentate modurile în care funcţiile plane sunt strâmbate, devenind astfel funcţii **supernove**. Funcţiile care realizează strâmbarea sunt **colorate diferit** în ecuaţiile parametrice de definire ale **supernovelor**.

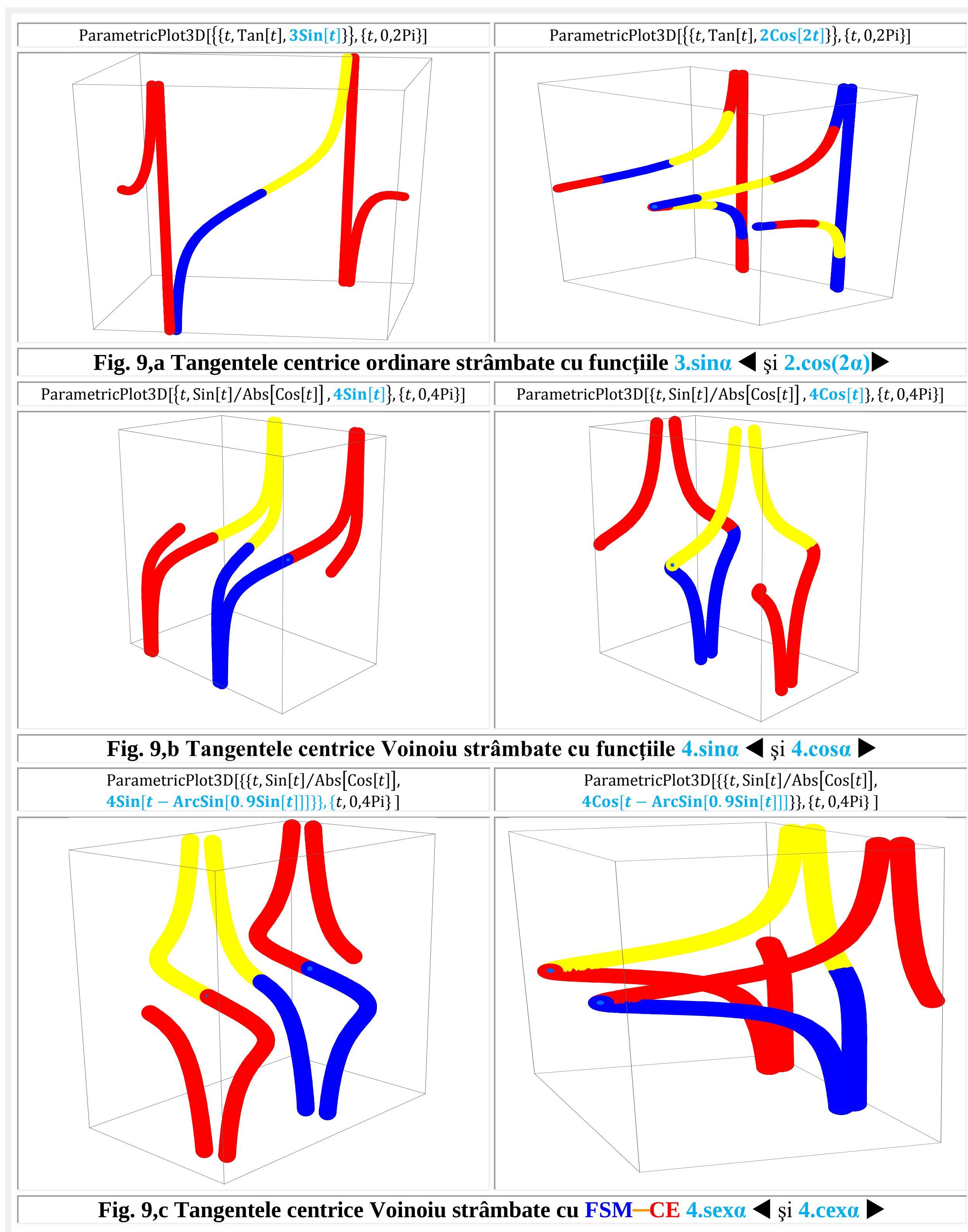


Fig. 9,a Tangentele centrice ordinare strâmbate cu funcţiile 3.sinα ◀ şi 2.cos(2α)▶

Fig. 9,b Tangentele centrice Voinoiu strâmbate cu funcţiile 4.sinα ◀ şi 4.cosα ▶

Fig. 9,c Tangentele centrice Voinoiu strâmbate cu FSM—CE 4.sexα ◀ şi 4.cexα ▶

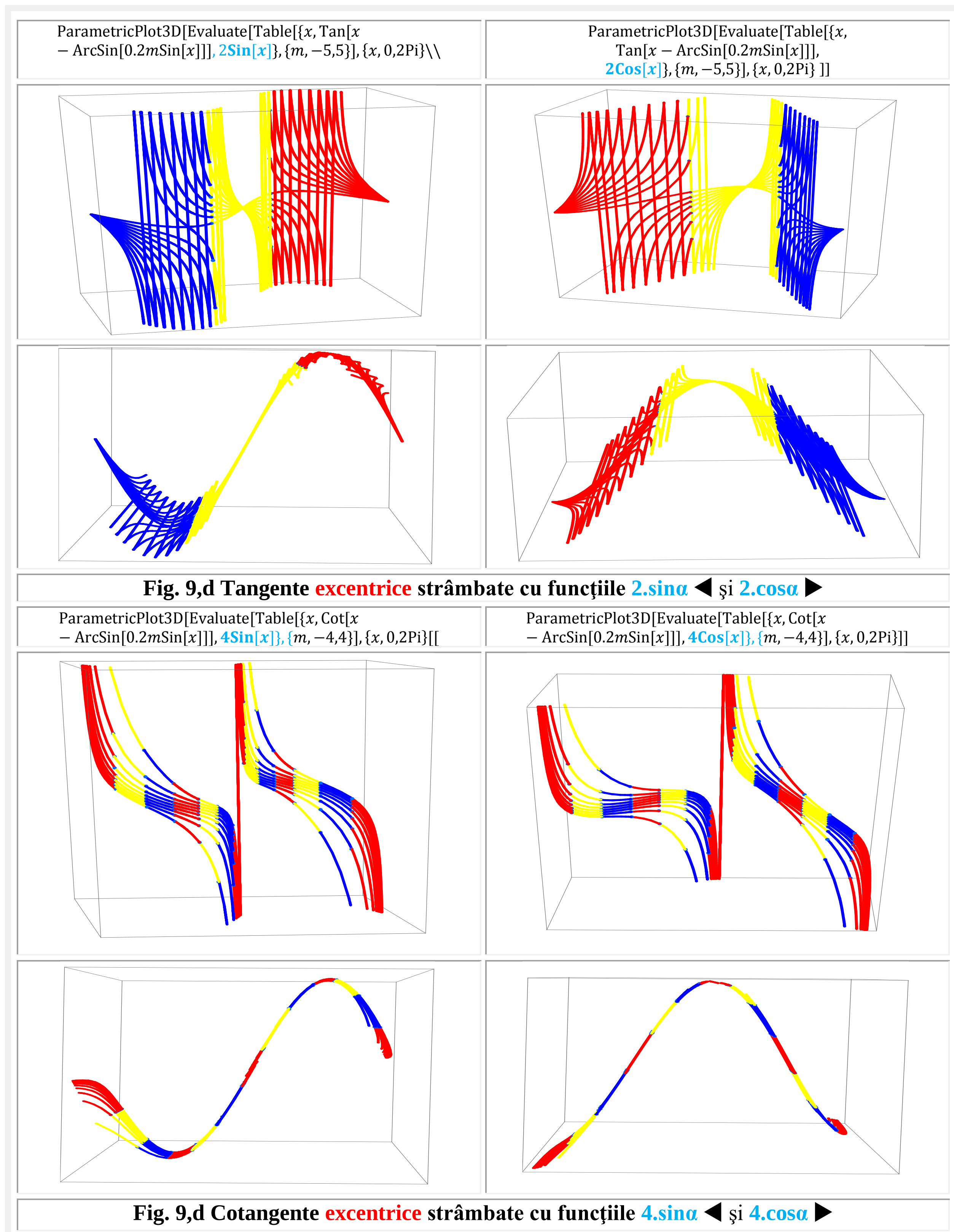


Fig. 9,d Tangente excentrice strâmbate cu funcţiile 2.sinα ◀ şi 2.cosα ▶

Fig. 9,d Cotangente excentrice strâmbate cu funcţiile 4.sinα ◀ şi 4.cosα ▶

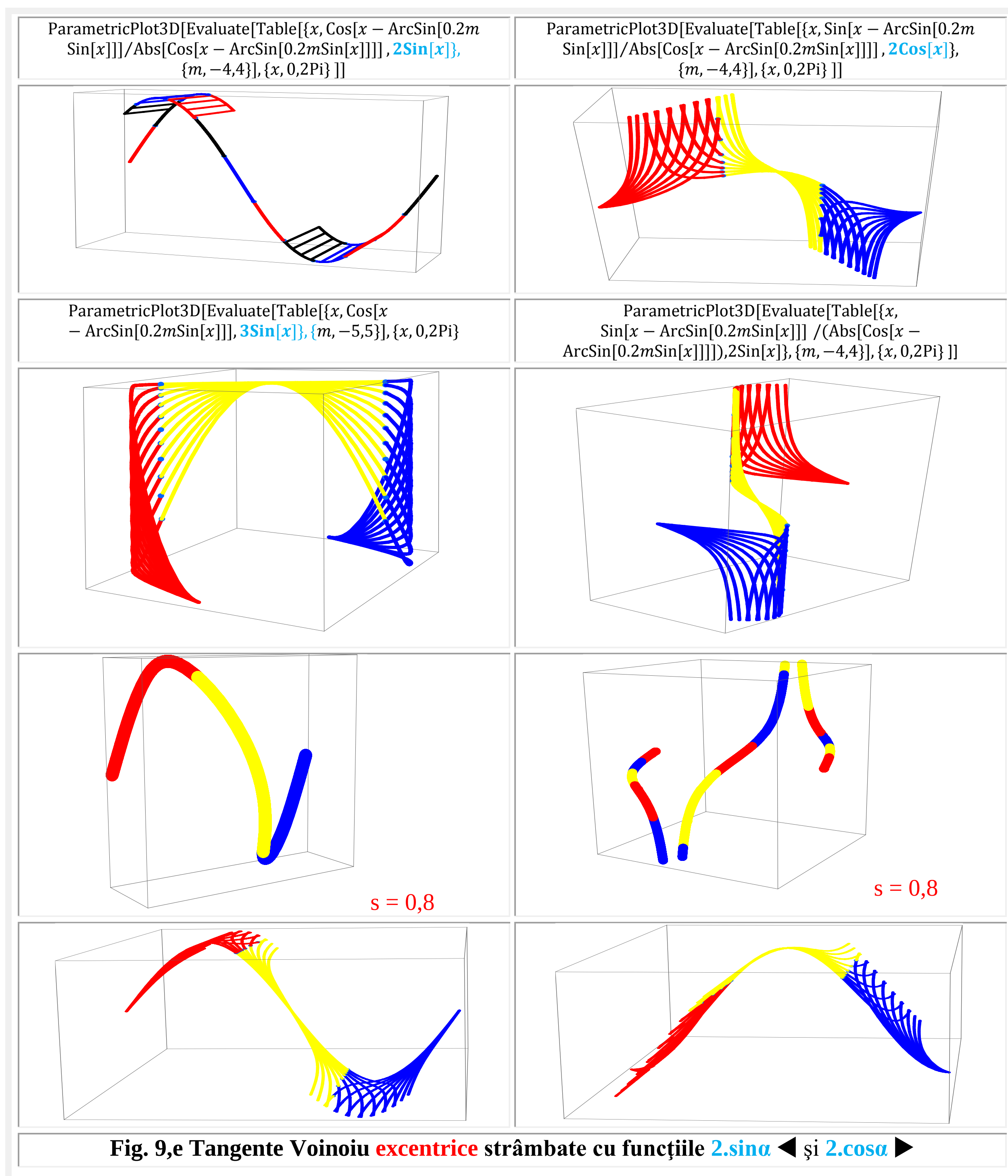
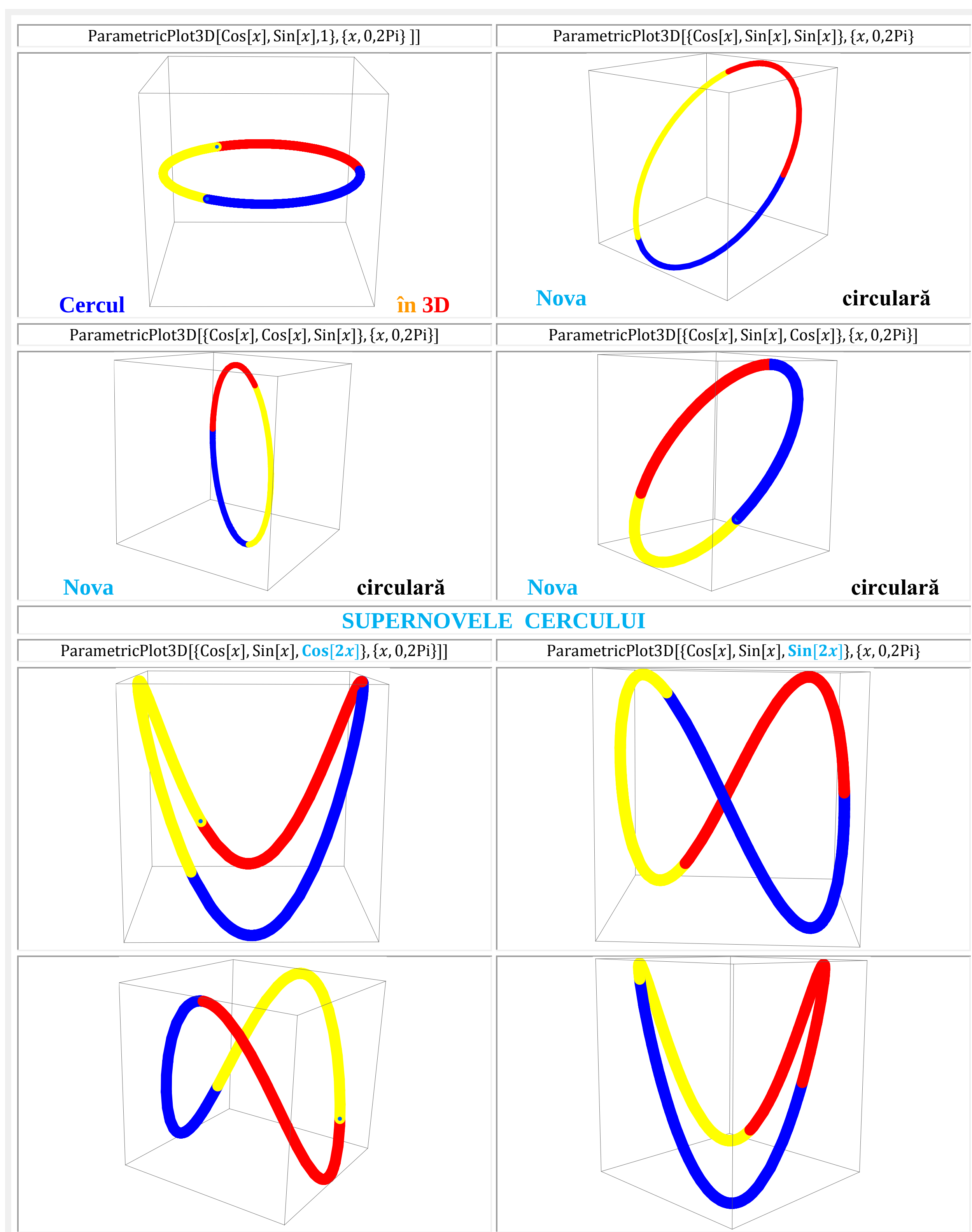
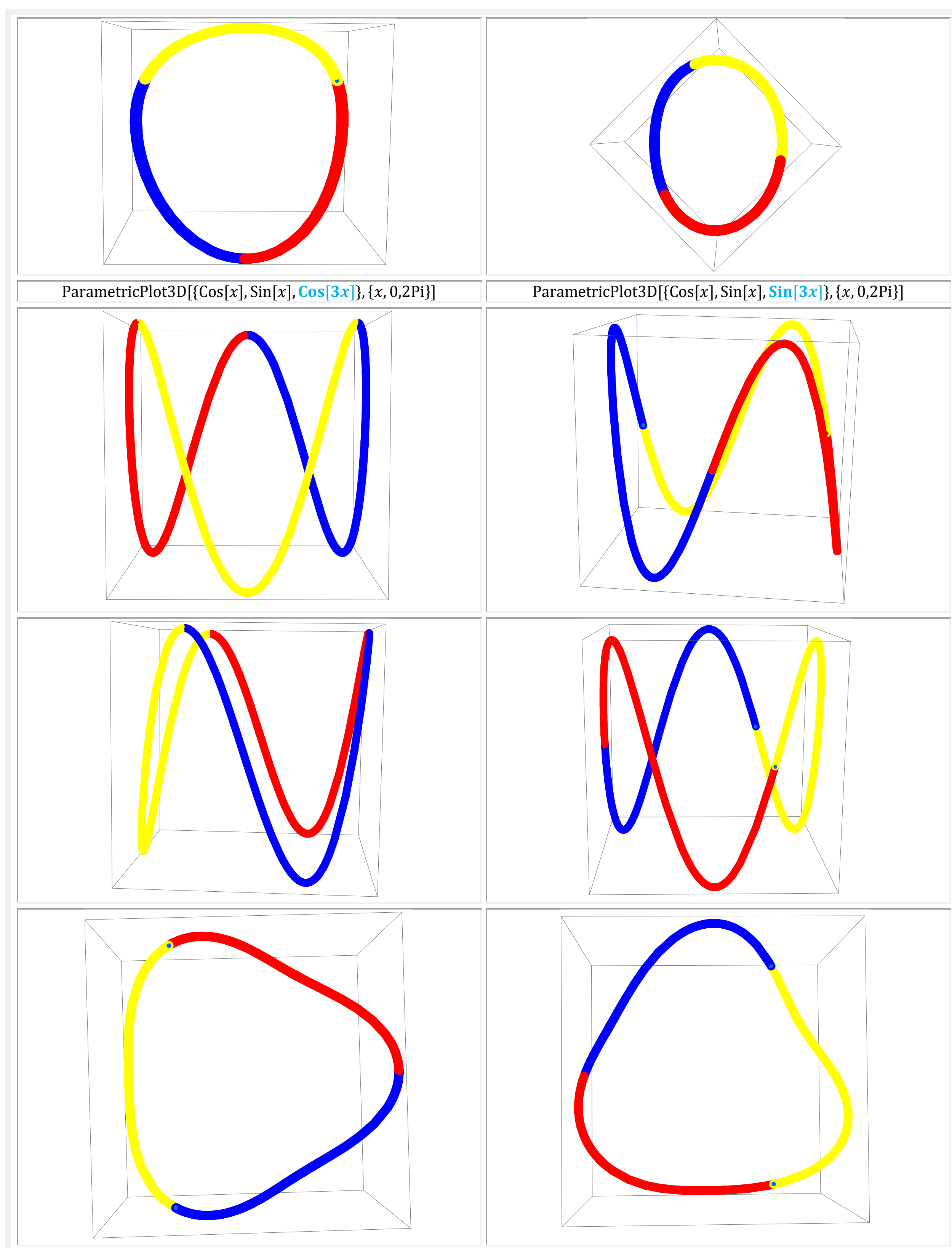


Fig. 9,e Tangente Voinoiu excentrice strâmbate cu funcţiile 2.sinα ◀ şi 2.cosα ▶

5 STRÂMBAREA CERCULUI → SUPERNOVA CIRCULARĂ

Cercul este o curbă plană ▲◀ care poate fi transformată în variate moduri în una strâmbă, adică într-o **supernovă** circulară, aşa cum se ilustrează în **figura 10**, cu novele în prima parte a figurii.


ParametricPlot3D[Cos[x], Sin[x],1}, {x, 0,2Pi}]]
ParametricPlot3D[{Cos[x], Sin[x], Sin[x]}, {x, 0,2Pi}
Cercul
în 3D
Nova
circulară
ParametricPlot3D[{Cos[x], Cos[x], Sin[x]}, {x, 0,2Pi}]
ParametricPlot3D[{Cos[x], Sin[x], Cos[x]}, {x, 0,2Pi}]
Nova
circulară
Nova
circulară
SUPERNOVELE CERCULUI
ParametricPlot3D[{Cos[x], Sin[x], Cos[2x]}, {x, 0,2Pi}]]
ParametricPlot3D[{Cos[x], Sin[x], Sin[2x]}, {x, 0,2Pi}


ParametricPlot3D[{Cos[x], Sin[x], Cos[3x]}, {x, 0,2Pi}]
ParametricPlot3D[{Cos[x], Sin[x], Sin[3x]}, {x, 0,2Pi}]

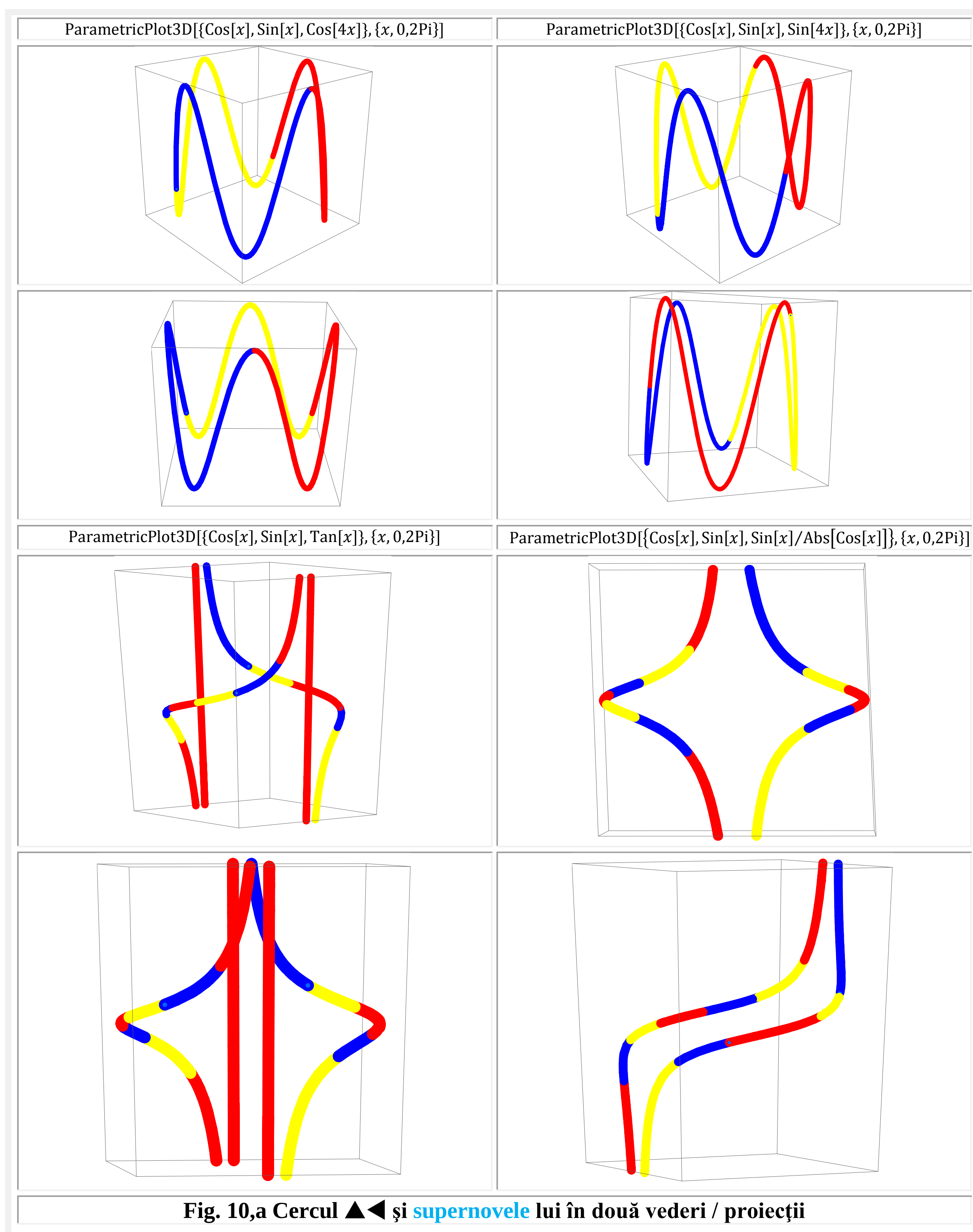


Fig. 10,a Cercul ▲◀ şi supernovele lui în două vederi / proiecţii

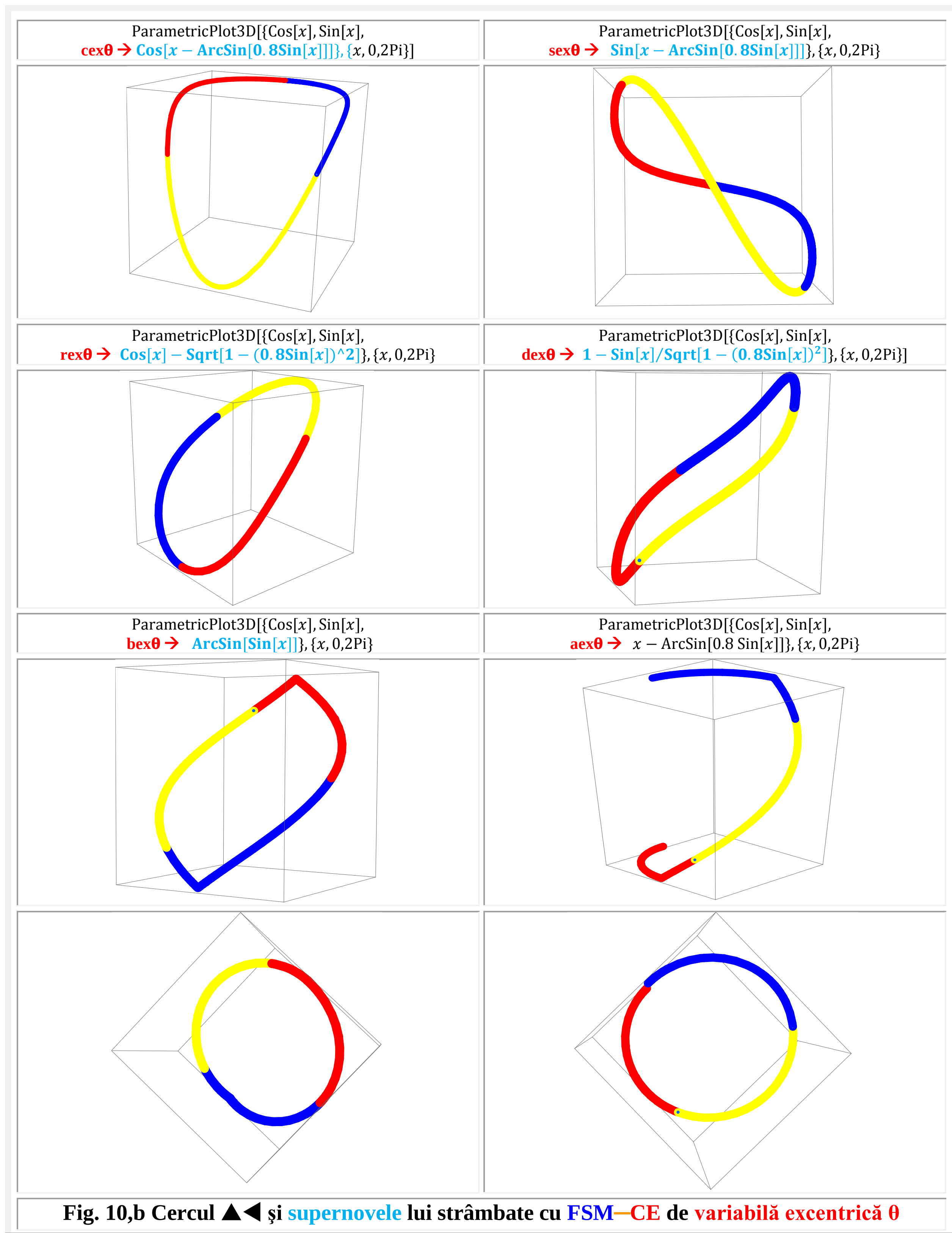
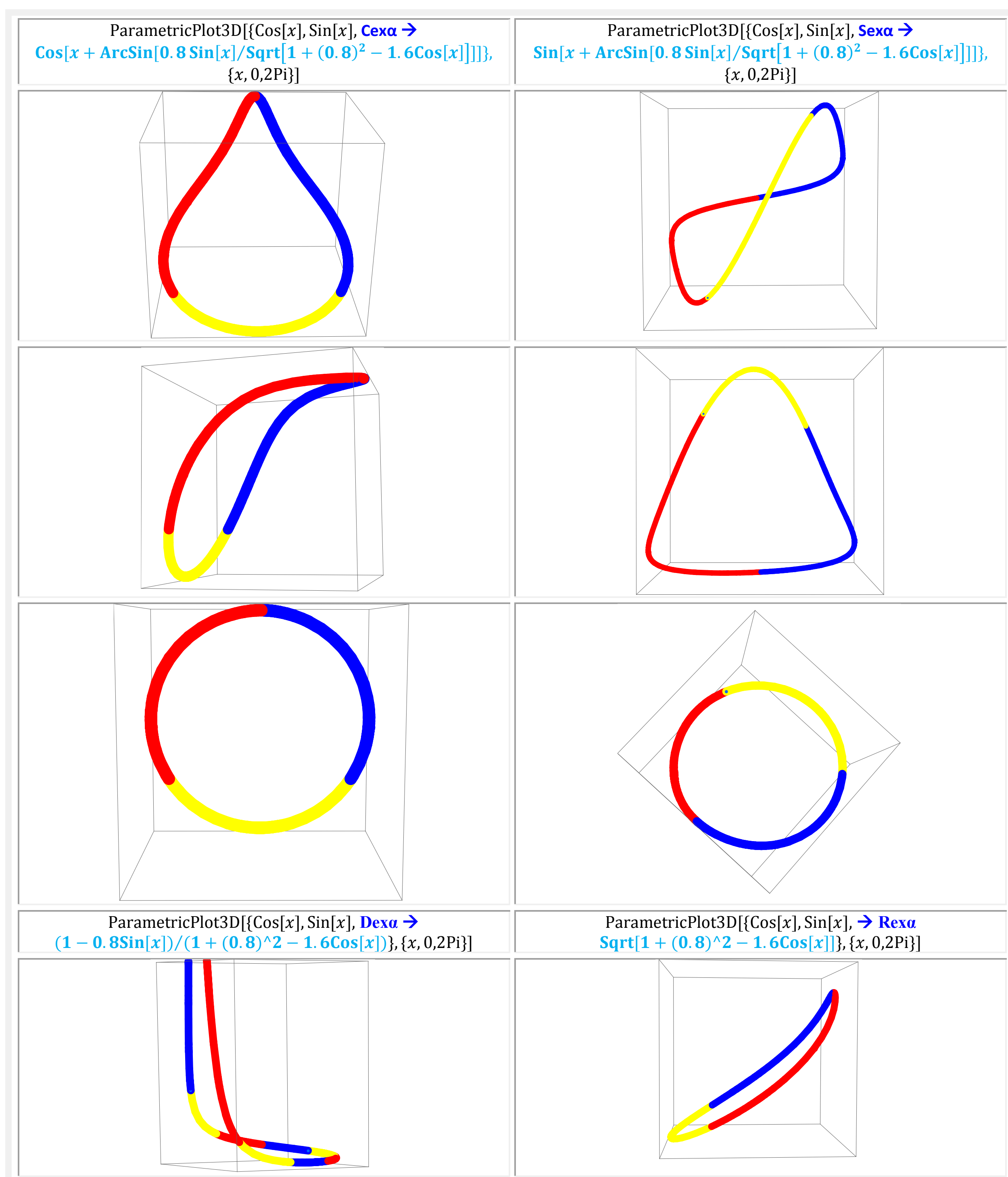


Fig. 10,b Cercul ▲◀ şi supernovele lui strâmbate cu FSM—CE de variabilă excentrică θ


ParametricPlot3D[{Cos[x], Sin[x], Cexα →
Cos[x + ArcSin[0.8 Sin[x]/Sqrt[1 + (0.8)^2 − 1.6Cos[x]]]]},
{x, 0,2Pi}]
ParametricPlot3D[{Cos[x], Sin[x], Sexα →
Sin[x + ArcSin[0.8 Sin[x]/Sqrt[1 + (0.8)^2 − 1.6Cos[x]]]]},
{x, 0,2Pi}]
ParametricPlot3D[{Cos[x], Sin[x], Dexα →
(1 − 0.8Sin[x])/(1 + (0.8)^2 − 1.6Cos[x])}, {x, 0,2Pi}]
ParametricPlot3D[{Cos[x], Sin[x], → Rexα
Sqrt[1 + (0.8)^2 − 1.6Cos[x]]}, {x, 0,2Pi}]

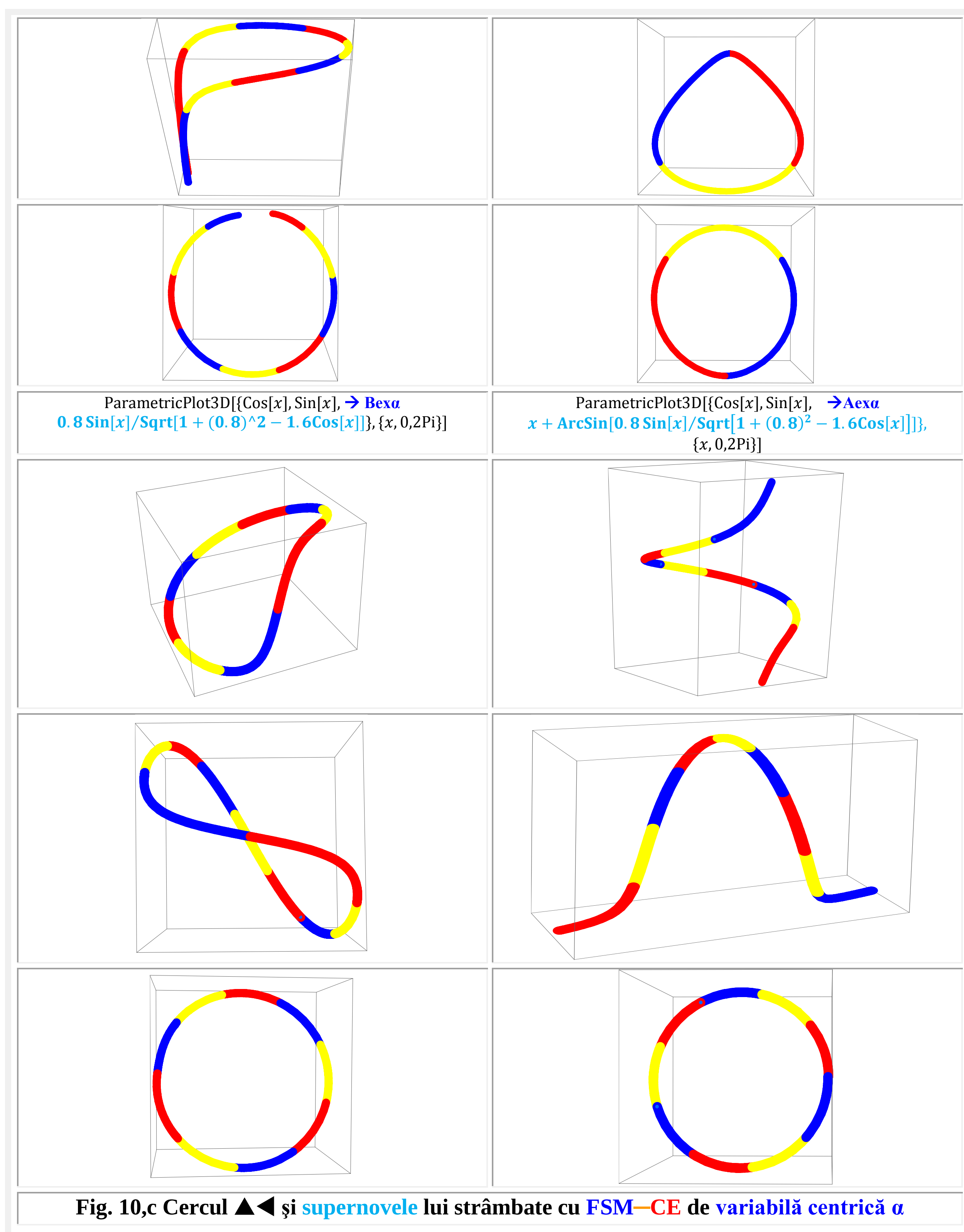


Fig. 10,c Cercul ▲◀ şi supernovele lui strâmbate cu FSM–CE de variabilă centrică α

6 STRÂMBAREA PĂTRATULUI → SUPERNOVE PĂTRATE

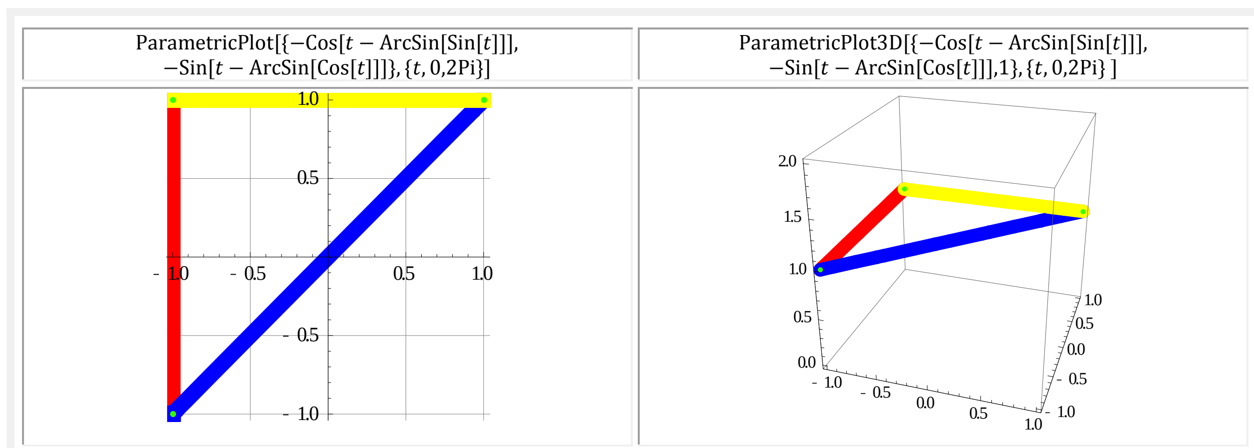
ParametricPlot3D[{Cos[t]/Sqrt[1 − (0.98Sin[t])^{2}], Sin[t]/Sqrt[1 − (0.98Cos[t])^2], 1}, {t, 0,2Pi}] **Pătrat in 3D**	ParametricPlot3D[{Cos[t]/Sqrt[1 − (0.98Sin[t])^{2}], Sin[t]/Sqrt[1 − (0.98Cos[t])^{2}], **Novă în 3 D** Cos[t]/Sqrt[1 − (0.98Sin[t])^2]}, {t, 0,2Pi}]
ParametricPlot3D[{Cos[t]/Sqrt[1 − (0.98Sin[t])^{2}], Sin[t]/Sqrt[1 − (0.98Cos[t])^2], t/8}, {t, 0,2Pi}]	ParametricPlot3D[{Cos[t]/Sqrt[1 − (0.98Sin[t])^{2}], Sin[t]/Sqrt[1 − (0.98Cos[t])^2], Cos[t]}, {t, 0,2Pi}]
ParametricPlot3D[{Cos[t]/Sqrt[1 − (0.98Sin[t])^{2}], Sin[t]/Sqrt[1 − (0.98Cos[t])^{2}], Sin[t]}, {t, 0,2Pi}]	ParametricPlot3D[{Cos[t]/Sqrt[1 − (0.98Sin[t])^2], Sin[t]/Sqrt[1 − (0.98Cos[t])^{2}], ArcSin[1 + (0.98)^2 − 1.96Cos[4t]]}, {t, 0,2Pi}]

ParametricPlot3D[{Cos[t]/Sqrt[1 − (0.98Sin[t])^2],
Sin[t]/Sqrt[1 − (0.98Cos[t])^2],
Sqrt[1 − (0. 98Sin[t])^2]}, {t, 0,2Pi}]

ParametricPlot3D[{Cos[t]/Sqrt[1 − (0.98Sin[t])^2],
Sin[t]/Sqrt[1 − (0.98Cos[t])^2],
Sin[0. 98Sin[t]]/Sqrt[1 − (0. 98Sin[t])^2]}, {t, 0,2Pi}]

Fig. 11,a Pătratul ▲◀ şi supernovele lui strâmbate cu FSM−CE de variabilă excentrică θ

7 STRÂMBAREA TRIUNGHIULUI → SUPERNOVE TRIUNGHIULARE



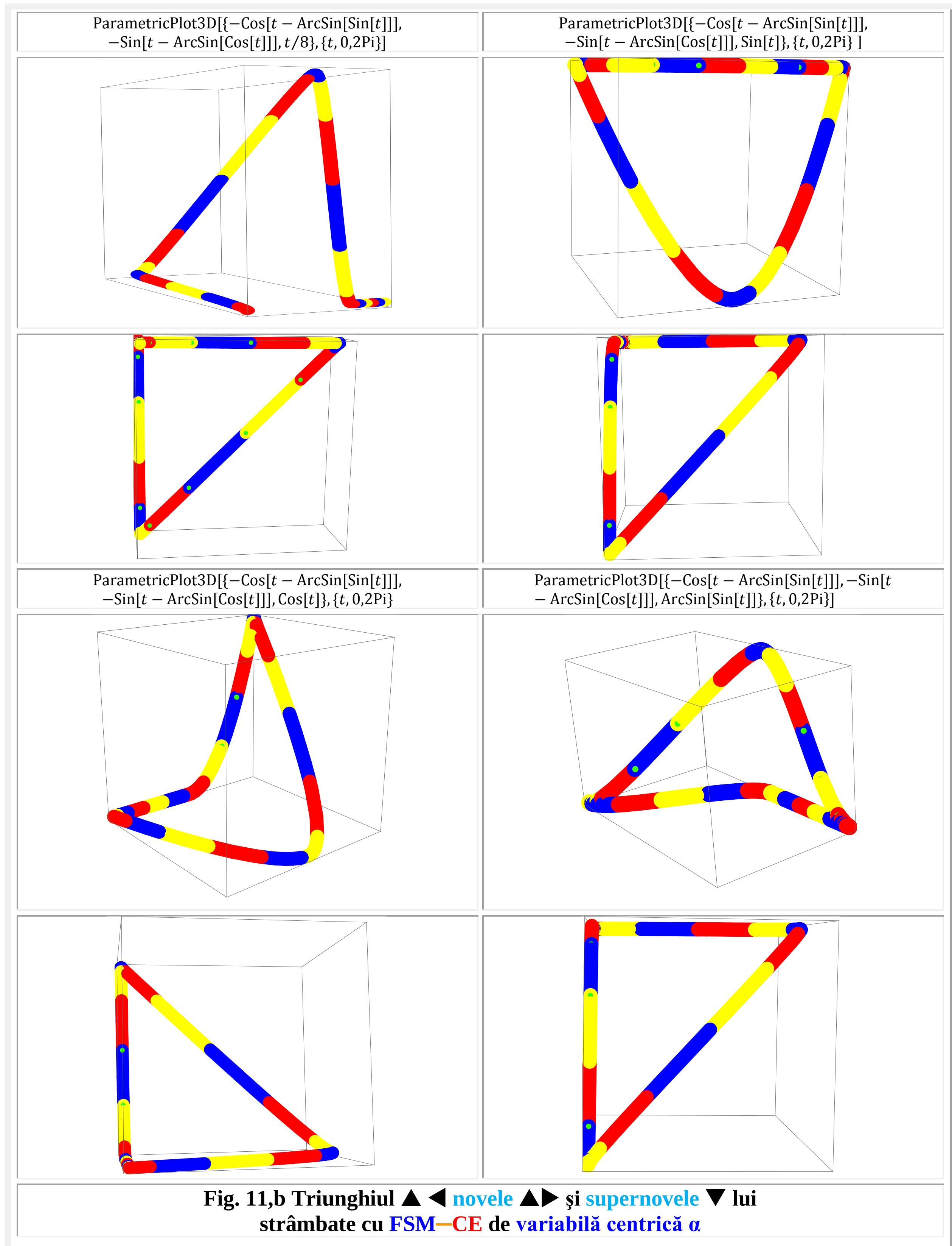
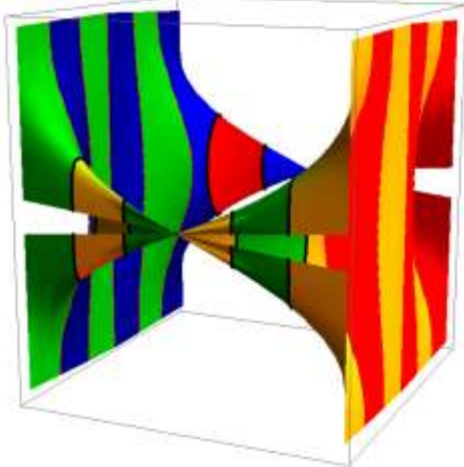
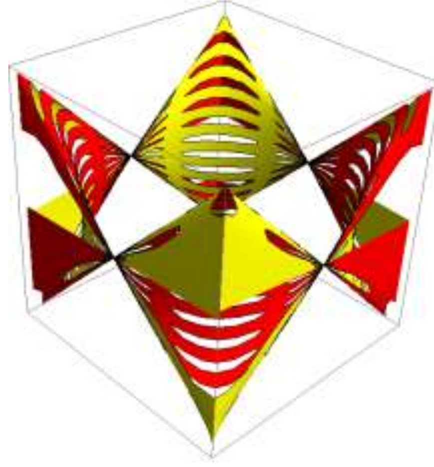
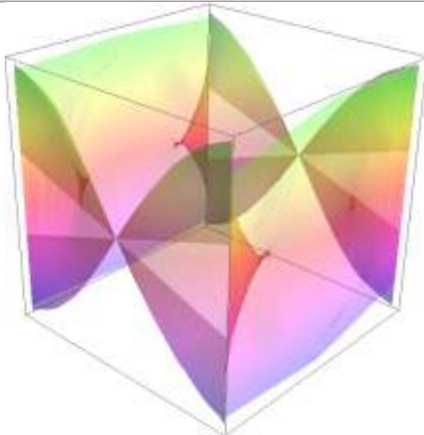
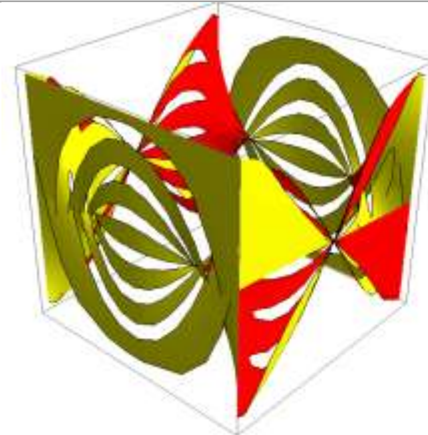
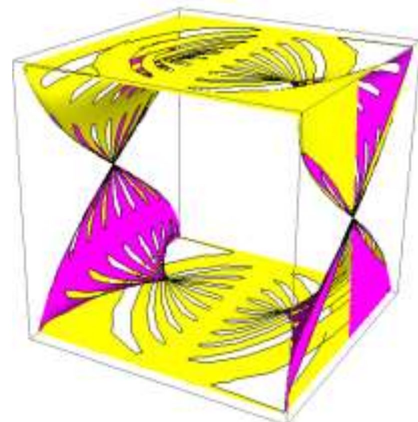
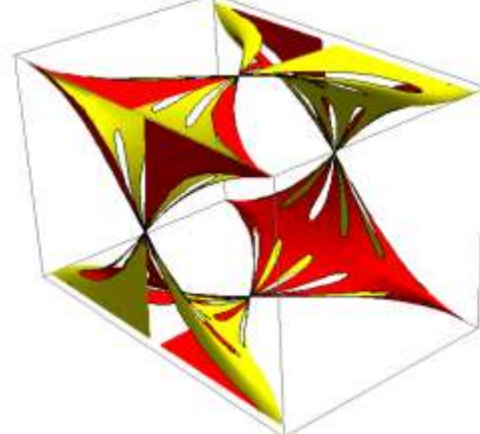
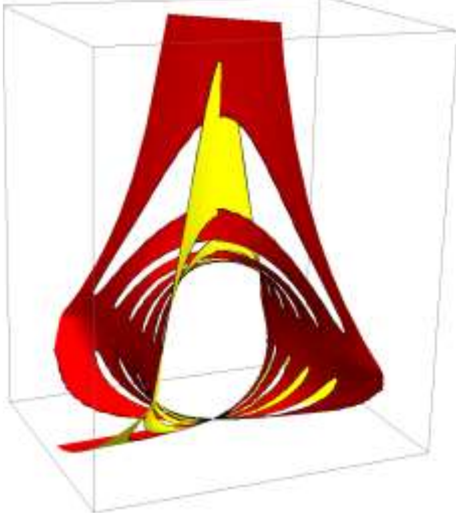
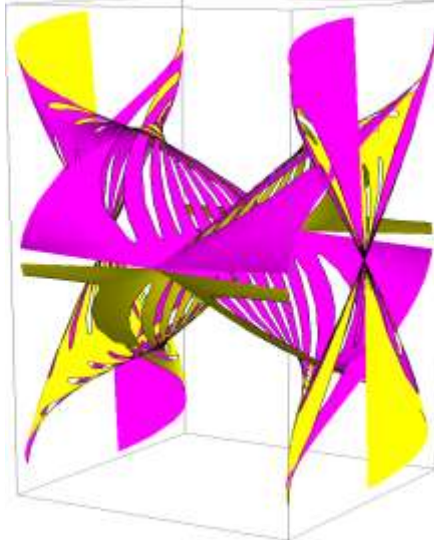
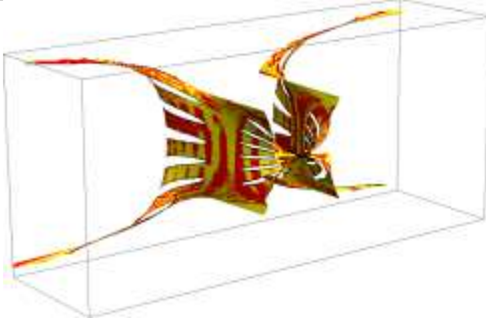
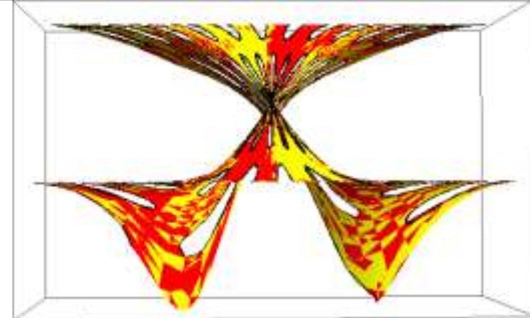
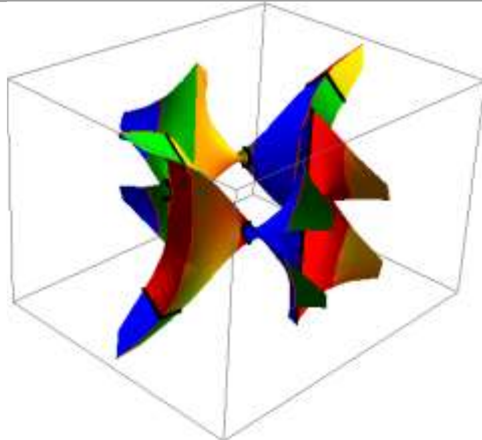
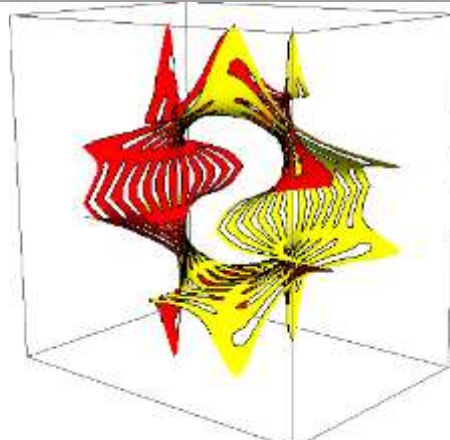


Fig. 11,b Triunghiul ▲ ◀ novele ▲▶ şi supernovele ▼ lui strâmbate cu FSM–CE de variabilă centrică α

8 STRÂMBAREA OBIECTELOR 3D → SUPERNOVE ALE OBIECTELOR 3D

OBIECTUL 3 D	SUPERNOVA OBIECTULUI 3D
ParametricPlot3D[Evaluate[Table[{Cos[t]/Sqrt[1 − (0.1sSin[t])^2] , Sin[t]/Sqrt[1 − (0.1sCos[t])^2] , 0.1s}, {s, −10,10}], {t, 0,2Pi}]]	ParametricPlot3D[Evaluate[Table[{Cos[t]/Sqrt[1 − (0.1sSin[t])^2], Sin[t]/Sqrt[1 − (0.1sCos[t])] , 0.1sSin[t]}, {s, −10,10}], {t, 0,2Pi}]]
ParametricPlot3D[Evaluate[Table[{Cos[t]/Sqrt[1 − (0.1sSin[t])^2], Sin[t]/Sqrt[1 − (0.1sCos[t])^2] , 0.1sSin[t]}, {s, −10,10}], {t, 0,2Pi}]]	ParametricPlot3D[Evaluate[Table[{Cos[t]/Sqrt[1 − (0.1sSin[t])^2], Sin[t]/Sqrt[1 − (0.1sCos[t])^2] , 0.1sSin[2t]}, {s, −10,10}], {t, 0,2Pi}]]

ParametricPlot3D[{Cos[t]/Sqrt[1 − (0.1sSin[t])^2] , Sin[t]/ Sqrt[1 − (0.1sCos[t])^2],0.1sArcSin[0.9Sin[t]]}, {s, −10,10}, {t, 0,2Pi}]	ParametricPlot3D[{Cos[t]/Sqrt[1 − (0.1sSin[t])^2] , Sin[t]/ Sqrt[1 − (0.1sCos[t])^2],0.1sSin[3t]}, {s, −10,10}, {t, 0,2Pi}]
	
ParametricPlot3D[{Cos[t]/Sqrt[1 − (0.1sSin[t])^2] , Sin[t]/ Sqrt[1 − (0.1sCos[t])^2],0.1sCos[3t]}, {s, −10,10}, {t, 0,2Pi}]	ParametricPlot3D[{Cos[t]/Sqrt[1 − (0.1sSin[t])^2] , Sin[t]/ Sqrt[1 − (0.1sCos[t])^2],0.1sSin[3t]}, {s, −10,10}, {t, 0,2Pi}]
	
ParametricPlot3D[{Cos[t]/Sqrt[1 − (0.1sSin[t])^2] , Sin[t]/ Sqrt[1 − (0.1sCos[t])^2],0.1sSin[3t]}, {s, −10,10}, {t, 0,2Pi}]	ParametricPlot3D[{Cos[t]/Sqrt[1 − (0.1sSin[t])^2] , Sin[t]/ Sqrt[1 − (0.1sCos[t])^2],0.1sArcSin[Sin[2t]]}, {s, −10,10}, {t, 0,2Pi}]
	

ParametricPlot3D[{Cos[2t]/Sqrt[1 − (0.1sSin[t])^2], Sin[2t]/Sqrt[1 − (0.1sCos[t])^2] , 0.1sArcSin[Sin[2t]]}, {s, −10,10}, {t, 0,2Pi}]	ParametricPlot3D[{Cos[t]/Sqrt[1 − (0.1sSin[t])^2] , Sin[2t] /Sqrt[1 − (0.1sCos[t])^2],0.1sSin[3t]}, {s, −10,10}, {t, 0,2Pi}]
	
ParametricPlot3D[{Cos[2t]/Sqrt[1 − (0.1sSin[2t])^2] , Sin[t]/ Sqrt[1 − (0.1sCos[2t])^2],0.1sArcSin[Sin[t]]}, {s, −10,10}, {t, 0,2Pi}]	ParametricPlot3D[{Cos[t]^2/Sqrt[1 − (0.1sSin[3t])^2], /Sqrt[1 − (0.1sCos[3t])^2],0.1sArcSin[Cos[2t]]}, {s, −9,9}, {t, 0,2Pi}]
	
ParametricPlot3D[{Cos[t]/Sqrt[1 − (0.1sSin[3t])^2], Sin[t]/Sqrt[1 − (0.1sCos[2t])^2] , 0.1sArcSin[Cos[2t]]}, {s, −9,9}, {t, 0,2Pi}]	ParametricPlot3D[{Cos[t]/Sqrt[1 − (0.1sSin[3t])^2] , Sin[t]/ Sqrt[1 − (0.1sCos[3t])^2],0.1sArcSin[Cos[2t]]}, {s, −9,9}, {t, 0,2Pi}]
	

ParametricPlot3D[{Cos[t]/Sqrt[1 − (0.1sSin[3t])^2] , 2Sin[t]/ Sqrt[1 − (0.1sCos[3t])^2],0.1sArcSin[Cos[3t]]}, {s, −9,9}, {t, 0,2Pi}]	ParametricPlot3D[{Cos[t]/Sqrt[1 − (0.1sSin[3t])^2], Sin[t]/Sqrt[1 − (0.1sCos[3t])^2] , 0.1sArcSin[0.9Sin[t]]}, {s, −9,9}, {t, 0,2Pi}]

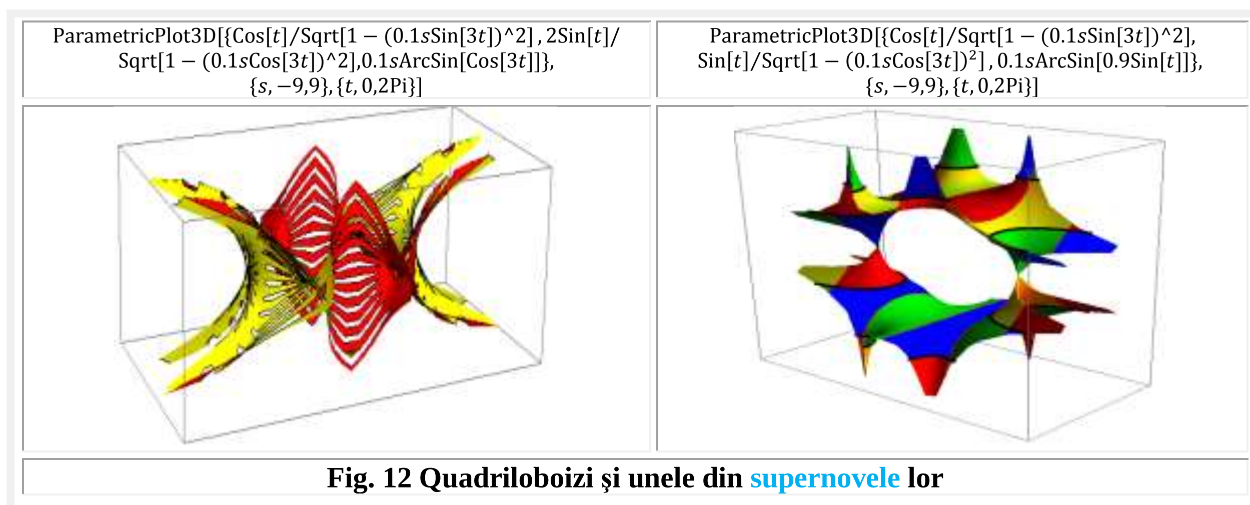


Fig. 12 Quadriloboizi şi unele din supernovele lor

ParametricPlot3D[{Cos[t + ArcSin[0.1sSin[t]]], Sin[t − ArcSin[0.1sSin[t − Pi/2]]],0.2s}, {s, −10,10}, {t, 0,2Pi}]	ParametricPlot3D[{Cos[t + ArcSin[0.1sSin[t]]], Sin[t − ArcSin[0.1sSin[t − Pi/2]]],0.2sCos[t]}, {s, −10,10}, {t, 0,2Pi}]
ParametricPlot3D[{Cos[t + ArcSin[0.1sSin[t]]], Sin[t − ArcSin[0.1sSin[t − Pi/2]]],0.2sSin[t]}, {s, −10,10}, {t, 0,2Pi}]	ParametricPlot3D[{Cos[t + ArcSin[0.1sSin[2t]]], Sin[t − ArcSin[0.1sSin[t]]],0.2sArcSin[Sin[2t]]}, {s, −10,10}, {t, 0,2Pi}]

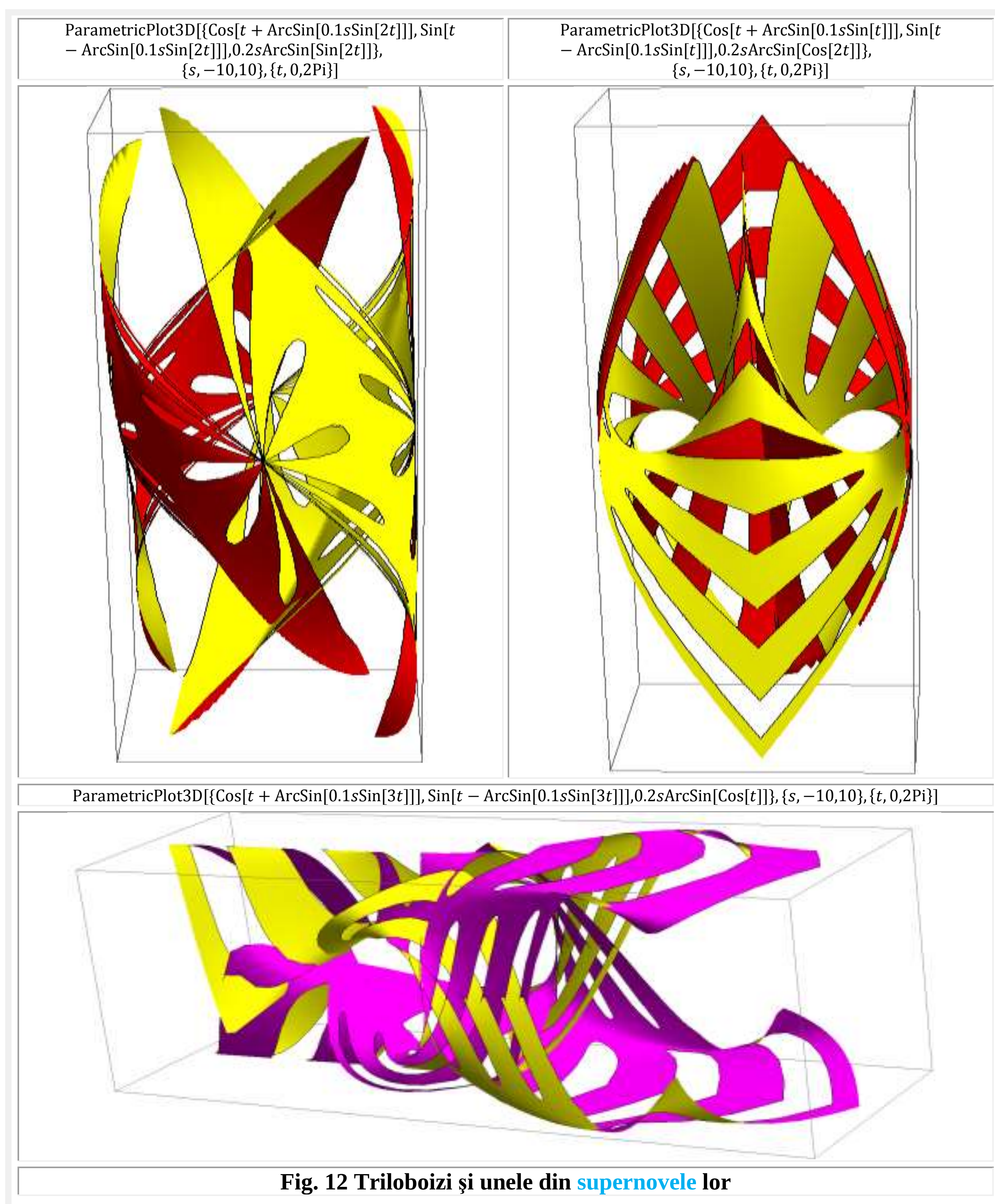


Fig. 12 Triloboizi şi unele din supernovele lor

Variantele posibile de supernovare ale obiectelor 3D sunt mult prea variate pentru a fi prezentate într-un singur capitol, aşa că vom continua într-un capitol următor.

Motto:" ***Există lucruri care ştim că sunt imposibil de realizat, până când vine cineva care nu ştie acest lucru şi le realizează*"**
Albert Einstein

CAPITOLUL XX
NOVE ŞI SUPERNOVE SUPERMATEMATICE

1. INTRODUCERE

Atât **novele** cât şi **supernovele** pot fi **circulare, hiperbolice, eliptice, trilobice, quadrilobice** / cvadrilobice ş.m.a**: centrice (MC)** sau **excentrice** (**ME**): **propriu-zise, elevate** sau **exotice,** care, ***toate***, pot fi denumite într-un singur cuvânt ***supermatematice*** (**SM**), realizându-se, astfel, o economie considerabilă de cuvinte şi de spaţiu.

Şi n-au fost înşirate toate tipurile de curbe şi funcţii **SM**, ţinând cont de ***volumul III*** al acestei lucrări cu subtitlul:"**NEMARGINIREA ŞI MĂREŢIA SUPERMATEMATICII**" în care sunt tratate combinaţile infinite / nemărginite ale funcţiilor anterior amintite, ca de exemplu: **centricoexcentrice**, **centricoelevate**, **centricoexotice**, … , **circularohiperbolice**, **circularoeliptice**, **circularotrilobice** ş.m.a.

Toată lumea ştie ce-i o curbă plană (**2D**) şi ce-i o curbă strâmbă, evident în 3**D**, dar nimeni nu s-a gândit cum poate fi tranformată ***orice curbă plană*** din **2D** în una ***plană*** în **3D** pe care o denumim **novă**, sau în una **<u>strâmbă</u>** în **3D**, denumită **supernovă**. O facem noi !

Aşa cum s-a prezentat în capitolele anterioare, dacă curbele / figurile **Lissajous** plane au fost transformate în curbe **Lissajous <u>strâmbe</u>** ele au fost denumite ***figuri supernove Lissajous circulare centrice***, dacă figurile au fost centrice şi dacă ***figurile Lissajous*** au fost **excentrice** au fost denumite ***figuri supernove Lissajous supermatematice excentrice***.

Oricare curbă **SM** cunoscută poate fi transformată în una **novă** sau în una **supernovă**. Cea mai simplă curbă în **matematica centrică** (**MC**) este **dreapta** cu corespondentele ei din matematica excentrică (**ME**) cu denumirea de ***strâmbe*** numite şi ***plane***, deoarece ele sunt ***strâmbe în 2D*** şi nu în 3**D**, pentru a nu se confunda cu cele **din 3D,** care sunt strâmbe **nove** sau **supernove SM**, pe care le vom denumi ***nove*** şi ***supernove liniare*** din motive lesne de înţeles.

2. NOVE ŞI SUPERNOVE LINIARE STRÂMBAREA DREPTELOR

Începem cu dreapta din **MC** din **figura 1▲◄,** ce trece prin originea **O(0, 0),** deoarece, pentru o anumită valoare a coeficientului unghiular **m**, aleasă de valoare 1, adică a primei bisectoare, are un singur membru şi ecuaţia simplă :

(1) $y = mx \rightarrow m = 1 \rightarrow y = x = t$ care devine o ***dreaptă nova*** cu ecuaţiile parametrice:

(2) $$\begin{cases} x = t \\ y = t \\ z = t \end{cases}$$

aşa cum rezultă şi din **figura 1▲►** .

Ea devine o **supernovă plană sinusoidală** **(Fig. 1●◄)** cu ecuaţiile :

(3) $$\begin{cases} x = t \\ y = sint \\ z = sint \end{cases}$$

şi **cosinusoidală** (**Fig. 1●◄►**)) pentru ecuaţiile parametrice în care **y = z = cosα.**

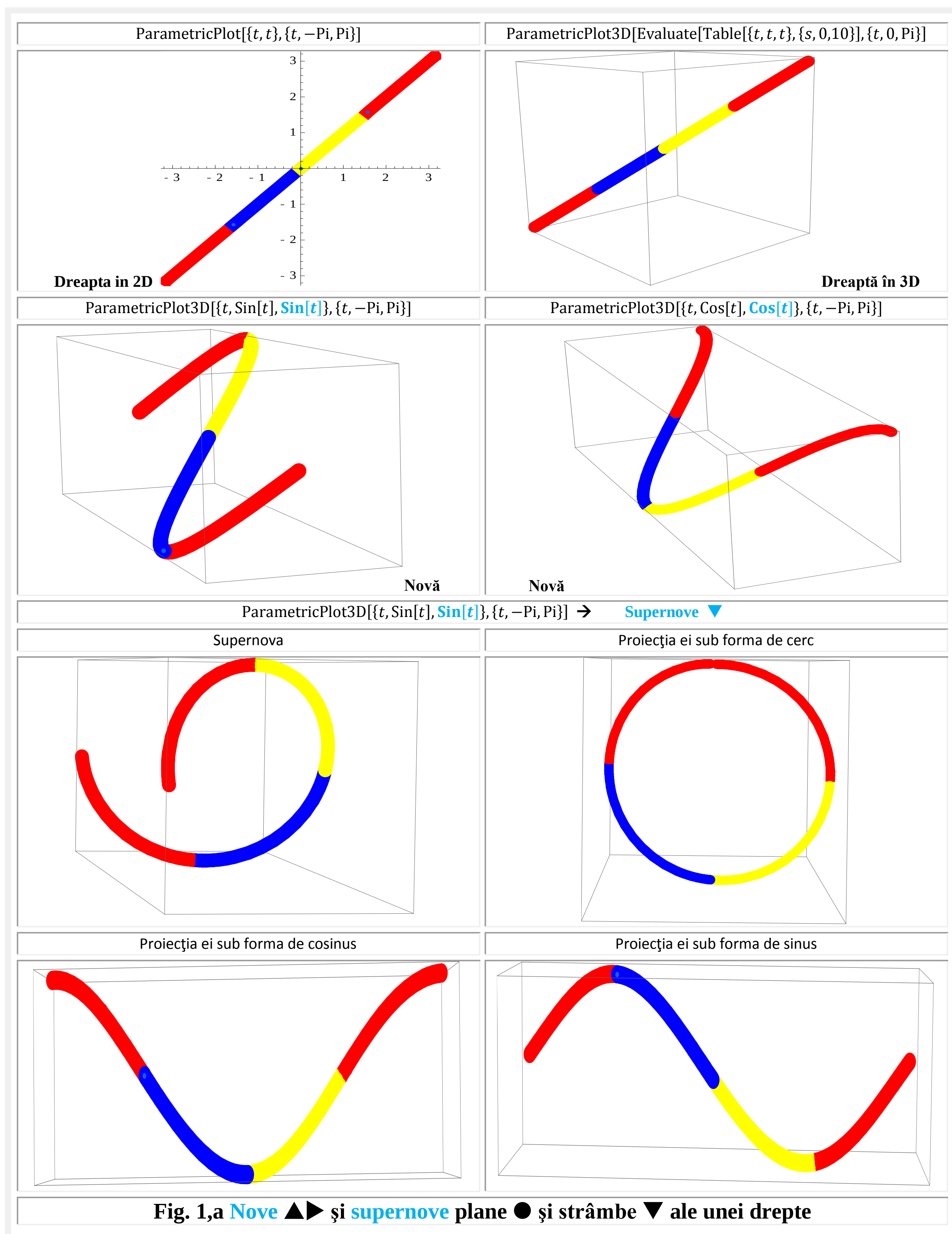


Fig. 1,a Nove ▲▶ şi supernove plane ● şi strâmbe ▼ ale unei drepte

Supernova devine **circulară** (**Fig. 1** şi **Fig. 1▼▶**) pentru ecuaţiile parametrice în care

(4) $\begin{cases} x = t \\ \mathbf{y} = \cos t \\ \mathbf{z} = \sin t \end{cases}$ deoarece **y = cost** şi **z = sint** care sunt ecuaţiile parametrice ale unui cerc în **3D**.

În **figura 1▼◀** curba ***pare*** plană, a unui cerc, dar este o iluzie optică, ea fiind una strâmbă în **3D**, deci una din mulţimea **supernovelor** posibile ale **unei drepte**.

Supernova de ecuaţii (4) privită din divese puncte poate parea un cerc ▶, o cosinusoidă ◀ sau o sinusoidă ▶, aşa cum se prezintă în partea inferioara a **figirii 1**.

Din cele expuse rezultă că şi **novele** pot fi atât ***plane*** în **3D** şi **supernovele** sunt ***strâmbe*** în **3D**.

Dacă **y = a.cost** şi **z = b.sint** atunci **supernovele** sunt eliptice **pentru a ≠ b** (**Fig. 2 ▲◀**) şi pentru **y = z = cosht** ele sunt **nove** cosinus hiperbolice (**Fig. 2●◀**) şi sinus hiperbolice pentru **y = z = a.sinht** (**Fig. 2 ● ▶**). Pentru **y = cosht** şi **z = sinht** sau invers ele sunt **supernove hiperbolice** (**Fig. 2 ▼**).

3 STRÂMBAREA FUNCŢILOR TRIGONOMETRICE
SUPERNOVE TRIGONOMETRICE

Funcţiile trigonometrice sunt funcţii plane, în planul xOy, după cum este foarte bine cunoscut. Ele pot fi strâmbate, ca să devină funcţii **supernove**, aşa cum se prezinta în continuare în **figura 1,b**. Astfel, funcţia **cosinus** poate fi strâmbata în **3D** prin funcţia **sinus** ◀, iar funcţia sinus prin **cosinus** ▶ şi, în acest fel, **supernova** se va proiecta într-un plan ca funcţie **cosinus** şi în alt plan ca funcţie **sinus**, iar într-un plan perpendicular pe cele două plane amintite anterior se va proiecta ca un **cerc** ◀.

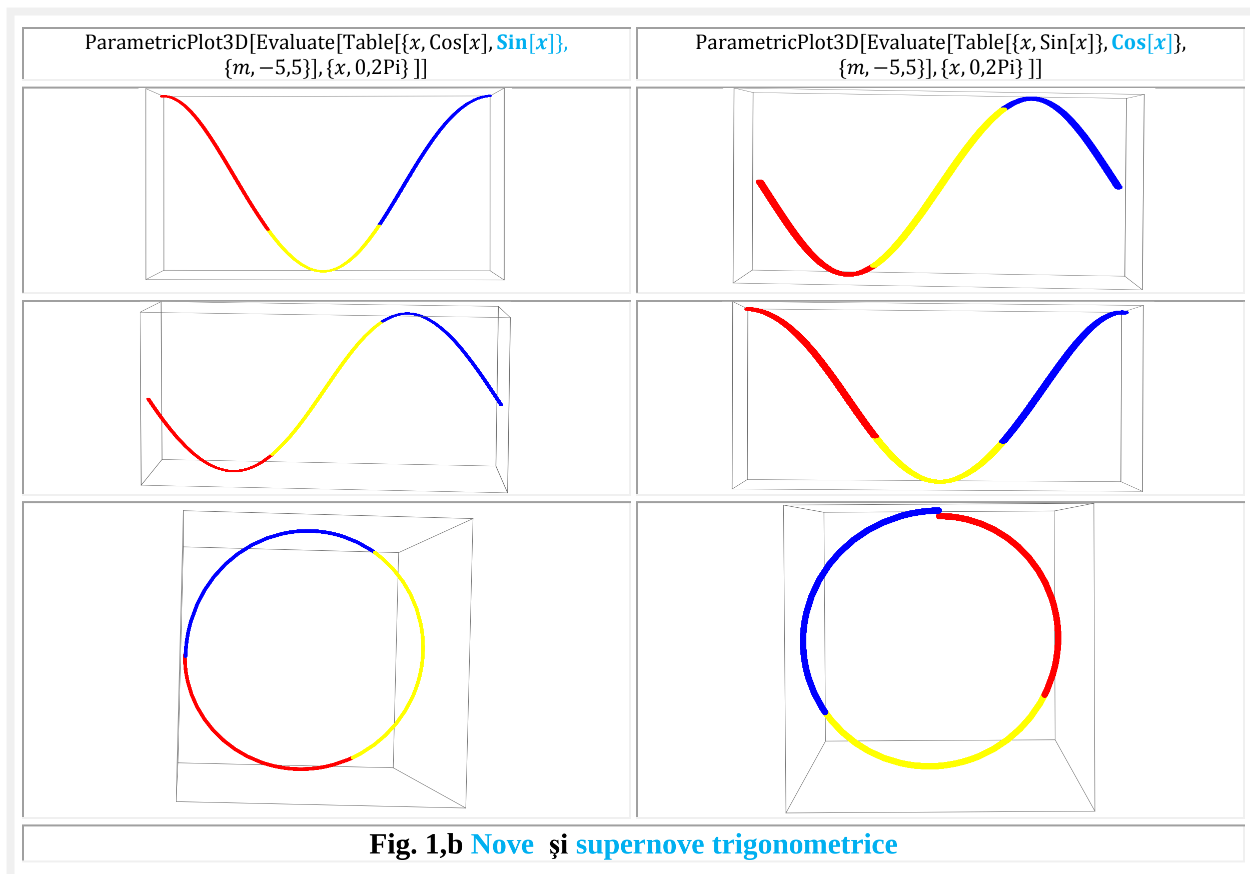


Fig. 1,b **Nove** **şi** **supernove trigonometrice**

Dacă funcţia de strâmbat (sin sau cos) şi cea care realizează strâmbare (cos sau sin) au amplitudini diferite atunci **supernova** din secţiunea transversală va fi o **elipsă** [**Fig. 2,b**].

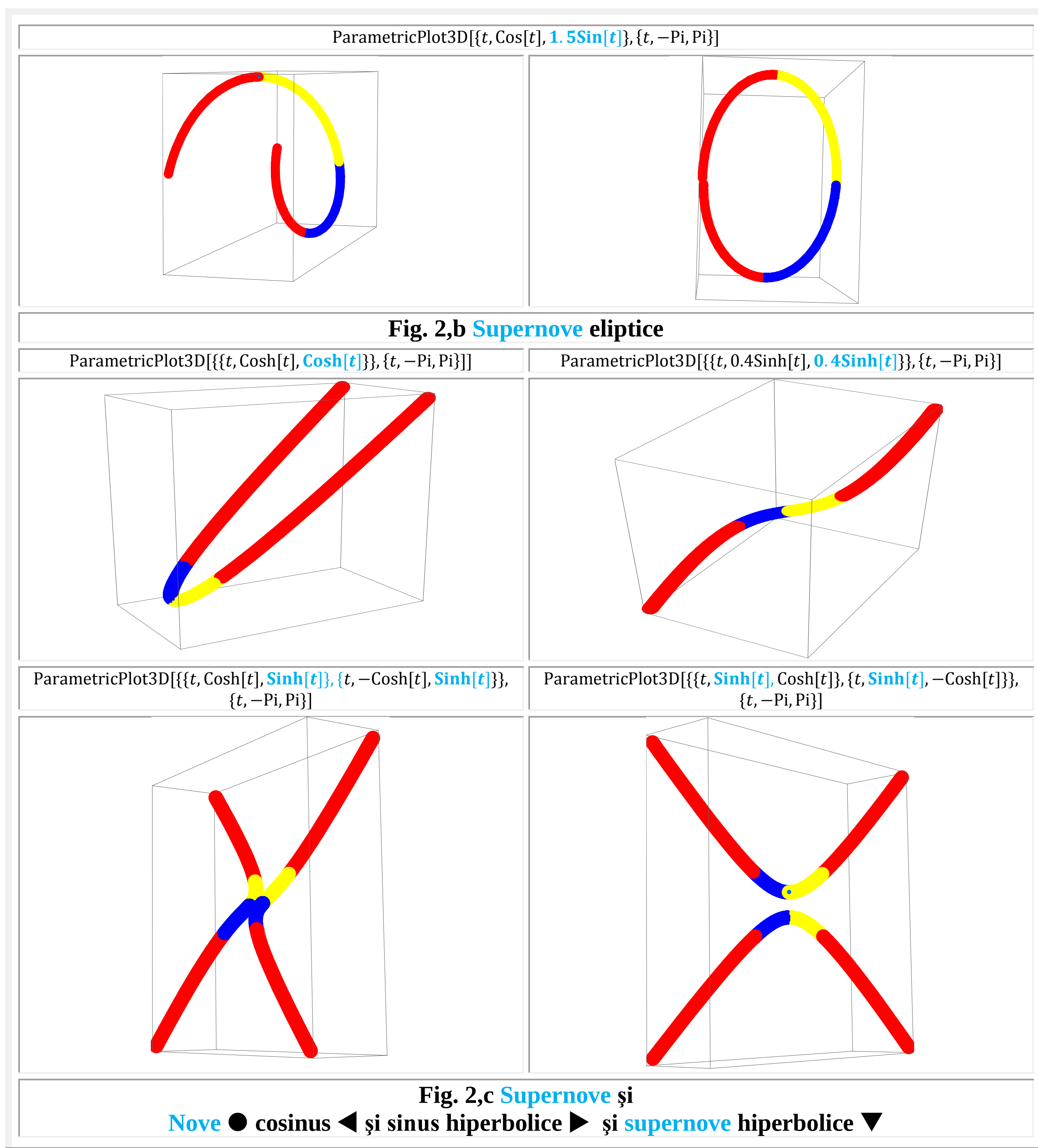


Fig. 2,b Supernove eliptice

Fig. 2,c Supernove şi
Nove ● cosinus ◀ şi sinus hiperbolice ▶ şi supernove hiperbolice ▼

Novele (**Fig. 3▲▶**, **●**, **▼**) unui fascicul de drepte (**Fig. 3▲◀**) ce trec prin originea **O(0, 0)** sunt prezentate în **figura 3.** Cele din **figura 3▲▶** sunt un **fascicul de nove**, **toate novele** fiind într-un acelaşi plan. Şi fasciculul de curbe din **figura 3 ● sunt nove**, deoarece fiecare curbă în parte a fasciculului **3D** este **in** formă de cosinusoidă ◀ şi de sinusoidă ▶ şi fiecare curbă în parte este **plană în 3D.**

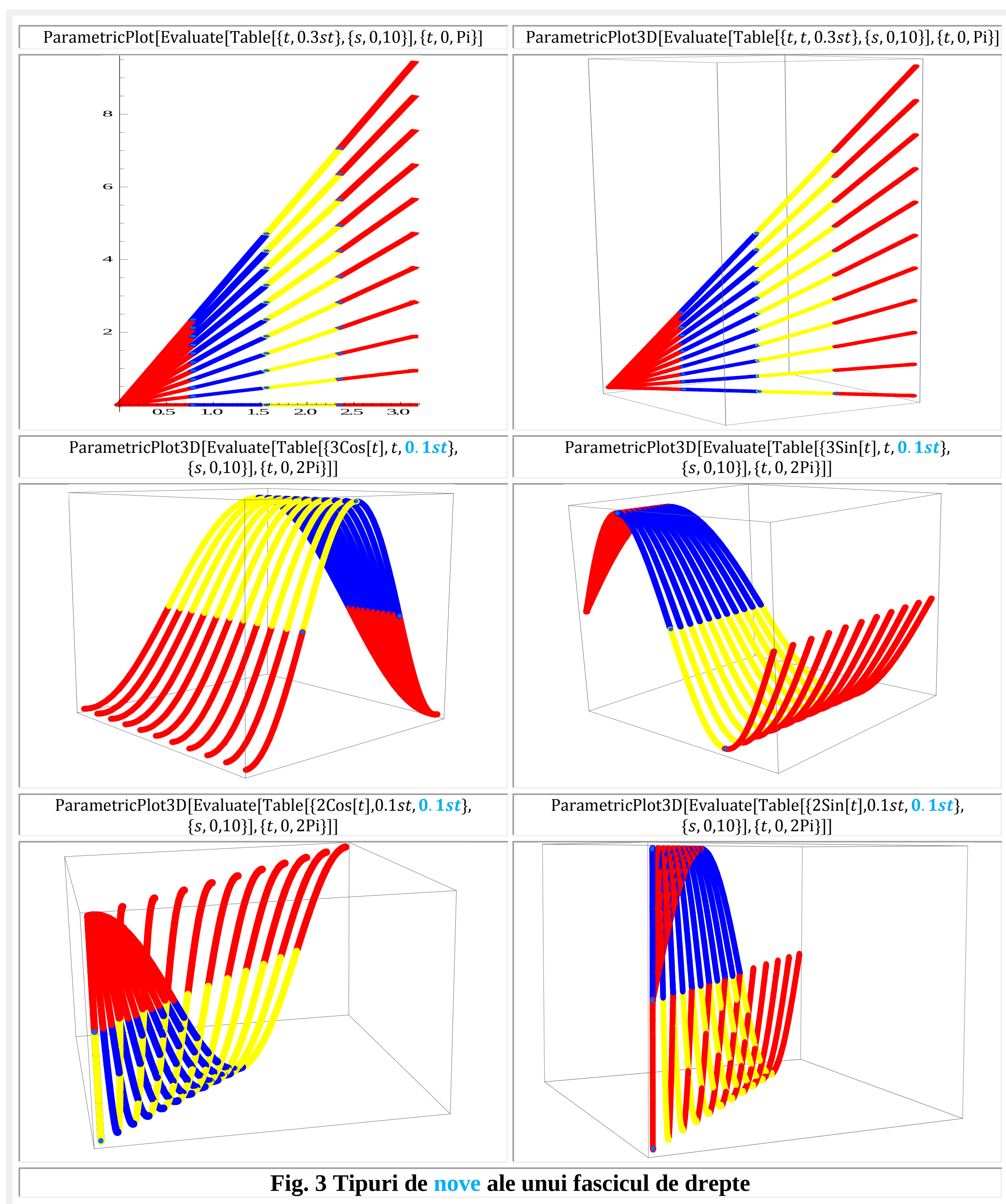
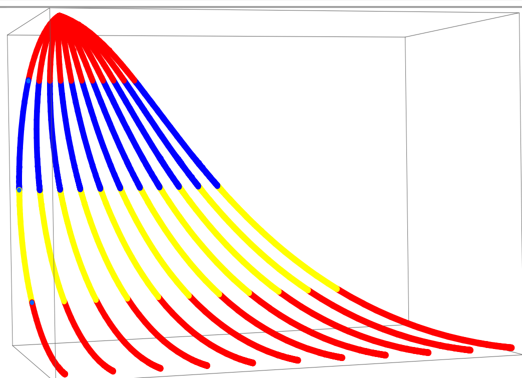
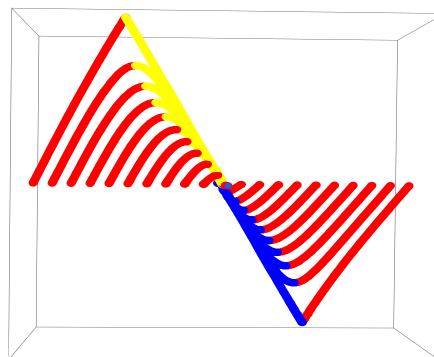
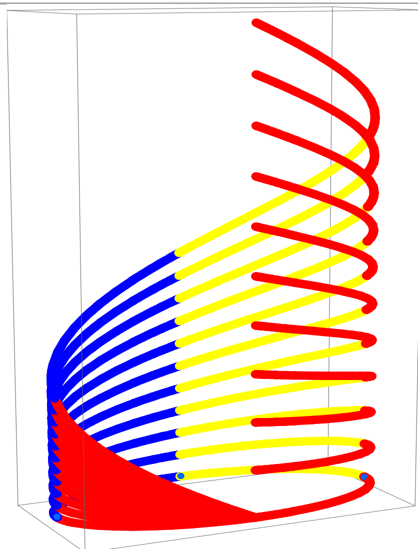
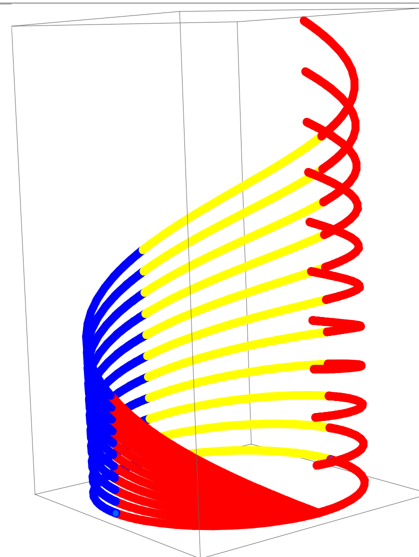
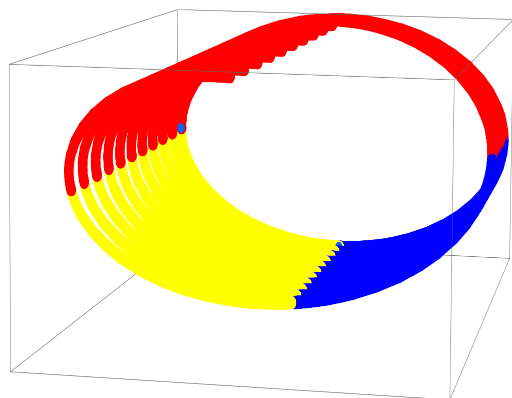
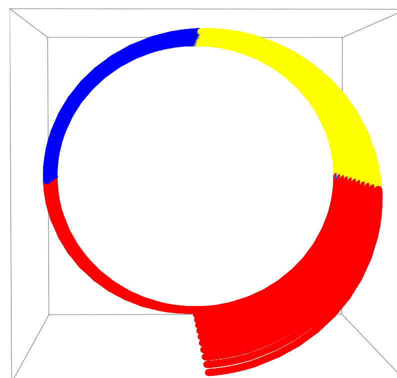
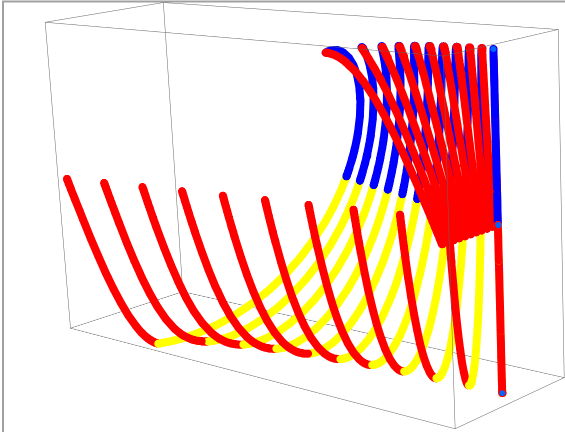


Fig. 3 Tipuri de nove ale unui fascicul de drepte

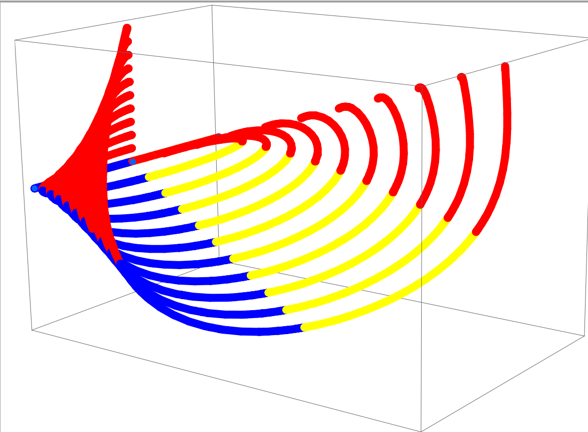
În **figura 3▼**, fiecare curbă din fascicul este în unu şi acelaşi plan fiind un ***fascicul plan*** de **nove** în **3D**, iar fasciculul în ansamblul lui formează o singură suprafaţă co- sau sinusoidală.

ParametricPlot3D[Evaluate[Table[{2Sin[t], Cos[t], **0. 1*st***}, {s, 0,10}], {t, 0, Pi}]	ParametricPlot3D[Evaluate[Table[{2Sin[t], ArcSin[0.1sSin[t]], **0. 1*st***}, {s, 0,10}], {t, 0, Pi}]
	
ParametricPlot3D[Evaluate[Table[{2Sin[t], Cos[t], **0. 1*st***}, {s, 0,10}], {t, 0,2Pi}]]	ParametricPlot3D[Evaluate[Table[{2Sin[t],2Cos[t], **0. 1*st***}, {s, 0,10}], {t, 0,2Pi}]]
	
	

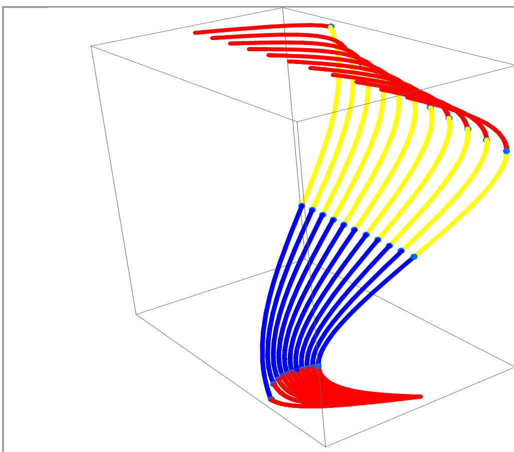
ParametricPlot3D[Evaluate[Table[{2Sin[t], −0.1sCos[t] + Sqrt[1 − (0.1sSin[t])^2], 0. 1st}, {s, 0,10}], {t, 0, Pi}]]



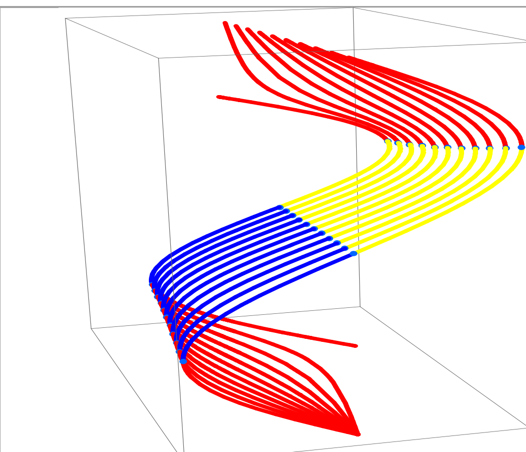
ParametricPlot3D[Evaluate[Table[{2Sin[t], 2Sqrt[1 + $(0.1s)^2$ − 0.2sCos[t]], 0. 1st}, {s, 0,10}], {t, 0,2Pi}]]



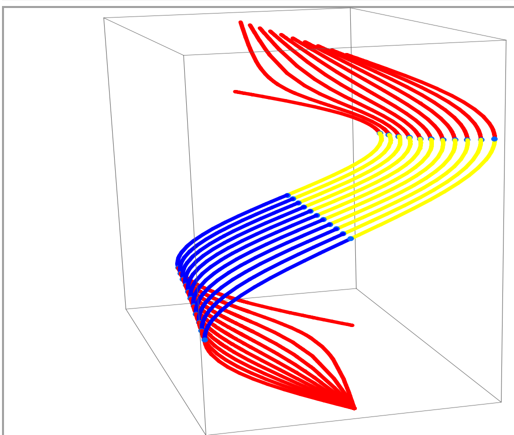
ParametricPlot3D[Evaluate[Table[{2Sin[t], t − ArcSin[0.1sSin[t]], 0. 1st}, {s, 0,10}], {t, 0,2Pi}]]



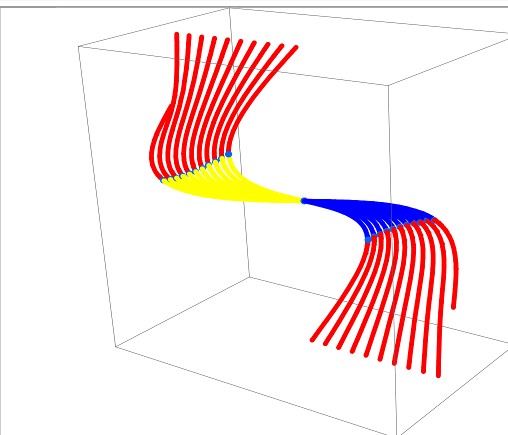
ParametricPlot3D[Evaluate[Table[{2Sin[t], t + ArcSin[0.1s Sin[t]/Sqrt[1 + $(0.1s)^2$ − 0.2sCos[t]]], 0. 1st}, {s, 0,10}], {t, 0,2Pi}]]



ParametricPlot3D[Evaluate[Table[{2Sin[t], t + ArcSin[0.1sSin[t]], 0. 1st}, {s, 0,10}], {t, 0, Pi}]]



ParametricPlot3D[Evaluate[Table[{2Sin[t], t − ArcSin[0.1s Sin[t]/Sqrt[1 + $(0.1s)^2$ + 0.2sCos[t]]], 0. 1st}, {s, 0,10}], {t, −Pi, Pi}]]



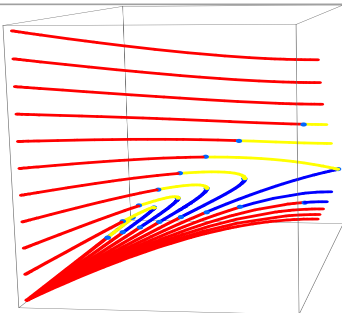
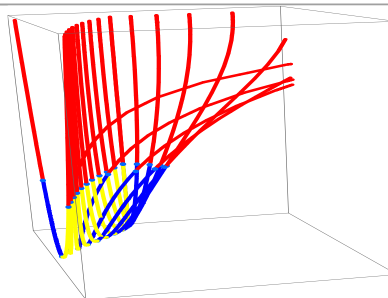
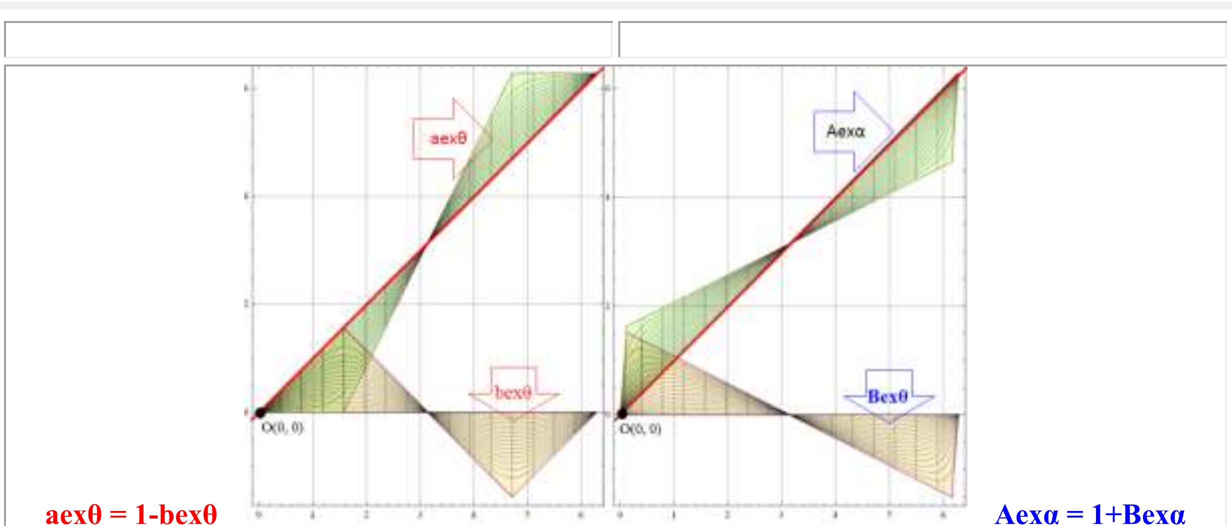
ParametricPlot3D[Evaluate[Table[{2Sin[t], Sqrt[1 − 0.2sSin[t]], 0.05st}, {s, 0,10}], {t, 0, Pi}]]	ParametricPlot3D[Evaluate[Table[{2Sin[t], (1 − 0.1sCos[t])/(1 + (0.1s)^2 − 0.2sCos[t]) , 0.05st}, {s, 0,10}], {t, 0, Pi}]]
	

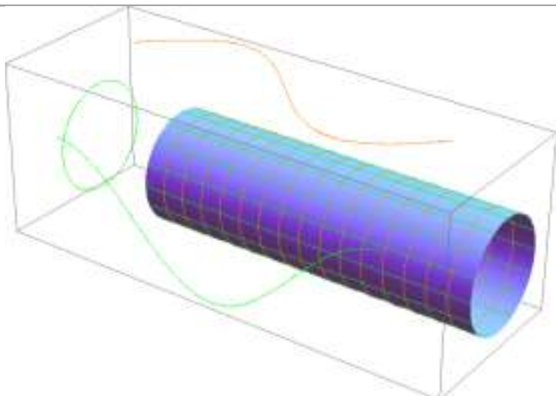
Fig. 4 Tipuri de supernove ale unui fascicul de drepte (y = c.sx = c.st)

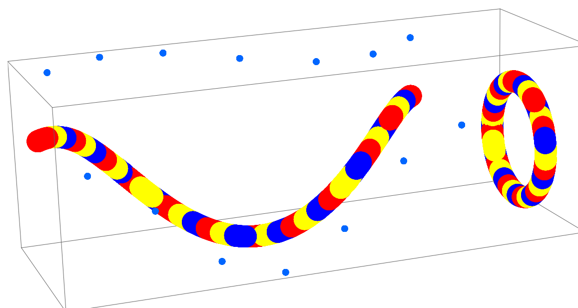


aexθ = 1-bexθ **Aexα = 1+Bexα**

Fig. 5 Funcţiile supermatematice (FSM) amplitudine ▲ şi beta ▼ excentrice

ParametricPlot3D[{{Cos[t], 4, Sin[t]}, {2, u, −Sin[u]}, {Cos[t], t − Pi, 2}, {Cos[u], t − Pi − 1, Sin[u]}}, {t, 0,2Pi}, {u, −Pi, Pi}]]





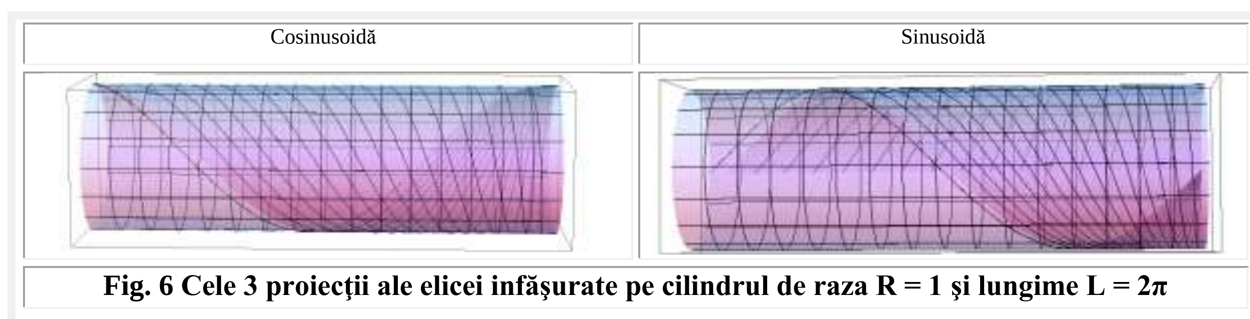


Fig. 6 Cele 3 proiecţii ale elicei infăşurate pe cilindrul de raza R = 1 şi lungime L = 2π

Curbele din **figura 4** au fiecare o curbă plană, pentru excentricitatea numerică **s = 0**, adică **o nová**, restul curbelor, fiind strâmbe, sunt **supernove**. Fasciculul de drepte a fost curbat în **figura 4** prin funcţia **cos** ▲◀ şi **bexθ** = arcsin[s.sinθ] ▲▶ (se recunoaşte semnalul triunghiular simetric pentru **s = 1**) apoi, prin funcţiile cos ◀ şi 2cos ▶ în rândul următor (**2**), iar în rândul **3** sunt reprezentate secţiunile transversale sub formă de elipsă şi respectiv de cerc ale fasciculului de drepte înfăşurat pe câte un cilindru eliptic şi, respectiv, circular. În rândul **4** sunt prezentate fasciculele de dreaptă strâmbate prin funcţiile radial excentrice **rexθ** ◀ şi, respectiv, Rexα ▶ apoi, în rândul **5**, sunt prezentate fasciculul de drepte strâmbate de funcţiile **aexθ** şi, respectiv, **Aexα** (**Fig. 5)** de excentrictăţi **± s ∈ [0,1]**.

Cilindrul pe care este înfăşurată o elice ale cărei proiecţii sunt un cerc, o cosinusoidă şi o sinusoidă este prezentat în **figura 6**. În această figură sus-stânga (▲◀), lipseşte **supernova elicoidală** cu pasul 2π, iar în partea ▲▶ lipseşte cilindrul pe care este infăşurată elicea supernovă. În partea de ▼◀ se vede pe cilindru cosinusoida unui fscicul iar în partea de ▼▶ sinusoida, ca urmare a rotirii cilindrului cu π/2.

Reamintim că **funcţiile supermatematice** circulare excentrice (**FSM—CE**) amplitudine excentrică de variabilă **excentrică (aexθ)** şi **centrică (Aexα)** (**Fig. 5**) sunt acelea care au ***generalizat dreapta matematică***, introducând **în (super)matematică strâmba plană** [**Fig. 6,a** şi **Fig. 6,b**].

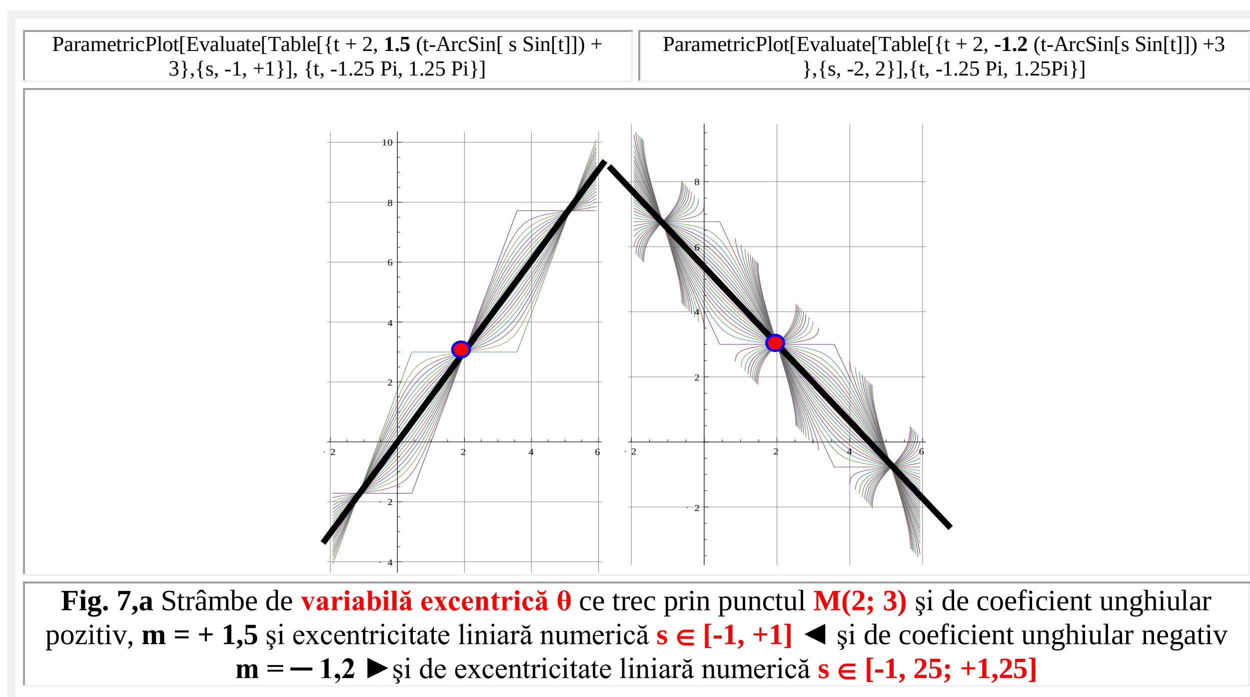


Fig. 7,a Strâmbe de **variabilă excentrică θ** ce trec prin punctul **M(2; 3)** şi de coeficient unghiular pozitiv, **m** = **+ 1,5** şi excentricitate liniară numerică **s ∈ [-1, +1]** ◀ şi de coeficient unghiular negativ **m = ─ 1,2** ▶şi de excentricitate liniară numerică **s ∈ [-1, 25; +1,25]**

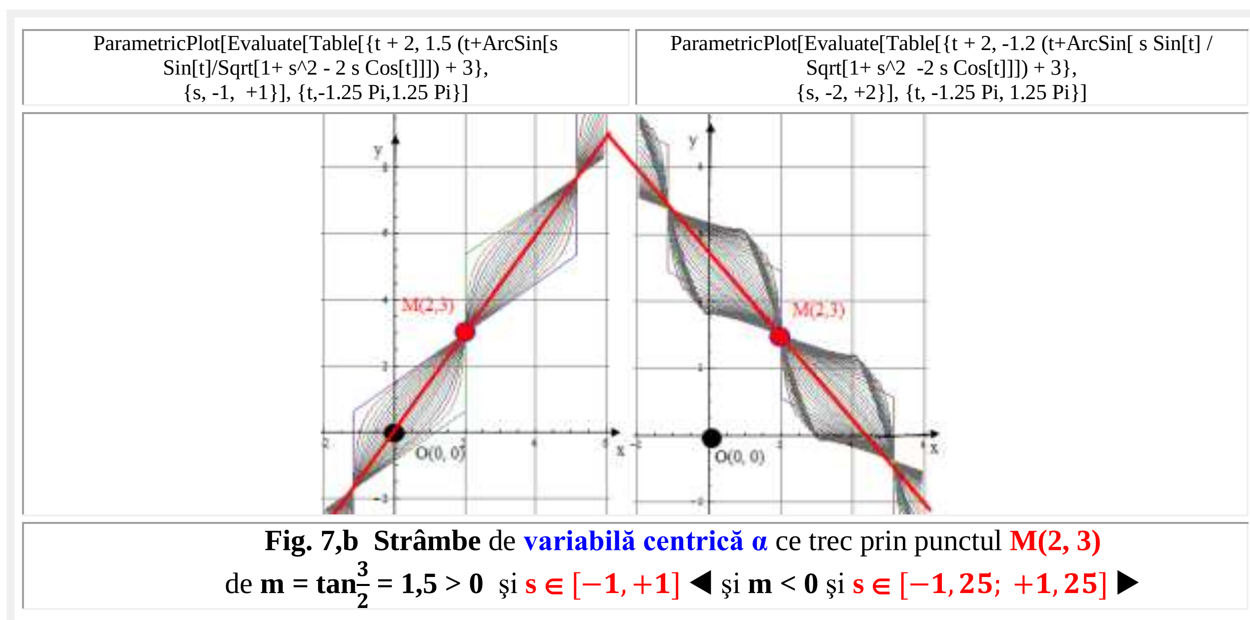
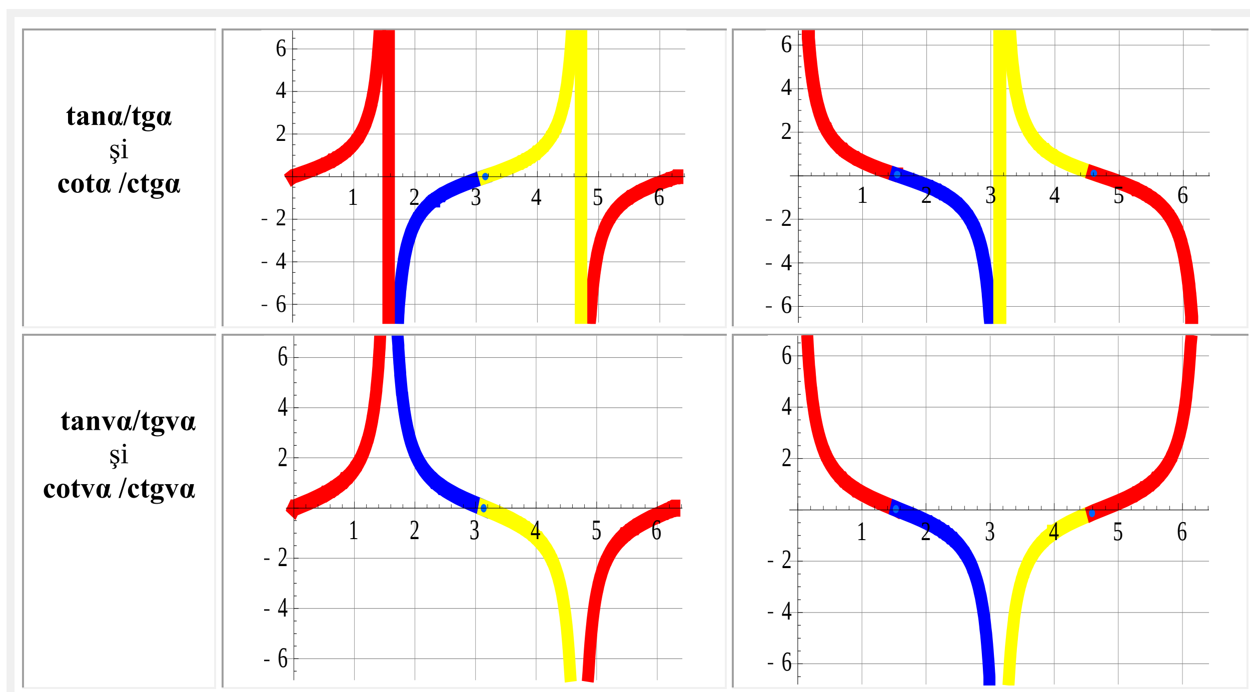


Fig. 7,b Strâmbe de **variabilă centrică α** ce trec prin punctul **M(2, 3)**
de **m** = $\tan\frac{3}{2}$ = **1,5 > 0** şi $s \in [-1, +1]$ ◄ şi **m < 0** şi $s \in [-1,25;\ +1,25]$ ►

4 STRÂMBAREA TANGENTELOR → SUPERNOVE TANGENTE

În **figura 8** sunt prezentate ***tangentele*** ◄ şi ***cotangentele*** ► **centrice** precum şi cele **excentrice** existente, ordinare şi **Voinoiu**. Lipsesc funcţiile tangentă şi cotangentă ***elevate***, ***exotice*** şi combinaţiile lor, prezentate în Vol III. "Nemarginirea şi mareţia supermatematicii" al acestei lucrări de "Supermatematică".

Figura 9 prezintă unele dintre aceste curbe plane transformate în curbe stâmbe, devenite, astfel, curbe **supernove matematice**.



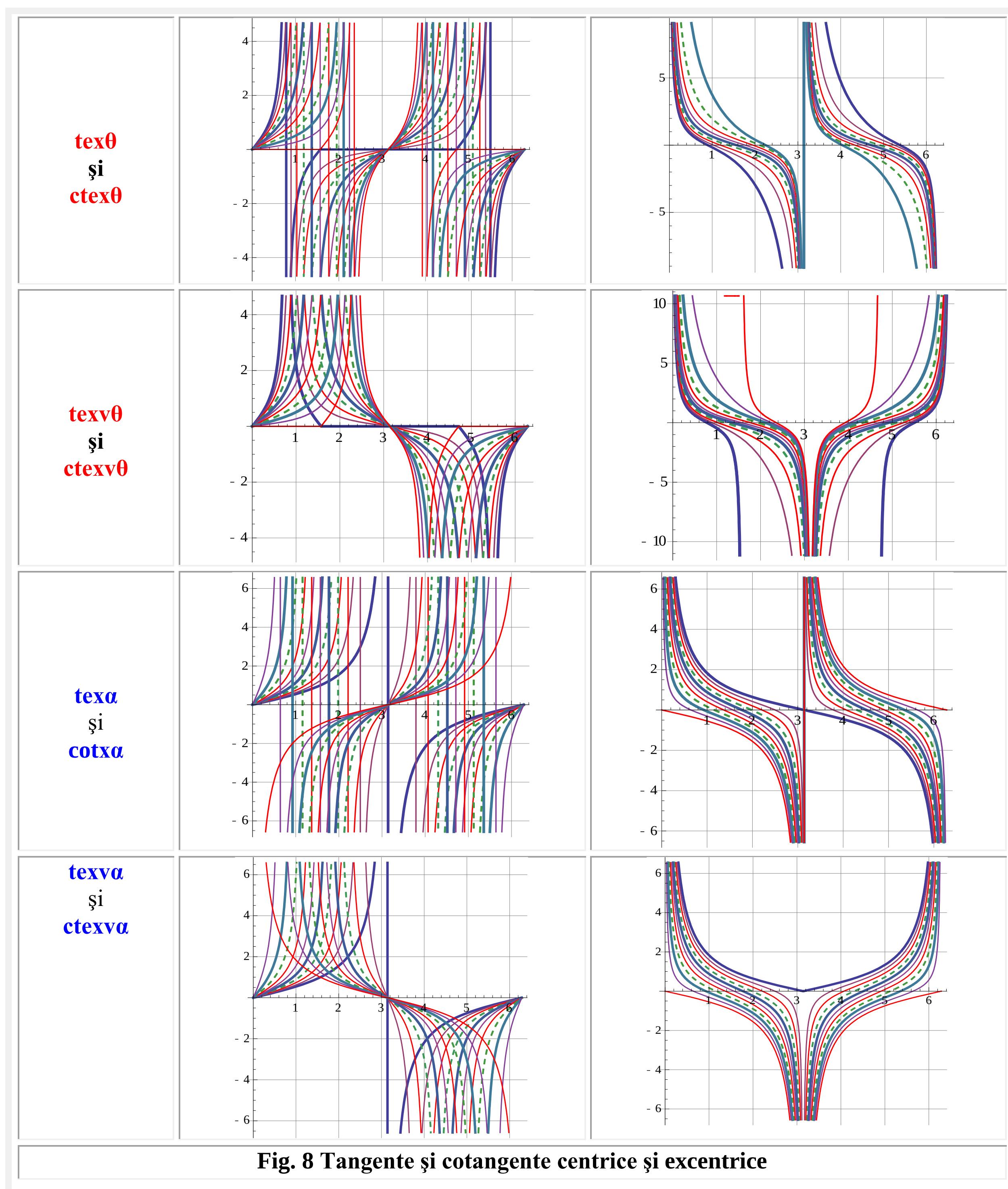


Fig. 8 Tangente şi cotangente centrice şi excentrice

În **figurile 9** sunt prezentate modurile în care funcţiile plane sunt strâmbate, devenind astfel funcţii **supernove**. Funcţiile care realizează strâmbarea sunt **colorate diferit** în ecuaţiile parametrice de definire ale **supernovelor**.

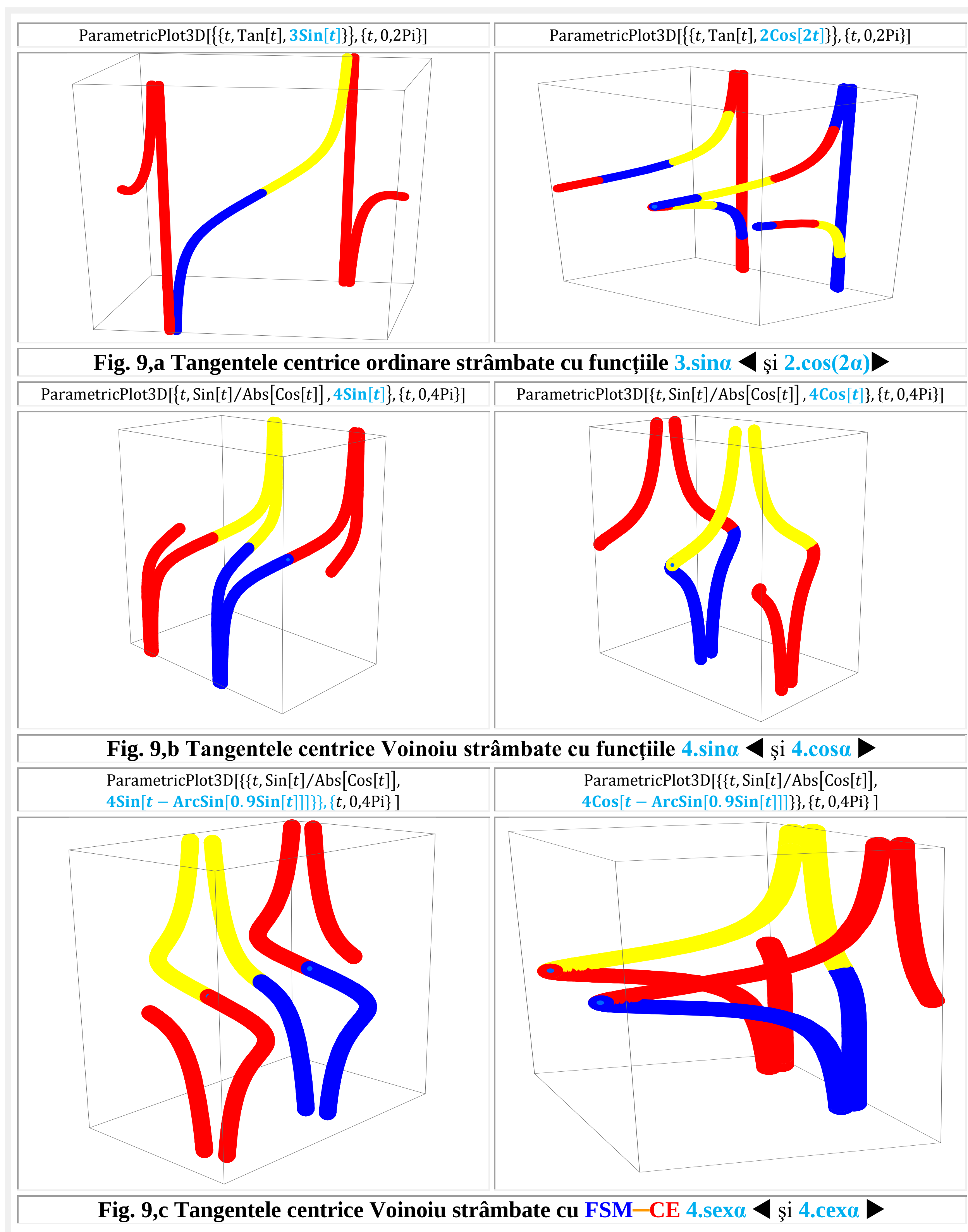
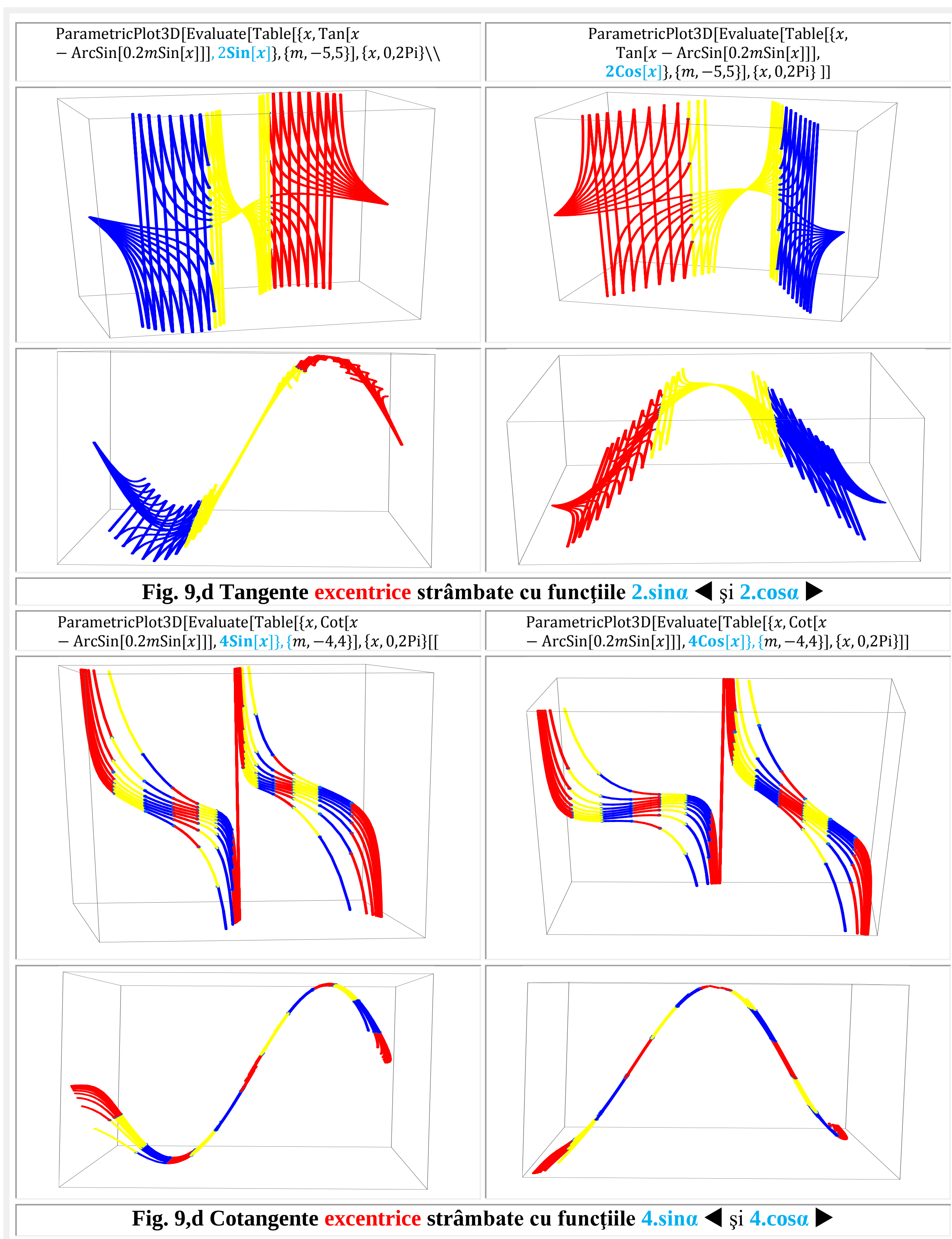


Fig. 9,a Tangentele centrice ordinare strâmbate cu funcţiile 3.sinα ◀ şi 2.cos(2α)▶

Fig. 9,b Tangentele centrice Voinoiu strâmbate cu funcţiile 4.sinα ◀ şi 4.cosα ▶

Fig. 9,c Tangentele centrice Voinoiu strâmbate cu FSM—CE 4.sexα ◀ şi 4.cexα ▶


ParametricPlot3D[Evaluate[Table[{x, Tan[x − ArcSin[0.2mSin[x]]], 2Sin[x]}, {m, −5,5}], {x, 0,2Pi}\\
ParametricPlot3D[Evaluate[Table[{x, Tan[x − ArcSin[0.2mSin[x]]], 2Cos[x]}, {m, −5,5}], {x, 0,2Pi}]]
Fig. 9,d Tangente excentrice strâmbate cu funcţiile 2.sinα ◀ şi 2.cosα ▶
ParametricPlot3D[Evaluate[Table[{x, Cot[x − ArcSin[0.2mSin[x]]], 4Sin[x]}, {m, −4,4}], {x, 0,2Pi}[[
ParametricPlot3D[Evaluate[Table[{x, Cot[x − ArcSin[0.2mSin[x]]], 4Cos[x]}, {m, −4,4}], {x, 0,2Pi}]]
Fig. 9,d Cotangente excentrice strâmbate cu funcţiile 4.sinα ◀ şi 4.cosα ▶

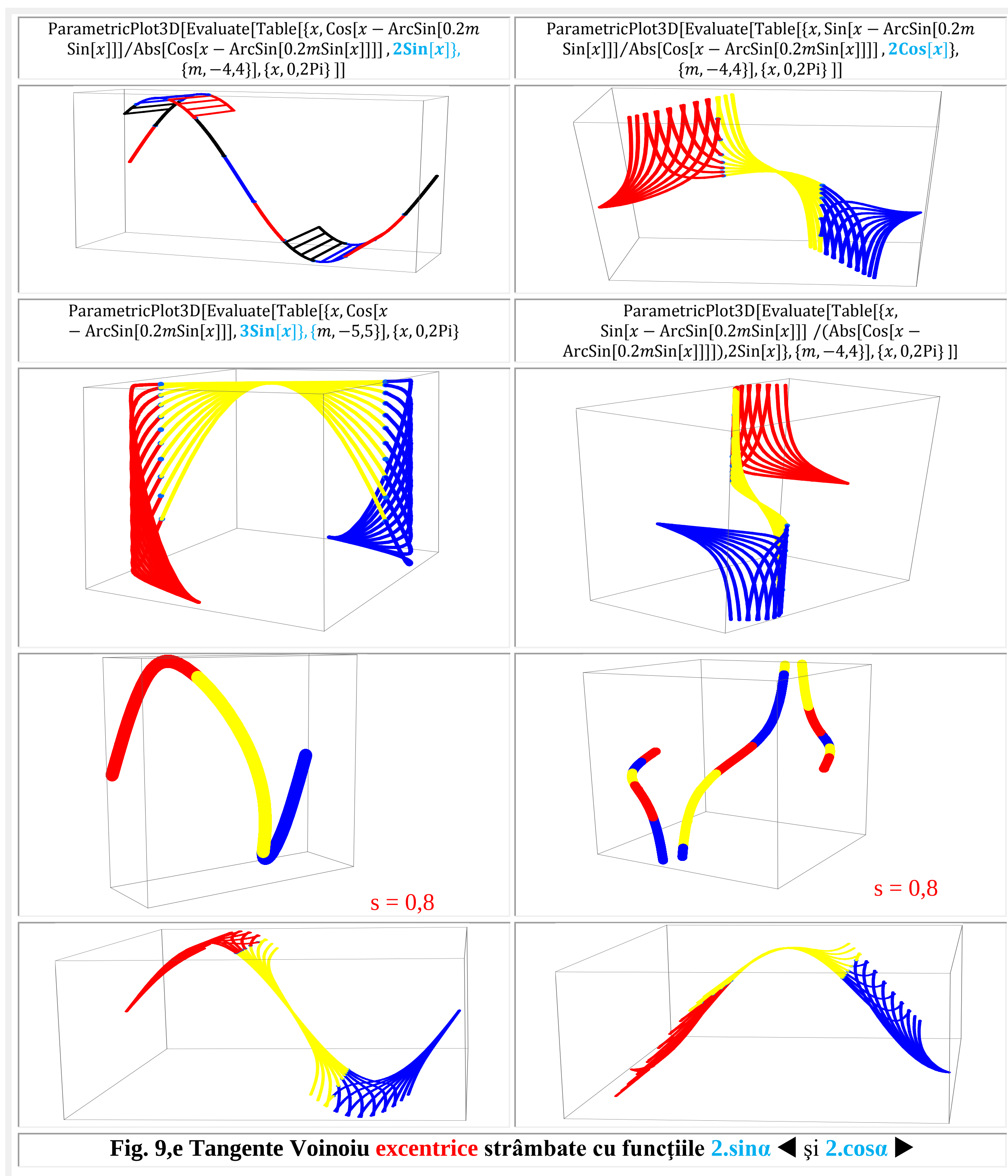
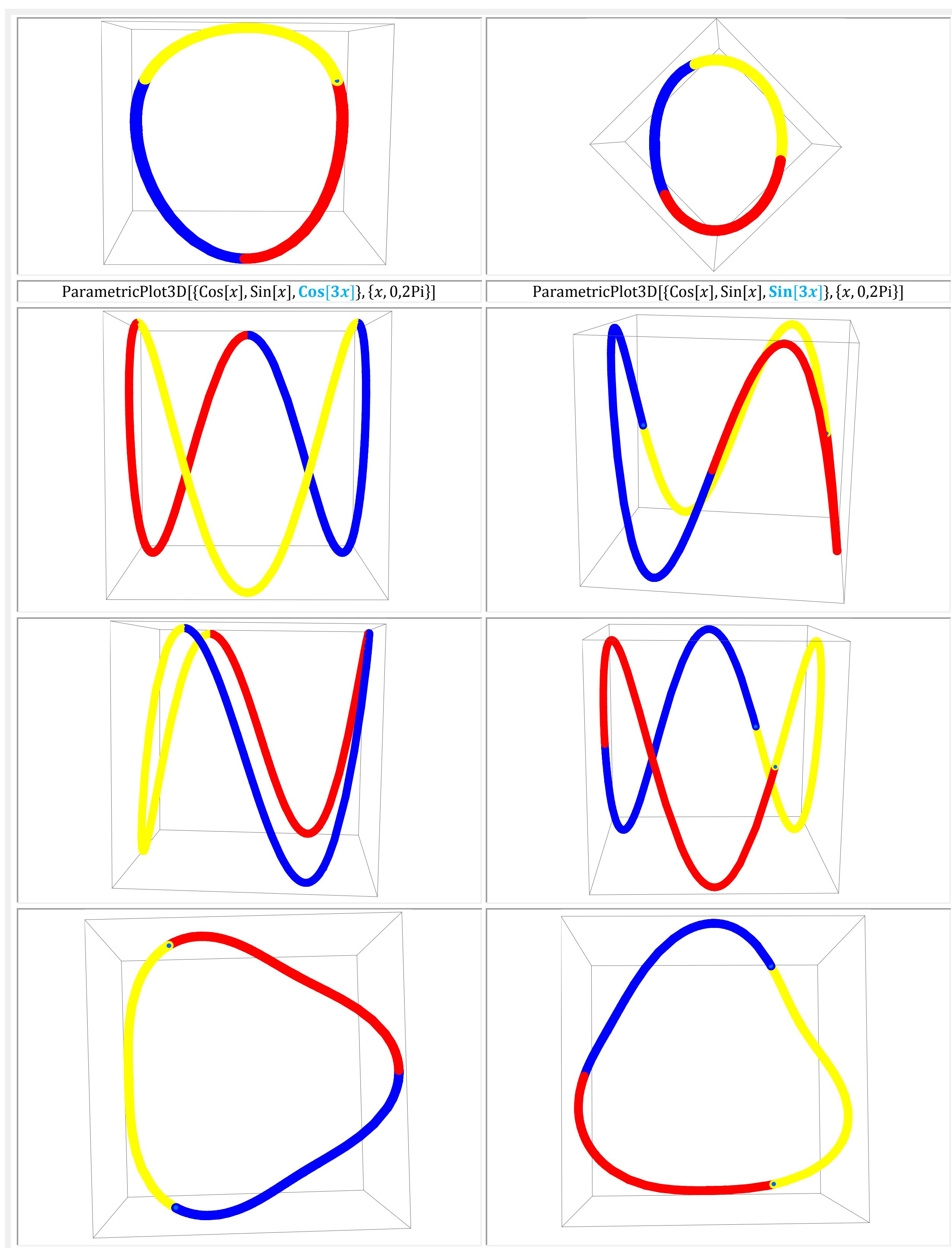


Fig. 9,e Tangente Voinoiu excentrice strâmbate cu funcţiile 2.sinα ◄ şi 2.cosα ►

5 STRÂMBAREA CERCULUI → SUPERNOVA CIRCULARĂ

Cercul este o curbă plană ▲◄ care poate fi transformată în variate moduri în una strâmbă, adică într-o **supernovă** circulară, aşa cum se ilustrează în **figura 10**, cu novele în prima parte a figurii.

ParametricPlot3D[Cos[x], Sin[x],1}, {x, 0,2Pi}]]	ParametricPlot3D[{Cos[x], Sin[x], Sin[x]}, {x, 0,2Pi}
Cercul **în 3D**	**Nova** **circulară**
ParametricPlot3D[{Cos[x], Cos[x], Sin[x]}, {x, 0,2Pi}]	ParametricPlot3D[{Cos[x], Sin[x], Cos[x]}, {x, 0,2Pi}]
Nova **circulară**	**Nova** **circulară**
SUPERNOVELE CERCULUI	
ParametricPlot3D[{Cos[x], Sin[x], Cos[2x]}, {x, 0,2Pi}]]	ParametricPlot3D[{Cos[x], Sin[x], Sin[2x]}, {x, 0,2Pi}


ParametricPlot3D[{Cos[x], Sin[x], Cos[3x]}, {x, 0,2Pi}]
ParametricPlot3D[{Cos[x], Sin[x], Sin[3x]}, {x, 0,2Pi}]

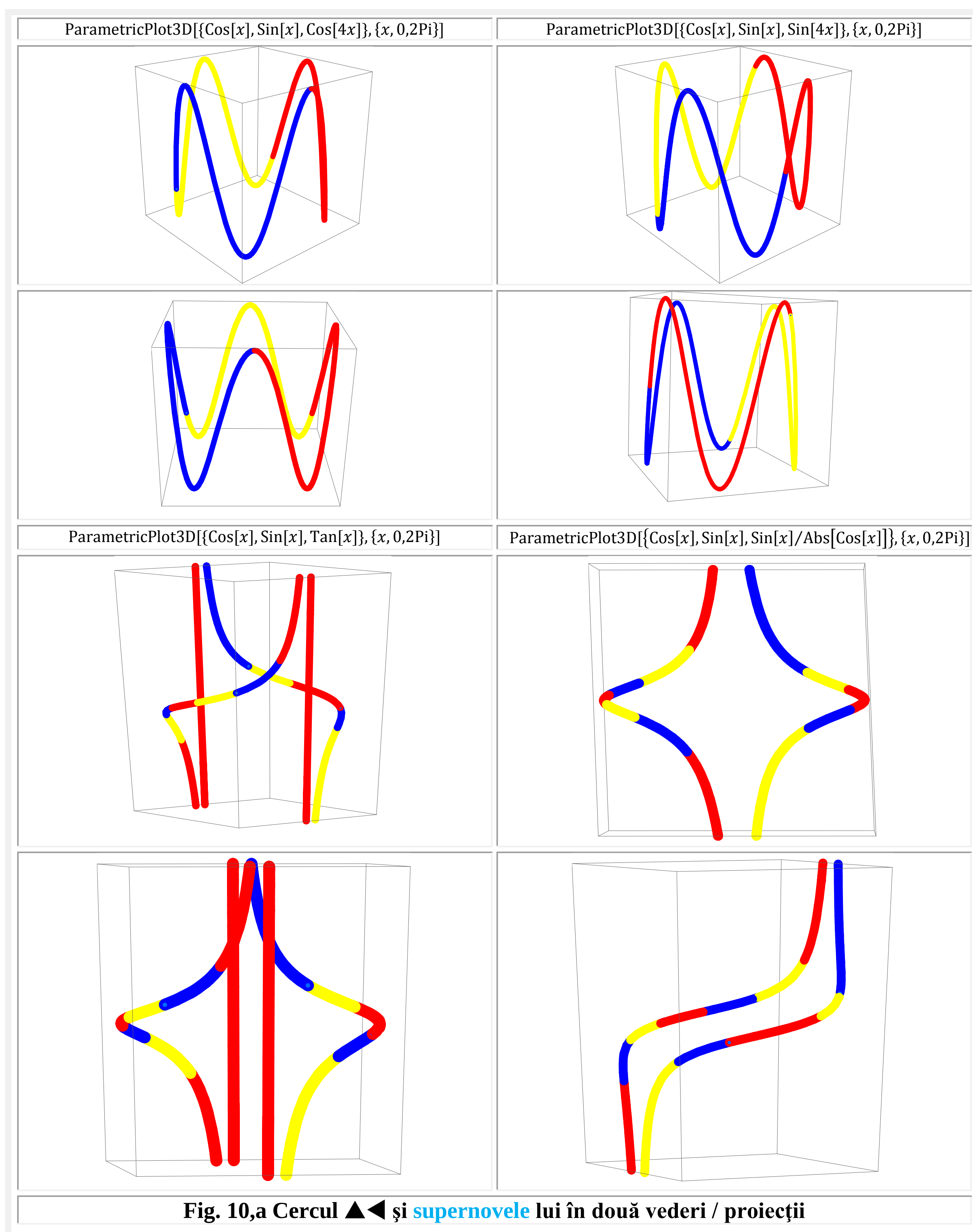


Fig. 10,a Cercul ▲◀ şi supernovele lui în două vederi / proiecţii

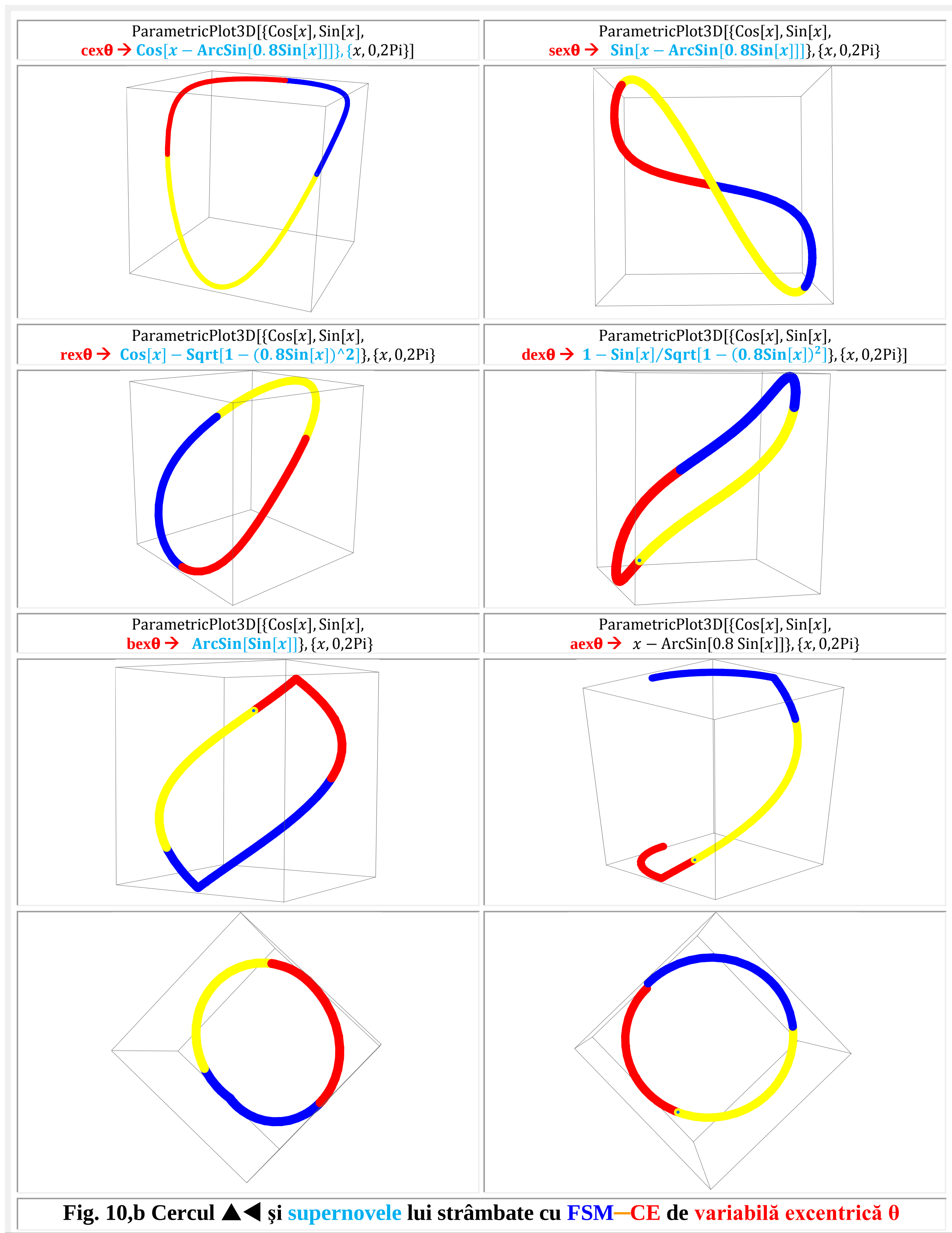
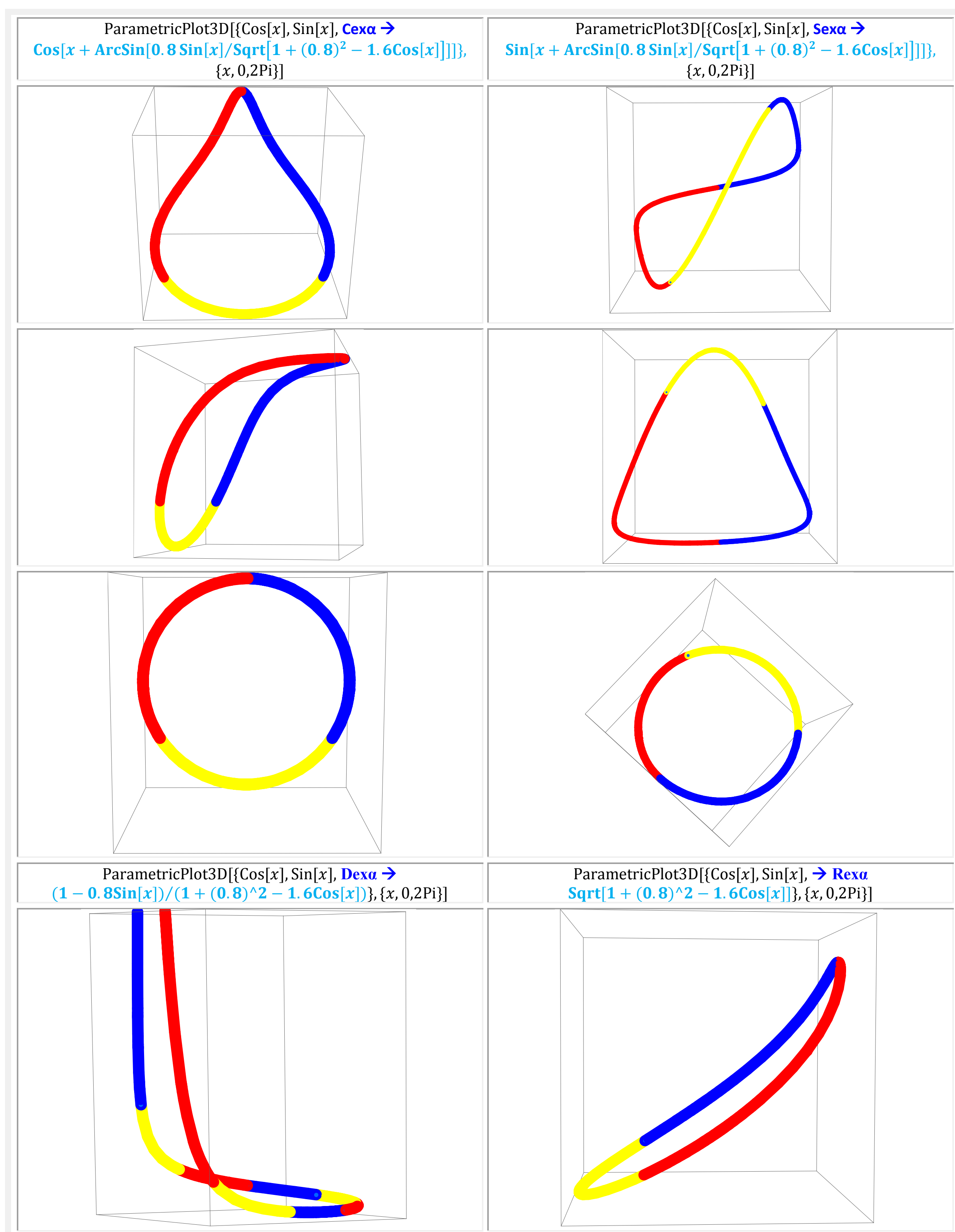


Fig. 10,b Cercul ▲◀ şi supernovele lui strâmbate cu FSM—CE de variabilă excentrică θ


ParametricPlot3D[{Cos[x], Sin[x], Cexα →
Cos[x + ArcSin[0.8 Sin[x]/Sqrt[1 + (0.8)^2 − 1.6Cos[x]]]]},
{x, 0,2Pi}]
ParametricPlot3D[{Cos[x], Sin[x], Sexα →
Sin[x + ArcSin[0.8 Sin[x]/Sqrt[1 + (0.8)^2 − 1.6Cos[x]]]]},
{x, 0,2Pi}]
ParametricPlot3D[{Cos[x], Sin[x], Dexα →
(1 − 0.8Sin[x])/(1 + (0.8)^2 − 1.6Cos[x])}, {x, 0,2Pi}]
ParametricPlot3D[{Cos[x], Sin[x], → Rexα
Sqrt[1 + (0.8)^2 − 1.6Cos[x]]}, {x, 0,2Pi}]

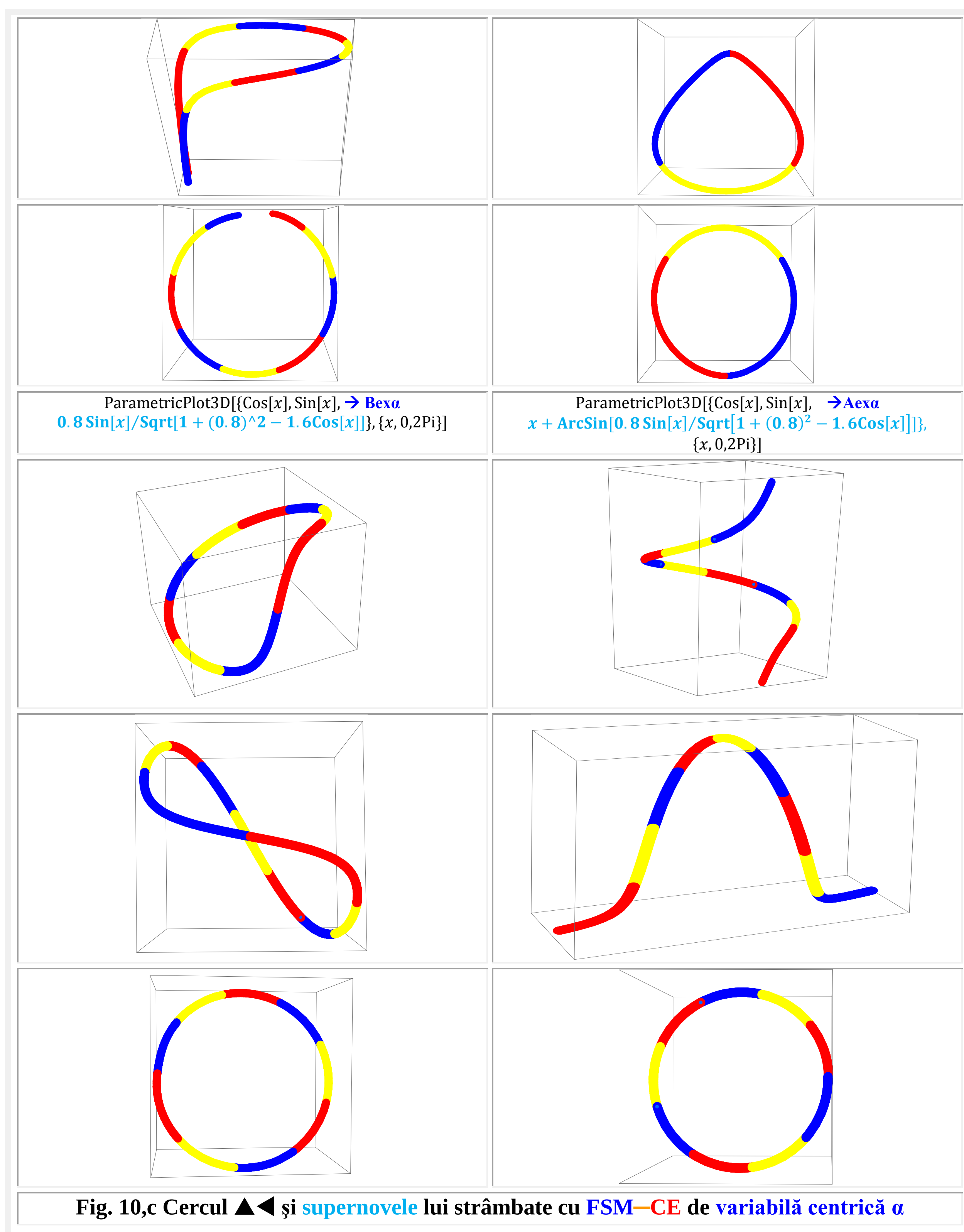


Fig. 10,c Cercul ▲◀ şi supernovele lui strâmbate cu FSM—CE de variabilă centrică α

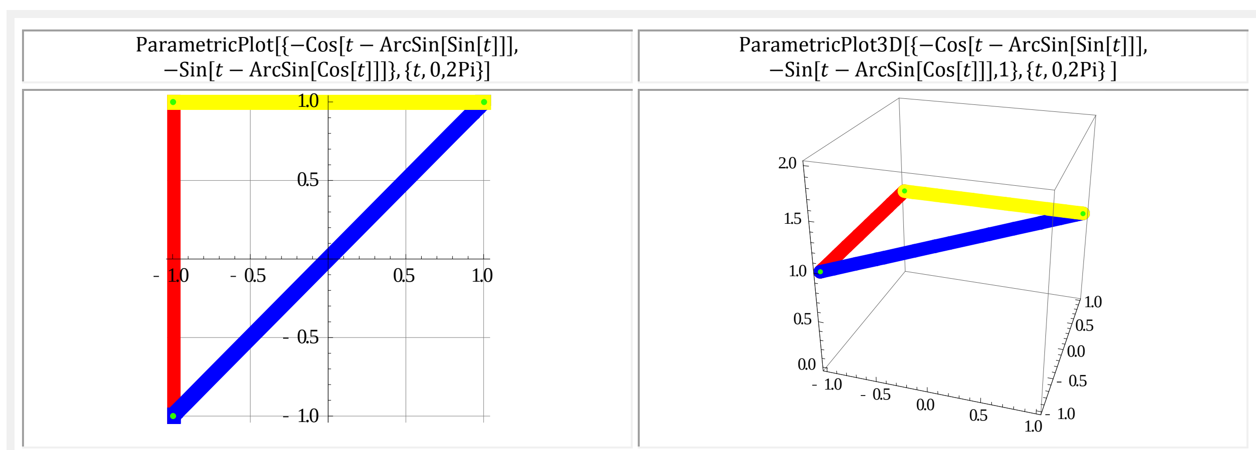
6 STRÂMBAREA PĂTRATULUI → SUPERNOVE PĂTRATE

ParametricPlot3D[{Cos[t]/Sqrt[1 − (0.98Sin[t])^2], Sin[t]/Sqrt[1 − (0.98Cos[t])^2] , 1}, {t, 0,2Pi}] **Pătrat in 3D**	ParametricPlot3D[{Cos[t]/Sqrt[1 − (0.98Sin[t])^2], Sin[t]/Sqrt[1 − (0.98Cos[t])^2], **Nouă în 3 D** Cos[t]/Sqrt[1 − (0.98Sin[t])^2]}, {t, 0,2Pi}]
ParametricPlot3D[{Cos[t]/Sqrt[1 − (0.98Sin[t])^2], Sin[t]/Sqrt[1 − (0.98Cos[t])^2] , t/8}, {t, 0,2Pi}]	ParametricPlot3D[{Cos[t]/Sqrt[1 − (0.98Sin[t])^2], Sin[t]/Sqrt[1 − (0.98Cos[t])^2] , Cos[t]}, {t, 0,2Pi}]
ParametricPlot3D[{Cos[t]/Sqrt[1 − (0.98Sin[t])^2], Sin[t]/Sqrt[1 − (0.98Cos[t])^2] , Sin[t]}, {t, 0,2Pi}]	ParametricPlot3D[{Cos[t]/Sqrt[1 − (0.98Sin[t])^2], Sin[t]/Sqrt[1 − (0.98Cos[t])^2], ArcSin[1 + (0.98)^2 − 1.96Cos[4t]]}, {t, 0,2Pi}]

ParametricPlot3D[{Cos[t]/Sqrt[1 − (0.98Sin[t])²], Sin[t]/Sqrt[1 − (0.98Cos[t])²], **Sqrt[1 − (0. 98Sin[t])^2]**}, {t, 0,2Pi}]	ParametricPlot3D[{Cos[t]/Sqrt[1 − (0.98Sin[t])²], Sin[t]/Sqrt[1 − (0.98Cos[t])²], **Sin[0. 98Sin[t]]/Sqrt[1 − (0. 98Sin[t])^2]**}, {t, 0,2Pi}]

Fig. 11,a Pătratul ▲◀ şi supernovele lui strâmbate cu FSM−CE de variabilă excentrică θ

7 STRÂMBAREA TRIUNGHIULUI → SUPERNOVE TRIUNGHIULARE



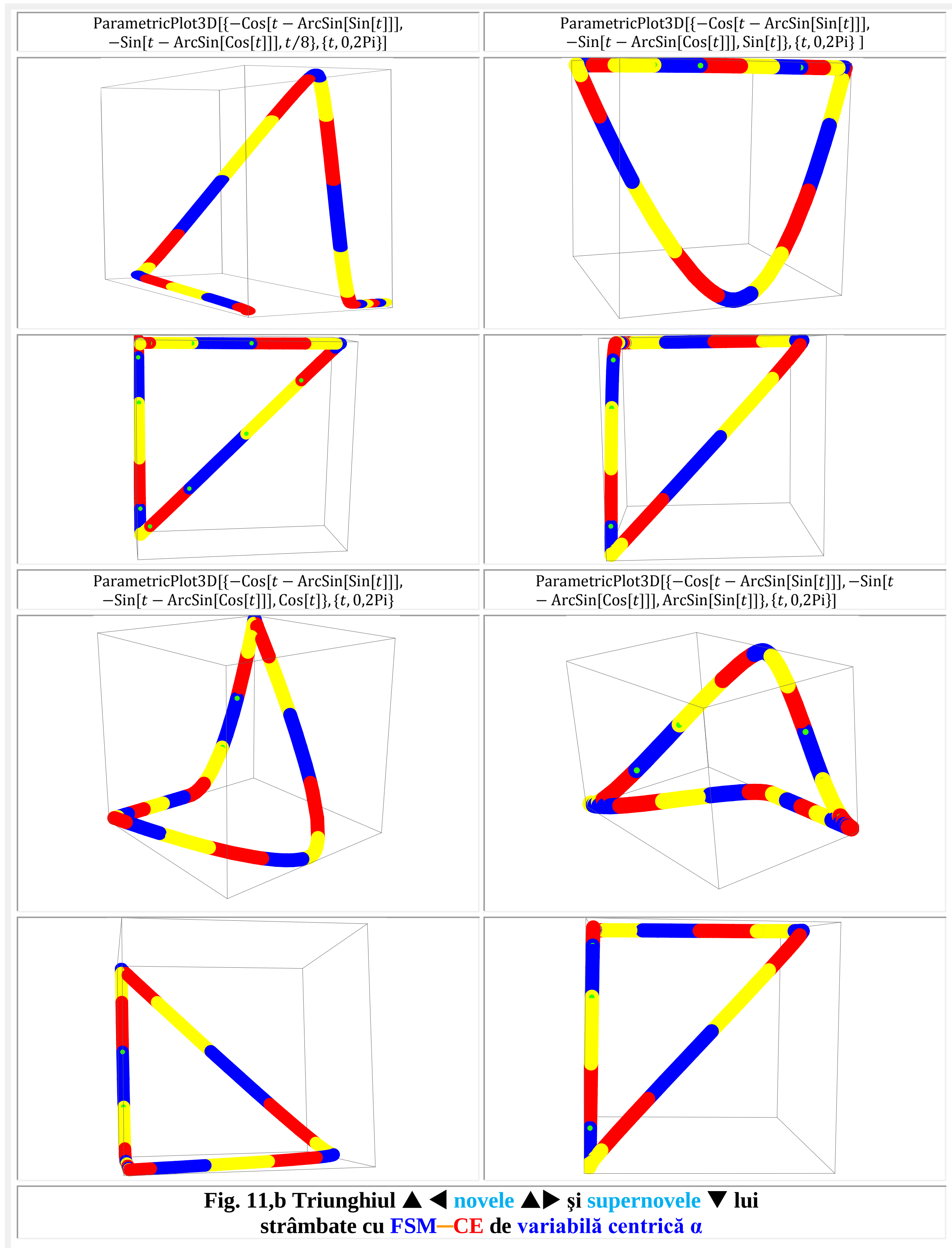
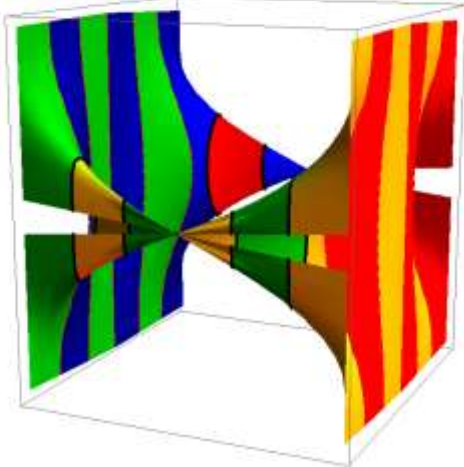
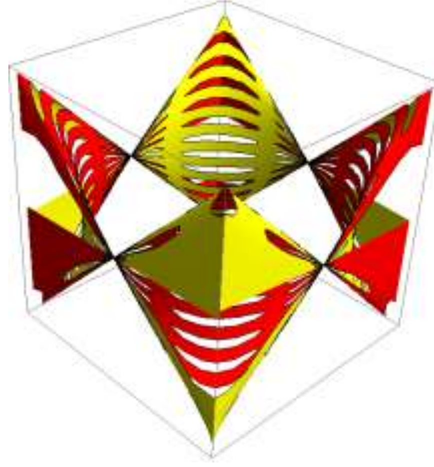
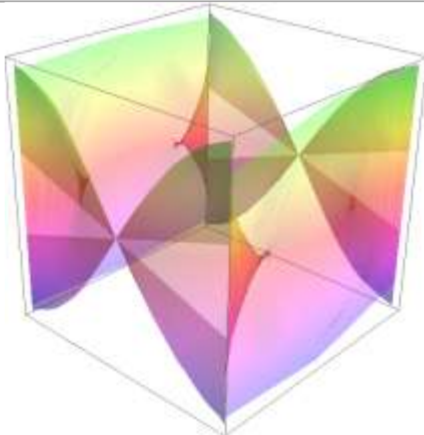
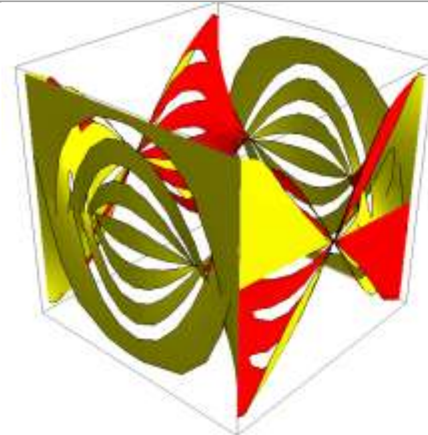
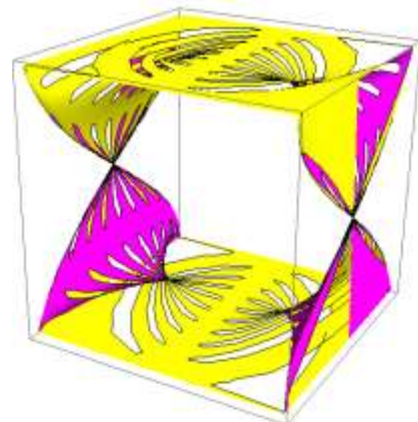
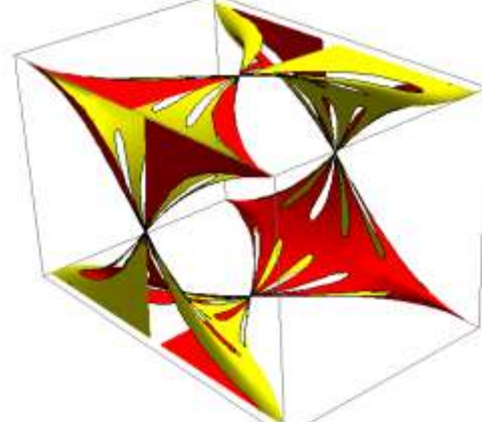
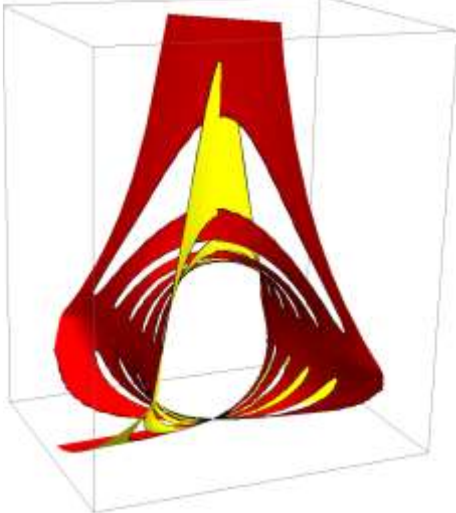
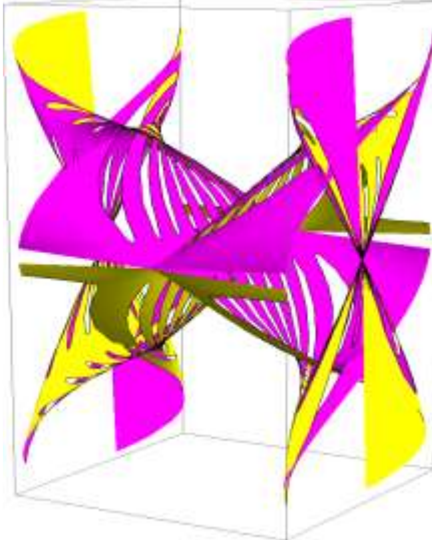
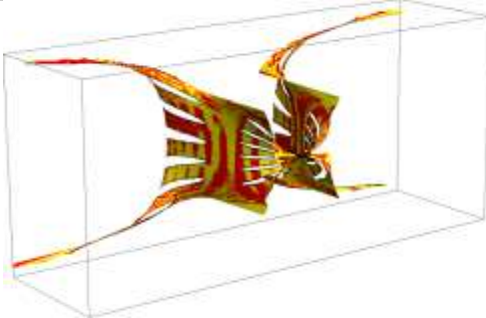
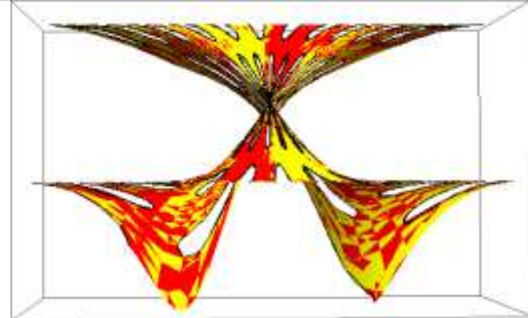
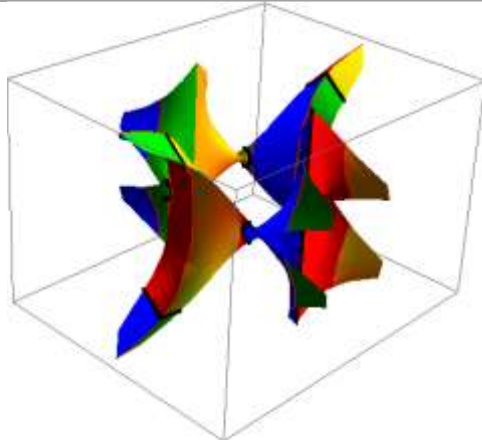
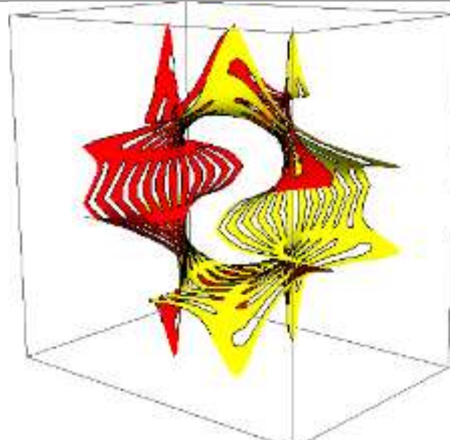


Fig. 11,b Triunghiul ▲ ◀ novele ▲▶ şi supernovele ▼ lui strâmbate cu FSM—CE de variabilă centrică α

8 STRÂMBAREA OBIECTELOR 3D → SUPERNOVE ALE OBIECTELOR 3D

OBIECTUL 3 D	SUPERNOVA OBIECTULUI 3D
ParametricPlot3D[Evaluate[Table[{Cos[t]/Sqrt[1 − (0.1sSin[t])^2] , Sin[t]/Sqrt[1 − (0.1sCos[t])^2] , 0.1s}, {s, −10,10}], {t, 0,2Pi}]]	ParametricPlot3D[Evaluate[Table[{Cos[t]/Sqrt[1 − (0.1sSin[t])^2], Sin[t]/Sqrt[1 − (0.1sCos[t])] , 0.1sSin[t]}, {s, −10,10}], {t, 0,2Pi}]]
ParametricPlot3D[Evaluate[Table[{Cos[t]/Sqrt[1 − (0.1sSin[t])^2], Sin[t]/Sqrt[1 − (0.1sCos[t])^2] , 0.1sSin[t]}, {s, −10,10}], {t, 0,2Pi}]]	ParametricPlot3D[Evaluate[Table[{Cos[t]/Sqrt[1 − (0.1sSin[t])^2], Sin[t]/Sqrt[1 − (0.1sCos[t])^2] , 0.1sSin[2t]}, {s, −10,10}], {t, 0,2Pi}]]

ParametricPlot3D[{Cos[t]/Sqrt[1 − (0.1sSin[t])^2] , Sin[t]/ Sqrt[1 − (0.1sCos[t])^2],0.1sArcSin[0.9Sin[t]]}, {s, −10,10}, {t, 0,2Pi}]	ParametricPlot3D[{Cos[t]/Sqrt[1 − (0.1sSin[t])^2] , Sin[t]/ Sqrt[1 − (0.1sCos[t])^2],0.1sSin[3t]}, {s, −10,10}, {t, 0,2Pi}]
	
ParametricPlot3D[{Cos[t]/Sqrt[1 − (0.1sSin[t])^2] , Sin[t]/ Sqrt[1 − (0.1sCos[t])^2],0.1sCos[3t]}, {s, −10,10}, {t, 0,2Pi}]	ParametricPlot3D[{Cos[t]/Sqrt[1 − (0.1sSin[t])^2] , Sin[t]/ Sqrt[1 − (0.1sCos[t])^2],0.1sSin[3t]}, {s, −10,10}, {t, 0,2Pi}]
	
ParametricPlot3D[{Cos[t]/Sqrt[1 − (0.1sSin[t])^2] , Sin[t]/ Sqrt[1 − (0.1sCos[t])^2],0.1sSin[3t]}, {s, −10,10}, {t, 0,2Pi}]	ParametricPlot3D[{Cos[t]/Sqrt[1 − (0.1sSin[t])^2] , Sin[t]/ Sqrt[1 − (0.1sCos[t])^2],0.1sArcSin[Sin[2t]]}, {s, −10,10}, {t, 0,2Pi}]
	

ParametricPlot3D[{Cos[2t]/Sqrt[1 − (0.1sSin[t])^2], Sin[2t]/Sqrt[1 − (0.1sCos[t])^{2}], 0.1sArcSin[Sin[2t]]}, {s, −10,10}, {t, 0,2Pi}]	ParametricPlot3D[{Cos[t]/Sqrt[1 − (0.1sSin[t])^{2}], Sin[2t] /Sqrt[1 − (0.1sCos[t])^2],0.1sSin[3t]}, {s, −10,10}, {t, 0,2Pi}]
	
ParametricPlot3D[{Cos[2t]/Sqrt[1 − (0.1sSin[2t])^2] , Sin[t]/ Sqrt[1 − (0.1sCos[2t])^2],0.1sArcSin[Sin[t]]}, {s, −10,10}, {t, 0,2Pi}]	ParametricPlot3D[{Cos[t]^2/Sqrt[1 − (0.1sSin[3t])^2], /Sqrt[1 − (0.1sCos[3t])^2],0.1sArcSin[Cos[2t]]}, {s, −9,9}, {t, 0,2Pi}]
	
ParametricPlot3D[{Cos[t]/Sqrt[1 − (0.1sSin[3t])^2], Sin[t]/Sqrt[1 − (0.1sCos[2t])^{2}] , 0.1sArcSin[Cos[2t]]}, {s, −9,9}, {t, 0,2Pi}]	ParametricPlot3D[{Cos[t]/Sqrt[1 − (0.1sSin[3t])^2] , Sin[t]/ Sqrt[1 − (0.1sCos[3t])^2],0.1sArcSin[Cos[2t]]}, {s, −9,9}, {t, 0,2Pi}]
	

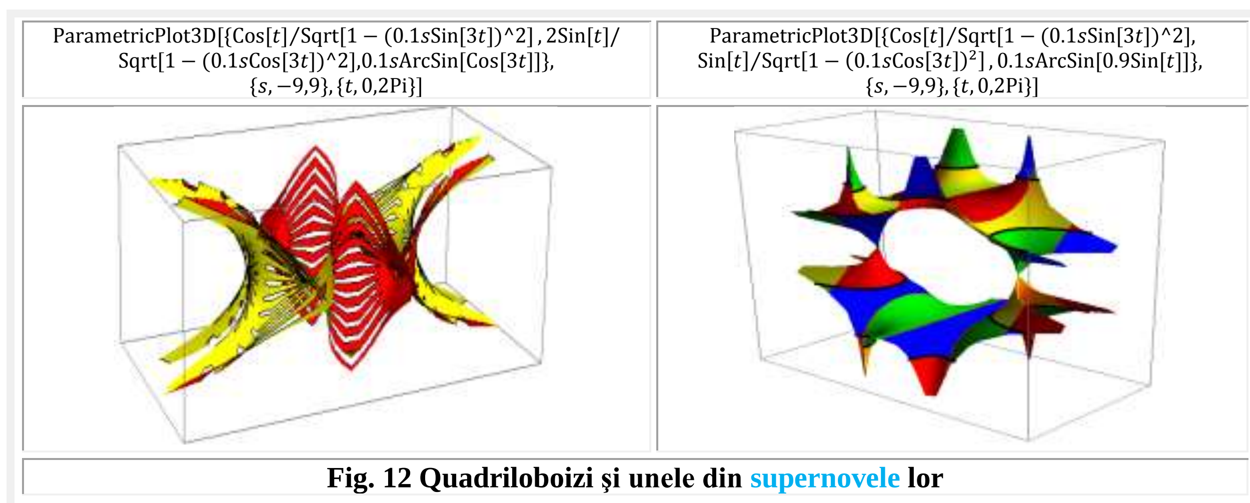


Fig. 12 Quadriloboizi şi unele din supernovele lor

ParametricPlot3D[{Cos[t + ArcSin[0.1sSin[t]]], Sin[t − ArcSin[0.1sSin[t − Pi/2]]],0.2s}, {s, −10,10}, {t, 0,2Pi}]	ParametricPlot3D[{Cos[t + ArcSin[0.1sSin[t]]], Sin[t − ArcSin[0.1sSin[t − Pi/2]]],0.2sCos[t]}, {s, −10,10}, {t, 0,2Pi}]
ParametricPlot3D[{Cos[t + ArcSin[0.1sSin[t]]], Sin[t − ArcSin[0.1sSin[t − Pi/2]]],0.2sSin[t]}, {s, −10,10}, {t, 0,2Pi}]	ParametricPlot3D[{Cos[t + ArcSin[0.1sSin[2t]]], Sin[t − ArcSin[0.1sSin[t]]],0.2sArcSin[Sin[2t]]}, {s, −10,10}, {t, 0,2Pi}]

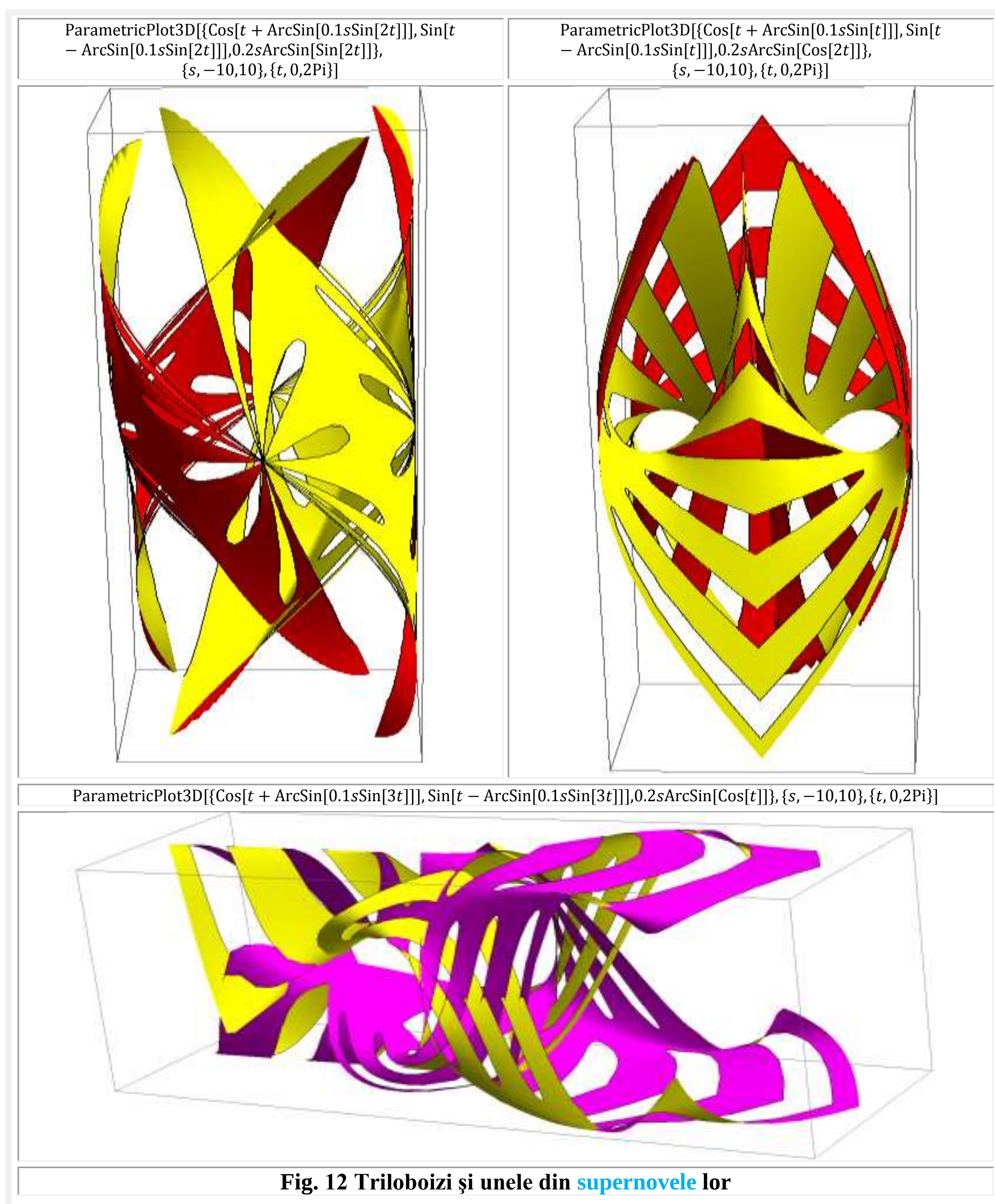


Fig. 12 Triloboizi şi unele din supernovele lor

Variantele posibile de supernovare ale obiectelor **3D** sunt mult prea variate pentru a fi prezentate într-un singur capitol, aşa că vom continua într-un capitol următor.

Motto:" ***Există lucruri care ştim că sunt imposibil de realizat, până când vine cineva care nu ştie acest lucru şi le realizează*"**
Albert Einstein

CAPITOLUL XX

NOVE ŞI SUPERNOVE SUPERMATEMATICE

1. INTRODUCERE

Atât **novele** cât şi **supernovele** pot fi **circulare, hiperbolice, eliptice, trilobice, quadrilobice** / cvadrilobice ş.m.a**: centrice (MC)** sau **excentrice** (**ME**): **propriu-zise, elevate** sau **exotice,** care, ***toate***, pot fi denumite într-un singur cuvânt ***supermatematice*** (**SM**), realizându-se, astfel, o economie considerabilă de cuvinte şi de spaţiu.

Şi n-au fost inşirate toate tipurile de curbe şi funcţii **SM**, ţinând cont de ***volumul III*** al acestei lucrări cu subtitlul:"**NEMARGINIREA ŞI MĂREŢIA SUPERMATEMATICII**" în care sunt tratate combinaţile infinite / nemărginite al funcţiilor anterior amintite, ca de exemplu: **centricoexcentrice**, **centricoelevate**, **centricoexotice**, … , **circularohiperbolice**, **circularoeliptice**, **circularotrilobice** ş.m.a.

Toată lumea ştie ce-i o curbă plană (**2D**) şi ce-i o curbă strâmbă, evident în 3**D**, dar nimeni nu s-a gândit cum poate fi tranformată ***orice curbă plană*** din **2D** în una ***plană*** în **3D** pe care o denumim **novă**, sau în una **<u>strâmbă</u>** în **3D**, denumită **supernovă**. O facem noi !

Aşa cum s-a prezentat în capitolele anterioare, dacă curbele / figurile **Lissajous** plane au fost transformate în curbe **Lissajous <u>strâmbe</u>** ele au fost denumite ***figuri supernove Lissajous circulare centrice***, dacă figurile au fost centrice şi dacă ***figurile Lissajous*** au fost **excentrice** au fost denumite ***figuri supernove Lissajous supermatematice excentrice***.

Oricare curbă **SM** cunoscută poate fi transformată în una **novă** sau în una **supernovă**. Cea mai simplă curbă în **matematica centrică** (**MC**) este **dreapta** cu corespondentele ei din matematica excentrică (**ME**) cu denumirea de ***strâmbe*** numite şi ***plane***, deoarece ele sunt ***strâmbe în 2D*** şi nu în 3**D**, pentru a nu se confunda cu cele **din 3D,** care sunt strâmbe **nove** sau **supernove SM**, pe care le vom denumi ***nove*** şi ***supernove liniare*** din motive lesne de înţeles.

2. NOVE ŞI SUPERNOVE LINIARE
STRÂMBAREA DREPTELOR

Începem cu dreapta din **MC** din **figura 1▲◄,** ce trece prin originea **O(0, 0),** deoarece, pentru o anumită valoare a coeficientului unghiular **m**, aleasă de valoare 1, adică a primei bisectoare, are un singur membru şi ecuaţia simplă :

(1) y = mx → m = 1 → y = x = t care devine o ***dreaptă nova*** cu ecuaţiile parametrice:

(2) $$\begin{cases} x = t \\ y = t \\ z = t \end{cases}$$

aşa cum rezultă şi din **figura 1▲►** .

Ea devine o **supernovă plană sinusoidală** **(Fig. 1●◄**) cu ecuţiile :

(3) $$\begin{cases} x = t \\ y = sint \\ z = sint \end{cases}$$

şi **cosinusoidală** (**Fig. 1●◄►**)) pentru ecuaţiile parametrice în care **y = z = cost.**

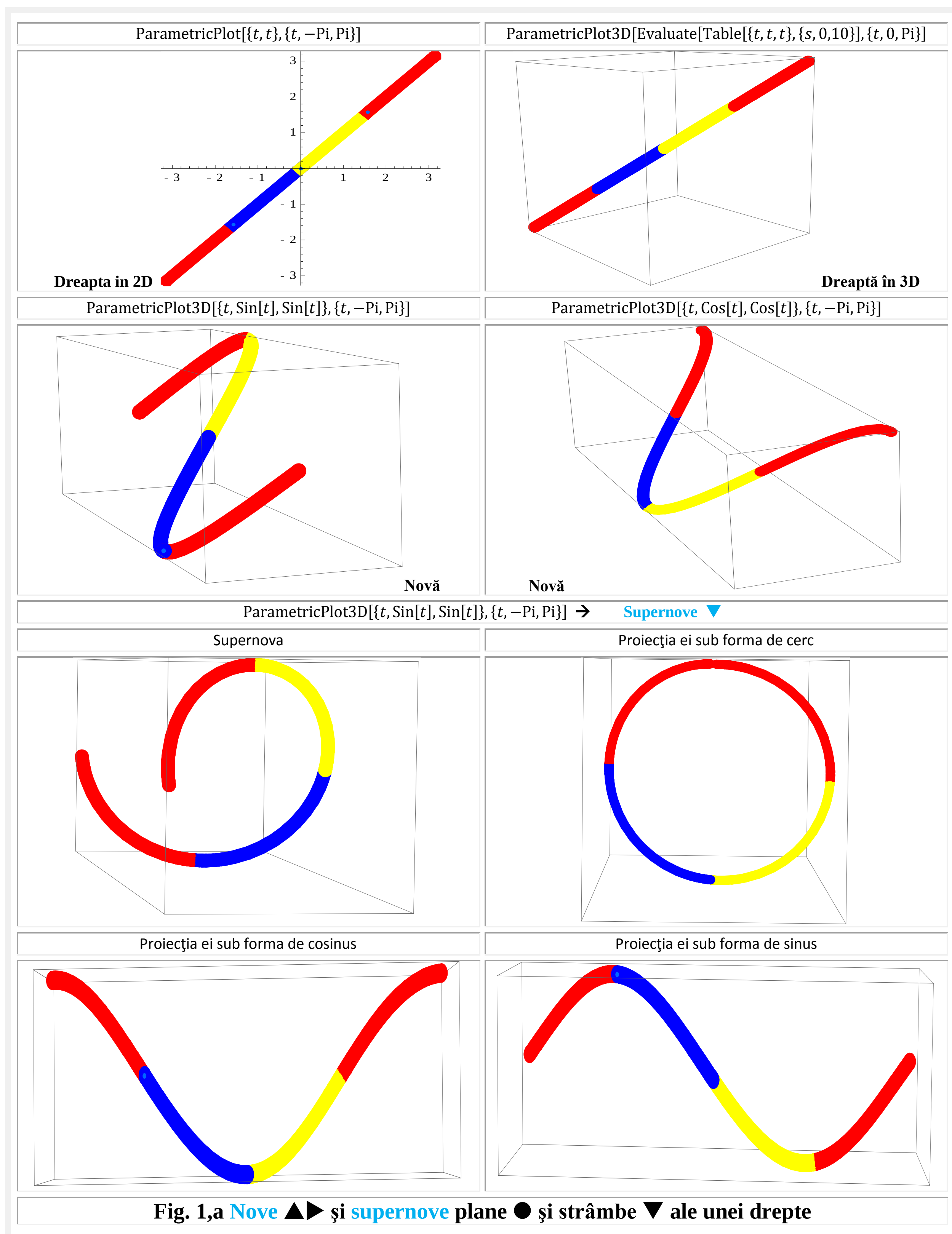


Fig. 1,a Nove ▲▶ şi supernove plane ● şi strâmbe ▼ ale unei drepte

Supernova devine **circulară** (**Fig. 1** şi **Fig. 1▼▶**) pentru ecuaţiile parametrice în care

(4) $\begin{cases} x = t \\ \mathbf{y} = \cos t \\ \mathbf{z} = \mathbf{sint} \end{cases}$ deoarece **y = cost** şi **z = sint** care sunt ecuaţiile parametrice ale unui cerc în **3D**.

În **figura 1▼◀** curba ***pare*** plană, a unui cerc, dar este o iluzie optică, ea fiind una strămbă în **3D**, deci una din mulţimea **supernovelor** posibile ale **unei drepte**.

Supernova de ecuaţii (4) privită din divese puncte poate parea un cerc ▶, o cosinusoidă ◀ sau o sinusoidă ▶, aşa cum se prezintă în partea inferioara a **figirii 1**.

Din cele expuse rezultă că şi **novele** pot fi atât ***plane*** în **3D** şi **supernovele** sunt ***strâmbe*** în **3D**.

Dacă **y = a.cost** şi **z = b.sint** atunci **supernovele** sunt eliptice (**Fig. 2 ▲◀**) şi pentru **y = z = cosht** ele sunt **nove** cosinus hiperboloidale (**Fig. 2●◀**) şi sinus hiperboloidale pentru **y = z = a.sinht** (**Fig. 2 ● ▶**). Pentru **y = cosht** şi **z = sinht** sau invers ele sunt **supernove hiperbolice (Fig. 2 ▼).**

STRÂMBAREA FUNCŢILOR TRIGONOMETRICE
SUPERNOVE TRIGONOMETRICE

Funcţiile trigonometrice sunt funcţii plane, în planul xOy, după cum este foarte bine cunoscut. Ele pot fi strâmbate, ca să devină funcţii **supernove**, aşa cum se prezinta în continuare în **figura 1,b**. Astfel, funcţia **cosinus** poate fi strâmbata în **3D** prin funcţia **sinus** ◀, iar funcţia sinus prin **cosinus** ▶ şi, în acest fel, **supernova** se va proiecta într-un plan ca funcţie **cosinus** şi în alt plan ca funcţie **sinus**, iar într-un plan perpendicular pe cele două plane amintite anterior se va proiecta ca un **cerc** ◀.

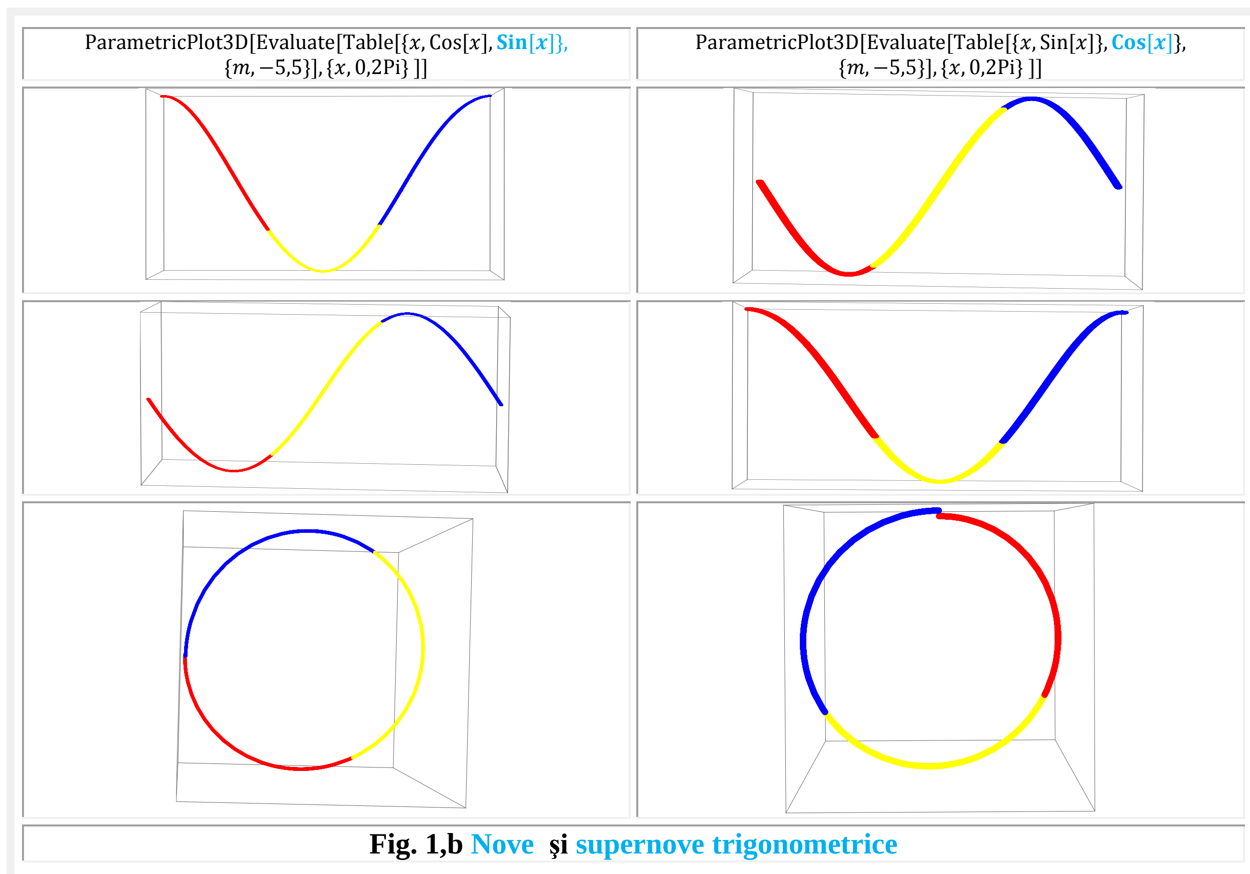


Fig. 1,b Nove şi supernove trigonometrice

Dacă funcţia de strâmbat si cea care realizează strâmbare au amplitudini diferite atunci supernova din sectiunea transversala va fi o elipsa [**Fig. 2,b**].



Fig. 2,b Supernove eliptice

Fig. 2,c Supernove şi Nove ● cosinus ◀ şi sinus hiperbolice ▶ şi supernove hiperbolice ▼

Novele (**Fig. 3▲▶**, **●**, **▼**) unui fascicul de drepte (**Fig. 3▲◀**) ce trec prin originea **O(0, 0)** sunt prezentate în **figura 3.** Cele din **figura 3▲▶** sunt un fascicul nove, toate novele fiind într-un acelaşi plan. Şi fascicolul de curbe din **figura 3 ● sunt** nove, deoarece fiecare curbă în parte a fascicolului **3D** este **in** formă de cosinusoidă ◀ şi de sinusoidă ▶ şi fiecare curbă în part este **plană în 3D.**

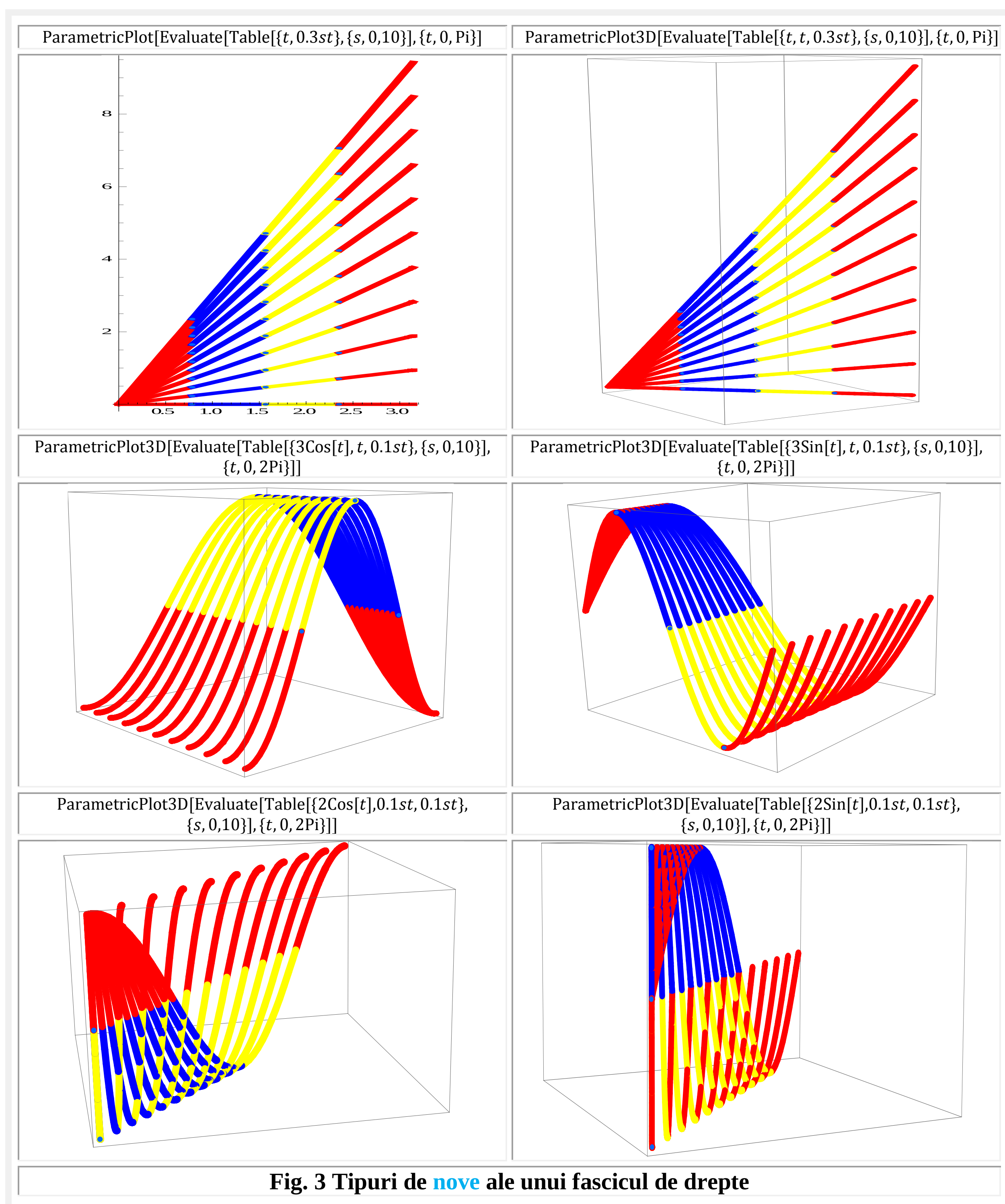
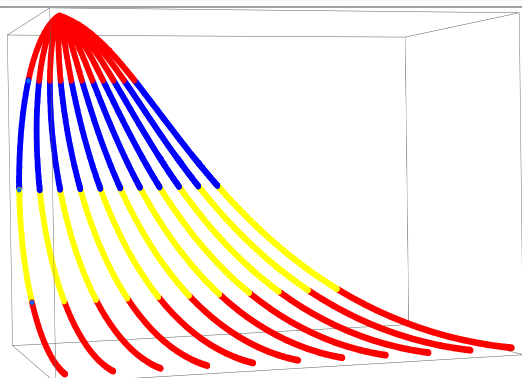
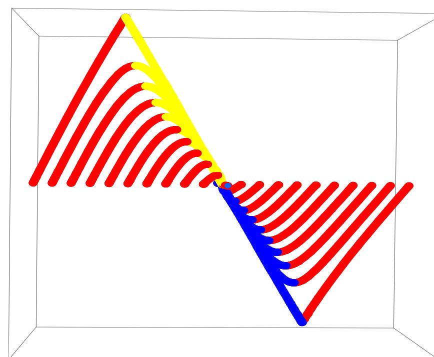
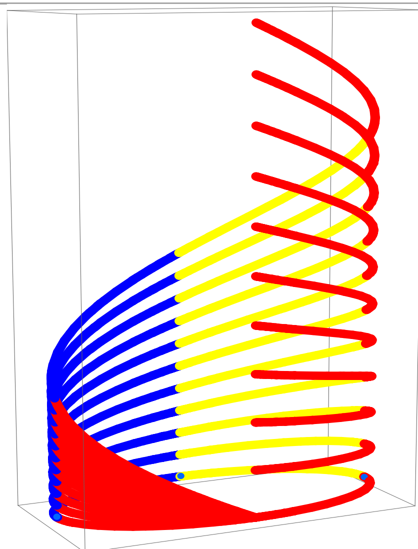
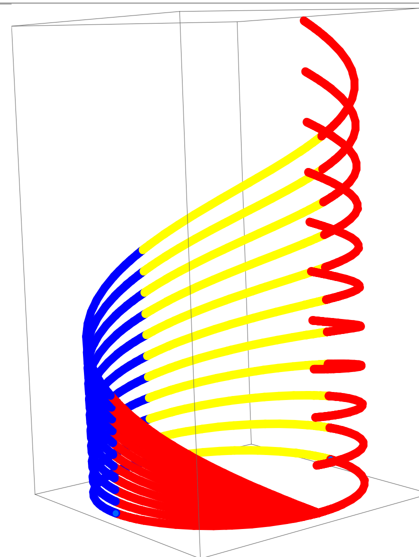
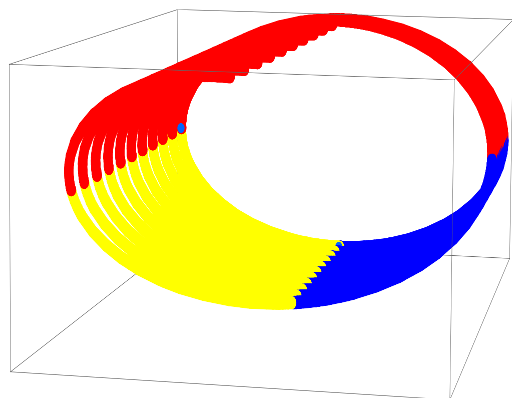
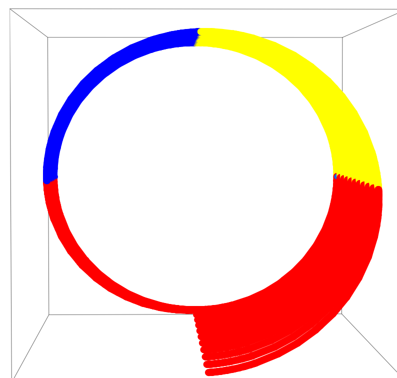
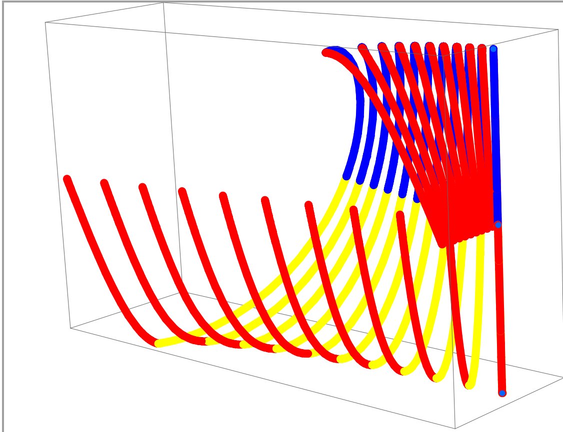


Fig. 3 Tipuri de nove ale unui fascicul de drepte

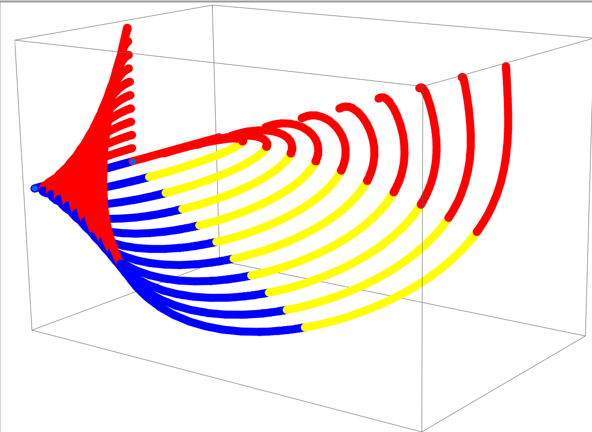
În **figura 3▼** fiecare curbă din fascicul ca şi fascicolul în ansmblul lui sunt în unu şi acelaşi plan fiind un ***fascicul plan*** de nove în **3D**.

ParametricPlot3D[Evaluate[Table[{2Sin[t], Cos[t], 0.1st}, {s, 0,10}], {t, 0, Pi}]	ParametricPlot3D[Evaluate[Table[{2Sin[t], ArcSin[0.1sSin[t]], 0.1st}, {s, 0,10}], {t, 0, Pi}]
	
ParametricPlot3D[Evaluate[Table[{2Sin[t], Cos[t], 0.1st}, {s, 0,10}], {t, 0,2Pi}]]	ParametricPlot3D[Evaluate[Table[{2Sin[t],2Cos[t],0.1st}, {s, 0,10}], {t, 0,2Pi}]]
	
	

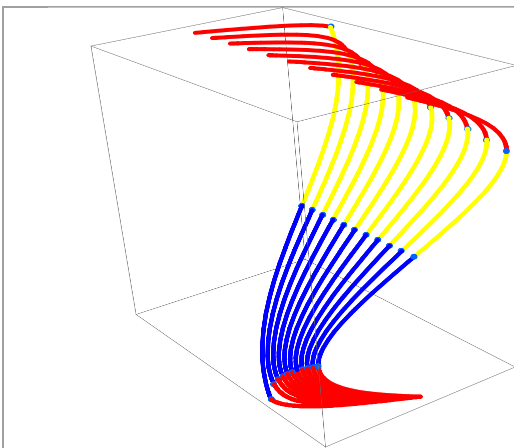
ParametricPlot3D[Evaluate[Table[{2Sin[t], −0.1sCos[t] + Sqrt[1 − (0.1sSin[t])^2],0.1st}, {s, 0,10}], {t, 0, Pi}]]



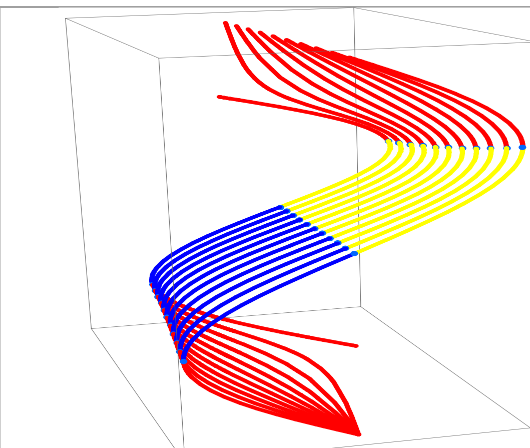
ParametricPlot3D[Evaluate[Table[{2Sin[t], 2Sqrt[1 + (0.1s)² − 0.2sCos[t]], 0.1st}, {s, 0,10}], {t, 0,2Pi}]]



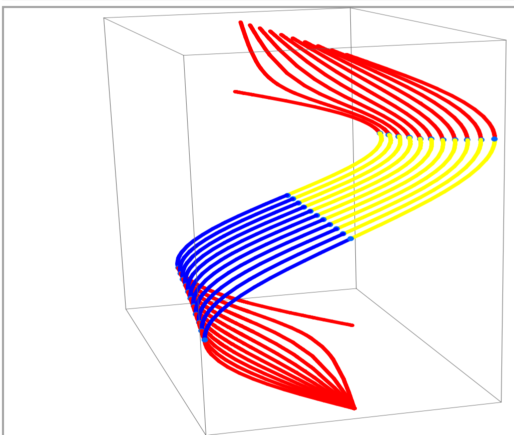
ParametricPlot3D[Evaluate[Table[{2Sin[t], t − ArcSin[0.1sSin[t]], 0.1st}, {s, 0,10}], {t, 0,2Pi}]]



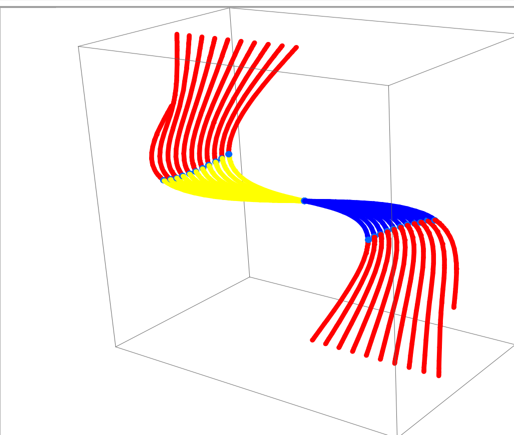
ParametricPlot3D[Evaluate[Table[{2Sin[t], t + ArcSin[0.1s Sin[t]/Sqrt[1 + (0.1s)² − 0.2sCos[t]]],0.1st}, {s, 0,10}], {t, 0,2Pi}]]



ParametricPlot3D[Evaluate[Table[{2Sin[t], t + ArcSin[0.1sSin[t]], 0.1st}, {s, 0,10}], {t, 0, Pi}]]



ParametricPlot3D[Evaluate[Table[{2Sin[t], t − ArcSin[0.1s Sin[t]/Sqrt[1 + (0.1s)² + 0.2sCos[t]]],0.1st}, {s, 0,10}], {t, −Pi, Pi}]]



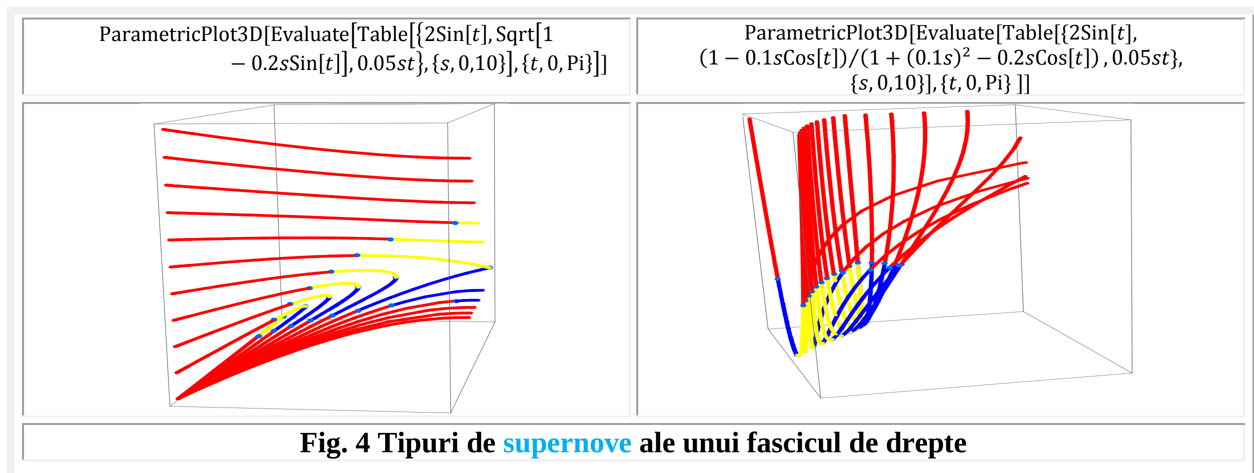


Fig. 4 Tipuri de supernove ale unui fascicul de drepte

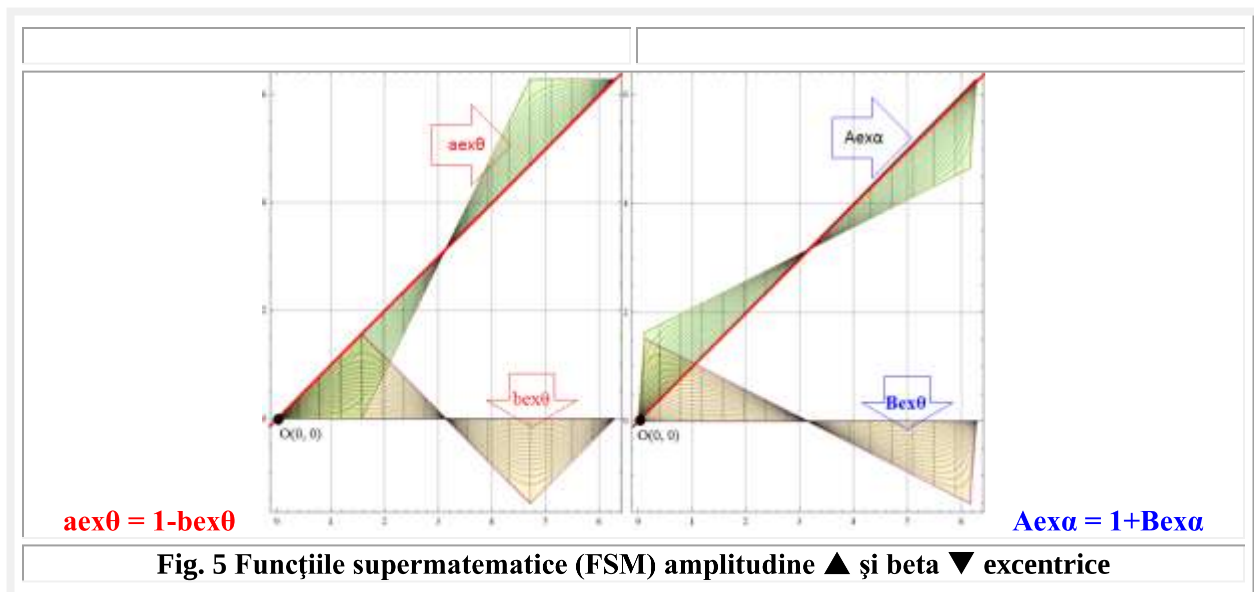
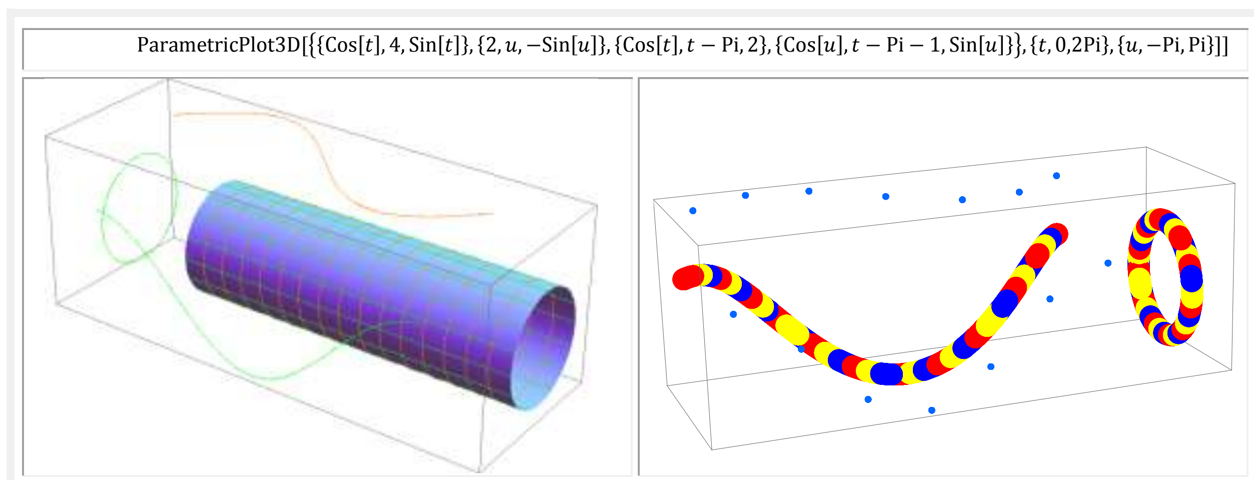


Fig. 5 Funcţiile supermatematice (FSM) amplitudine ▲ şi beta ▼ excentrice



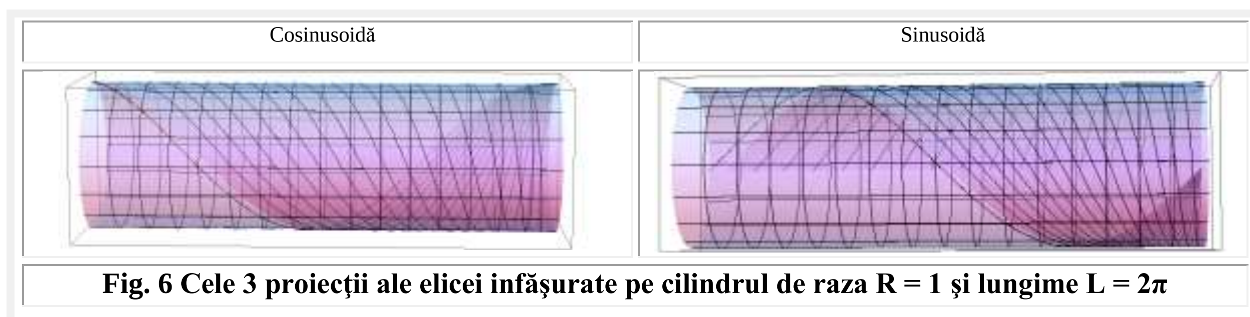


Fig. 6 Cele 3 proiecţii ale elicei infăşurate pe cilindrul de raza R = 1 şi lungime L = 2π

Curbele din **figura 4** au fiecare o curbă plană, pentru excentricitatea numerică **s = 0**, adică **o nová**, restul curbelor, fiind strâmbe, sunt **supernove**. Fascicolul de drepte a fost curbat în **figura 4** prin funcţia cos ▲◀ şi **bexθ** = arcsin[s.sinθ] ▲▶ (se recunoaşte semnalul triunghiular simetric pentru **s = 1**) apoi, prin funcţiile cos ◀ şi 2cos ▶ în rândul următor (2), iar în rândul (3) sunt reprezentate secţiunile transversale sub formă de elipsă şi respectiv de cerc ale fascicolului de drepte înfăşurat pe câte un cilindru eliptic şi, respectiv, circular. În rândul 4 sunt prezentate fasciculele de dreaptă strâmbate prin funcţiile radial excentrice **rexθ** ◀ şi, respectiv, Rexα ▶ apoi, în rândul 5, sunt prezentate fasciculul de drepte strâmbate de funcţiile **aexθ** şi, respectiv, **Aexα** (**Fig. 5)** de excentrictăţi **± s ∈ [0,1]**.

Cilindrul pe care este înfăşurată o elice ale cărei proiecţii sunt un cerc, o cosinusoidă şi o sinusoidă este prezentat în **figura 6**. În această figură sus-stânga (▲◀) , lipseşte **supernova elicoidală** cu pasul 2π, iar în partea ▲▶ lipseşte cilindrul pe care este infăşurată elicea supernovă. În partea de ▼◀ se vede pe cilindru cosinusoida iar în partea de ▼▶ sinusoida,ca urmare a rotirii cilindrului cu π/2.

Reamintim că **funcţiile supermatematice** circulare excentrice (**FSM—CE**) amplitudine excentrică de variabilă **excentrică (aexθ)** şi **centrică (Aexα)** (**Fig. 5**) sunt acelea care au ***generalizat dreapta matematică***, introducând **în (super)matematică strâmba plană** [**Fig. 6,a** şi **Fig. 6,b**].

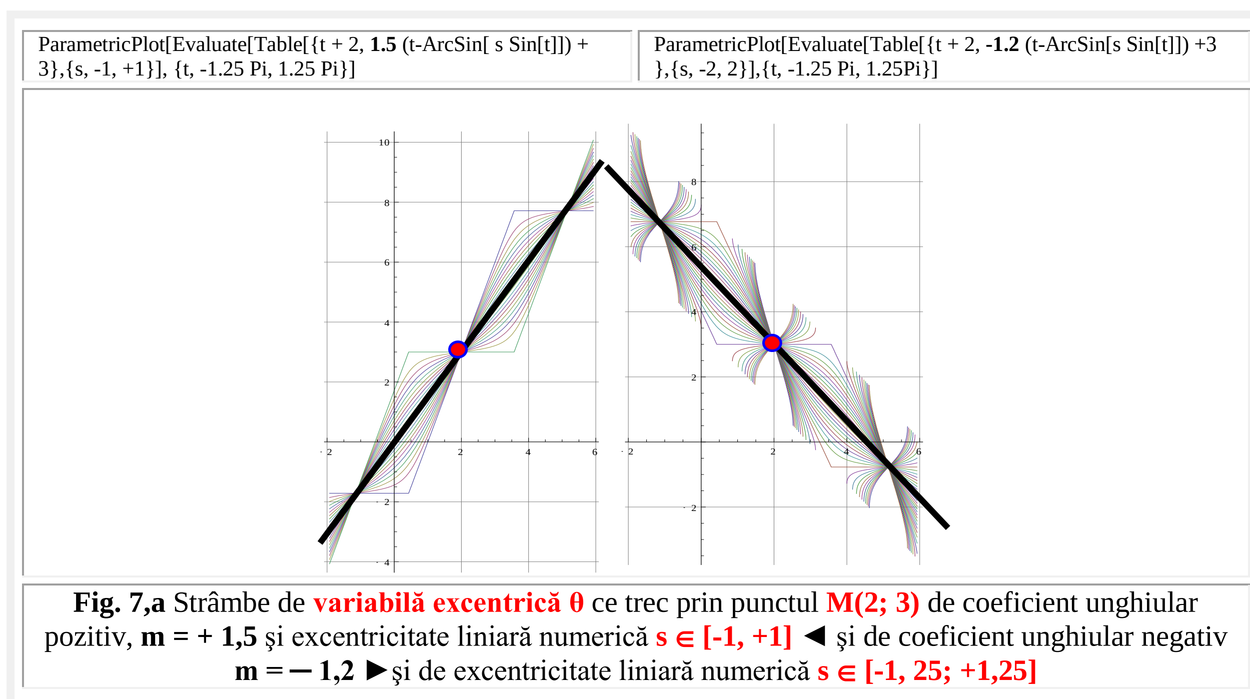


Fig. 7,a Strâmbe de **variabilă excentrică θ** ce trec prin punctul **M(2; 3)** de coeficient unghiular pozitiv, **m = + 1,5** şi excentricitate liniară numerică **s ∈ [-1, +1]** ◀ şi de coeficient unghiular negativ **m = — 1,2** ▶şi de excentricitate liniară numerică **s ∈ [-1, 25; +1,25]**

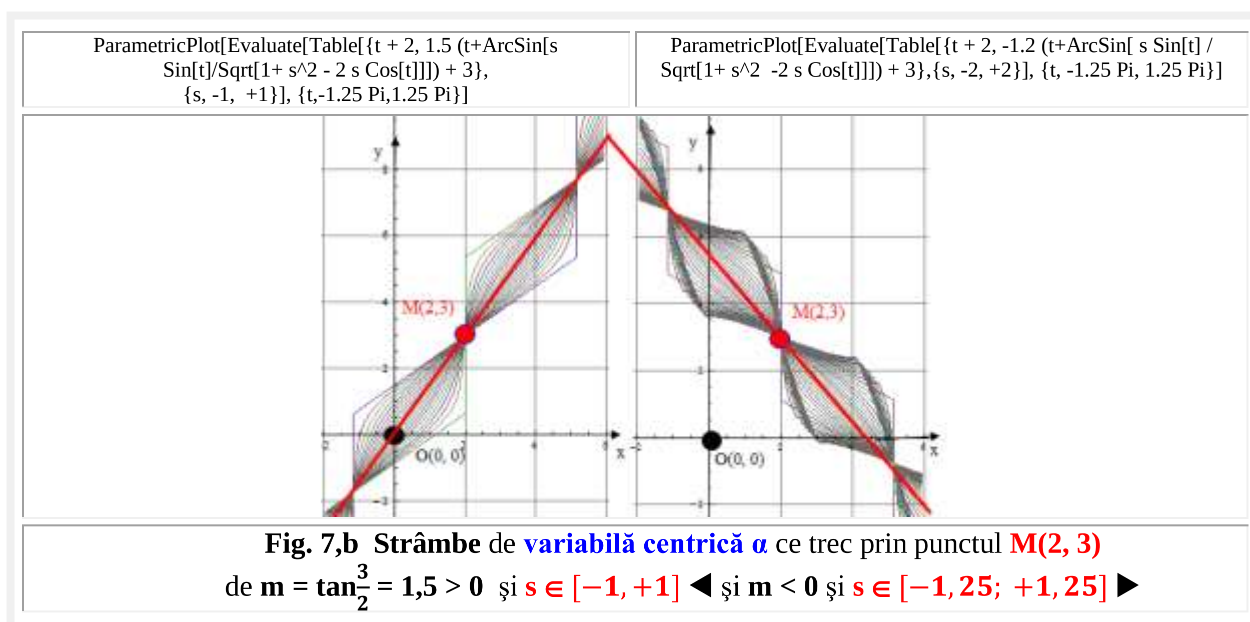
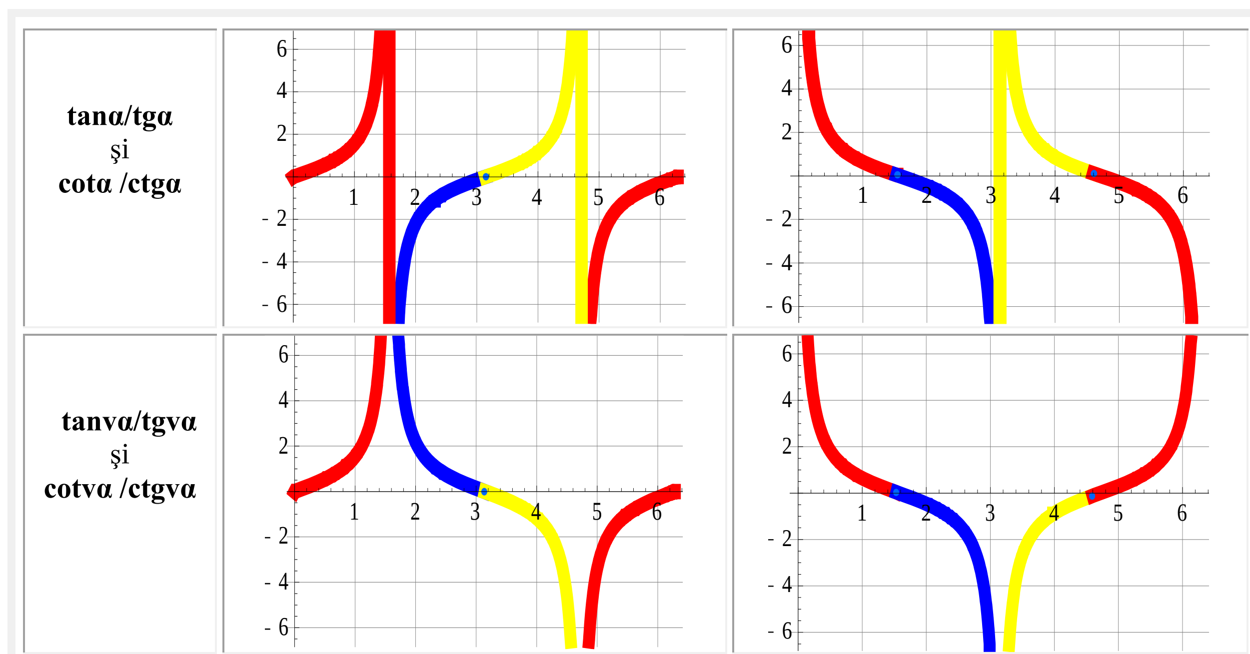


Fig. 7,b Strâmbe de **variabilă centrică α** ce trec prin punctul **M(2, 3)** de **m** = **tan**$\frac{3}{2}$ = **1,5 > 0** şi $s \in [-1, +1]$ ◀ şi **m** < **0** şi $s \in [-1,25;\ +1,25]$ ▶

STRÂMBAREA TANGENTELOR → SUPERNOVE

În **figura 8** sunt prezentate ***tangentele*** ◀ şi ***cotangentele*** ▶ **centrice** precum şi cele **excentrice** existente, ordinare şi **Voinoiu**. Lipsesc funcţiile tangentă şi cotangentă ***elevate***, ***exotice*** şi combinaţiile lor, prezentate în Vol III. “Nemarginirea şi mareţia supermatematicii” al acestei lucrări de “Supermatematică”.

Figura 9 prezintă unele dintre aceste curbe plane transformate în curbe stâmbe, devenite, astfel, curbe **supernove matematice**.



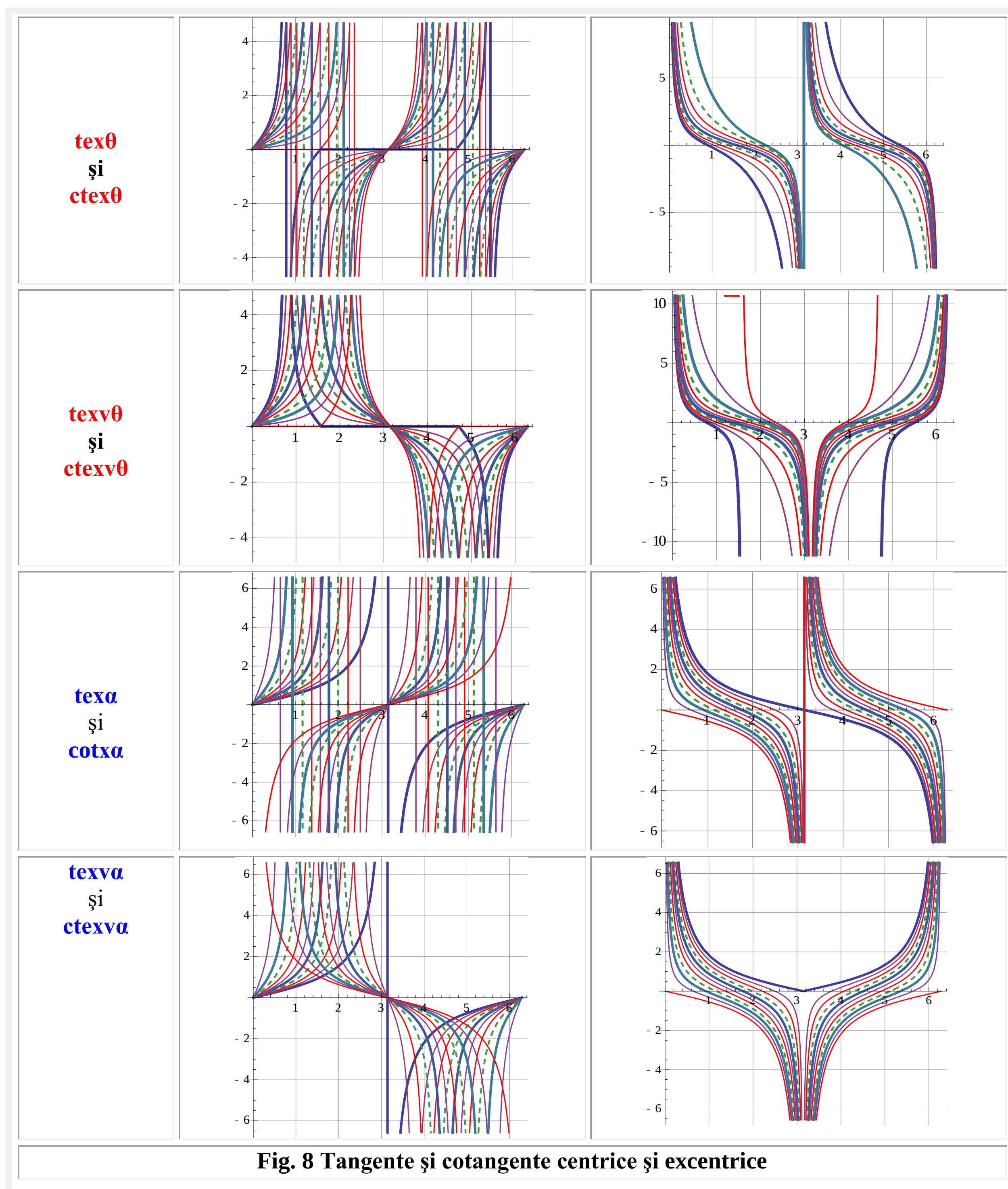


Fig. 8 Tangente şi cotangente centrice şi excentrice

În **figurile 9** sunt prezentate modurile în care funcţiile plane sunt strâmbate, devenind astfel funcţii supernove. Funcţiile care realizează strâmbarea sunt colorate diferit în ecuaţiile parametrice de definire ale **supernovelor**.

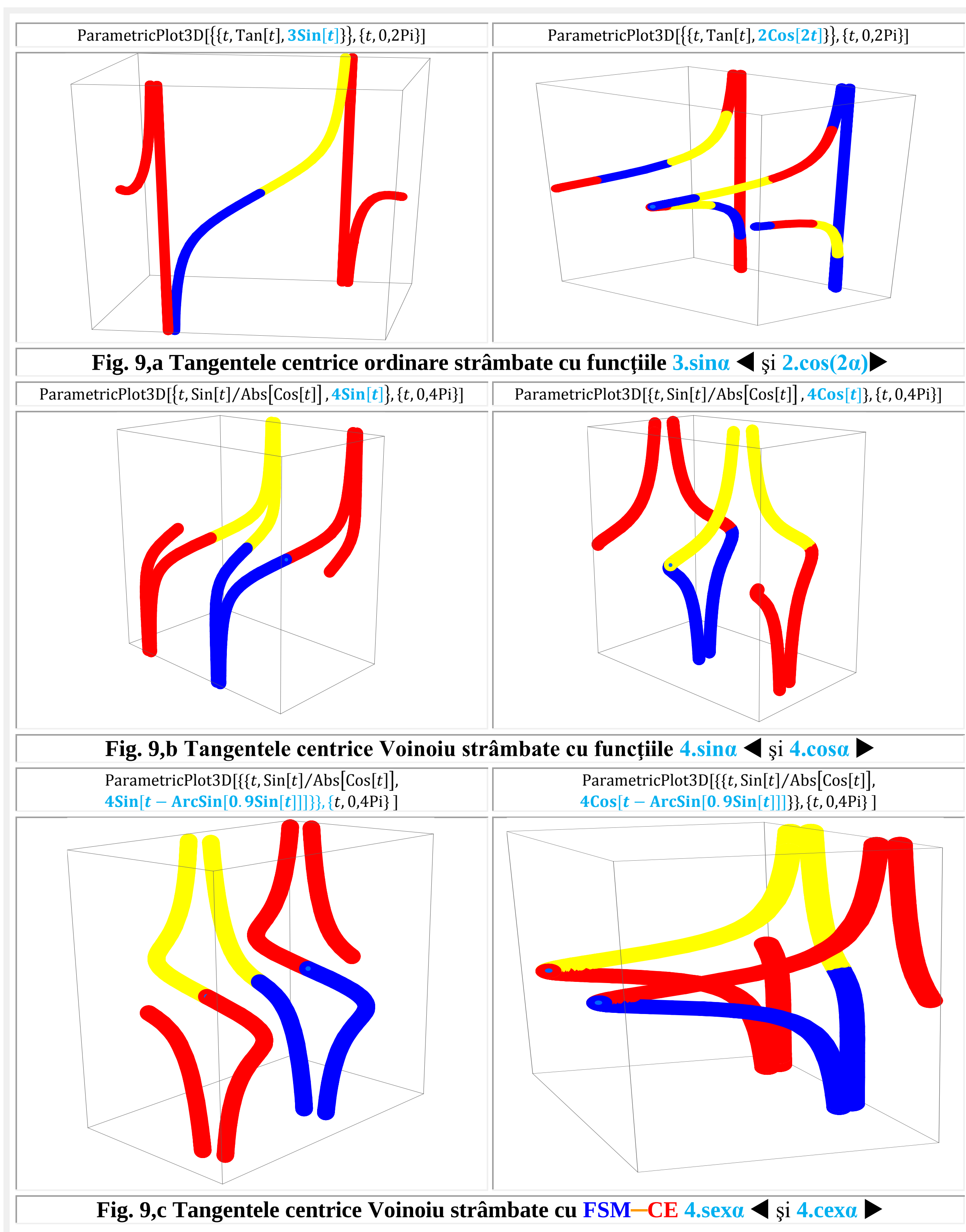


Fig. 9,a Tangentele centrice ordinare strâmbate cu funcţiile 3.sinα ◀ şi 2.cos(2α)▶

Fig. 9,b Tangentele centrice Voinoiu strâmbate cu funcţiile 4.sinα ◀ şi 4.cosα ▶

Fig. 9,c Tangentele centrice Voinoiu strâmbate cu FSM—CE 4.sexα ◀ şi 4.cexα ▶

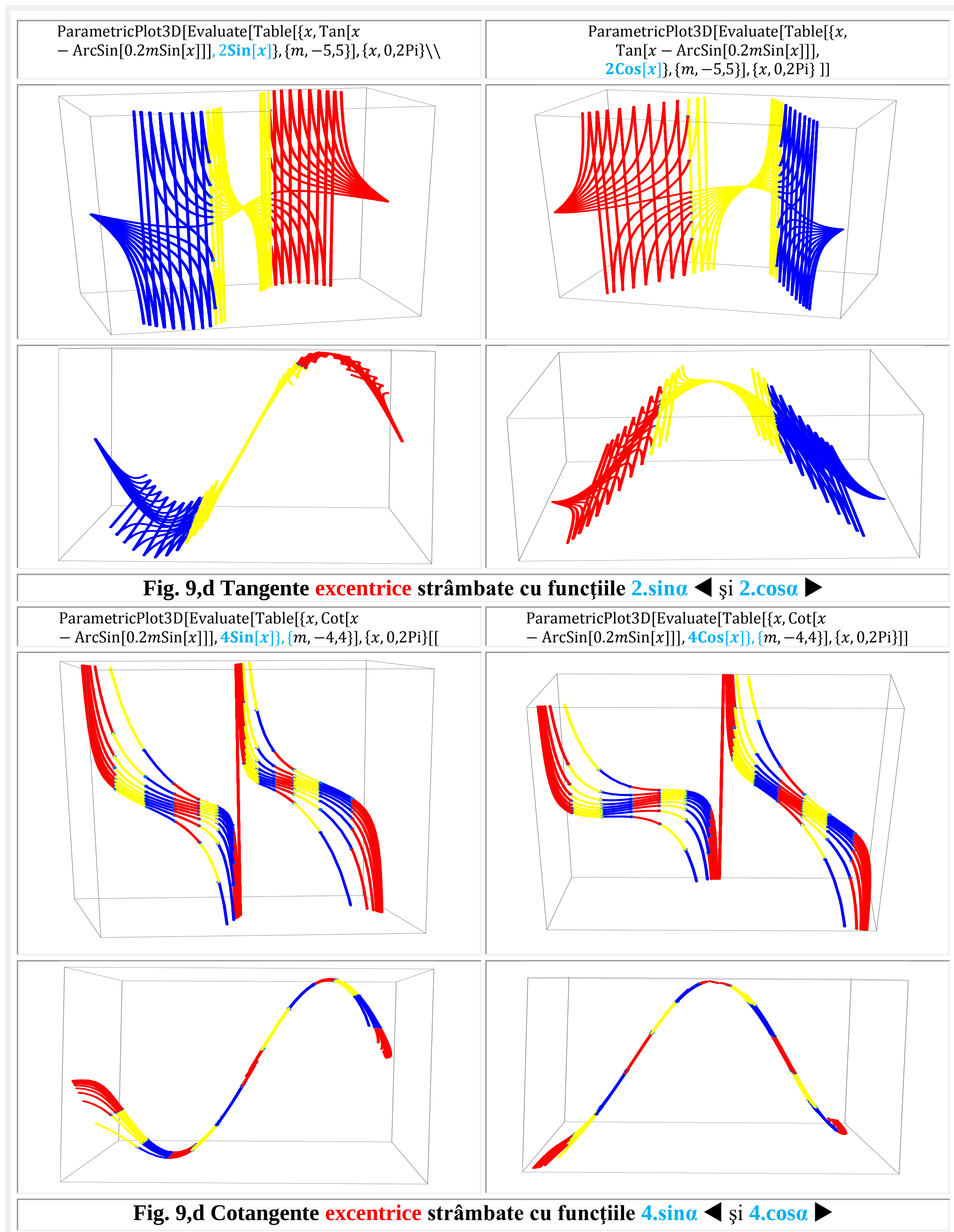


Fig. 9,d Tangente excentrice strâmbate cu funcţiile 2.sinα ◀ şi 2.cosα ▶

Fig. 9,d Cotangente excentrice strâmbate cu funcţiile 4.sinα ◀ şi 4.cosα ▶

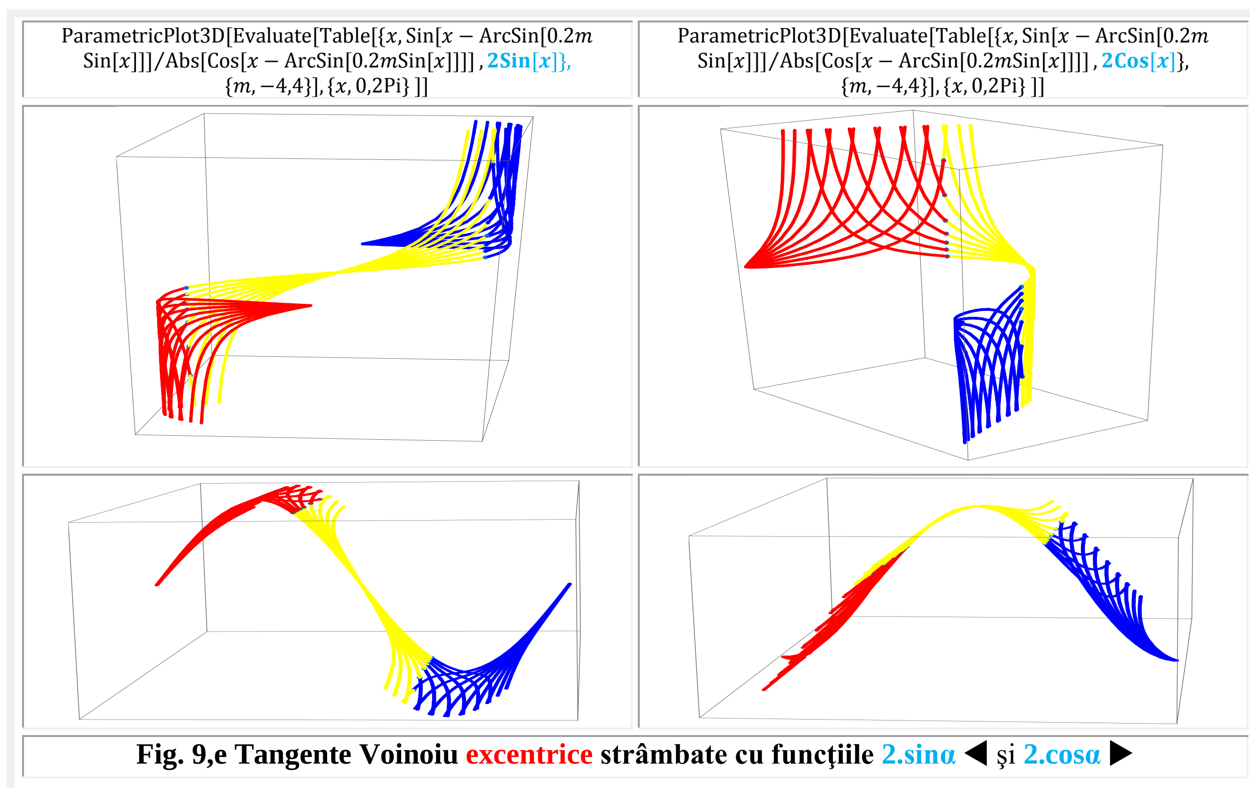
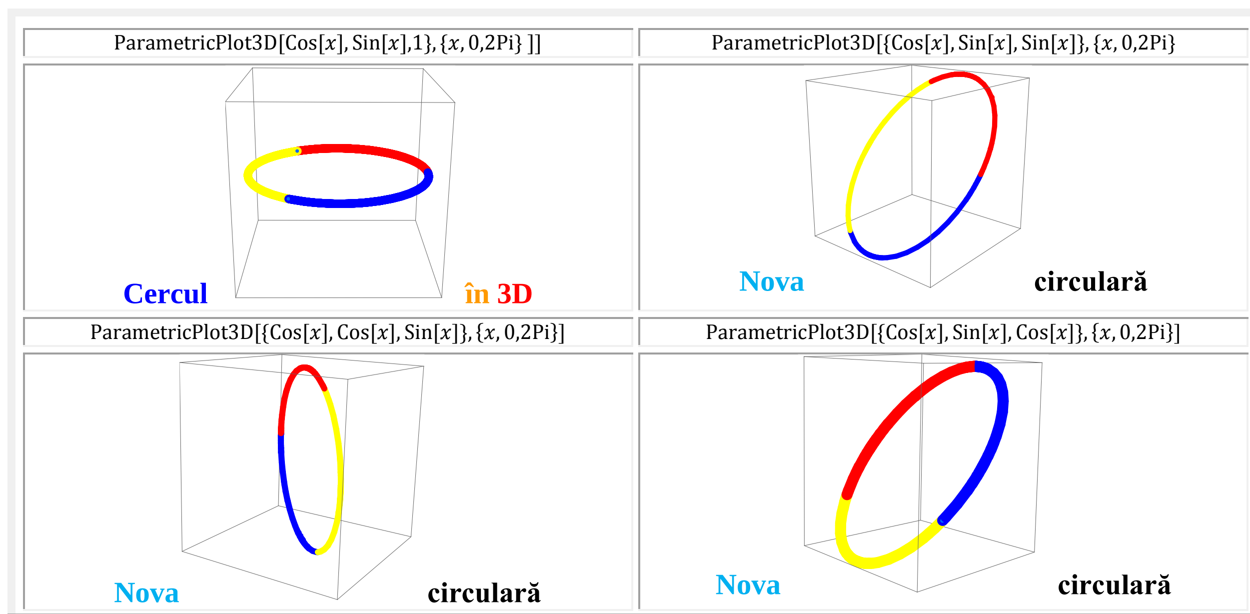
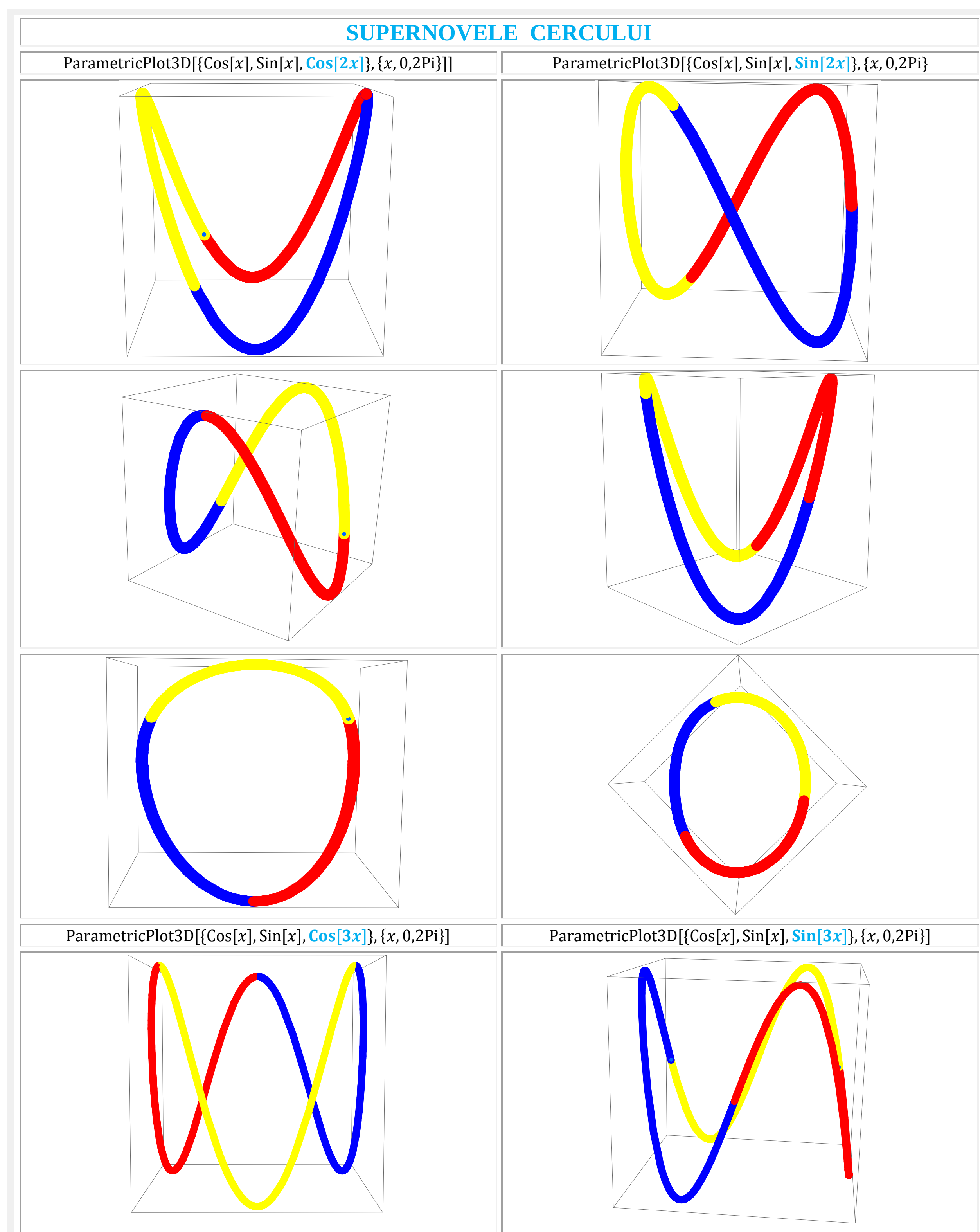


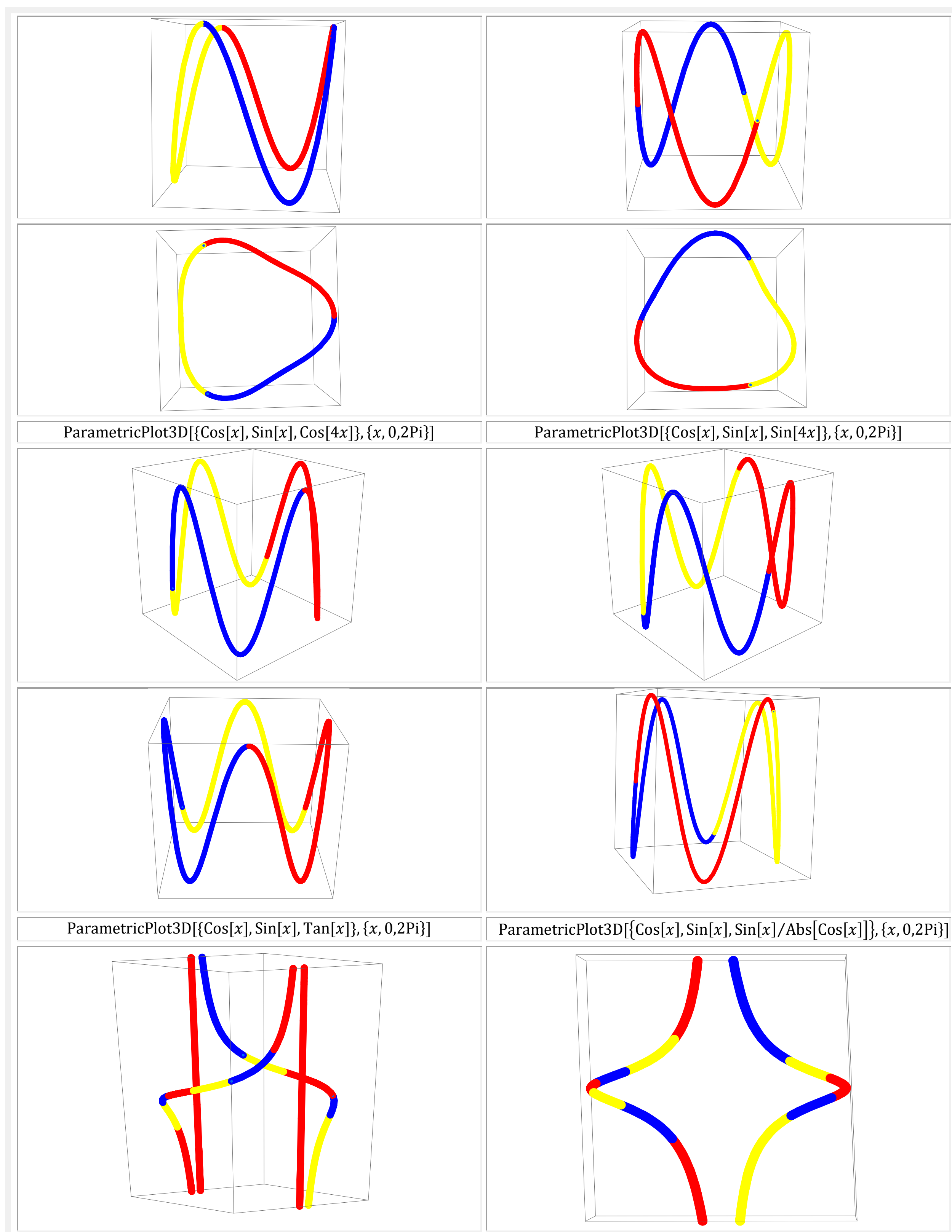
Fig. 9,e Tangente Voinoiu excentrice strâmbate cu funcţiile 2.sinα ◄ şi 2.cosα ►

STRÂMBAREA CERCULUI → SUPERNOVA CIRCULARĂ

Cercul este o curbă plană ▲◄ care poate fi transformată în variate moduri în una strâmbă, adică într-o **supernovă** circulară, aşa cum se ilustrează în **figura 10**, cu novele în prima parte a figurii.




SUPERNOVELE CERCULUI
ParametricPlot3D[{Cos[x], Sin[x], Cos[2x]}, {x, 0,2Pi}]]
ParametricPlot3D[{Cos[x], Sin[x], Sin[2x]}, {x, 0,2Pi}
ParametricPlot3D[{Cos[x], Sin[x], Cos[3x]}, {x, 0,2Pi}]
ParametricPlot3D[{Cos[x], Sin[x], Sin[3x]}, {x, 0,2Pi}]


ParametricPlot3D[{Cos[x], Sin[x], Cos[4x]}, {x, 0,2Pi}]
ParametricPlot3D[{Cos[x], Sin[x], Sin[4x]}, {x, 0,2Pi}]
ParametricPlot3D[{Cos[x], Sin[x], Tan[x]}, {x, 0,2Pi}]
ParametricPlot3D[{Cos[x], Sin[x], Sin[x]/Abs[Cos[x]]}, {x, 0,2Pi}]

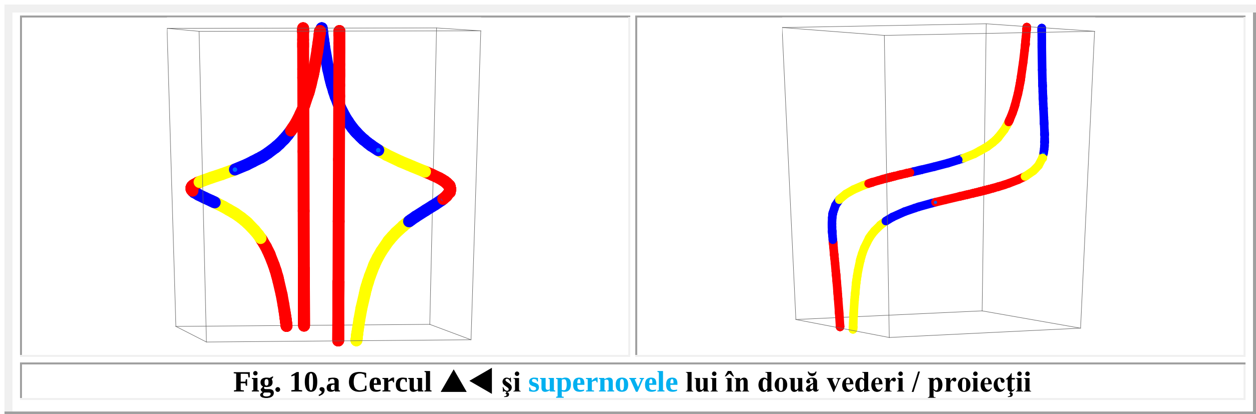


Fig. 10,a Cercul ▲◀ şi supernovele lui în două vederi / proiecţii

ParametricPlot3D[{Cos[x], Sin[x], **cexθ →** **Cos[x − ArcSin[0.8Sin[x]]]]**, {x, 0,2Pi}]	ParametricPlot3D[{Cos[x], Sin[x], **sexθ →** **Sin[x − ArcSin[0.8Sin[x]]]]**}, {x, 0,2Pi}]
ParametricPlot3D[{Cos[x], Sin[x], **rexθ →** **Cos[x] − Sqrt[1 − (0.8Sin[x])^2]**}, {x, 0,2Pi}]	ParametricPlot3D[{Cos[x], Sin[x], **dexθ →** **1 − Sin[x]/Sqrt[1 − (0.8Sin[x])²]**}, {x, 0,2Pi}]
ParametricPlot3D[{Cos[x], Sin[x], **bexθ →** **ArcSin[Sin[x]]**}, {x, 0,2Pi}]	ParametricPlot3D[{Cos[x], Sin[x], **aexθ →** x − ArcSin[0.8 Sin[x]]}, {x, 0,2Pi}]

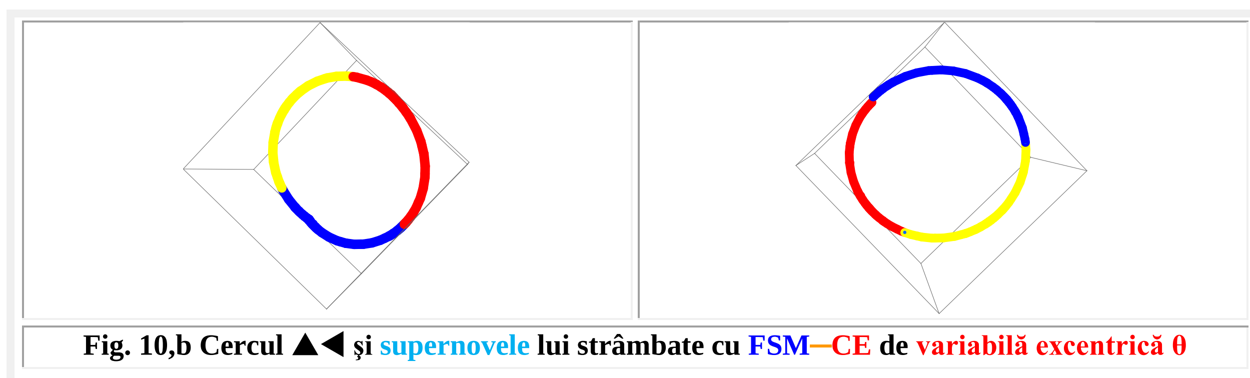
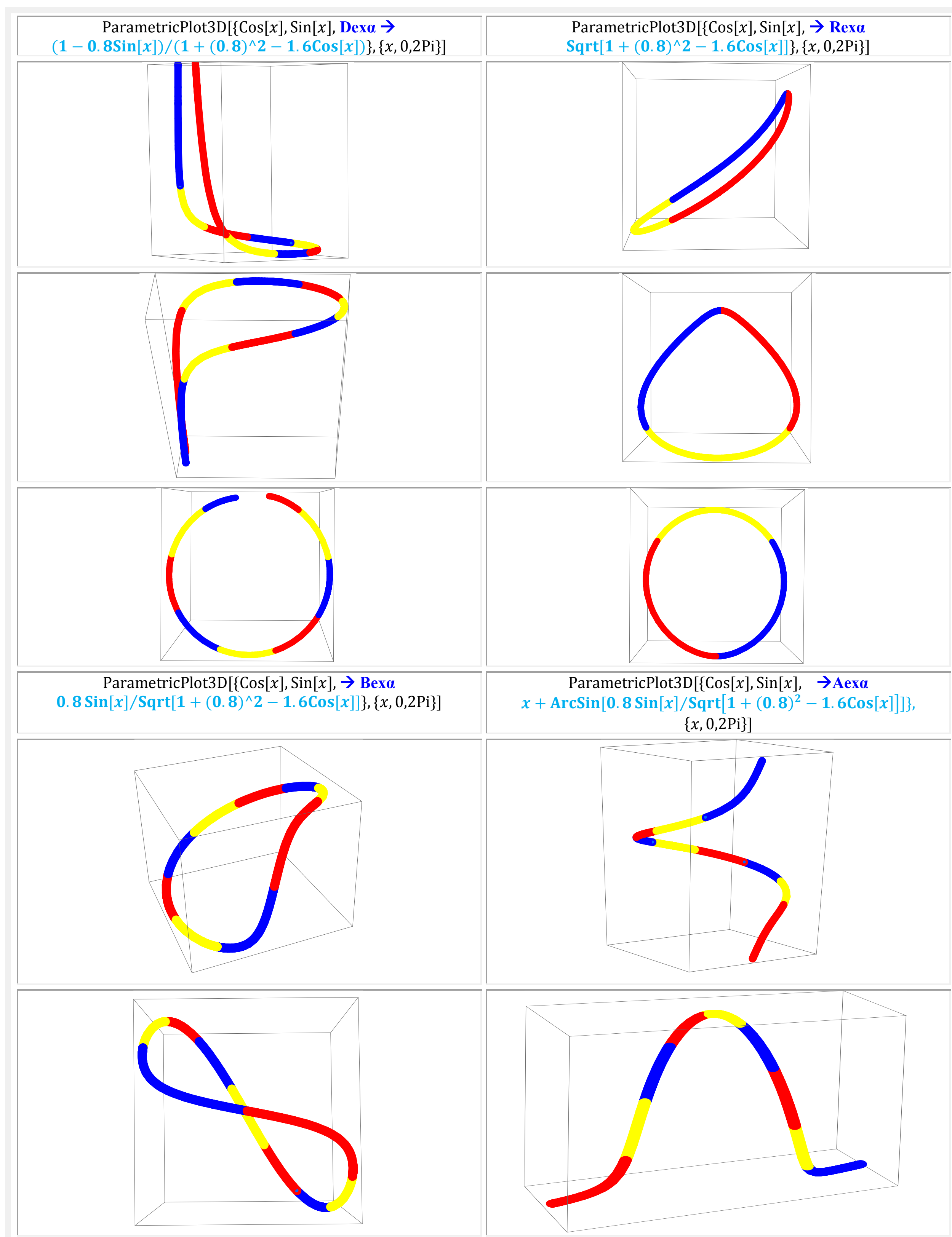


Fig. 10,b Cercul ▲◀ şi supernovele lui strâmbate cu FSM—CE de variabilă excentrică θ

ParametricPlot3D[{Cos[x], Sin[x], **Cexα** → **Cos[x + ArcSin[0.8 Sin[x]/Sqrt[1 + (0.8)^2 − 1.6Cos[x]]]]**}, {x, 0,2Pi}]	ParametricPlot3D[{Cos[x], Sin[x], **Sexα** → **Sin[x + ArcSin[0.8 Sin[x]/Sqrt[1 + (0.8)^2 − 1.6Cos[x]]]]**}, {x, 0,2Pi}]



ParametricPlot3D[{Cos[x], Sin[x], Dexα →
(1 − 0.8Sin[x])/(1 + (0.8)^2 − 1.6Cos[x])}, {x, 0,2Pi}]
ParametricPlot3D[{Cos[x], Sin[x], → Rexα
Sqrt[1 + (0.8)^2 − 1.6Cos[x]]}, {x, 0,2Pi}]
ParametricPlot3D[{Cos[x], Sin[x], → Bexα
0.8 Sin[x]/Sqrt[1 + (0.8)^2 − 1.6Cos[x]]}, {x, 0,2Pi}]
ParametricPlot3D[{Cos[x], Sin[x], →Aexα
x + ArcSin[0.8 Sin[x]/Sqrt[1 + (0.8)^2 − 1.6Cos[x]]]},
{x, 0,2Pi}]

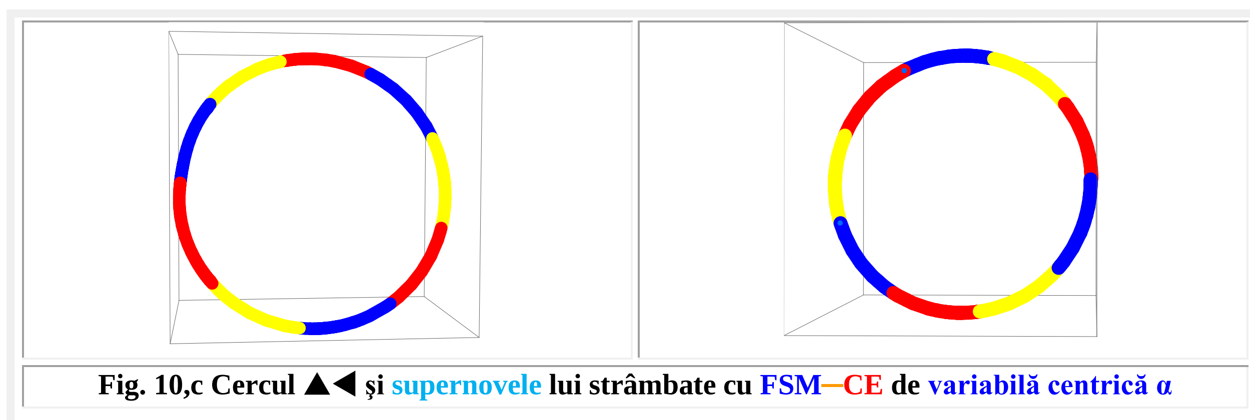


Fig. 10,c Cercul ▲◀ şi supernovele lui strâmbate cu FSM—CE de variabilă centrică α

STRĂMBAREA PĂTRATULUI → SUPERNOVE PĂTRATE

ParametricPlot3D[{Cos[t]/Sqrt[1 − (0.98Sin[t])²], Sin[t]/Sqrt[1 − (0.98Cos[t])^2] , 1}, {t, 0,2Pi}] **Pătrat in 3D**	ParametricPlot3D[{Cos[t]/Sqrt[1 − (0.98Sin[t])²], Sin[t]/Sqrt[1 − (0.98Cos[t])²], **Nouă în 3 D** Cos[t]/Sqrt[1 − (0.98Sin[t])^2]}, {t, 0,2Pi}]
ParametricPlot3D[{Cos[t]/Sqrt[1 − (0.98Sin[t])²], Sin[t]/Sqrt[1 − (0.98Cos[t])^2] , t/8}, {t, 0,2Pi}]	ParametricPlot3D[{Cos[t]/Sqrt[1 − (0.98Sin[t])²], Sin[t]/Sqrt[1 − (0.98Cos[t])^2] , Cos[t]}, {t, 0,2Pi}]

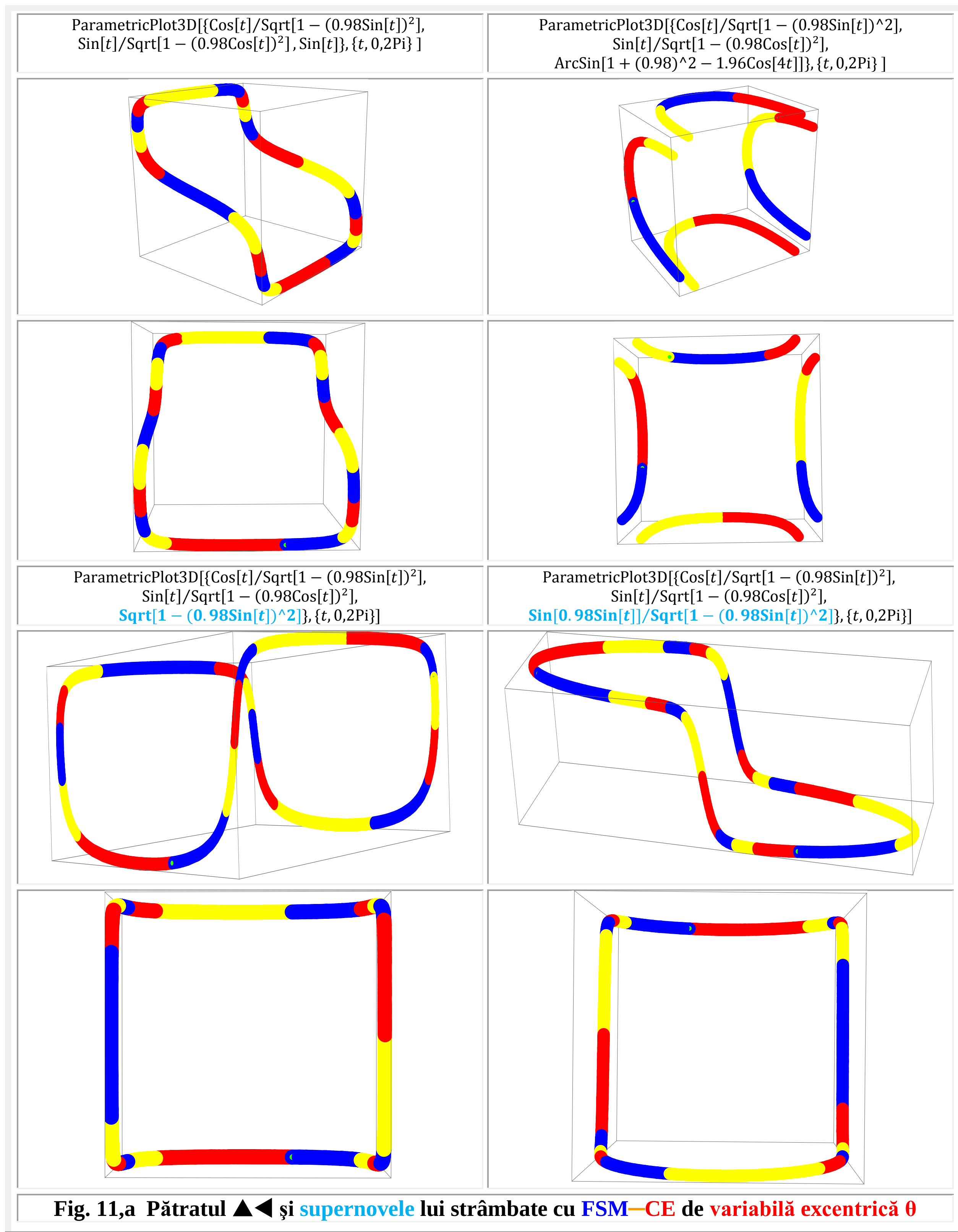


Fig. 11,a Pătratul ▲◀ şi supernovele lui strâmbate cu FSM−CE de variabilă excentrică θ

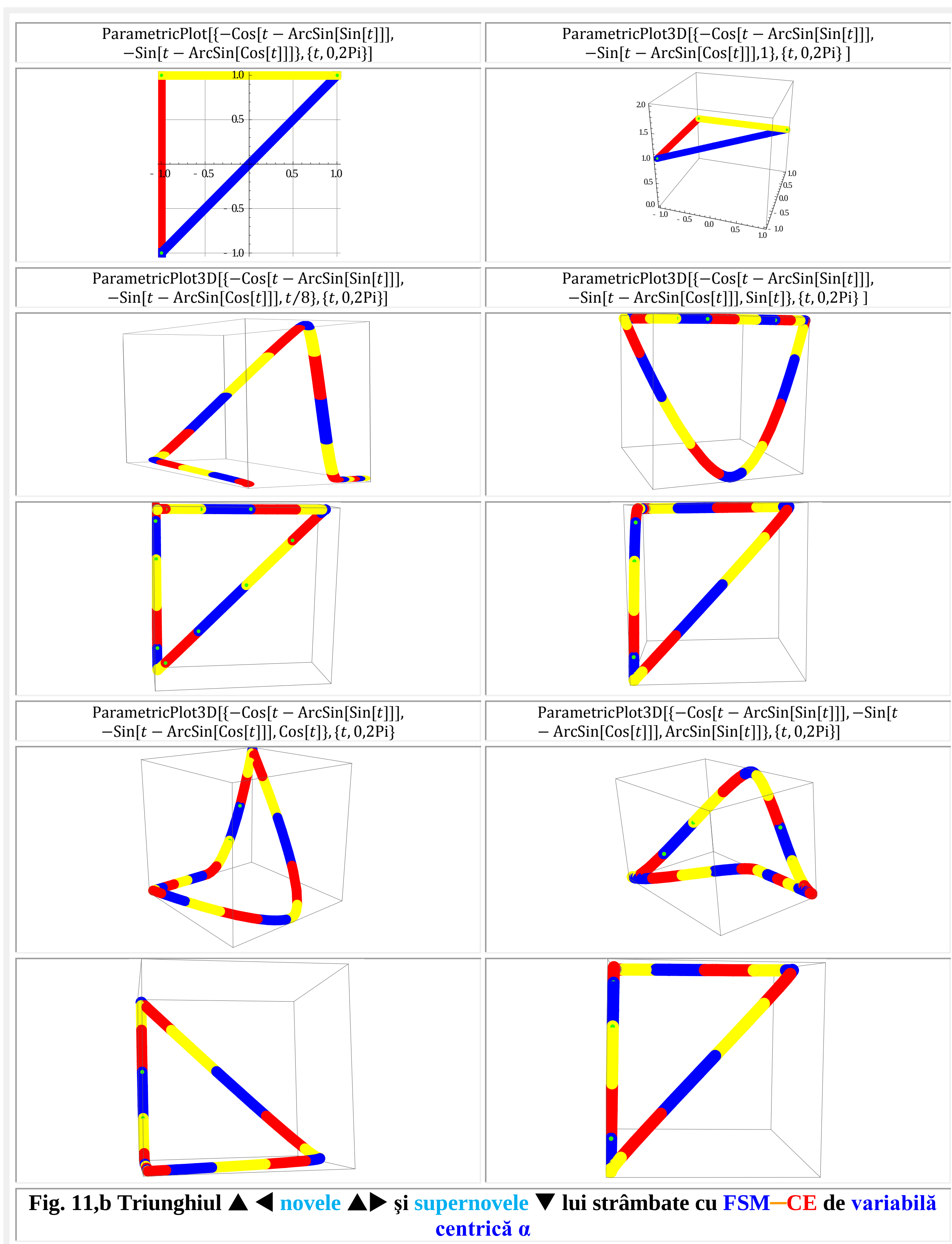


Fig. 11,b Triunghiul ▲ ◀ novele ▲▶ şi supernovele ▼ lui strâmbate cu FSM—CE de variabilă centrică α

Motto: " Cel mai frumos lucru pe care il putem experimenta este misterul.
Este sursa tuturor ştinţelor şi artelor "
– **Albert Einstein**

CAPITOLUL XXI

FUNCŢII SUPERNOVE SMARANDACHE

1. INTRODUCERE: NOVELE ŞI SUPERNOVELE DREPTEI

În capitolul anterior s-au prezentat unele **nove** şi **supernove matematice** realizate prin **strâmbarea** unor **funcţii matematice centrice (FMC)** **plane** precum dreapta, cercul ş.m.a. ca şi a unor funcţii **supermate-matice plane**, precum cosinusul excentric (**cexθ** şi **Cexα**), sinus excentric (**sexθ** şi **Sexα**) ş.m.a.

S-a început prin strâmbarea dreptei şi transformarea ei într-o cosinusoidă, într-o sinusoidă, într-o elice circulară şi respectiv proiecţia acesteia într-un cerc, adică într-o ***supernovă matematică centrică liniară*** dintr-o singură mişcare de rulare a dreptei pe un cilindru.

În realitate, nu dreapta sau segmentul de dreaptă ***singur*** a fost strâmbat, ci ***planul cu dreapta*** respectivă. A fost rulat într-o suprafaţa cilindrică. O diagonală a pătratului plan de **4π x 4π** (**Fig. 1**) a fost ***strâmbată prin rularea pătratului*** şi transformarea lui într-un cilindru de rază **R = 1**, astfel că dreapta de pe diagonala pătratului plan s-a transformat într-o **elice sau elicoid** care fiind ***ocurbă strâmbă în 3D*** este o ***supernovă a dreptei*** pe cilindru circular cu pasul **2π.** Cele trei proiecţii ale elicei, pe trei plane reciproc perpendiculare, sunt: un **cerc** pe planul **yOz**, două **sinuoide**, pe pe cele două plane laterale cilindrului, paralele cu planul **xOy** şi două ***cosinusoide*** pe planele paralele cu **xOz**, care fiind curbe plane sunt **novele dreptei**.

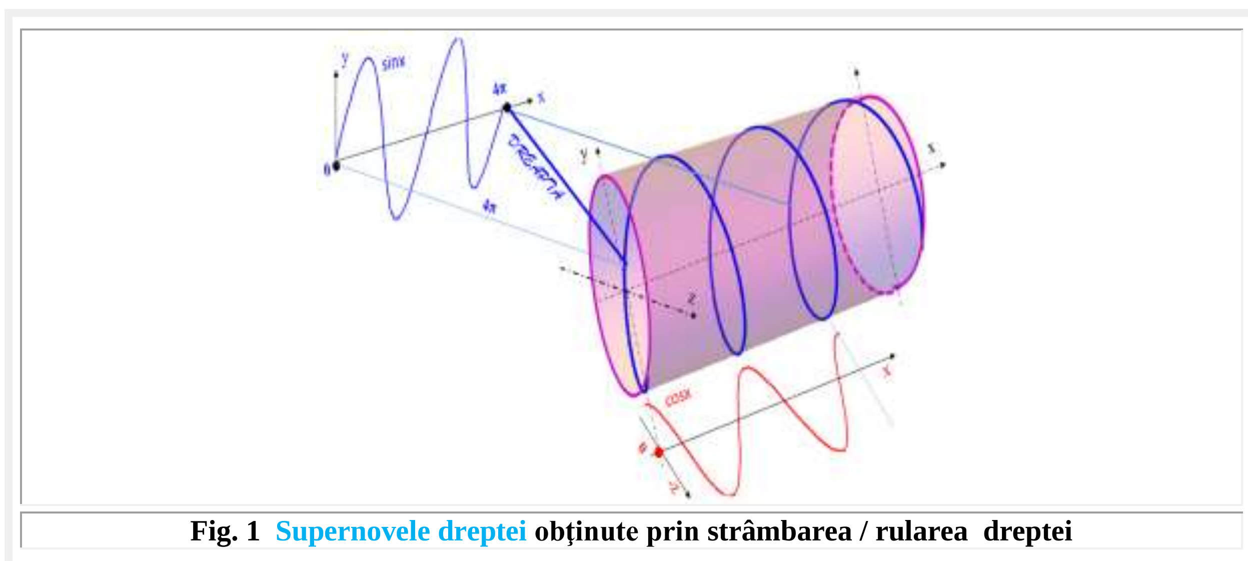


Fig. 1 Supernovele dreptei obţinute prin strâmbarea / rularea dreptei

În acelaşi timp, pentru a reprezenta funcţiile plane **cos** şi **sin** ***în perspectivă,*** în **figura 1,** ele au fost deformate astfel încât să lase senzaţia că **sin** este într-un **plan vertical**, în timp ce **cos** este într-un ***plan orizontal*****.** Acest lucru a devine posibil prin realizarea **novelor** acestor funcţii (**Fig. 2**), adică a reprezentării **în 3D** a unei

funcţii **plane 2D**. Ea rămâne plană şi în **3D**, numai că paralelipipedul care încadrează funcţia poate fi modificat după dorinţă ca în **figura 2** ▼.

Se poate afirma ***cu temei*** că **sinusul**, ***cosinusul*** şi **cercul** (cu ecuaţiile parametrice x = cosα ; y = sinα) fiind ***curbe plane în 2D***, sunt **nove ale dreptei**, iar **elicea**, fiind o curbă ***strâmbă în 3D***, este **supernova dreptei**.

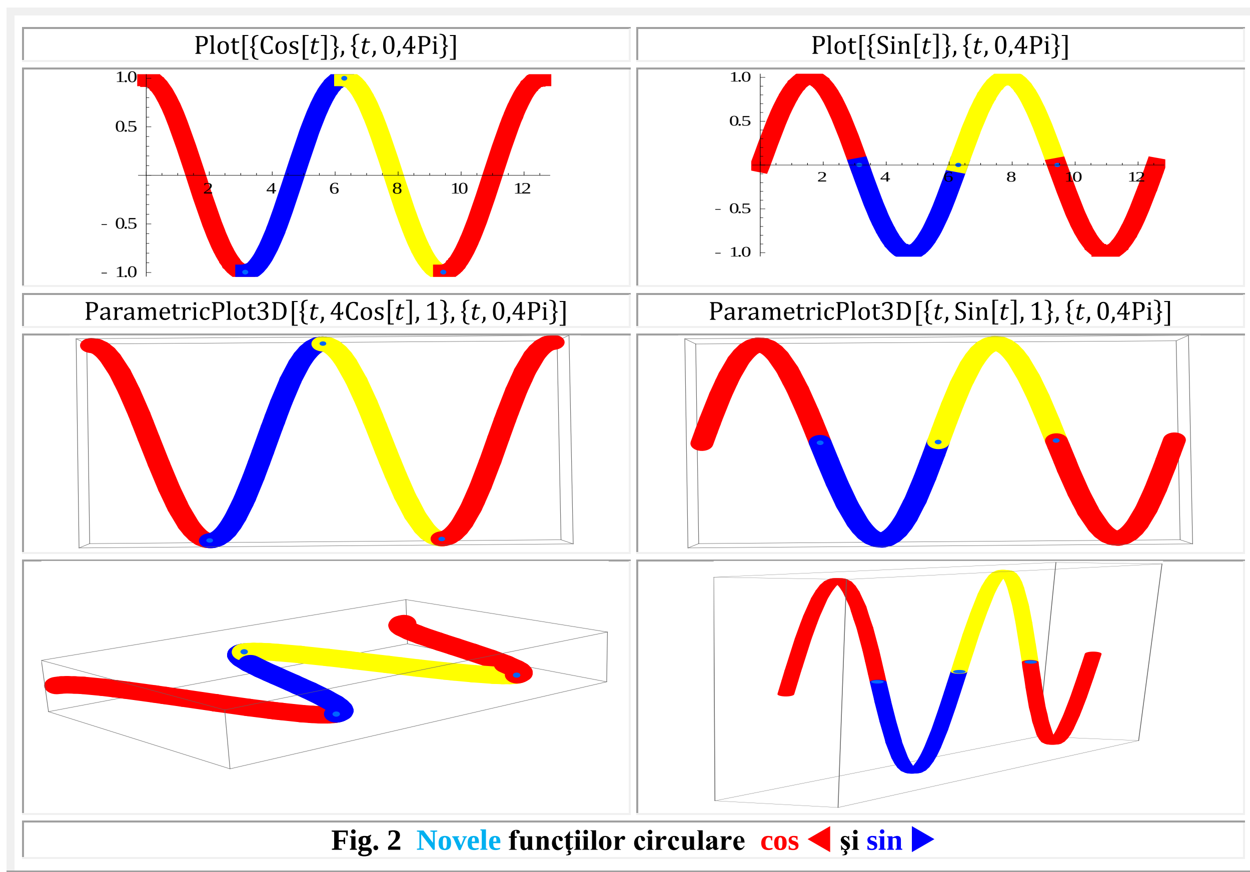
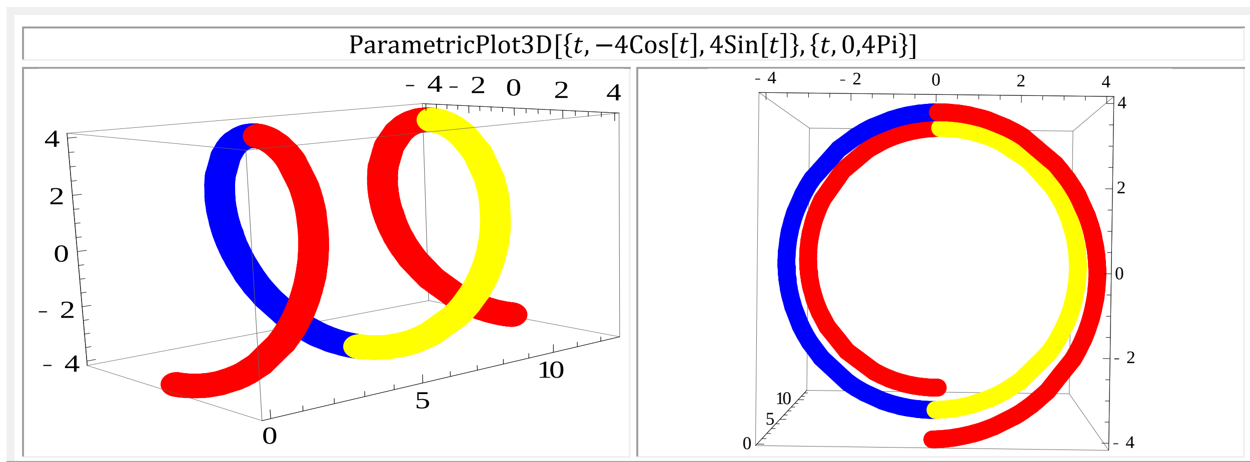


Fig. 2 Novele funcţiilor circulare cos ◀ şi sin ▶

Funcţiile trigonometrice centrice amintite sunt "**strâmbe**" într-un plan (**2D**) prin natura lor, sau comparativ cu o dreaptă sau cu generalizarea dreptei prin strâmbe plane. Dacă se reuşeşte strâmbarea lor şi într-un al doilea plan atunci ele devin **supernove trigonometrice centrice**.



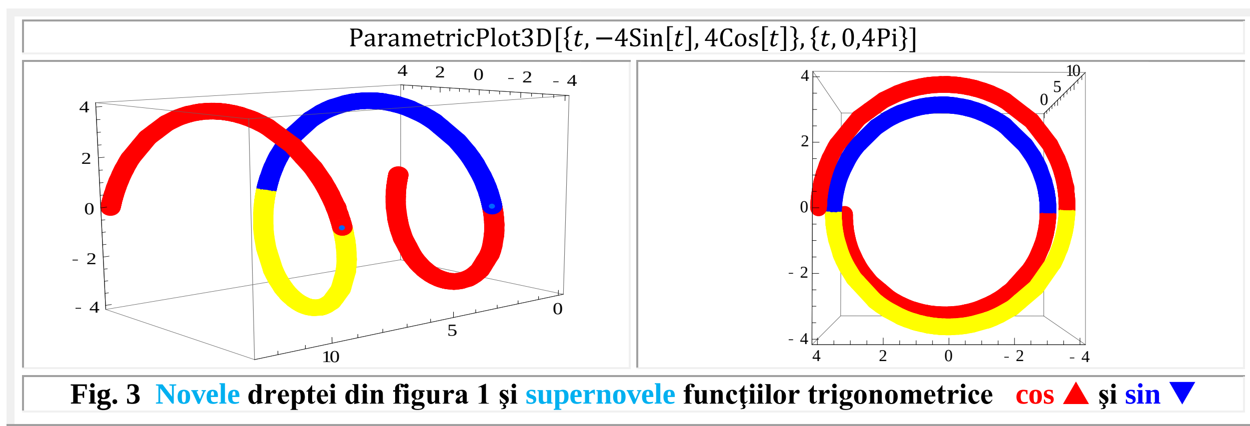


Fig. 3 Novele **dreptei din figura 1 şi** supernovele **funcţiilor trigonometrice** cos ▲ **şi** sin ▼

Un astfel de procedeu este prezentat în **figura 3** şi a fost realizat prin ecuaţii parametrice în **3D**, în care **x = t** şi **y =** **cost** este ecuaţia parametrică a funcţiei plane **cos**, iar **y = sint** este ecuaţia funcţiei care **strâmbă** graficul funcţiei **cos** într-un al doilea plan, transformând-o în **supernova funcţiei cos**. La fel se întâmplă şi cu funcţia **sin,** de ecuţii parametrice **{x = t** şi **y = sin}**, pentru care funcţia **z = cos** este funcţia care ***strâmbă*** într-un al doilea plan pe ***sin*** transformând-o într-o **supernovă sinusoidală**.**(Fig. 3 ▼**).

Cuplând altfel parametri, adică **x = t** şi {**y = cost; z = sint**} iasă în evidenţă ***ecuaţia elicei circulare*** şi ***ecuaţia cercului*** care este proiecţia în planul transversal **yOz** a elicei şi a celor două **supernove** trigonometrice centrice.

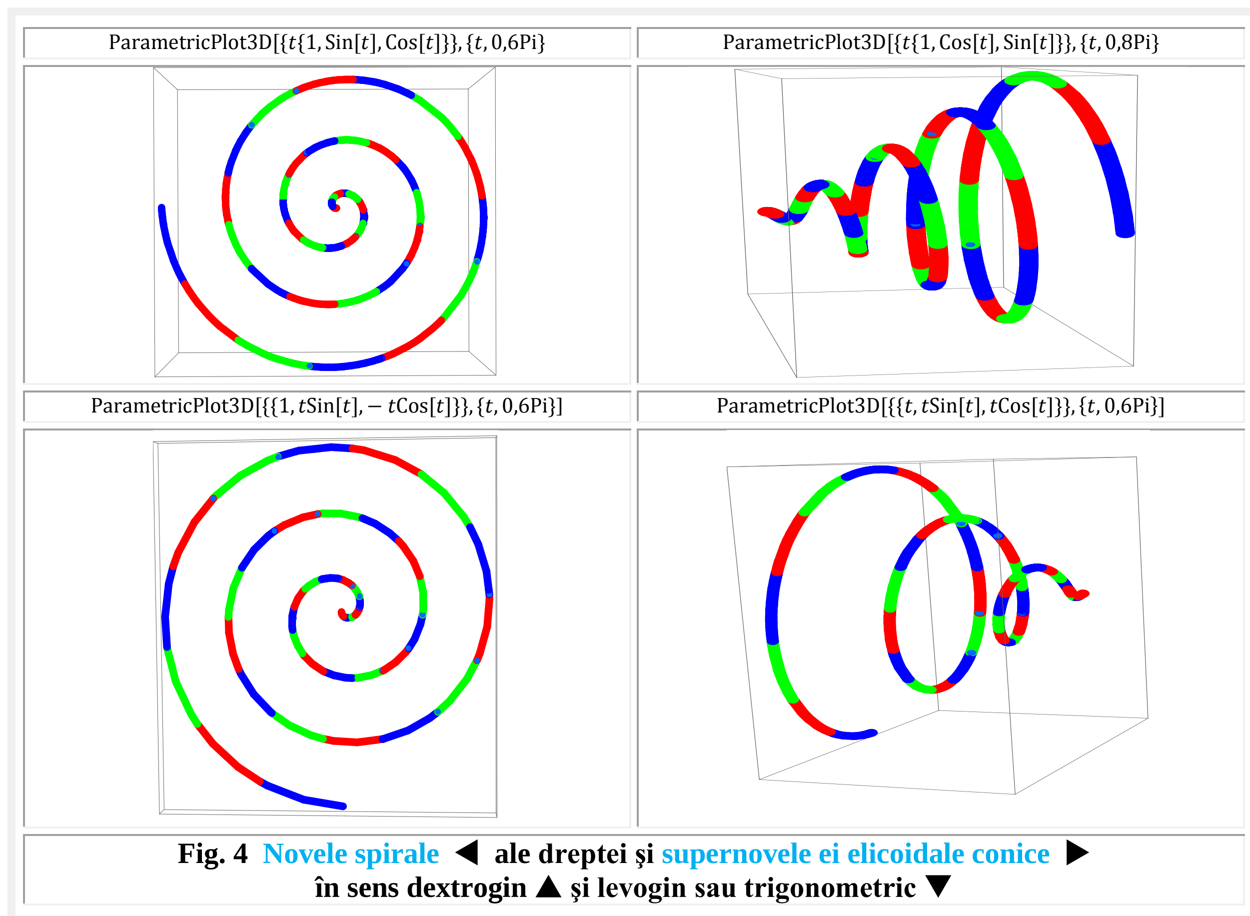


Fig. 4 Novele spirale ◀ **ale dreptei şi** supernovele ei elicoidale conice ▶
în sens dextrogin ▲ şi levogin sau trigonometric ▼

Dreapta mai poate fi strâmbată în plan sub forma unor **nove spirale** (**Fig. 4**◀) şi în **3D** sub forma unor **supernove elicoidale conice** (**Fig. 4** ▶), într-un sens trigonometric direct ▼sau în sens inves ▲.

Aşa cum rezultă şi din **figura 5** dreapta poate fi strâmbată şi sub ***forma*** curbei lui **Viviani** ▼▶, care este una din cele mai vechi curbe strâmbe cunoscute în matematică, după elice, adică o **supernovă**.

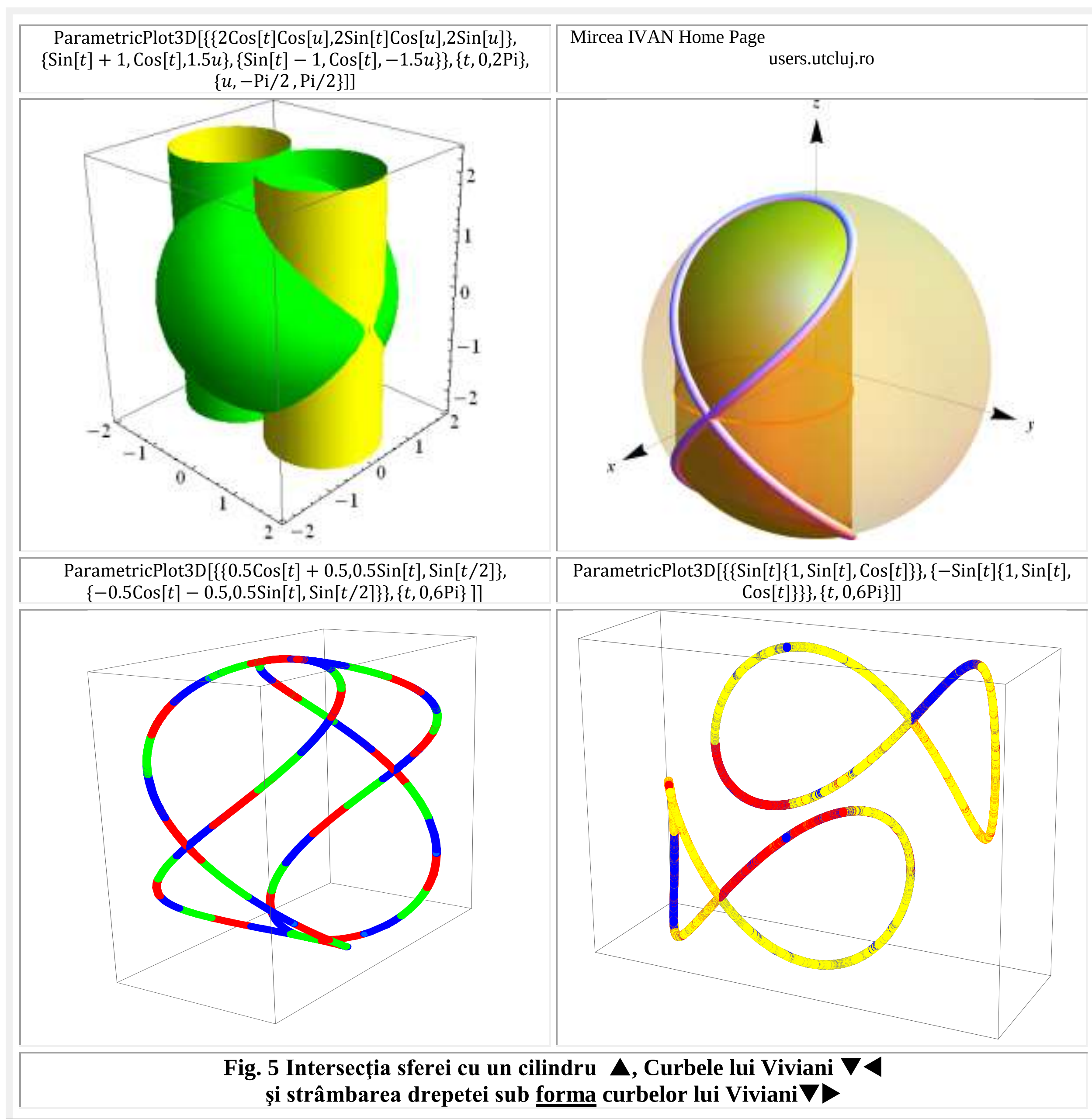


Fig. 5 Intersecţia sferei cu un cilindru ▲, Curbele lui Viviani ▼◀
şi strâmbarea drepetei sub forma curbelor lui Viviani▼▶

În capitolul anterior s-a arătat cum în **supermatematică** se pot realiza intersecţii ale sferei cu un cilindru pătrat, cu un cilindru triunghiular şi cu multe alte obiecte **3D**.

În concluzie, toate ***curbele directe*** ale **matematicii centrice** (**MC**) sunt fie **nove** (curbe plane **2D** sau în **3D**) fie **supernove** după cum sunt curbe plane sau curbe strâmbe. **Noutatea**, care le-a atribuit denumirea de ***nove*** şi ***supernove***, nu constă în natura curbelor ci în modul de obţinere a lor prin strâmbarea unei drepte cu aplicaţii didactice remarcabile.

Fac excepţie curbele compuse, rezultate din raportul, produsul sau suma altor funcţii, precum tangenta, cotangenta ş.m.a.

La fel se prezintă situaţia şi în cazul curbelor **supermatematice** (**monolobe**, bilobe, **trilobe**, quadrilobe ş.m.a.). Un exemplu este prezentat în **figura 6** în care familia **quadrilobelor** /cvadrilobelor de raze R = 0.1s (**s** → excentricitatea liniară numerică) au fost strâmbate şi transformate în **supernove** prin schimbarea lui **w** din **w = 0,1s** în w = 0,1 s cos[x], w = 0,1 s cos[2x], w = 0,1 s cos[3x], ş. a.

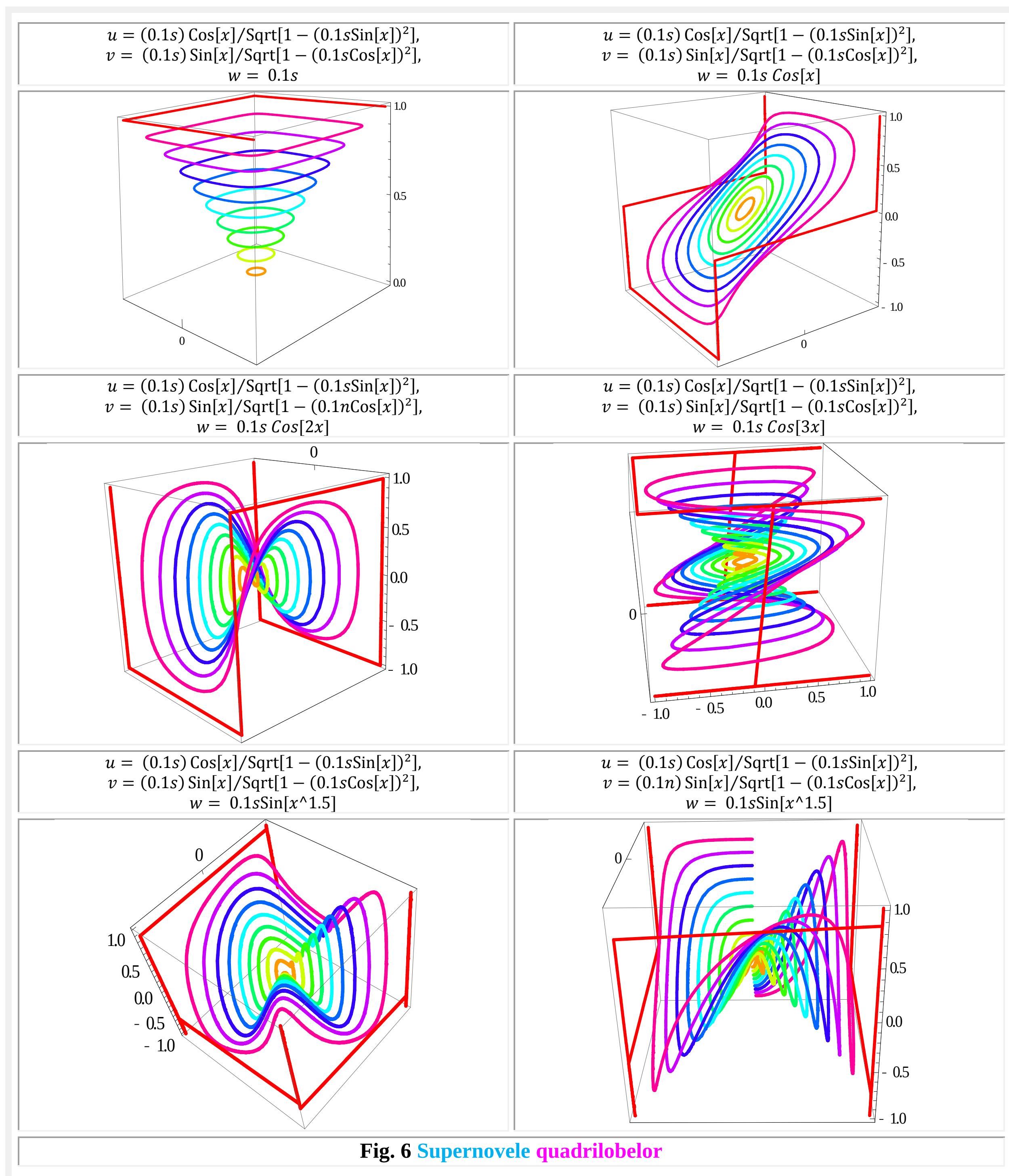


Fig. 6 Supernovele quadrilobelor

2 NOVE ŞI SUPERNOVE SMARANDACHE

Dacă unui cilindru ***pătrat***, închis la cele două capete, adică unui cub (**Fig .6 ▲◀**), i se modifică ecuaţiile parametrice atunci se pot obţine noi **supernove**, ***necunoscute încă*** în matematică ▲▶ şi ***nenumite încă***.

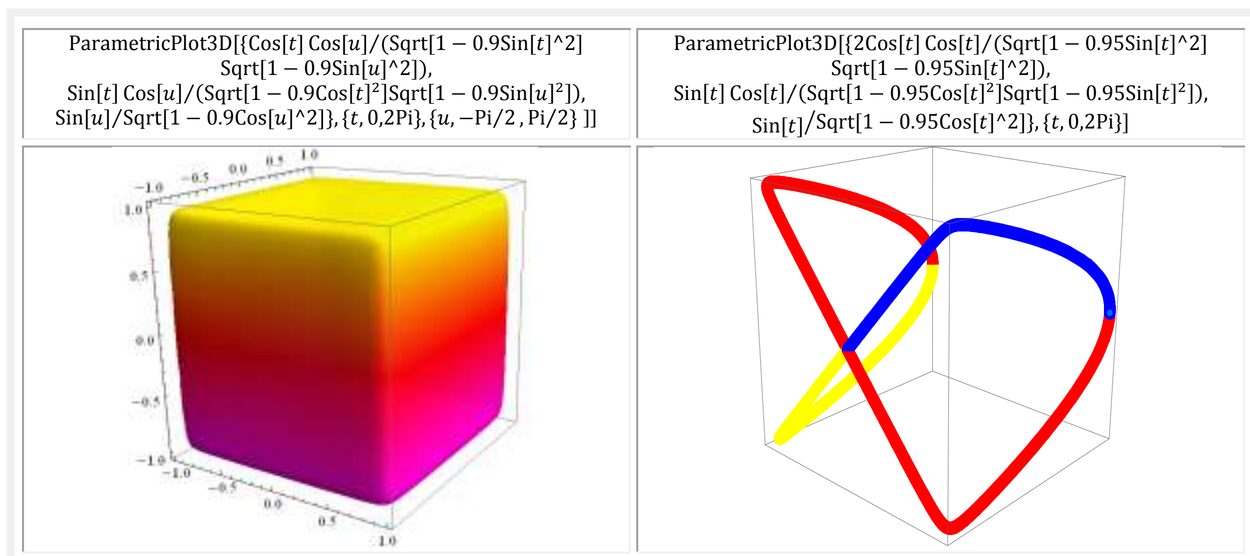
Aceste noi curbe **2D** sau noi obiecte matematice **3D** vor fi denumite, în onoarea renumitului mare matematicanului american de origine română, **Florentin Smarandache [Fig.6**] şeful Departamentului de Ştiinţă şi Matematică al Universităţii din New Mexico, "**nove şi supernove Smarandache**". Unele prezentate în continuare.



Fig. 6 Prof. Dr. Math. Florentin Smarandache cu
Premiul statului New Mexico: medalie la secţiunea Ştiinţă şi Matematică

Dacă în ecuaţia parametrică a **cubului,** reprezentat cu ecuaţii **supermatematice,** de excentricitate liniară numerică **s = 0.9** [**Fig. 6 ▲◀**] se înlocuieşte variabila **u** cu **t,** pentru excentricitatea liniară numerică de **s = 0.98** , **s = 0.99** şi **s = 0.95** şi modificarea unor constante, se obţin supernovele din **figura 6**, curbe strâmbe în **3D,** adică **supernove,** inexistente până în prezent în **Matematică**.

Alte curbe **supernove Smarandache** sunt prezentate în **figura 7** şi sunt rezultatul modificărilor ecuaţiilor curbelor **Viviani** şi quasiviviani cu ecuaţiile prezentate în figurile respective ▲.



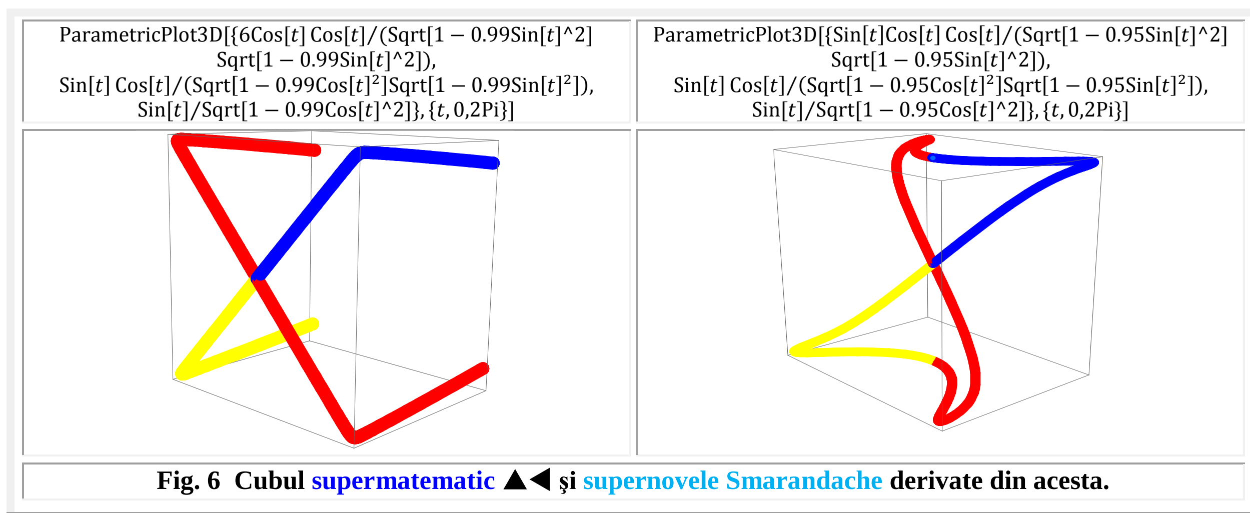


Fig. 6 Cubul supermatematic ▲◀ şi supernovele Smarandache derivate din acesta.

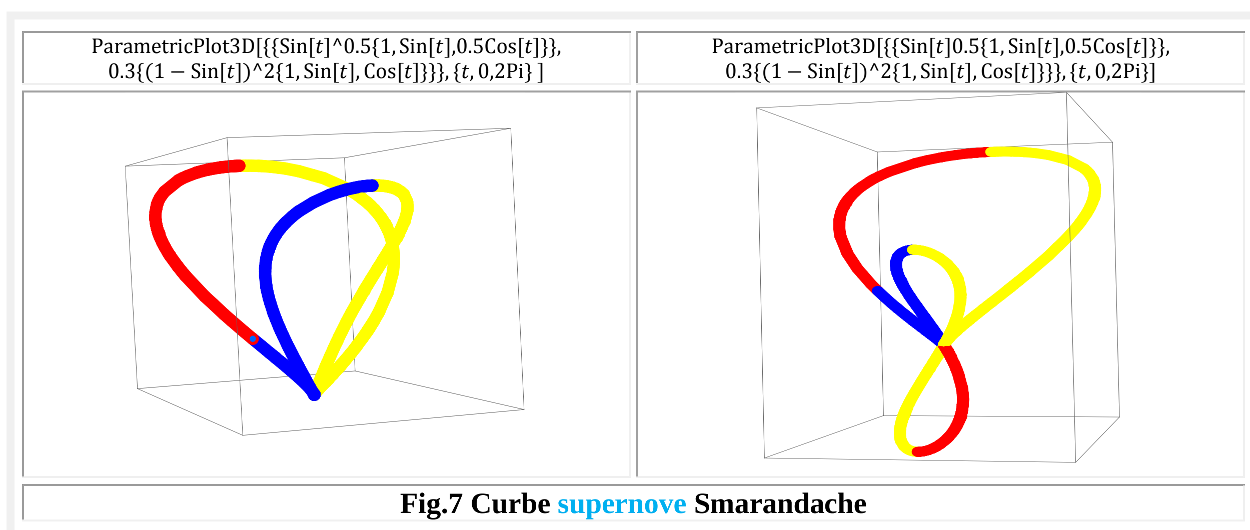


Fig.7 Curbe supernove Smarandache

Curbele nove şi **supernove**, despre care s-a făcut vorbire până în prezent, sunt **curbe noi** prin natura lor, sau prin modul lor de provenienţa din alte curbe, ele fiind net diferite de curbele de la care s-a plecat, prin anumite modificari în ecuaţiile lor de definire, astfel că sursa de la care s-a plecat este foarte greu de precizat şi depistat.

Obiectele supernove se obţin fie prin deformarea unor obiecte cunoscute, precum cub, cilindru, sferă ş.m.a. fie prin decuparea, ciobirea, ciuruirea ş.m.a. a celor existente care oferă **obiectelor supernove Smarandache** o ***imagine artistică*** mai pronunţată care lasă să se determine obiectul **3D** de la care s-a plecat.

Astfel de obiecte **supernove Smarandache** derivate dintr-un cub ▲◀ sunt prezentate în **figura 8** în care apare un cub gol decupat ▲▶, un cub ciobit ●◀ şi unul ciuruit ●▶. Deasupra figurilor sunt trecute ecuaţiile lor parametrice iar dedesubt modul de realizare "***artistică***".

În partea inferioară a **figurii 8** ▼sunt prezentate două cuburi ciuruite cu alte două cuburi în interiorul lor, tot ciuruite. Aşa cum lesne se poate observa, culorile cuburilor pot fi modificate după dorinţă, iar în locurile goale ciuruite se poate introduce o a treia culoare aşa cum se poate observa în **figura 9**. Numărul, forma şi mărimea golurilor poate fi modificată după dorinţă în programul de matematica a lui **Stephan Wolfram** cu denumirea comercială **MATHEMATICA 8.**

Unele **obiecte supernove Smarandache**, derivate din cubul **supermatematic**, au aspect de obiecte tehnice, aşa cum se poate observa în **figura 11**.

ParametricPlot3D[{{Cos[t] Cos[u]/(Sqrt[1 − 0.998Sin[t]^2] Sqrt[1 − 0.998Sin[u]^2]), Sin[t] Cos[u]/(Sqrt[1 − 0.998Cos[t]^2] Sqrt[1 − 0.998Sin[u]^2]), Sin[u]/Sqrt[1 − 0.99Cos[u]^2]}}, {t, 0,2Pi}, {u, −Pi/2 , Pi/2}]]	ParametricPlot3D[{{Cos[t] Cos[u]/(Sqrt[1 − 0.999Sin[t]^2] Sqrt[1 − 0.999Sin[u]^2]), Sin[t] Cos[u]/(Sqrt[1 − 0.999Cos[t]^2]Sqrt[1 − Sin[u]^2]), Sin[u]/Sqrt[1 − 0.999Cos[u]^2]}}, {t, 0,2Pi}, {u, −Pi/2 , Pi/2}]]
PlotStyle → {Orange, Specularity[White, 20]}, Mesh → False, Boxed → False, Axes → None, ColorFunction → Function[{x, y, u, v}, Directive[Hue[u/(2Pi)], Opacity[0.6]]], Co → {True, True, False, True}]	RegionFunction → Function[{x, y, z, u, t}, Sin[6u]Sin[6t] ≥ 0.000001], PlotPoints → 50, Mesh → None, Axes → None, Boxed → False, BoundaryStyle → Black, PlotStyle → Yellow]
RegionPlot3D[2xCos[y] − ArcSin[0.9Cos[x]Sin[x]] < Sin[Cos[y]] + Cos[z] + 4&&y > xSin[Cos[y]] − ArcSin[0.9Sin[x]] + 2Sin[z] − ArcSin[0.9Sin[z]] − 3, {x, −2,2}, {y, −2,2}, {z, −2,2}	ParametricPlot3D[{{Cos[t] Cos[u]/(Sqrt[1 − 0.9Sin[t]^2] Sqrt[1 − 0.9Sin[u]^2]), Sin[t] Cos[u]/(Sqrt[1 − 0.9Cos[t]^2]Sqrt[1 − 0.9Sin[u]^2]), Sin[u]/Sqrt[1 − 0.9Cos[u]^2]}}, {t, 0,2Pi}, {u, −Pi/2 , Pi/2}]]
, Mesh → None, Axes → None, Mesh → None, Boxed → False, ColorFunction → "SolarColors"]	PlotStyle → {Orange, Specularity[White, 20]}, Axes → None, ColorFunction → (ColorData["TemperatureMap"][#3]&), MeshFunctions → {Function[{x, y, z, t, u}, Sin[6t]Cos[6u]]}, Mesh → {{1/4}}, PlotPoints → 50, Boxed → False, MeshShading → {FaceForm[Red, Yellow], None}]

Fig. 8 Obiecte supernove Smarandache transparente, decupate, ciobite, ciuruite şi incluse

```
ParametricPlot3D[{{Cos[t] Cos[u]/(Sqrt[1 − 0.7Sin[t]^2]Sqrt[1 − 0.78Sin[u]^2]) , Sin[t] Cos[u]/(Sqrt[1 − 0.7Cos[t]^2]Sqrt[1 − 0.7
→ None, PlotStyle → {Orange, Specularity[White, 20]}, MeshFunctions → {Function[{x, y, z, t, u}, Sin[6t]Sin[6u]]}, Mesh
→ {{1/4}}, Boxed → False, Axes → None, ColorFunction → (ColorData["TemperatureMap"][#3]&), Mesh → {{1/4}}, PlotPoints
→ 50, Boxed → False, MeshShading → {FaceForm[Yellow, Red], Red}]
```

```
ParametricPlot3D[{{Cos[t] Cos[u]/(Sqrt[1 − 0.7Sin[t]^2]Sqrt[1 − 0.78Sin[u]^2]) , Sin[t] Cos[u]/(Sqrt[1 − 0.7Cos[t]^2]Sqrt[1 − 0.7Sin[u
→ None, ColorFunction → (ColorData["TemperatureMap"][#3]&), MeshFunctions → {Function[{x, y, z, t, u}, Sin[8t]Cos[8u]]},
Mesh → {{1/4}}, PlotPoints → 50, Boxed → False, MeshShading → {FaceForm[Green, Yellow], Yellow}]
```

Fig. 9 Cuburi supernove Smarandache in 3 culori, a treia culoare fiind în interiorul obiectelor

Reamintim că aceste cuburi sunt denumite **supermatematice** deoarece sunt rezultatul transformării continuă a sferei în cub; pentru **s = 0** obţinându-se **sfera**, pentru **s = ± 1 cubul** în discuţie, iar pentru restul valorilor **excentricităţii numerice s** ∈ (-1, +1)**0** rezultând în **2D** o familie de **quadrilobe** / **cvadrilobe**, curbe închise cu 4 lobi, iar în **3D** o familie de ***quadriloboizi*** (**Fig. 10**). În aceeaşi figură au fost prezentate şi alte **transformări supermatematice** relmarcabile: ale cilindrului **circular** în cilindru **pătrat** şi al cilindrului **circular** în unul **prismatic** / triunghiular. Se poate afirma că în **2D** toate formele geometrice ***intermediare*** din transformarea continuă a cercului în pătrat (s ∈ [-1,+1] \0), a cercului în triunghi, a cercului în pentagon ş.m.a. denumite quadrilobe, trilobe, pentalobe, ca şi obiectele intermediare dintre sferă şi cub, dintre sferă şi prismă ş.a. pot fi considerate şi **nove** şi, respectiv, **supernove Smarandache**.

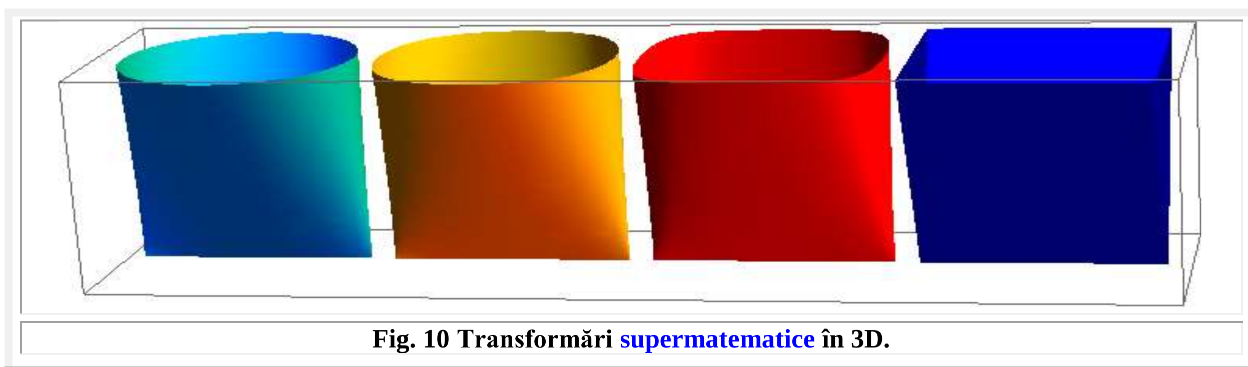


Fig. 10 Transformări supermatematice în 3D.

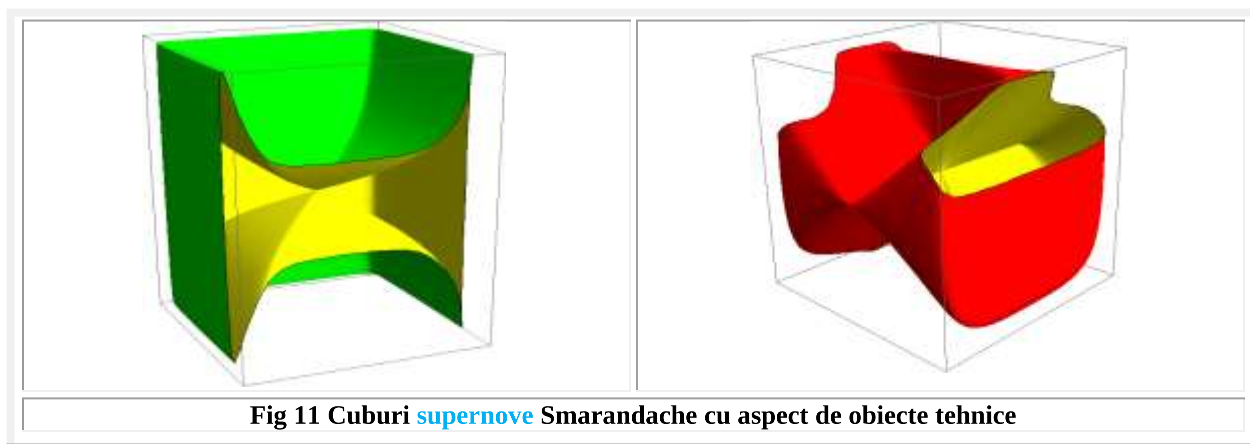


Fig 11 Cuburi supernove Smarandache cu aspect de obiecte tehnice

Un alt obiect **supermatematic** este **sferocubul**, obiect care în două proiecţii este un ***disc circular*** şi în a treia proiecţie un ***disc pătrat*** (**Fig. 12** ▲◀). Acest obiect era cunoscut ca formă şi în matematica centrică şi a fost chiar desenat, dar n-a fost reprezentat prin ecuaţii matematice parametrice aşa cum a făcut noua (super)matematică. Prin mici modificări în ecuaţiile de definire ale **sferocubului** (**cexθ** şi **sexθ**) s-au obţinut sferocuburi **supernove** **Smarandache**.

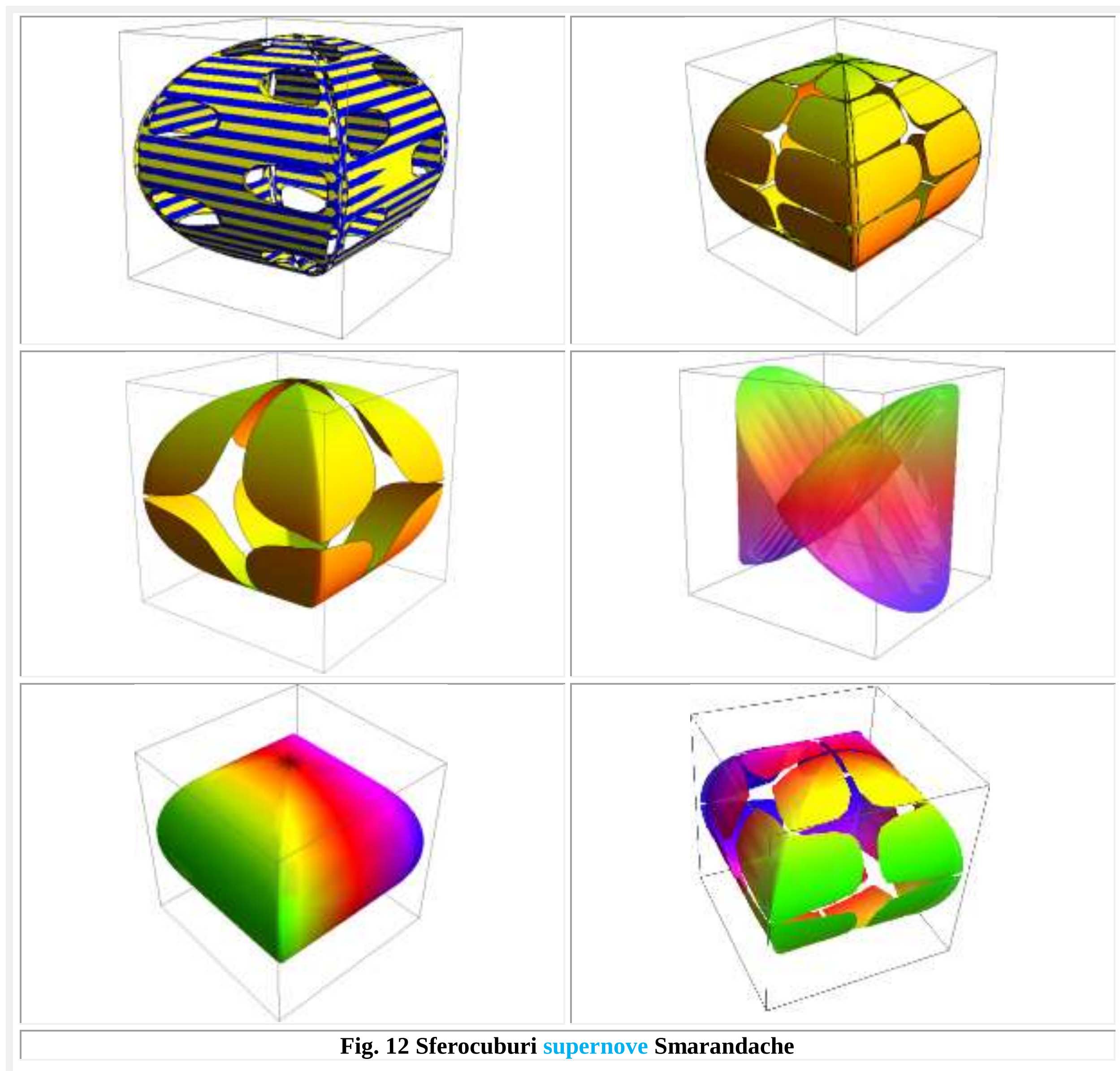


Fig. 12 Sferocuburi supernove Smarandache

Funcţia **supermatematică circulară excentrică (FSM─CE) radial excentric** de **variabilă centrică** α este prezentată în partea superioara a **figurii 13,a** în **2D** sus ▲ şi în **3D** dedesubt **▼.**

Există şi funcţii **radial excentrice de variabilă excentrică θ (Fig. 13,b)**.

Marele matematician Prof. Dr. Math. **Octav Em. Gheorghiu,** asistentul Prof. **Grigore C. Moisil** încă din timpul studenţiei şi şeful Catedrei de Matematică a Universităţii "POLITEHNICA" din Timişoara, a denumit această **FSM ─ CE** drept **"funcţie rege"** deoarece ea exprimă distanţa în plan dintre două puncte: unul pe cercul unitate / trigonometric şi altul în planul cercului, astfel că ea poate descrie ***singură*** toate ecuaţiile curbelor plane cunoscute în Matematica ordinară, denumită acum şi **Matematică Centrică** (**MC**) şi mult mai multe curbe din noua **Matematică Excentrică** (**ME**) a **SuperMatematicii** (**SM**).

FSM─CE radial excentric este distanţa în plan dintre **excentrul S(s, ε)** şi punctele $W_{1,2}$ ($x_{1,2}$, $y_{1,2}$) de pe cercul unitate **CU(O,1)** reprezentând, totodată, ***raza excentrică*** a cercului **r** = R.**rexθ** sau **r** = R.**Rex**α.

Aceste funcţii rege au făcut pozibile exprimarea sumei şi a diferenţei a două numere complexe exprimate sub formă trigonometrică şi au permis determinarea unei relaţii de calcul simple, cu numai doi

termeni, a ***integralei eliptice complete*** de speţa întâia **K(k)** cu o precizie de minimum ***15 zecimale exacte*** !

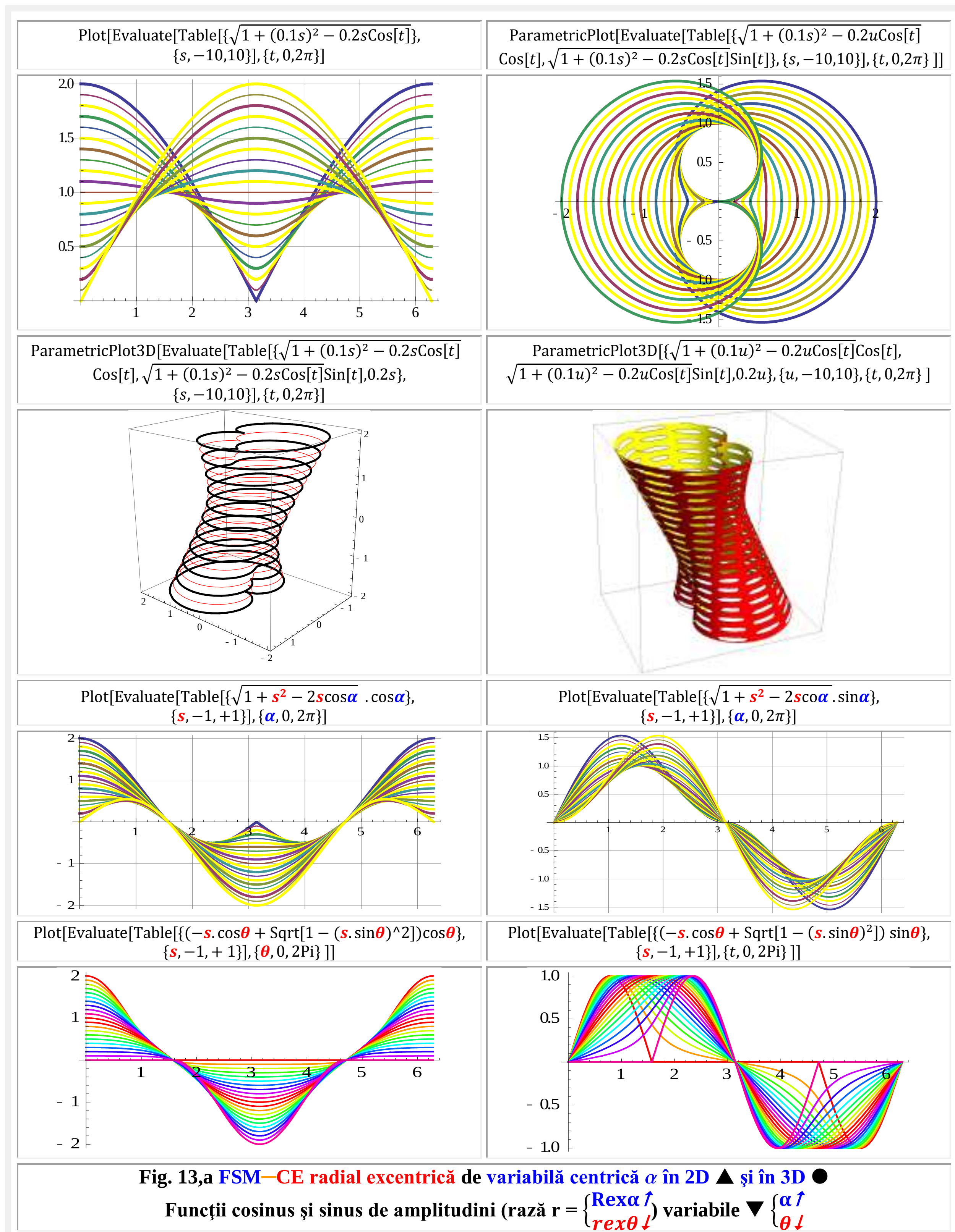


Fig. 13,a FSM—CE radial excentrică de variabilă centrică α în 2D ▲ şi în 3D ●
Funcţii cosinus şi sinus de amplitudini (rază r = $\begin{cases} Rex\alpha \uparrow \\ rex\theta \downarrow \end{cases}$) variabile ▼ $\begin{cases} \alpha \uparrow \\ \theta \downarrow \end{cases}$

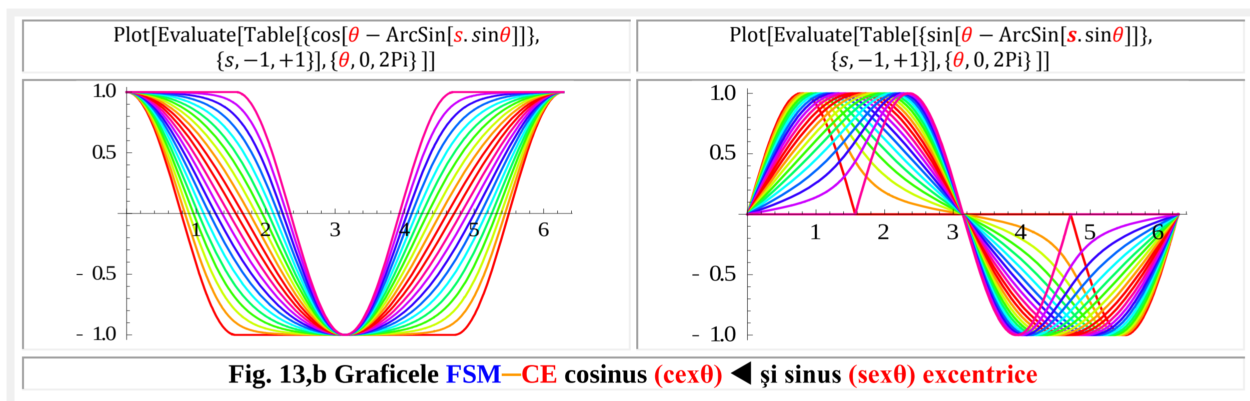


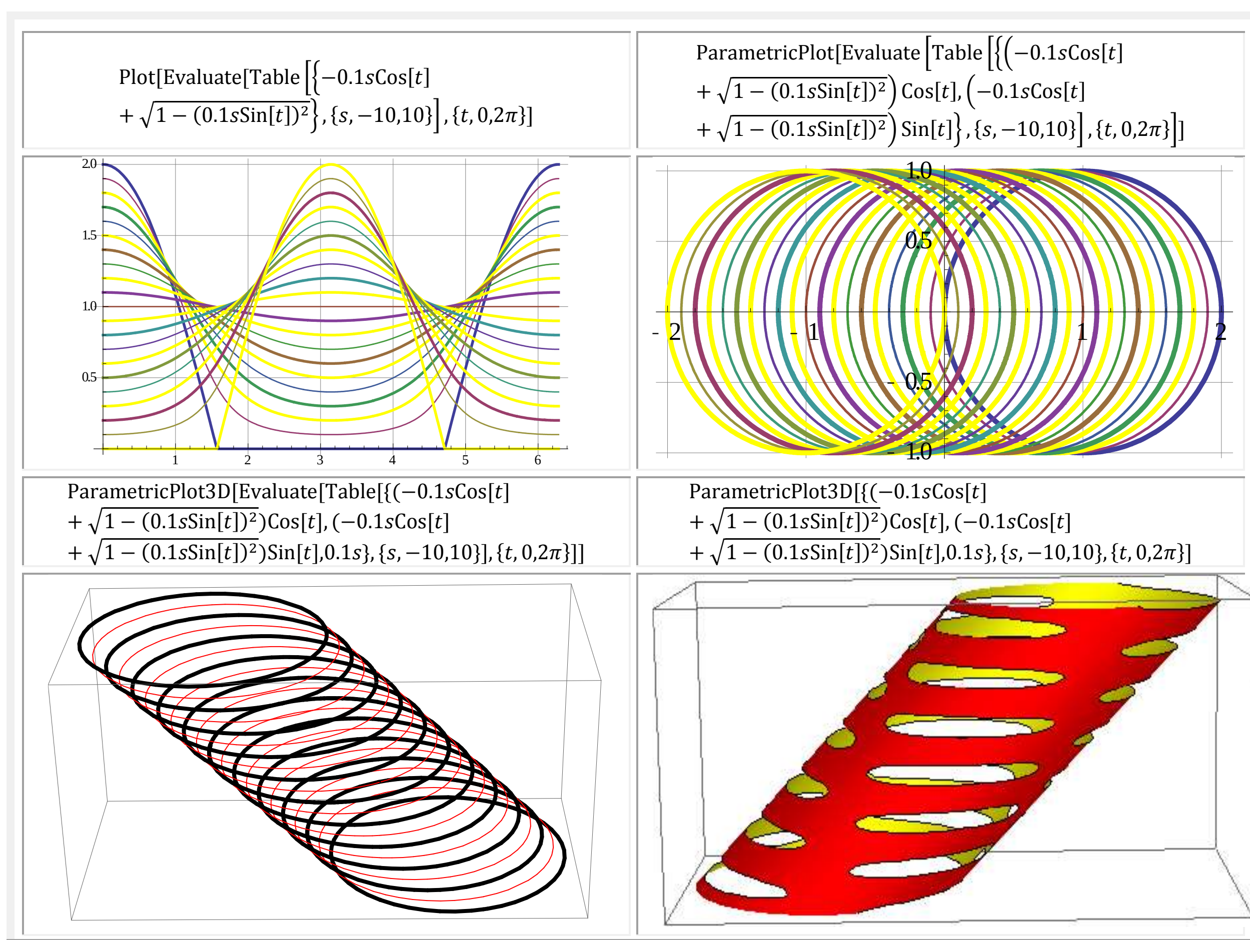
Fig. 13,b Graficele FSM—CE cosinus (cexθ) ◀ şi sinus (sexθ) excentrice

În **figura 13,b** sunt reprezentate **FSM—CE** cosinus (**cex**) şi sinus (**sex**) **excentrice** de variabilă **excentrică θ** care arata că sinusul excentric (y = **sexθ**) pe cercul unitate de rază R = 1 este identic cu sinusul excentric de rază variabilă r = **Rexα (y = Rexα. sinθ)** şi de variabilă **centrică α**, dar de excentricităţi unghiulare nule (**ε = 0**) adică :

(1) $y = sin\alpha = \sin[\theta - \beta(\theta)] = \sin[\theta - \arcsin[s.\sin\theta]] = \mathbf{sex\theta} = \mathbf{rex\theta}.\sin\theta = \mathbf{Rex\alpha}\sin\theta,$

deoarece **rexθ** = **Rexα:**

(2) $-s.\cos\theta + \sqrt{1 - s^2.sin^2\theta} = \sqrt{1 + s^2 - 2s.cos\alpha}$, **θ** = **α** + **β**.



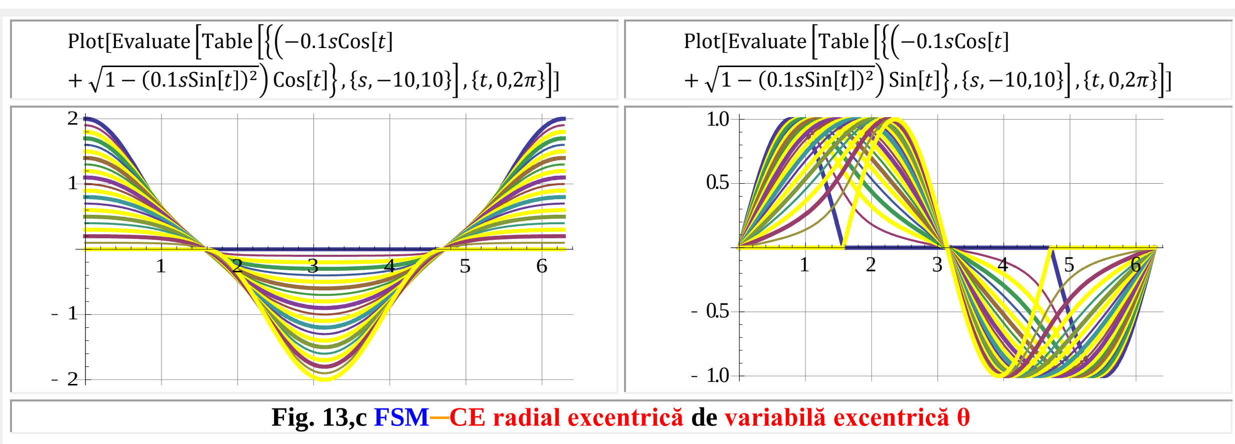


Fig. 13,c FSM−CE radial excentrică de variabilă excentrică θ

Fig.14 Sfere supernove Smarandache

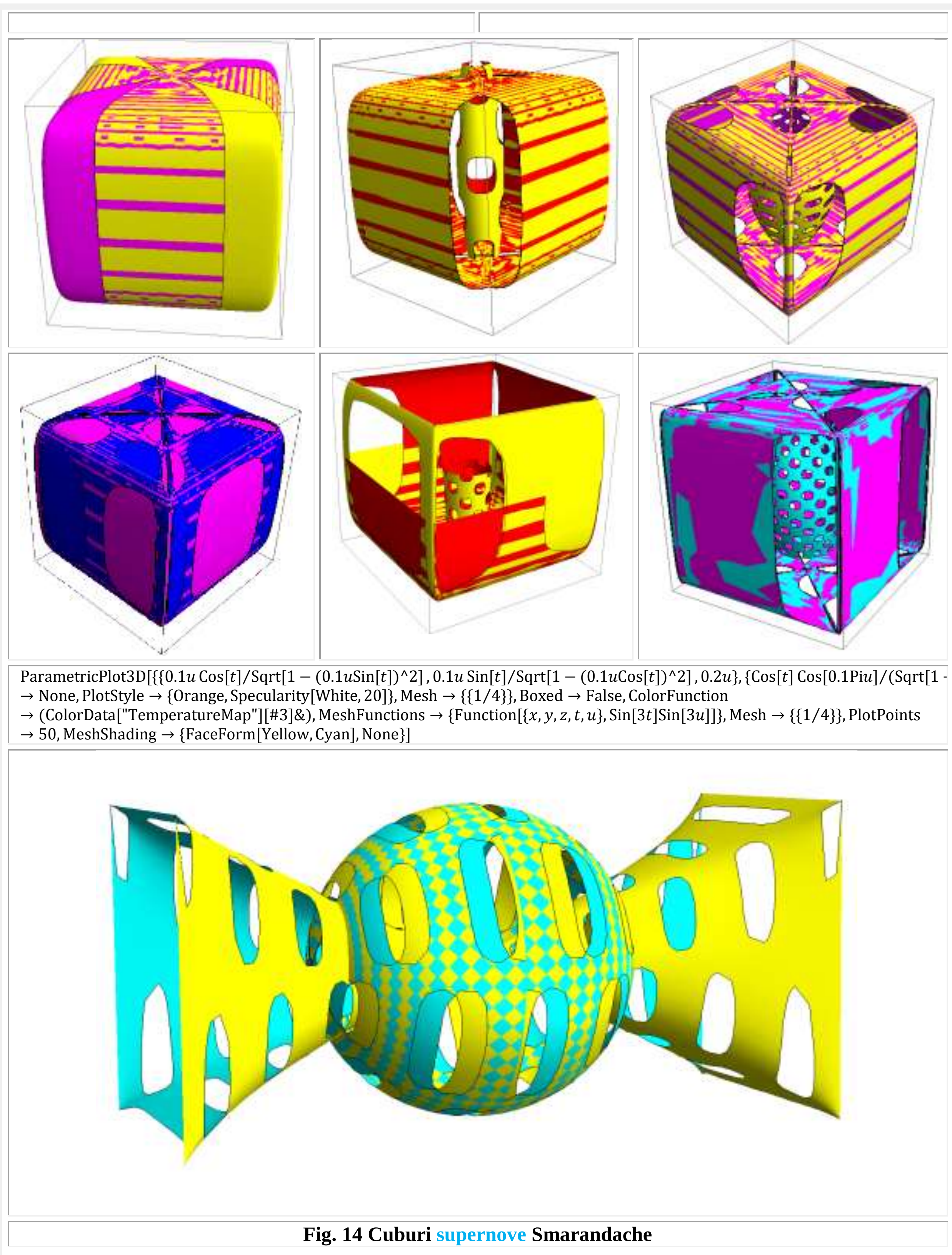


Fig. 14 Cuburi supernove Smarandache

Motto: " Cel mai frumos lucru pe care il putem experimenta este ***misterul***.
Este sursa tuturor ştinţelor şi artelor "
– **Albert Einstein**

CAPITOLUL XXI

FUNCŢII SUPERNOVE SMARANDACHE

1. INTRODUCERE: NOVELE ŞI SUPERNOVELE DREPTEI

În capitolul anterior s-au prezentat unele **nove** şi **supernove matematice** realizate prin **strâmbarea** unor **funcţii matematice centrice (FMC)** **plane** precum dreapta, cercul ş.m.a. ca şi a unor funcţii **supermate-matice plane**, precum cosinusul excentric (**cexθ** şi **Cexα**), sinus excentric (**sexθ** şi **Sexα**) ş.m.a.

S-a început prin strâmbarea dreptei şi transformarea ei într-o cosinusoidă, într-o sinusoidă, într-o elice circulară şi respectiv proiecţia acesteia într-un cerc, adică într-o ***supernovă matematică centrică liniară*** dintr-o singură mişcare de rulare a dreptei pe un cilindru.

În realitate, nu dreapta sau segmentul de dreaptă ***singur*** a fost strâmbat, ci ***planul cu dreapta*** respectivă. A fost rulat într-o suprafaţa cilindrică. O diagonală a pătratului plan de **4π x 4π** (**Fig. 1**) a fost ***strâmbată prin rularea pătratului*** şi transformarea lui într-un cilindru de rază **R = 1**, astfel că dreapta de pe diagonala pătratului plan s-a transformat într-o **elice sau elicoid** care fiind ***ocurbă strâmbă în 3D*** este o ***supernovă a dreptei*** pe cilindru circular cu pasul **2π.** Cele trei proiecţii ale elicei, pe trei plane reciproc perpendiculare, sunt: un **cerc** pe planul **yOz**, două **sinusoide**, pe pe cele două plane laterale cilindrului, paralele cu planul **xOy** şi două ***cosinusoide*** pe planele paralele cu **xOz**, care fiind curbe plane sunt **novele dreptei**.

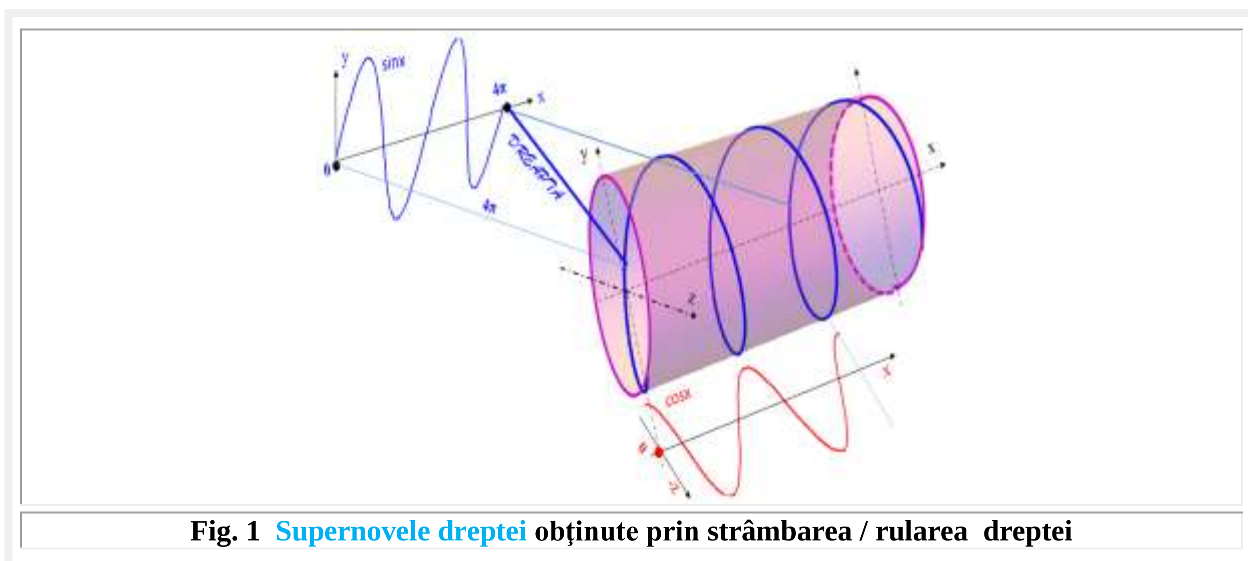


Fig. 1 Supernovele dreptei obţinute prin strâmbarea / rularea dreptei

În acelaşi timp, pentru a reprezenta funcţiile plane **cos** şi **sin** ***în perspectivă,*** în **figura 1,** ele au fost deformate astfel încât să lase senzaţia că **sin** este într-un **plan vertical**, în timp ce **cos** este într-un ***plan orizontal***. Acest lucru devine posibil prin realizarea **novelor** acestor funcţii (**Fig. 2**), adică a reprezentării **în 3D** a unei

funcţii **plane 2D**. Ea rămâne plană şi în **3D**, numai că paralelipipedul care încadrează funcţia poate fi modificat după dorinţă ca în **figura 2 ▼**.

Se poate afirma ***cu temei*** că **sinusul**, ***cosinusul*** şi **cercul** (cu ecuaţiile parametrice x = cosα ; y = sinα) fiind ***curbe plane în 2D***, sunt **nove ale dreptei**, iar **elicea**, fiind o curbă ***strâmbă în 3D***, este **supernova dreptei**.

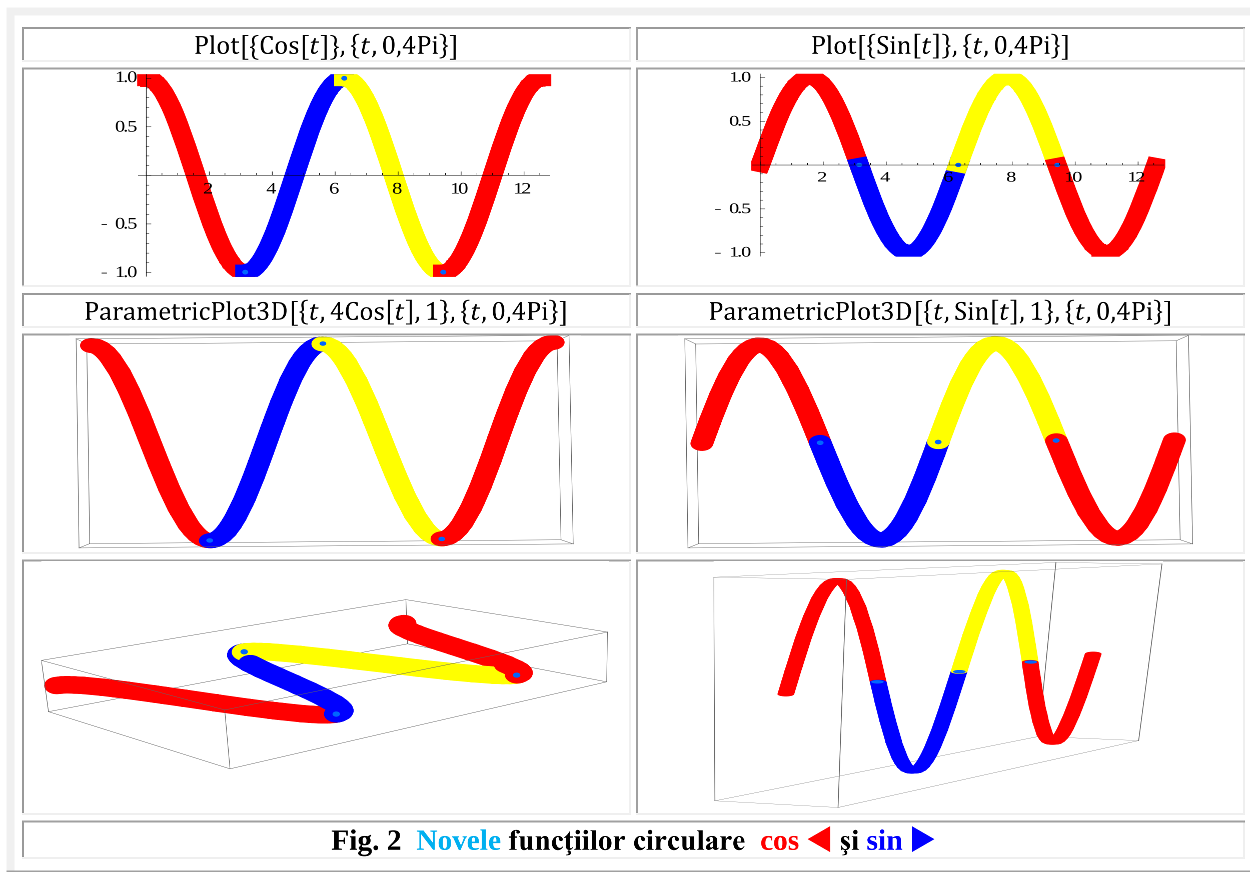
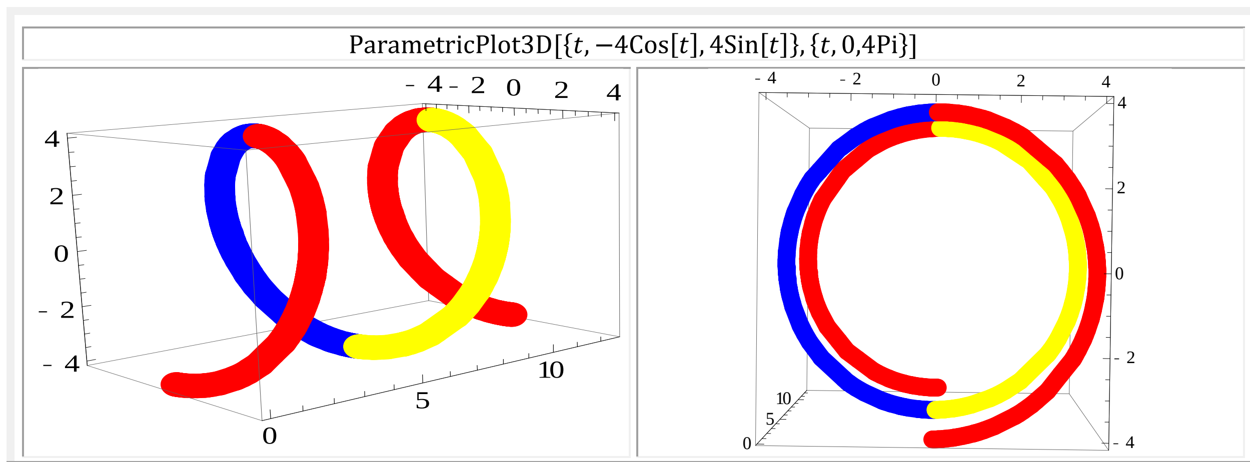


Fig. 2 Novele funcţiilor circulare cos ◀ şi sin ▶

Funcţiile trigonometrice centrice amintite sunt "**strâmbe**" într-un plan (**2D**) prin natura lor, sau comparativ cu o dreaptă sau cu generalizarea dreptei prin strâmbe plane. Dacă se reuşeşte strâmbarea lor şi într-un al doilea plan atunci ele devin **supernove trigonometrice centrice**.



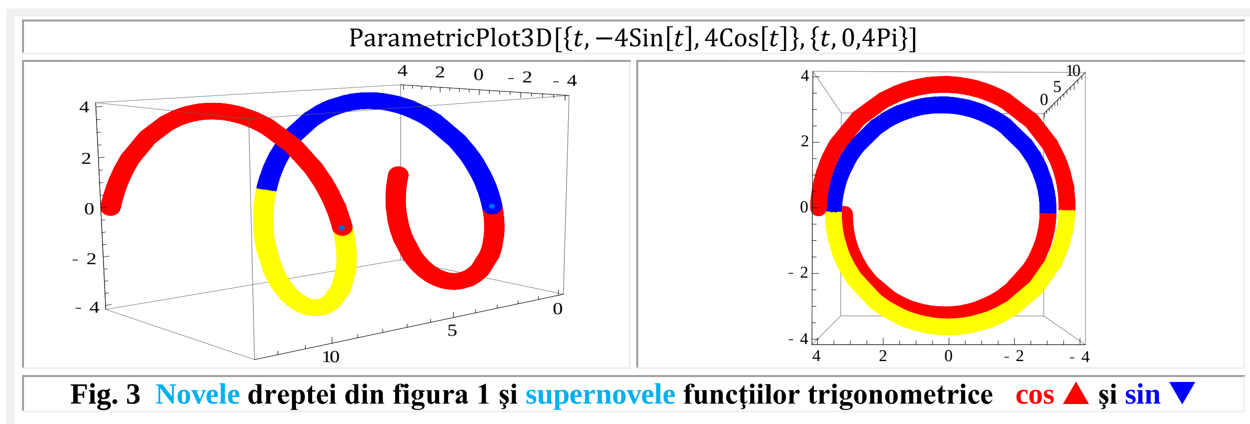


Fig. 3 **Novele dreptei din figura 1 şi supernovele funcţiilor trigonometrice cos ▲ şi sin ▼**

Un astfel de procedeu este prezentat în **figura 3** şi a fost realizat prin ecuaţii parametrice în **3D**, în care **x = t** şi **y = cost** este ecuaţia parametrică a funcţiei plane **cos**, iar **y = sint** este ecuaţia funcţiei care **strâmbă** graficul funcţiei **cos** într-un al doilea plan, transformând-o în **supernova funcţiei cos**. La fel se întâmplă şi cu funcţia **sin,** de ecuaţii parametrice **{x = t** şi **y = sin}**, pentru care funcţia **z = cos** este funcţia care ***strâmbă*** într-un al doilea plan pe ***sin*** transformând-o într-o **supernovă sinusoidală**.(**Fig. 3 ▼**).

Cuplând altfel parametrii, adică **x = t** şi {**y = cost; z = sint**} ies în evidenţă ***ecuaţia elicei circulare*** şi ***ecuaţia cercului*** care este proiecţia în planul transversal **yOz** a elicei şi a celor două **supernove** trigonometrice centrice.

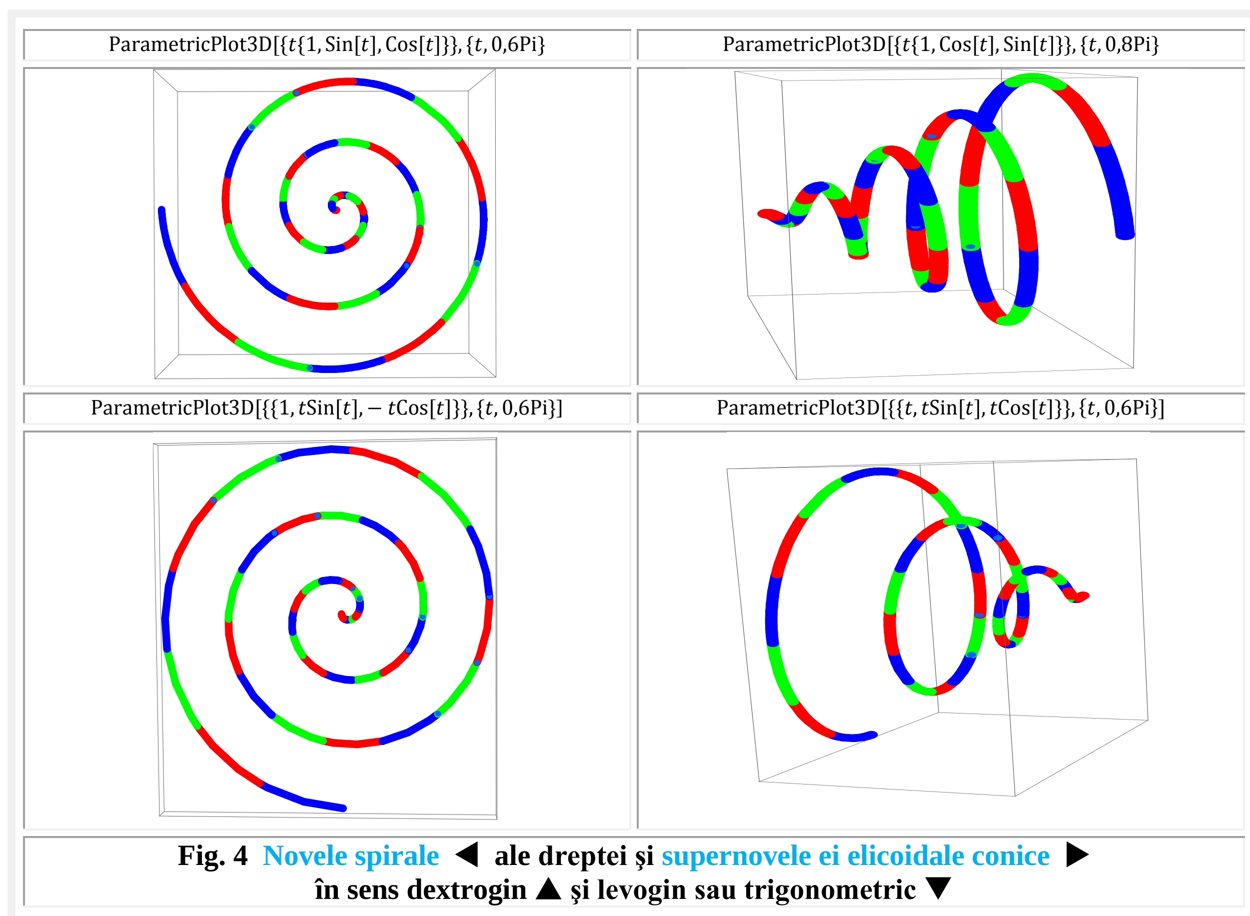


Fig. 4 **Novele spirale ◄ ale dreptei şi supernovele ei elicoidale conice ►**
în sens dextrogin ▲ şi levogin sau trigonometric ▼

Dreapta mai poate fi strâmbată în plan sub forma unor **nove spirale** (**Fig. 4**◀) şi în **3D** sub forma unor **supernove elicoidale conice** (**Fig. 4** ▶), într-un sens trigonometric direct ▼sau în sens inves ▲.

Aşa cum rezultă şi din **figura 5** dreapta poate fi strâmbată şi sub ***forma*** curbei lui **Viviani** ▼▶, care este una din cele mai vechi curbe strâmbe cunoscute în matematică, după elice, adică o **supernovă**.

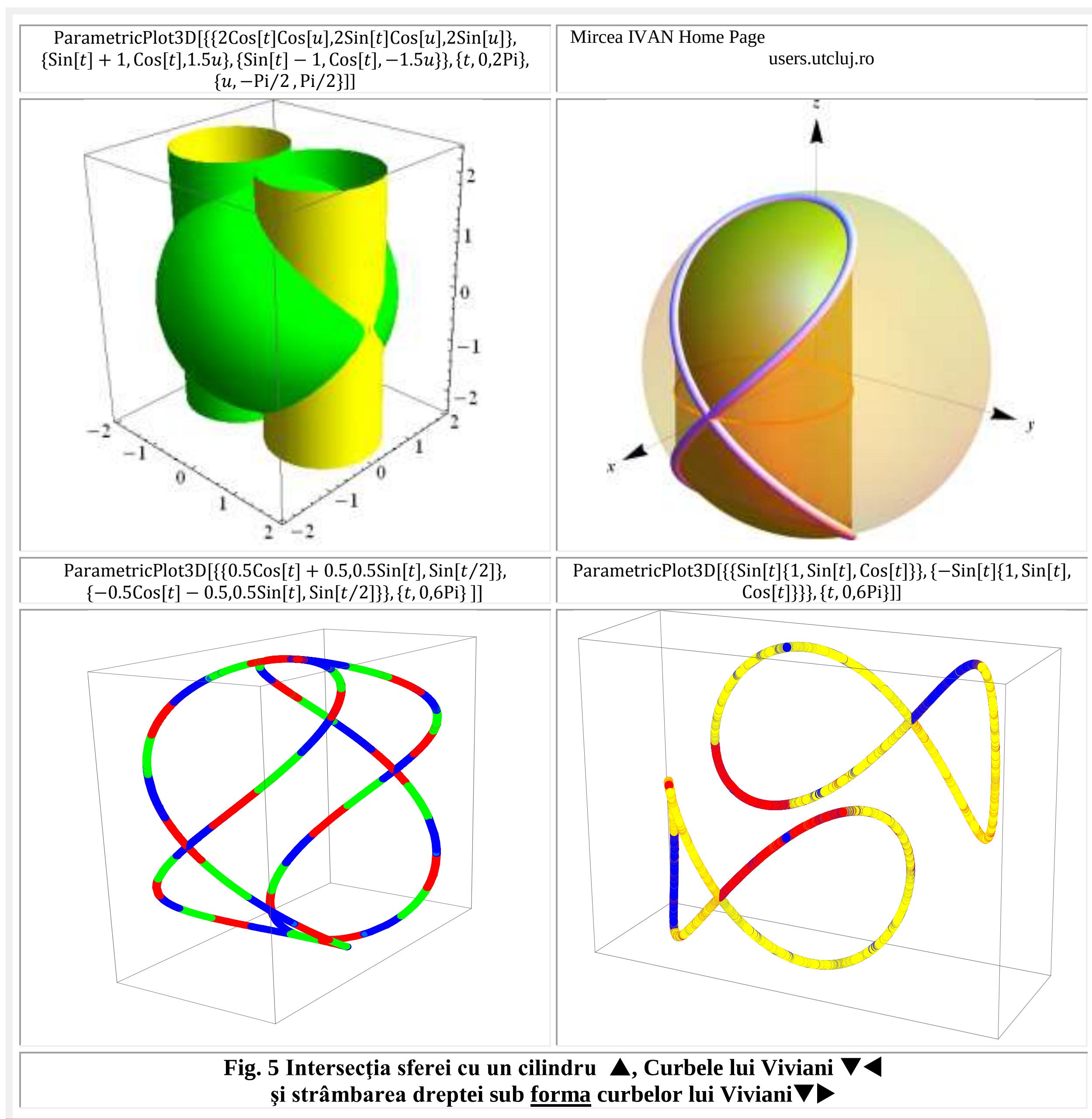


Fig. 5 Intersecţia sferei cu un cilindru ▲, Curbele lui Viviani ▼◀
şi strâmbarea dreptei sub forma curbelor lui Viviani▼▶

În capitolul anterior s-a arătat cum în **supermatematică** se pot realiza intersecţii ale sferei cu un cilindru pătrat, cu un cilindru triunghiular şi cu multe alte obiecte **3D**.

În concluzie, toate ***curbele directe*** ale **matematicii centrice** (**MC**) sunt fie **nove** (curbe plane **2D** sau în **3D**) fie **supernove** după cum sunt curbe plane sau curbe strâmbe. **Noutatea**, care le-a atribuit denumirea de ***nove*** şi ***supernove***, nu constă în natura curbelor ci în modul de obţinere a lor prin strâmbarea unei drepte cu aplicaţii didactice remarcabile.

Fac excepţie curbele compuse, rezultate din raportul, produsul sau suma altor funcţii, precum tangenta, cotangenta ş.m.a.

La fel se prezintă situaţia şi în cazul curbelor **supermatematice** (**monolobe**, bilobe, **trilobe**, quadrilobe ş.m.a.). Un exemplu este prezentat în **figura 6** în care familia **quadrilobelor** /cvadrilobelor de raze R = 0.1s (**s** → excentricitatea liniară numerică) au fost strâmbate şi transformate în **supernove** prin schimbarea lui **w** din **w = 0,1s** în w = 0,1 s cos[x], w = 0,1 s cos[2x], w = 0,1 s cos[3x], ş. a.

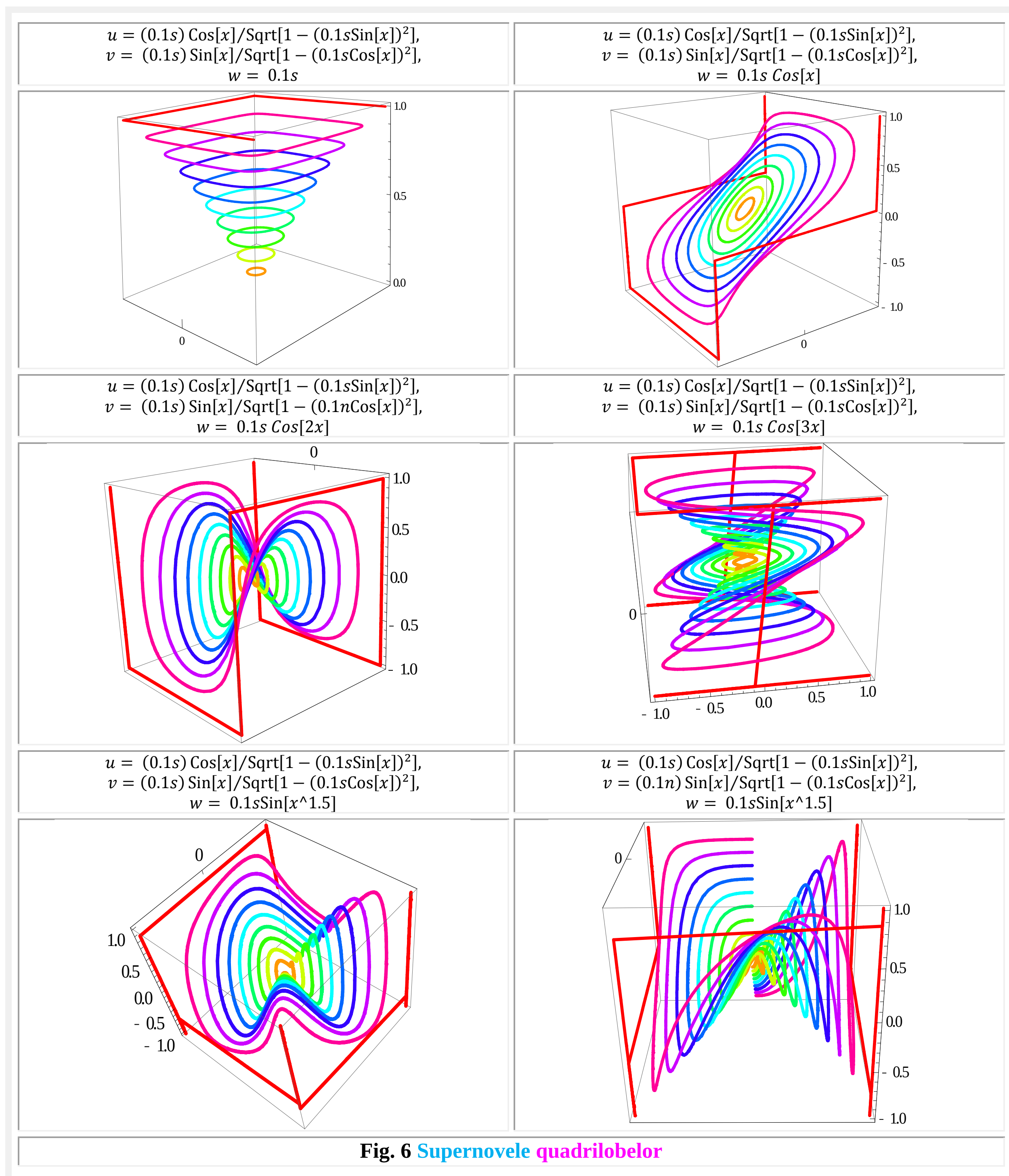


Fig. 6 Supernovele quadrilobelor

2 NOVE ŞI SUPERNOVE SMARANDACHE

Dacă unui cilindru ***pătrat***, închis la cele două capete, adică unui cub (**Fig .6 ▲◀**), i se modifică ecuaţiile parametrice atunci se pot obţine noi **supernove**, ***necunoscute încă*** în matematică ▲▶ şi ***nenumite încă***.

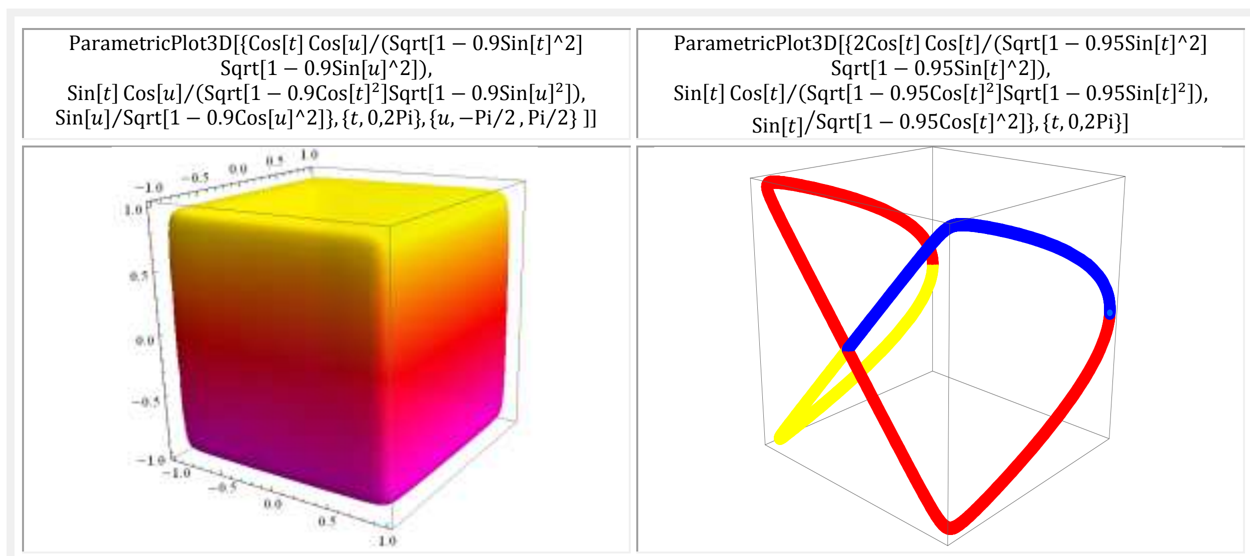
Aceste noi curbe **2D** sau noi obiecte matematice **3D** vor fi denumite, în onoarea renumitului mare matematicanului american de origine română, **Florentin Smarandache [Fig.6**] şeful Departamentului de Ştiinţă şi Matematică al Universităţii din New Mexico, "**nove şi supernove Smarandache**". Unele prezentate în continuare.



Fig. 6 Prof. Dr. Math. Florentin Smarandache cu
Premiul statului New Mexico: medalie la secţiunea Ştiinţă şi Matematică

Dacă în ecuaţia parametrică a **cubului**, reprezentat cu ecuaţii **supermatematice**, de excentricitate liniară numerică **s = 0.9** [**Fig. 6 ▲◀**] se înlocuieşte variabila **u** cu **t**, pentru excentricitatea liniară numerică de **s = 0.98** , **s = 0.99** şi **s = 0.95** şi modificarea unor constante, se obţin supernovele din **figura 6**, curbe strâmbe în **3D,** adică **supernove,** inexistente până în prezent în **Matematică**.

Alte curbe **supernove Smarandache** sunt prezentate în **figura 7** şi sunt rezultatul modificărilor ecuaţiilor curbelor **Viviani** şi quasiviviani cu ecuaţiile prezentate în figurile respective ▲.



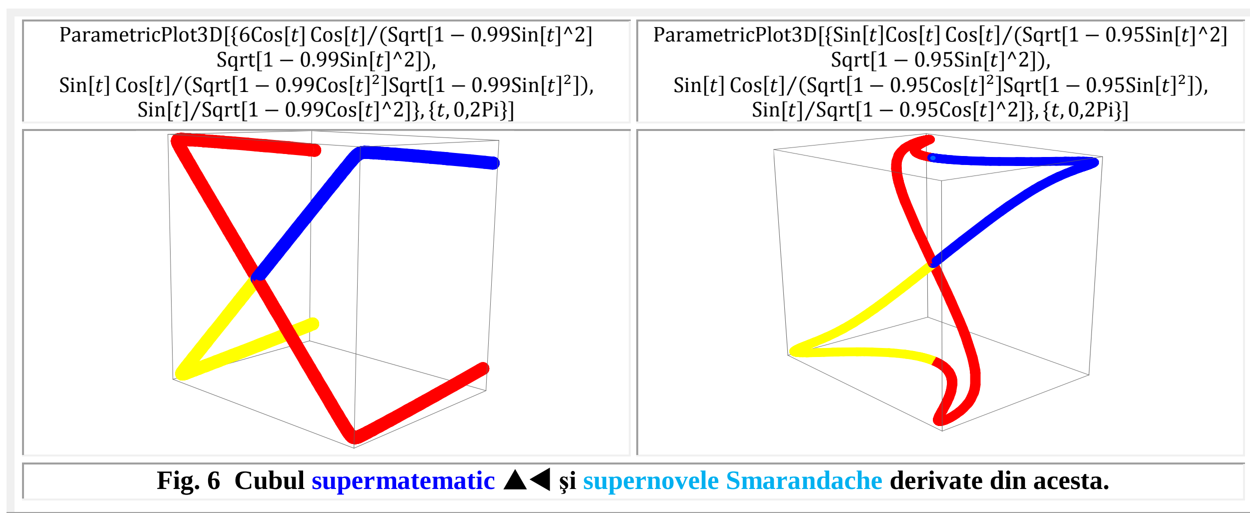


Fig. 6 Cubul supermatematic ▲◀ şi supernovele Smarandache derivate din acesta.

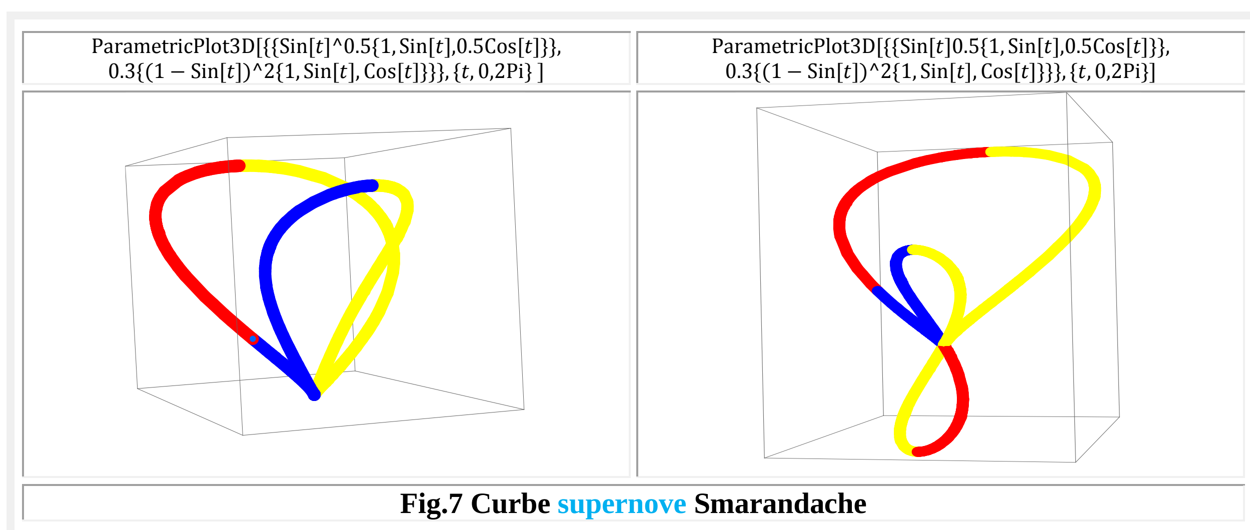


Fig.7 Curbe supernove Smarandache

Curbele nove şi **supernove**, despre care s-a făcut vorbire până în prezent, sunt **curbe noi** prin natura lor, sau prin modul lor de provenienţa din alte curbe, ele fiind net diferite de curbele de la care s-a plecat, prin anumite modificari în ecuaţiile lor de definire, astfel că sursa de la care s-a plecat este foarte greu de precizat şi depistat.

Obiectele supernove se obţin fie prin deformarea unor obiecte cunoscute, precum cub, cilindru, sferă ş.m.a. fie prin decuparea, ciobirea, ciuruirea ş.m.a. a celor existente care oferă **obiectelor supernove Smarandache** o ***imagine artistică*** mai pronunţată care lasă să se determine obiectul **3D** de la care s-a plecat.

Astfel de obiecte **supernove Smarandache** derivate dintr-un cub ▲◀ sunt prezentate în **figura 8** în care apare un cub gol decupat ▲▶, un cub ciobit ●◀ şi unul ciuruit ●▶. Deasupra figurilor sunt trecute ecuaţiile lor parametrice iar dedesubt modul de realizare "***artistică***".

În partea inferioară a **figurii 8** ▼sunt prezentate două cuburi ciuruite cu alte două cuburi în interiorul lor, tot ciuruite. Aşa cum lesne se poate observa, culorile cuburilor pot fi modificate după dorinţă, iar în locurile goale ciuruite se poate introduce o a treia culoare aşa cum se poate observa în **figura 9**. Numărul, forma şi mărimea golurilor pot fi modificate după dorinţă în programul de matematica a lui **Stephan Wolfram** cu denumirea comercială **MATHEMATICA 8.**

Unele **obiecte supernove Smarandache**, derivate din cubul **supermatematic**, au aspect de obiecte tehnice, aşa cum se poate observa în **figura 11**.

ParametricPlot3D[{{Cos[t] Cos[u]/(Sqrt[1 − 0.998Sin[t]^2] Sqrt[1 − 0.998Sin[u]^2]), Sin[t] Cos[u]/(Sqrt[1 − 0.998Cos[t]^2] Sqrt[1 − 0.998Sin[u]^2]), Sin[u]/Sqrt[1 − 0.99Cos[u]^2]}}, {t, 0,2Pi}, {u, −Pi/2 , Pi/2}]]	ParametricPlot3D[{{Cos[t] Cos[u]/(Sqrt[1 − 0.999Sin[t]^2] Sqrt[1 − 0.999Sin[u]^2]), Sin[t] Cos[u]/(Sqrt[1 − 0.999Cos[t]^2]Sqrt[1 − Sin[u]^2]), Sin[u]/Sqrt[1 − 0.999Cos[u]^2]}}, {t, 0,2Pi}, {u, −Pi/2 , Pi/2}]]
PlotStyle → {Orange, Specularity[White, 20]}, Mesh → False, Boxed → False, Axes → None, ColorFunction → Function[{x, y, u, v}, Directive[Hue[u/(2Pi)], Opacity[0.6]]], Co → {True, True, False, True}]	RegionFunction → Function[{x, y, z, u, t}, Sin[6u]Sin[6t] ≥ 0.000001], PlotPoints → 50, Mesh → None, Axes → None, Boxed → False, BoundaryStyle → Black, PlotStyle → Yellow]
RegionPlot3D[2xCos[y] − ArcSin[0.9Cos[x]Sin[x]] < Sin[Cos[y]] + Cos[z] + 4&&y > xSin[Cos[y]] − ArcSin[0.9Sin[x]] + 2Sin[z] − ArcSin[0.9Sin[z]] − 3, {x, −2,2}, {y, −2,2}, {z, −2,2}	ParametricPlot3D[{{Cos[t] Cos[u]/(Sqrt[1 − 0.9Sin[t]^2] Sqrt[1 − 0.9Sin[u]^2]), Sin[t] Cos[u]/(Sqrt[1 − 0.9Cos[t]^2]Sqrt[1 − 0.9Sin[u]^2]), Sin[u]/Sqrt[1 − 0.9Cos[u]^2]}}, {t, 0,2Pi}, {u, −Pi/2 , Pi/2}]]
, Mesh → None, Axes → None, Mesh → None, Boxed → False, ColorFunction → "SolarColors"]	PlotStyle → {Orange, Specularity[White, 20]}, Axes → None, ColorFunction → (ColorData["TemperatureMap"][#3]&), MeshFunctions → {Function[{x, y, z, t, u}, Sin[6t]Cos[6u]]}, Mesh → {{1/4}}, PlotPoints → 50, Boxed → False, MeshShading → {FaceForm[Red, Yellow], None}]

Fig. 8 Obiecte supernove Smarandache transparente, decupate, ciobite, ciuruite şi incluse

ParametricPlot3D[{{Cos[t] Cos[u]/(Sqrt[1 − 0.7Sin[t]^2]Sqrt[1 − 0.78Sin[u]^2]) , Sin[t] Cos[u]/(Sqrt[1 − 0.7Cos[t]^2]Sqrt[1 − 0.7
→ None, PlotStyle → {Orange, Specularity[White, 20]}, MeshFunctions → {Function[{x, y, z, t, u}, Sin[6t]Sin[6u]]}, Mesh
→ {{1/4}}, Boxed → False, Axes → None, ColorFunction → (ColorData["TemperatureMap"][#3]&), Mesh → {{1/4}}, PlotPoints
→ 50, Boxed → False, MeshShading → {FaceForm[Yellow, Red], Red}]

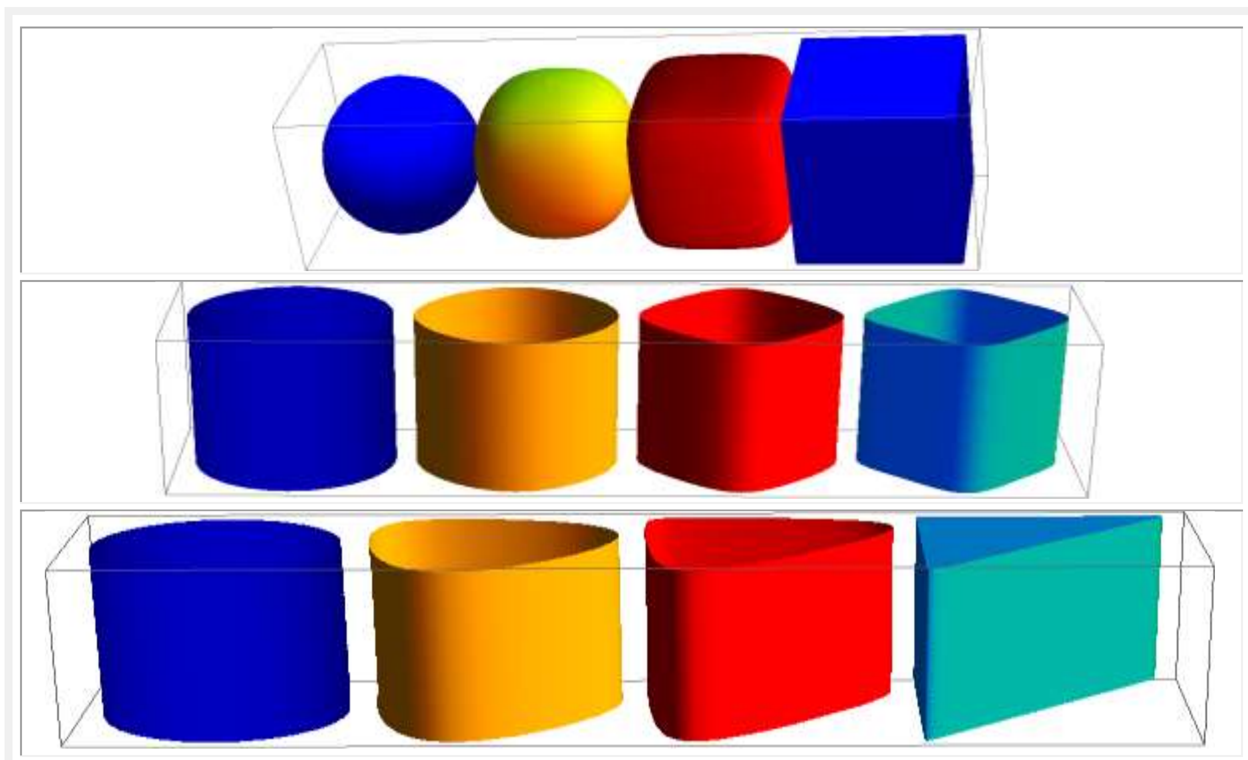




ParametricPlot3D[{{Cos[t] Cos[u]/(Sqrt[1 − 0.7Sin[t]²]Sqrt[1 − 0.78Sin[u]²]) , Sin[t] Cos[u]/(Sqrt[1 − 0.7Cos[t]²]Sqrt[1 − 0.7Sin[u
→ None, ColorFunction → (ColorData["TemperatureMap"][#3]&), MeshFunctions → {Function[{x, y, z, t, u}, Sin[8t]Cos[8u]]},
Mesh → {{1/4}}, PlotPoints → 50, Boxed → False, MeshShading → {FaceForm[Green, Yellow], Yellow}]

Fig. 9 Cuburi supernove Smarandache in 3 culori, a treia culoare fiind în interiorul obiectelor

Reamintim că aceste cuburi sunt denumite **supermatematice** deoarece sunt rezultatul transformării continuă a sferei în cub; pentru **s = 0** obţinându-se **sfera**, pentru **s = ± 1 cubul** în discuţie, iar pentru restul valorilor **excentricităţii numerice s** ∈ (-1, +1)**0** rezultând în **2D** o familie de **quadrilobe** / **cvadrilobe**, curbe închise cu 4 lobi, iar în **3D** o familie de ***quadriloboizi*** (**Fig. 10**). În aceeaşi figură au fost prezentate şi alte **transformări supermatematice** relmarcabile: ale cilindrului **circular** în cilindru **pătrat** şi al cilindrului **circular** în unul **prismatic** / triunghiular. Se poate afirma că în **2D** toate formele geometrice ***intermediare*** din transformarea continuă a cercului în pătrat (s ∈ [-1,+1] \0), a cercului în triunghi, a cercului în pentagon ş.m.a. denumite quadrilobe, trilobe, pentalobe, ca şi obiectele intermediare dintre sferă şi cub, dintre sferă şi prismă ş.a. pot fi considerate şi **nove** şi, respectiv, **supernove** **Smarandache**.



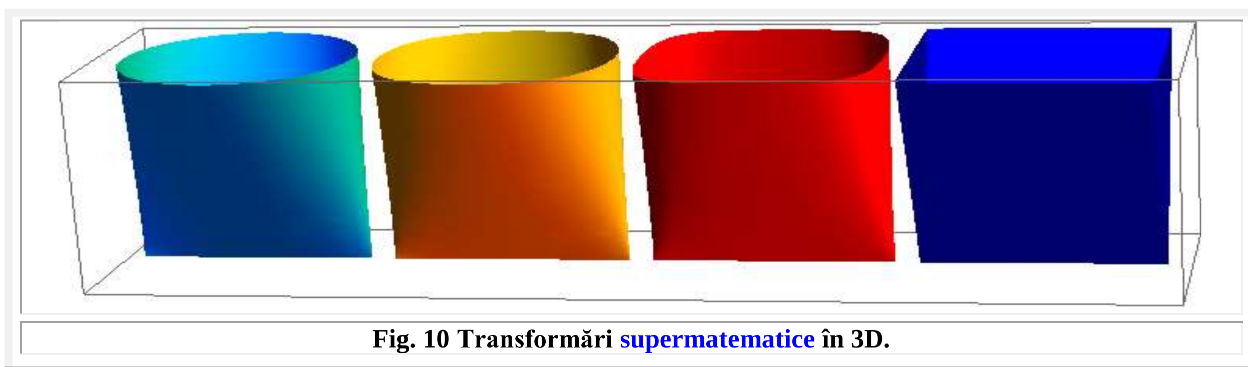


Fig. 10 Transformări supermatematice în 3D.

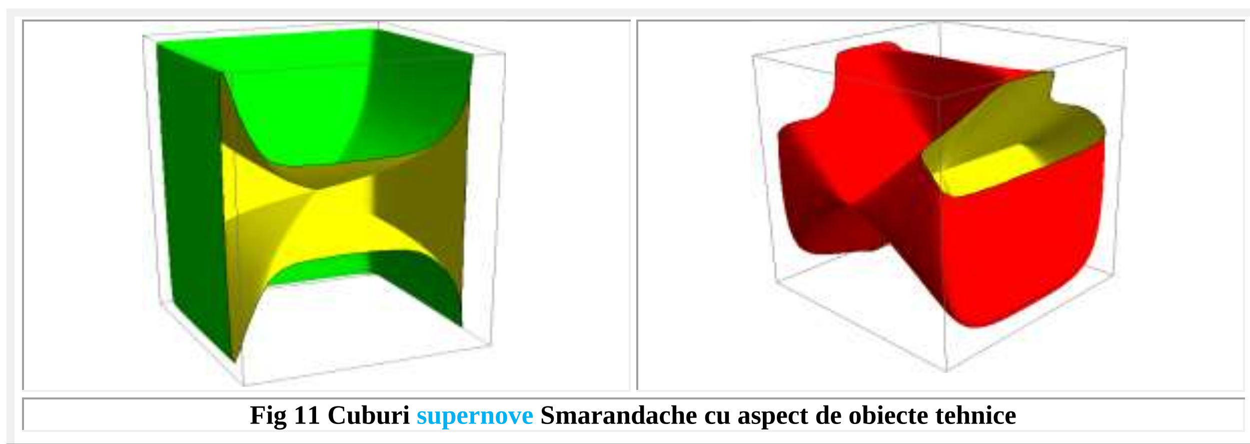


Fig 11 Cuburi supernove Smarandache cu aspect de obiecte tehnice

Un alt obiect **supermatematic** este **sferocubul**, obiect care în două proiecţii este un ***disc circular*** şi în a treia proiecţie un ***disc pătrat*** (**Fig. 12** ▲◀). Acest obiect era cunoscut ca formă şi în matematica centrică şi a fost chiar desenat, dar n-a fost reprezentat prin ecuaţii matematice parametrice aşa cum a făcut noua (super)matematică. Prin mici modificări în ecuaţiile de definire ale **sferocubului** (**cexθ** şi **sexθ**) s-au obţinut sferocuburi **supernove** **Smarandache**.

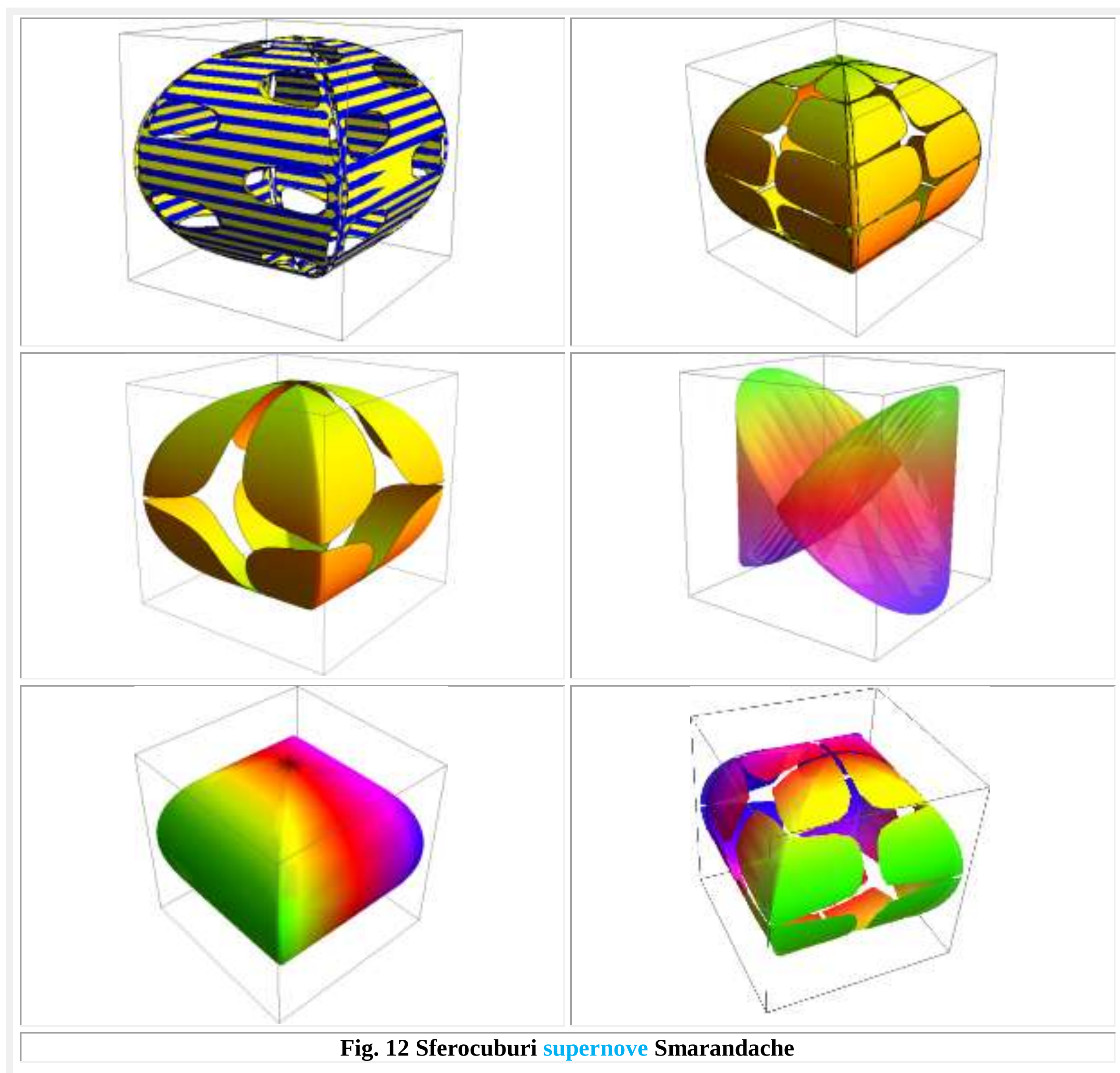


Fig. 12 Sferocuburi supernove Smarandache

Funcţia **supermatematică circulară excentrică (FSM─CE) radial excentric** de **variabilă centrică** α este prezentată în partea superioara a **figurii 13,a** în **2D** sus ▲ şi în **3D** dedesubt **▼.**

Există şi funcţii **radial excentrice de variabilă excentrică θ (Fig. 13,b)**.

Marele matematician Prof. Dr. Math. **Octav Em. Gheorghiu,** asistentul Prof. **Grigore C. Moisil** încă din timpul studenţiei şi şeful Catedrei de Matematică a Universităţii "POLITEHNICA" din Timişoara, a denumit această **FSM ─ CE** drept **"funcţie rege"** deoarece ea exprimă distanţa în plan dintre două puncte: unul pe cercul unitate / trigonometric şi altul în planul cercului, astfel că ea poate descrie ***singură*** toate ecuaţiile curbelor plane cunoscute în Matematica ordinară, denumită acum şi **Matematică Centrică** (**MC**) şi mult mai multe curbe din noua **Matematică Excentrică** (**ME**) a **SuperMatematicii** (**SM**).

FSM─CE radial excentric este distanţa în plan dintre **excentrul S(s, ε)** şi punctele **W**$_{1,2}$ ($x_{1,2}$**,** $y_{1,2}$) de pe cercul unitate **CU(O,1)** reprezentând, totodată, ***raza excentrică*** a cercului **r** = R.**rexθ** sau **r** = R.**Rex**α.

Aceste funcţii rege au făcut posibile exprimarea sumei şi a diferenţei a două numere complexe exprimate sub formă trigonometrică şi au permis determinarea unei relaţii de calcul simple, cu numai doi

termeni, a ***integralei eliptice complete*** de speţa întâi **K(k)** cu o precizie de minimum ***15 zecimale exacte*** !

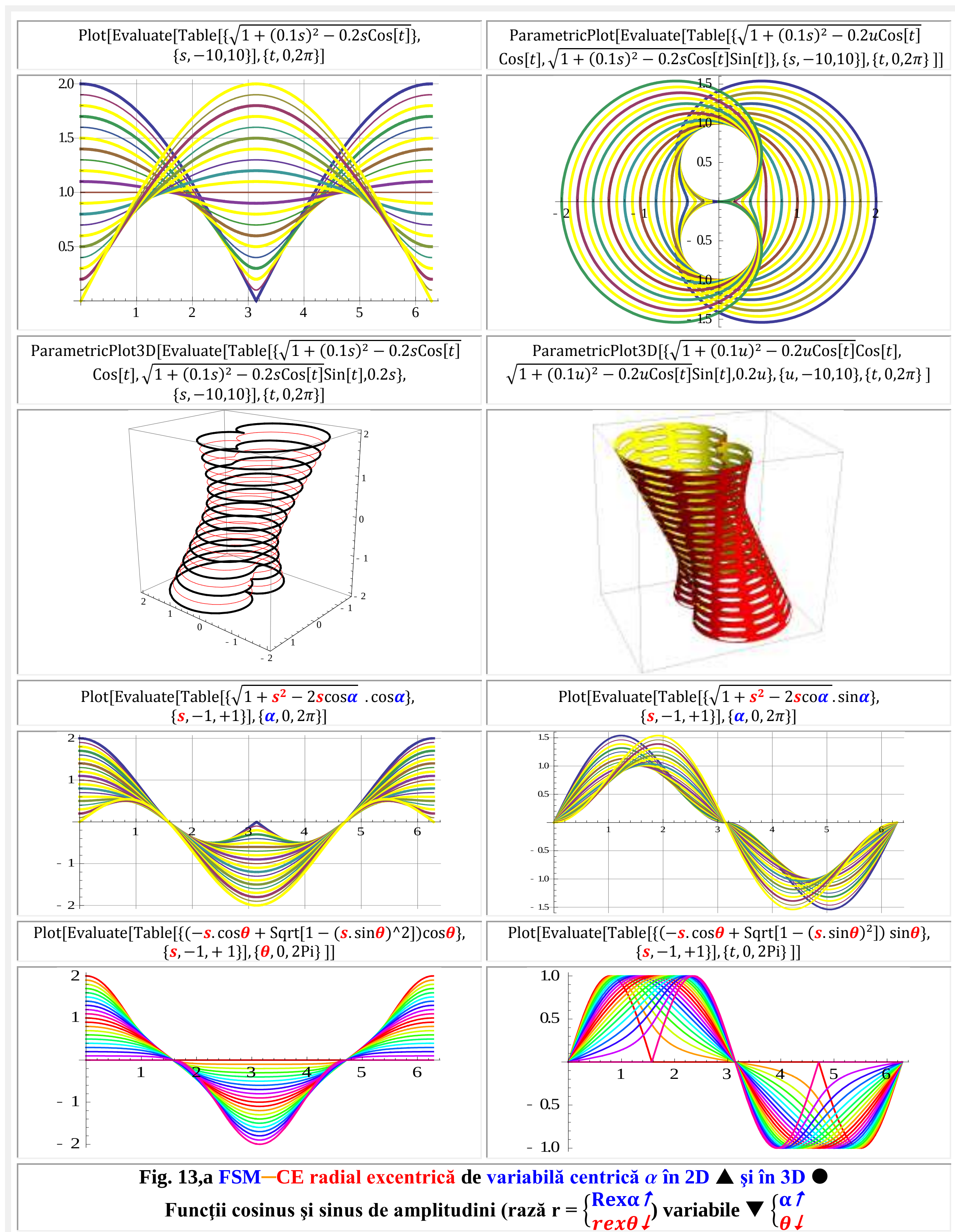


Fig. 13,a FSM—CE radial excentrică de variabilă centrică α în 2D ▲ şi în 3D ●
Funcţii cosinus şi sinus de amplitudini (rază r = {Rexα↑ / rexθ↓) variabile ▼ {α↑ / θ↓

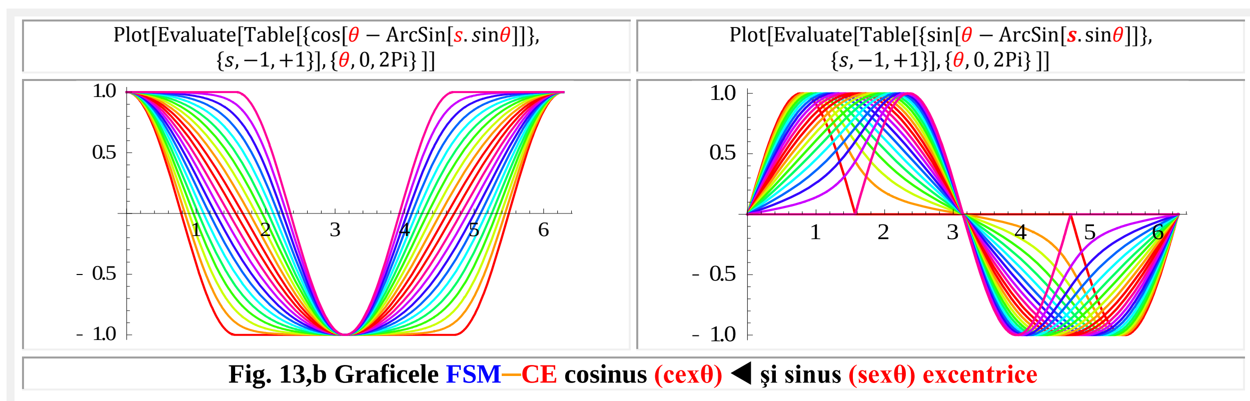


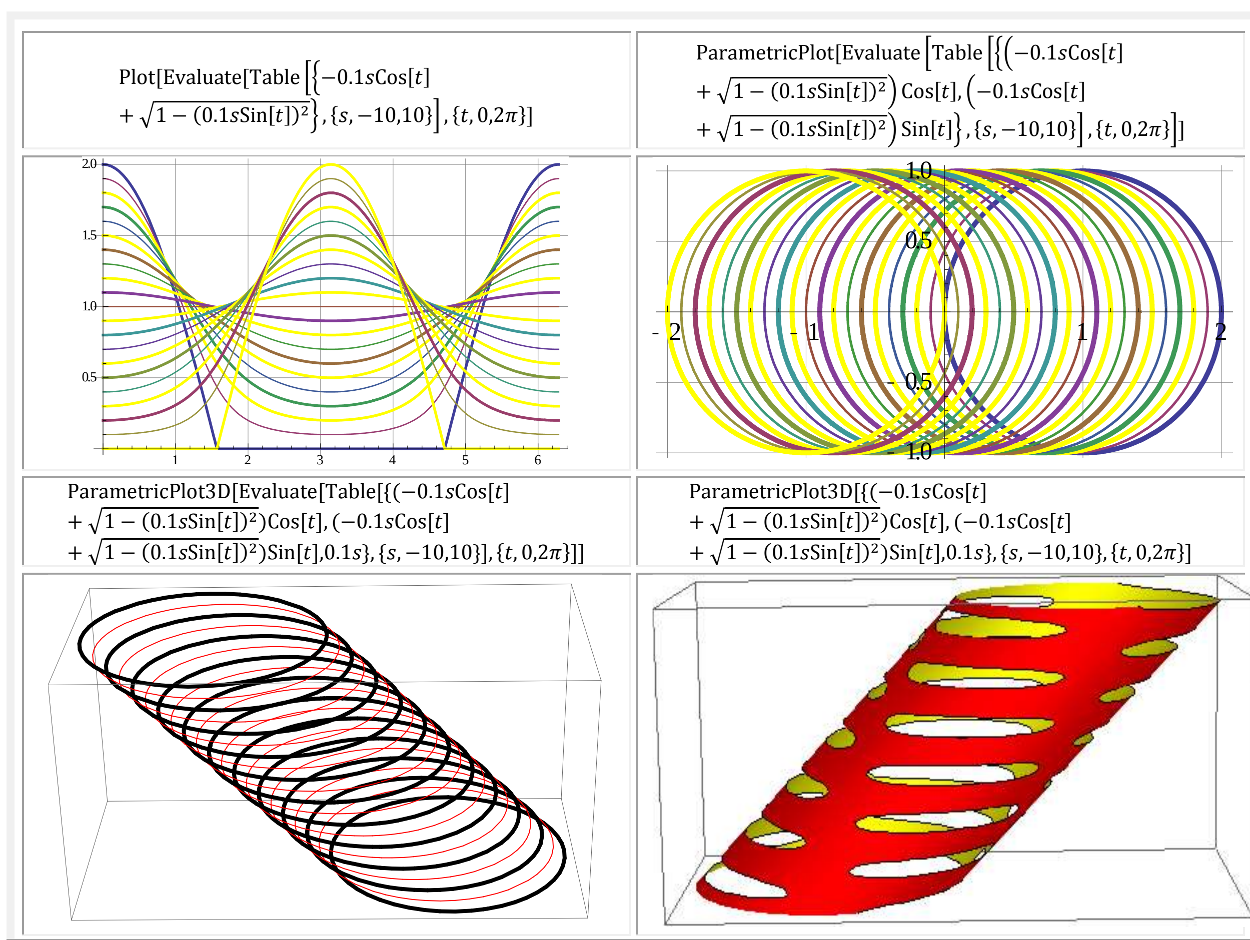
Fig. 13,b Graficele FSM—CE cosinus (cexθ) ◄ şi sinus (sexθ) excentrice

În **figura 13,b** sunt reprezentate **FSM—CE** cosinus (**cex**) şi sinus (**sex**) **excentrice** de variabilă **excentrică θ** care arata că sinusul excentric (y = **sexθ**) pe cercul unitate de rază R = 1 este identic cu sinusul excentric de rază variabilă r = **Rexα (y = Rexα. sinθ)** şi de variabilă **centrică α**, dar de excentricităţi unghiulare nule (**ε = 0**) adică :

(1) $y = sin\alpha = \sin[\theta - \beta(\theta)] = \sin[\theta - \arcsin[s.\sin\theta]] = \mathbf{sex\theta} = \mathbf{rex\theta}.\sin\theta = \mathbf{Rex\alpha}\,\sin\theta,$

deoarece **rexθ** = **Rexα:**

(2) $-\,s.\cos\theta + \sqrt{1 - s^2.sin^2\theta} = \sqrt{1 + s^2 - 2s.cos\alpha}$, **θ = α + β.**



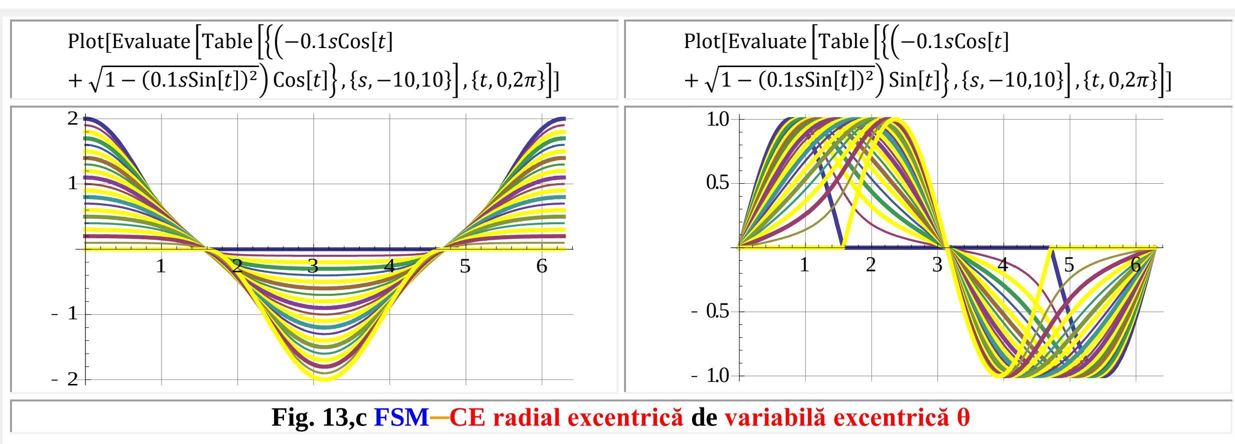


Fig. 13,c FSM–CE radial excentrică de variabilă excentrică θ

Fig.14 Sfere supernove Smarandache

```
ParametricPlot3D[{{0.1u Cos[t]/Sqrt[1 − (0.1uSin[t])^2] , 0.1u Sin[t]/Sqrt[1 − (0.1uCos[t])^2] , 0.2u}, {Cos[t] Cos[0.1Piu]/(Sqrt[1 -
→ None, PlotStyle → {Orange, Specularity[White, 20]}, Mesh → {{1/4}}, Boxed → False, ColorFunction
→ (ColorData["TemperatureMap"][#3]&), MeshFunctions → {Function[{x, y, z, t, u}, Sin[3t]Sin[3u]]}, Mesh → {{1/4}}, PlotPoints
→ 50, MeshShading → {FaceForm[Yellow, Cyan], None}]
```

Fig. 14 Cuburi supernove Smarandache

Motto : " A da ajutor matematicii, iată năzuinţa fizicianului."

Georg Christoph Lichtenberg

"Precum şi a inginerului " Autorul

CAPITOLUL XXII

TORURI SUPERNOVE ŞERBAN ŞELARIU

1 INTRODUCERE : TORURI CIRCULARE CENTRICE

După https://ro.wikipedia.org/wiki/Tor, torul a fost considerat pentru prima oară de ***Arhitas din Tarent*** *. În geometrie,* ***torul*** *este o suprafață generată de rotația unui cerc în spațiul tridimensional în jurul unei axe din planul său, axă care nu taie cercul (R > r). Tot „tor" se numesc și corpurile delimitate de astfel de suprafațe (în vorbirea colocvială forma se numește „****inel****")* **(Fig. 1 ◀)**.

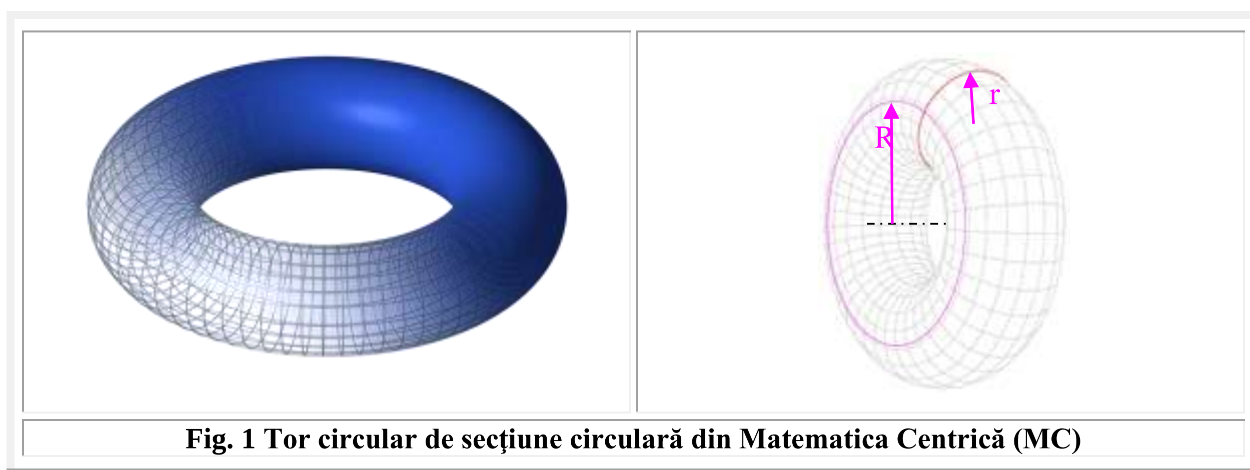


Fig. 1 Tor circular de secţiune circulară din Matematica Centrică (MC)

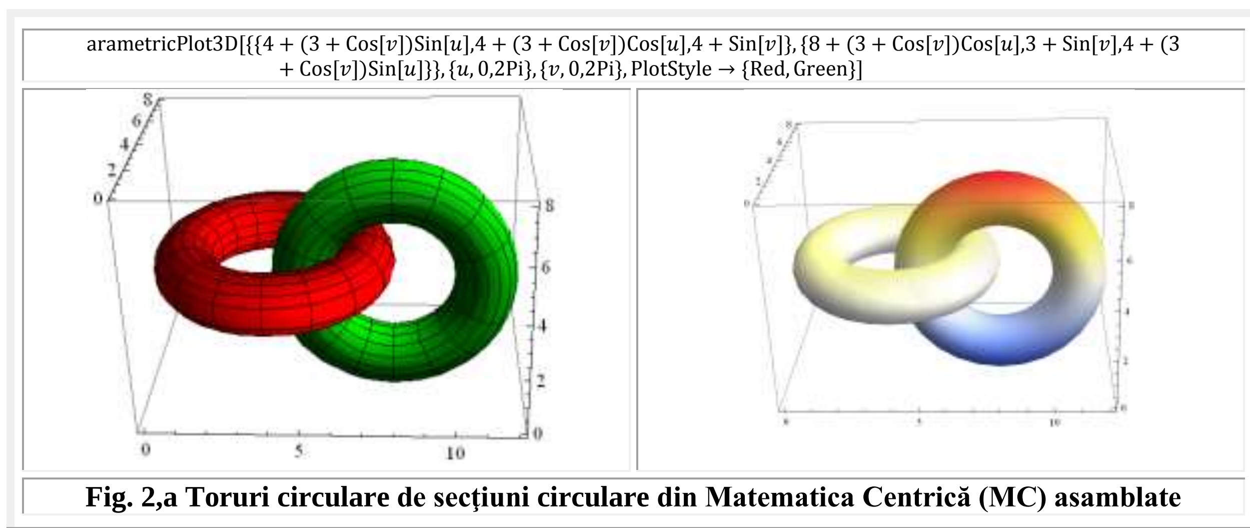


Fig. 2,a Toruri circulare de secţiuni circulare din Matematica Centrică (MC) asamblate

Un tor circular centric de secţiune circulară, aparţinând ***Matematicii Centrice*** (**MC**) este definit prin ecuaţii parametrice astfel:

(1) $$\begin{cases} x(u,v) = (R + r.cosv)\, cosu \\ y(u,v) = (R + r.cosv)\, sinu \\ \quad z(u,v) = r.sinv \end{cases}$$

în **care *u, v*** ∈ [0, 2π], ***R*** este distanța de la centrul cercului generator la axă (centrul torului) şi ***r*** este raza cercului generator (**Fig.1 ▶**)

Ecuația acestui tip de tor este:

(2) $$(x^2 + y^2 + z^2 + R^2 - r^2)^2 - 4R^2(x^2 + y^2) = 0.$$

În **figura 2** sunt prezentate două ***toruri circulare centrice*** de secţiune circulară în stare asamblată, aparţinând de **Matematica ordinară** pe care, acum, o denumim **Centrică** (**MC**). O familie de toruri circulare centrice divers colorate sunt prezentate în **figura 3**.

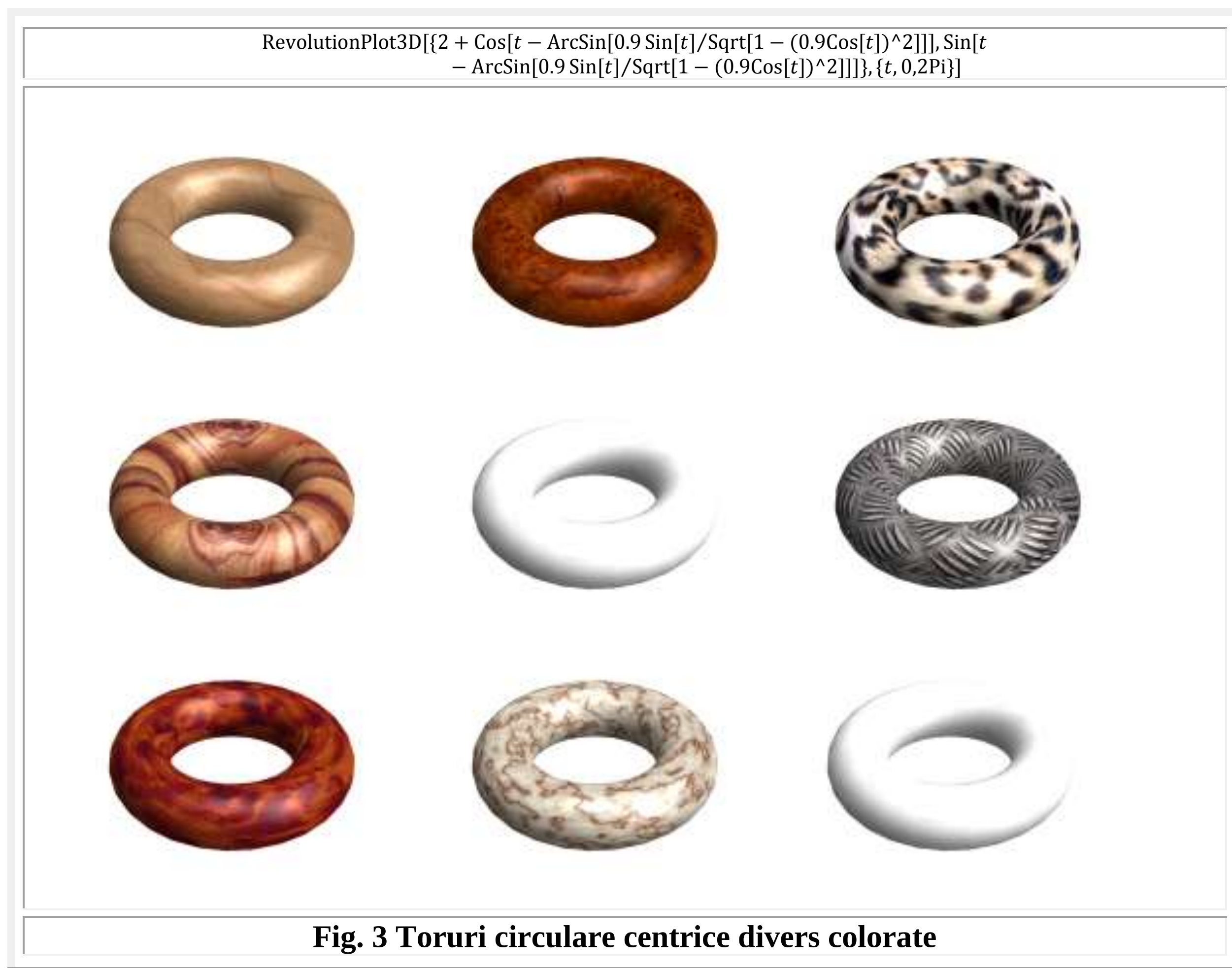


Fig. 3 Toruri circulare centrice divers colorate

In funcţie de raportul razelor R şi r torul circular centric poate avea diverse forme; pentru R > r torul are forma clasică cu orificiu central iar pentru $R \leq r$ acest orificiu dispare sau suprafeţele torului se autointerpătrund ().

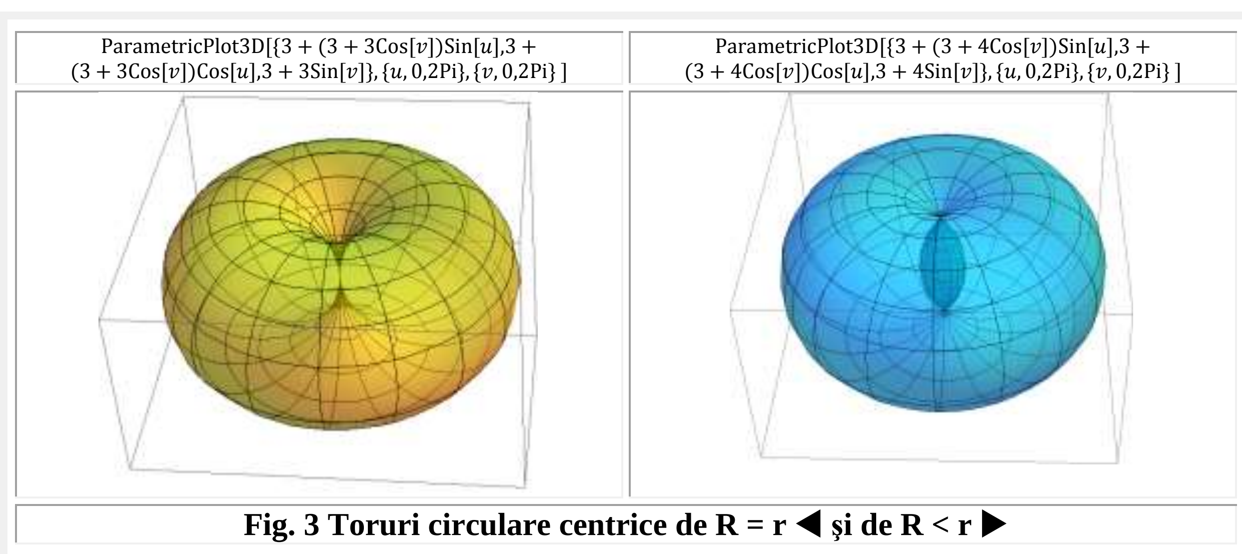


Fig. 3 Toruri circulare centrice de R = r ◀ şi de R < r ▶

2. TORURI SUPERMATEMATICE

Torurile **supermatematice** (**SM**) de diverse forme (cilindrice şi pătrate) şi de diverse secţiuni, în stare asamblată, sunt prezentate în **figura4** împreună cu ecuaţiile lor parametrice şi cu comenzile de colorare şi reprezentare în **3D**. În marea lor majoritatea ele au fort reprezentate în stare asamblată (câte două toruri).

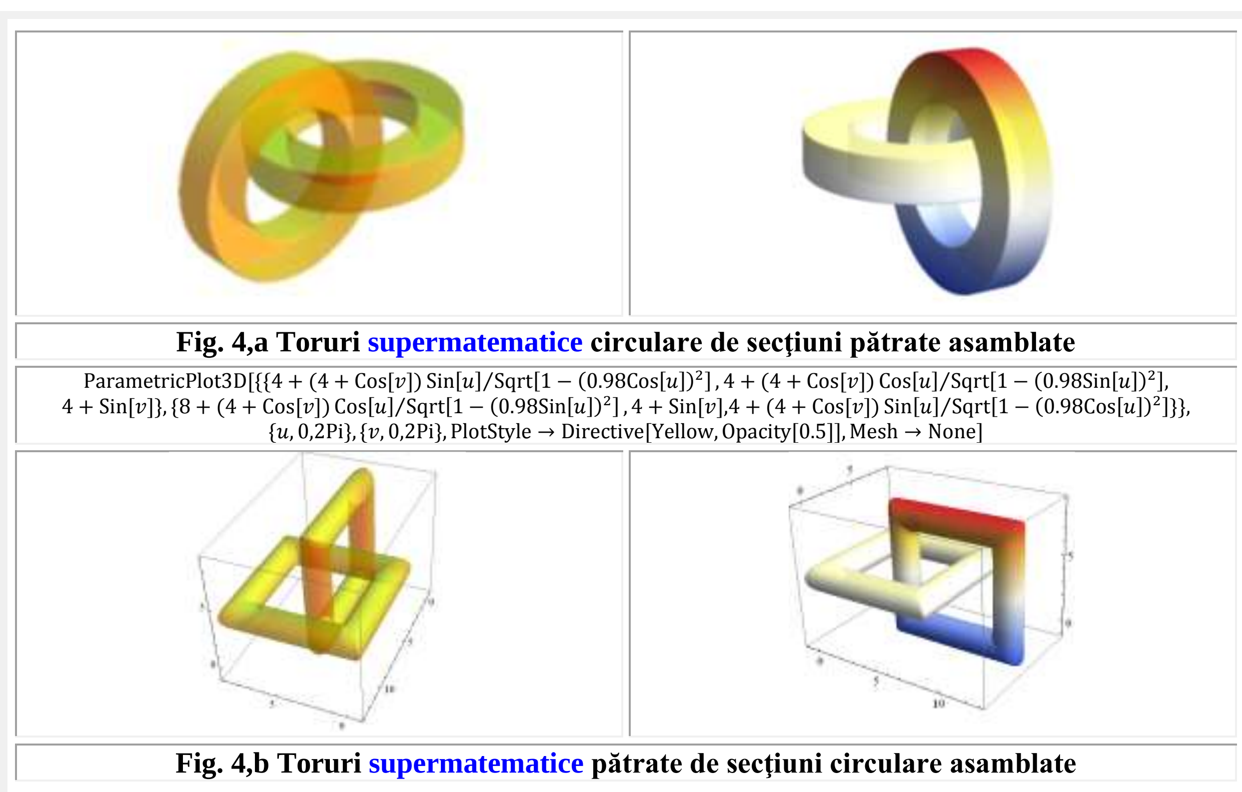
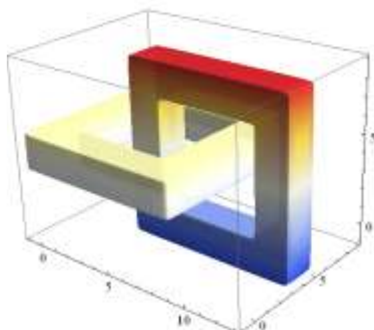


Fig. 4,a Toruri supermatematice circulare de secţiuni pătrate asamblate

Fig. 4,b Toruri supermatematice pătrate de secţiuni circulare asamblate

```
ParametricPlot3D[{{4 + (4 + Cos[v]/Sqrt[1 − (0.98Sin[v])^2]) Sin[u]/Sqrt[1 − (0.98Cos[u])^2] , 4 + (4
        + Cos[v]/Sqrt[1 − (0.98Sin[v])^2]) Cos[u]/Sqrt[1 − (0.98Sin[u])^2] , 4
        + Sin[v]/Sqrt[1 − (0.98Cos[v])^2]}, {8 + (4
        + Cos[v]/Sqrt[1 − (0.98Sin[v])^2]) Cos[u]/Sqrt[1 − (0.98Sin[u])^2] , 4
        + Sin[v]/Sqrt[1 − (0.98Cos[v])^2] , 4 + (4
        + Cos[v]/Sqrt[1 − (0.98Sin[v])^2]) Sin[u]/Sqrt[1 − (0.98Cos[u])^2]}}, {u, 0,2Pi}, {v, 0,2Pi}, PlotStyle
        → Directive[Yellow, Opacity[0.9]], Mesh → None, ColorFunction → (ColorData["TemperatureMap"][#3]&)]
```



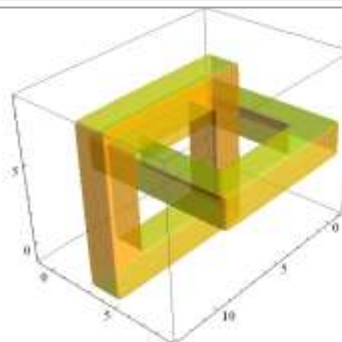


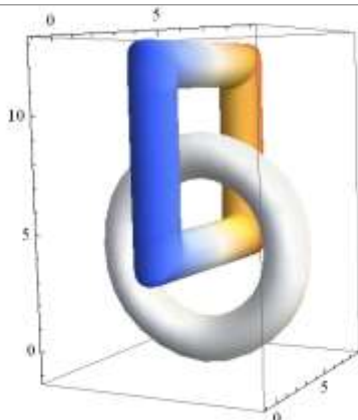
Fig. 4,c Toruri supermatematice pătrate de secţiuni pătrate

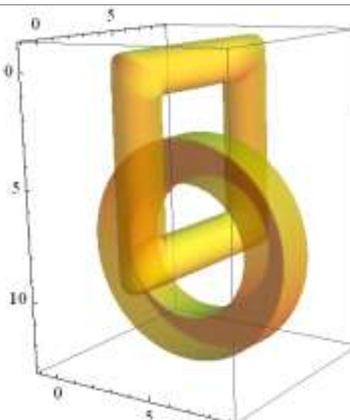




Fig. 4,d Tor circular de secţiune triangulară şi
tor circular de secţiune pătrata în tor pătrat de secţiune pătrată

```
ParametricPlot3D[{{4 + (4 + Cos[v]) Sin[u]/Sqrt[1 − (0.2Cos[2u])^2] , 4 + (4 + Cos[v]) Cos[u]/Sqrt[1 − (0.2Sin[2u])^2] , 4
        + Sin[v]}, {8 + (4 + Cos[v]) Cos[u]/Sqrt[1 − (0.98Sin[u])^2] , 4 + Sin[v],4 + (4
        + Cos[v]) Sin[u]/Sqrt[1 − (0.98Cos[u])^2]}}, {u, 0,2Pi}, {v, 0,2Pi}, PlotStyle
        → Directive[Yellow, Opacity[0.9]], Mesh → None, ColorFunction → (ColorData["TemperatureMap"][#3]&)]
```





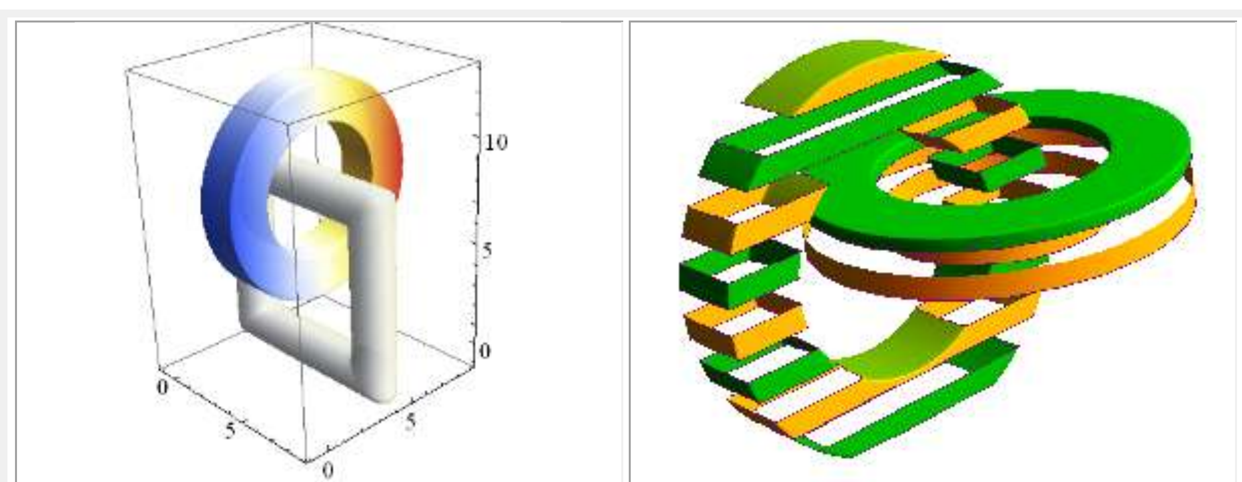


Fig. 4,e Toruri combinate centrice şi supermatematice

```
ParametricPlot3D[{(1 − Cos[t − ArcSin[0.4Sin[t]]])Cos[u], (1 − Cos[t − ArcSin[Cos[u]Sin[t]]])Sin[u],
Sin[t − ArcSin[0.8Sin[t]]]}, {t, 0,2Pi}, {u, 0, Pi}, PlotPoints → 30, PlotStyle → Directive[Yellow, Opacity[0.5]], Mesh → None]
```

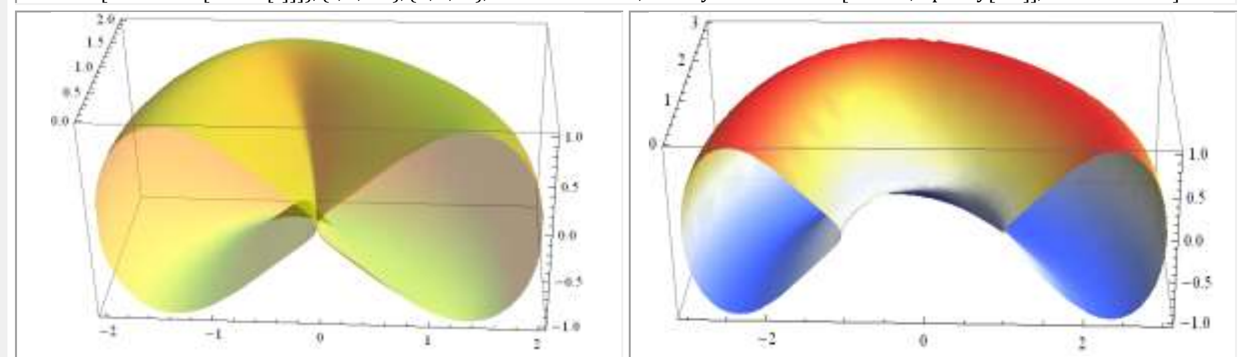


Fig. 4,f Toruri supermatematice circulare de secţiune lemniscată

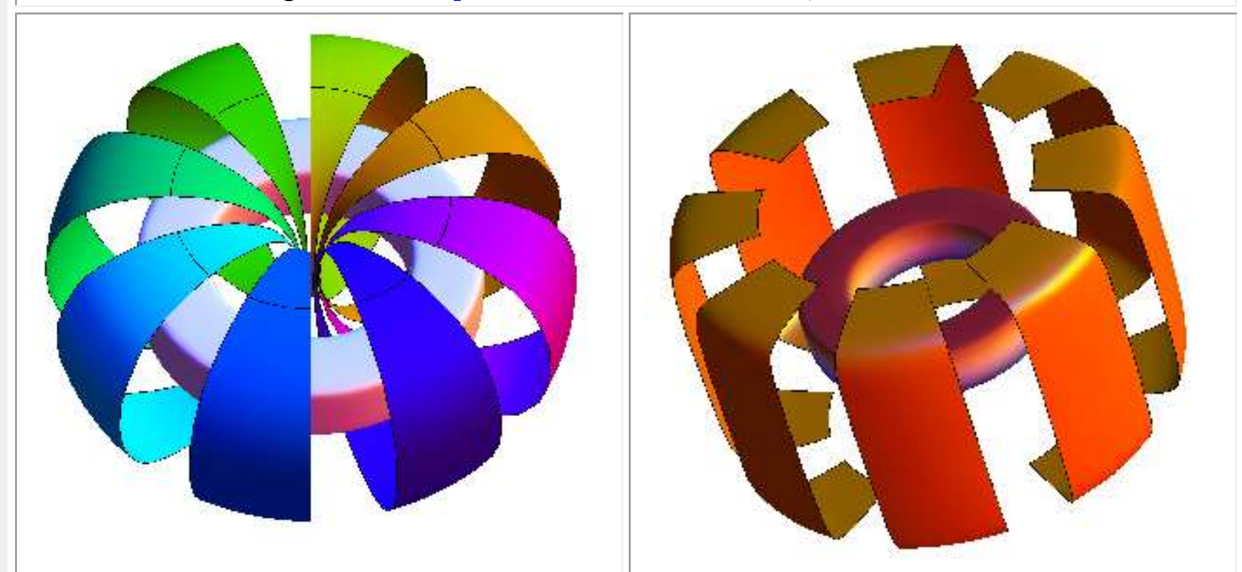


Fig. 4,g Tor circular pătrat în tor circular şi tor circular pătrat in tor circular pătrat

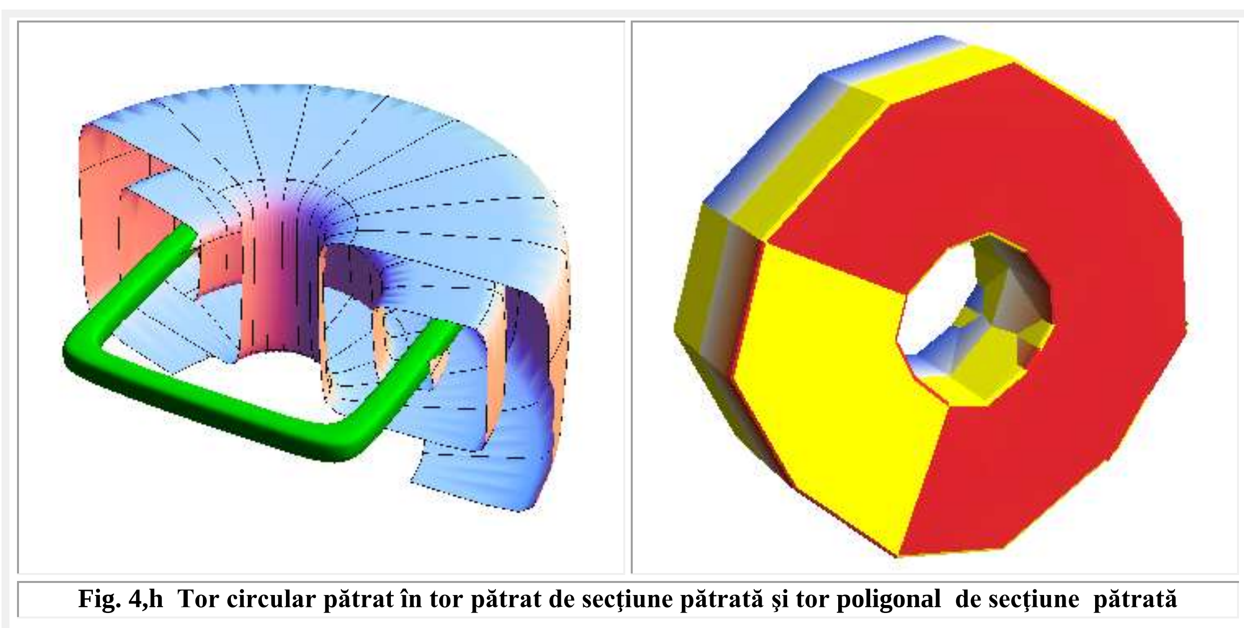


Fig. 4,h Tor circular pătrat în tor pătrat de secţiune pătrată şi tor poligonal de secţiune pătrată

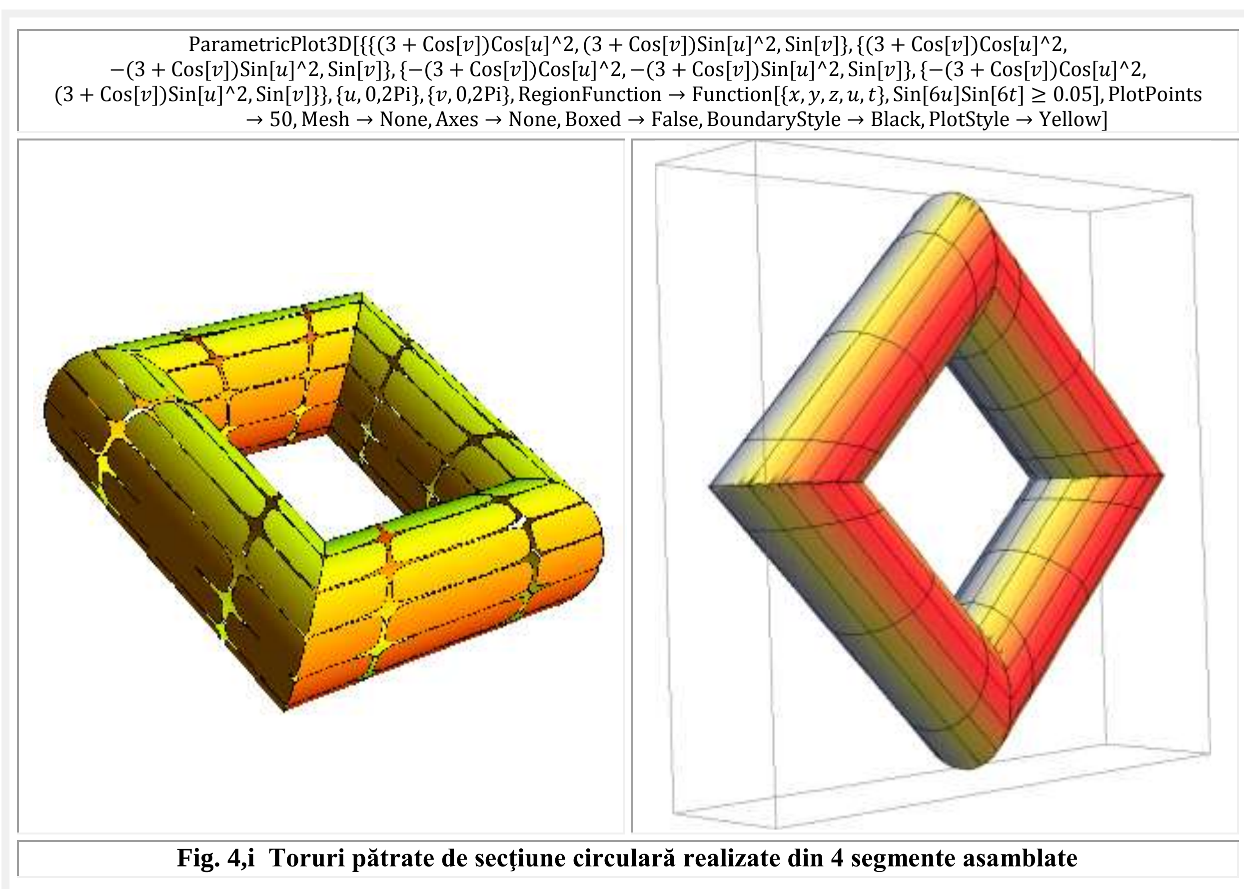


Fig. 4,i Toruri pătrate de secţiune circulară realizate din 4 segmente asamblate

TORURI SUPERNOVE ŞERBAN ŞELARIU

Ing. ŞERBAN ŞELARIU este absolvent al Universităţii "Politehnica" din Timişoara, Facultatea de Mecanică, Secţia de Tehnologia Construcţiilor de maşini (TCM), Specialitatea de Mecatronică, promoţia 1991, prima specializare de acest fel infiinţată în România (1989) şi nu numai.

Angajat ca inginer proiectant de stanţe şi matriţe la intreprinderea **Elba** (Electro-Banat) din Timişoara a fost trimis la specializare în acest domeniu la Bucureşti, la un curs de specialitate susţinut de profesori americani de înaltă profesionalitate.

În activitatea sa de proiectant asistat de calculator s-a folosit de mai multe programe de specialitate dintre care amintim: AutoCad, SolidEdge, Catia, SolidWoks, ….. şi a realizat proiecte şi pentru alte ţări (export).

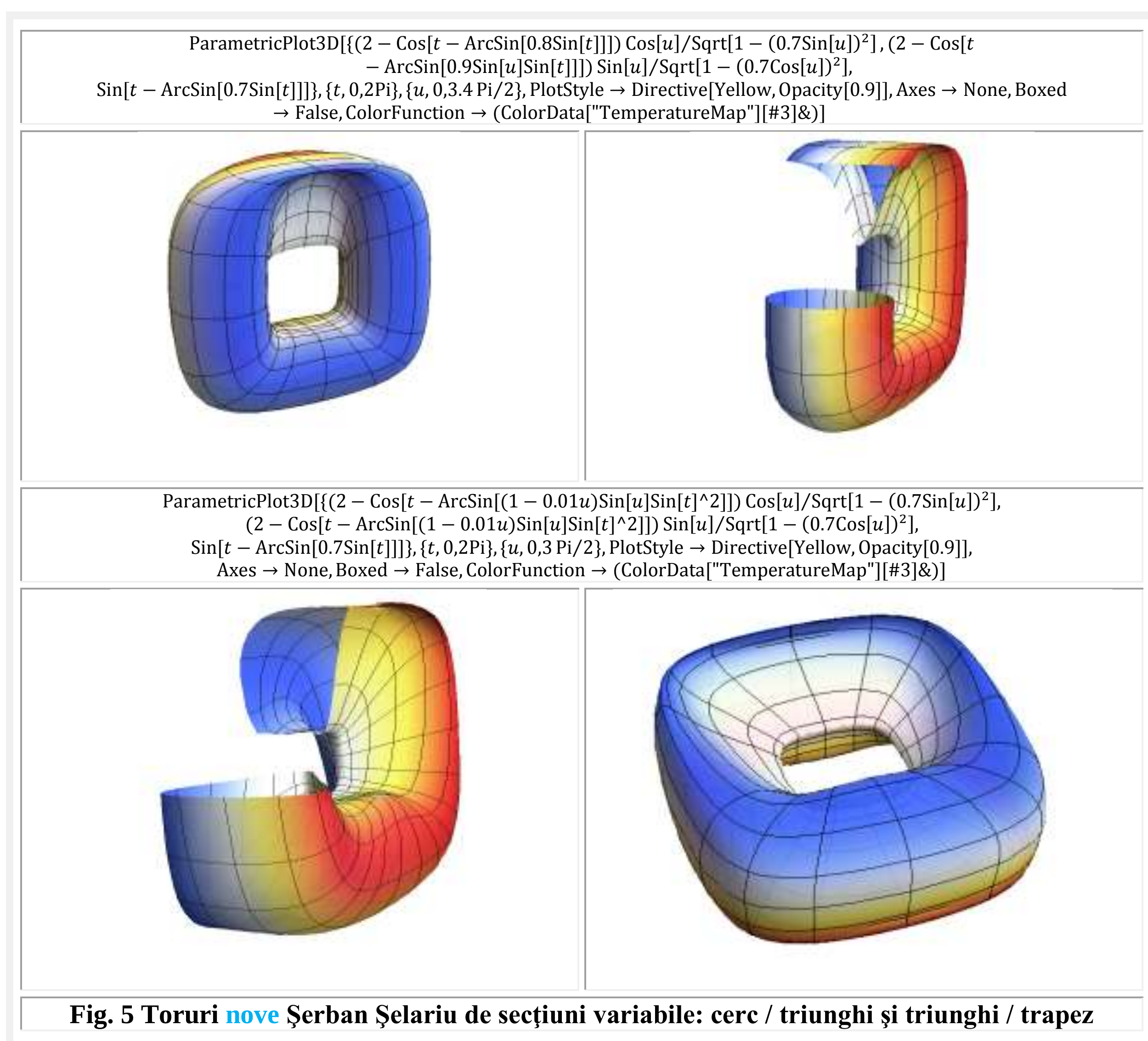


Fig. 5 Toruri nove Şerban Şelariu de secţiuni variabile: cerc / triunghi şi triunghi / trapez

Aflând că în cadrul supermatematicii s-a reuşit realizarea unor toruri de formă pătrată, triunghiulară ş.m.a. de secţiuni, circulare, pătrate, triunghiulare ş.a. a proiectat toruri de diverse forme dar de secţiune variabilă. Ca de exemplu, un tor circular sau pătrat care în secţiune începe circular şi se termină pătrat, triunghiular sau de altă formă. Iniţial ele au fost realizate prin programe de proiectare asiatată de calculator. Ulterior ele au fost realizate şi prin ecuaţii parametrice **supermatematice**. Din acel moment ele au devenit şi toruri **nove** (plane) şi prin strâmbarea lor în **3D** au devenit şi toruri **supernove** **Şerban Şelariu**.

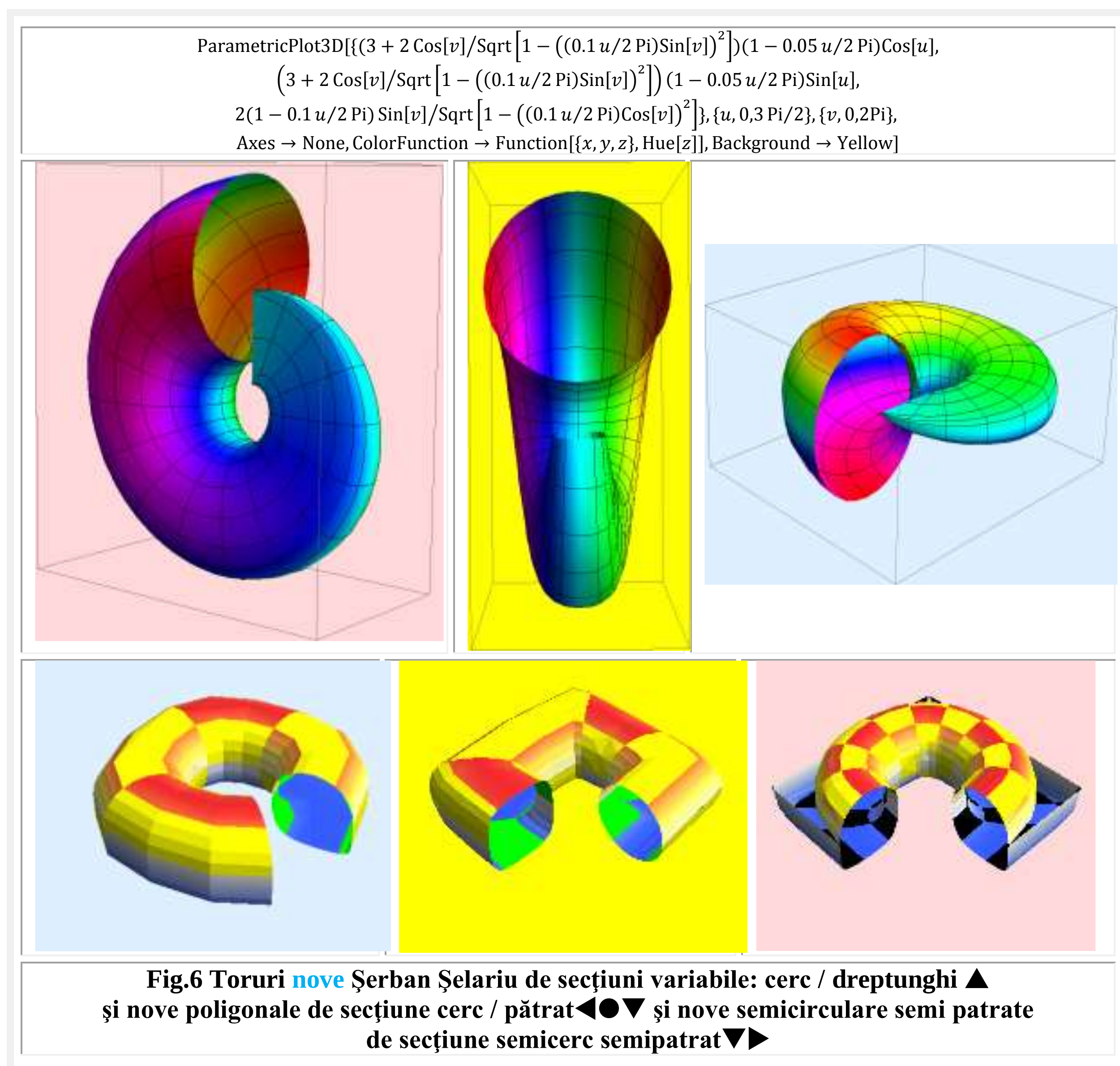
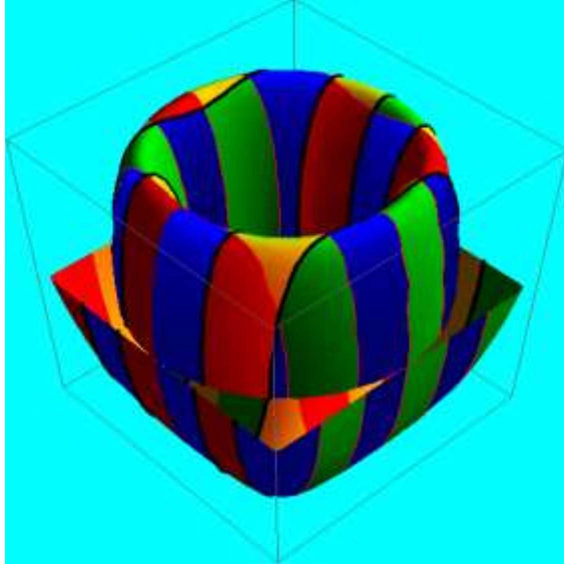
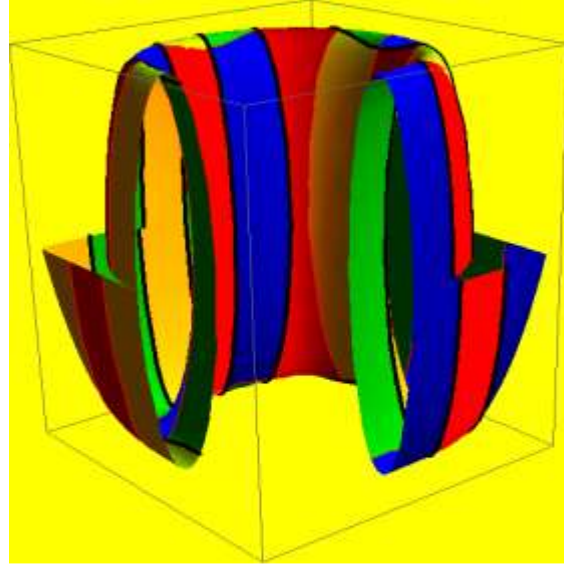
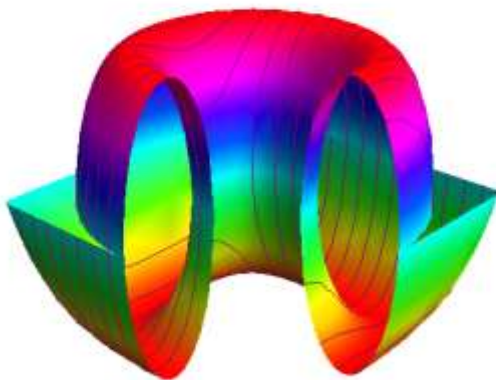
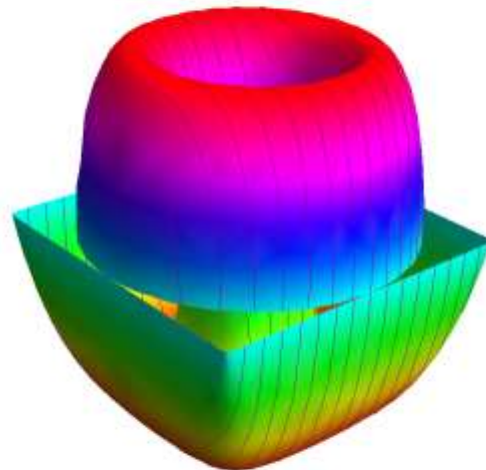


Fig.6 Toruri nove Şerban Şelariu de secţiuni variabile: cerc / dreptunghi ▲ şi nove poligonale de secţiune cerc / pătrat◀●▼ şi nove semicirculare semi patrate de secţiune semicerc semipatrat▼▶

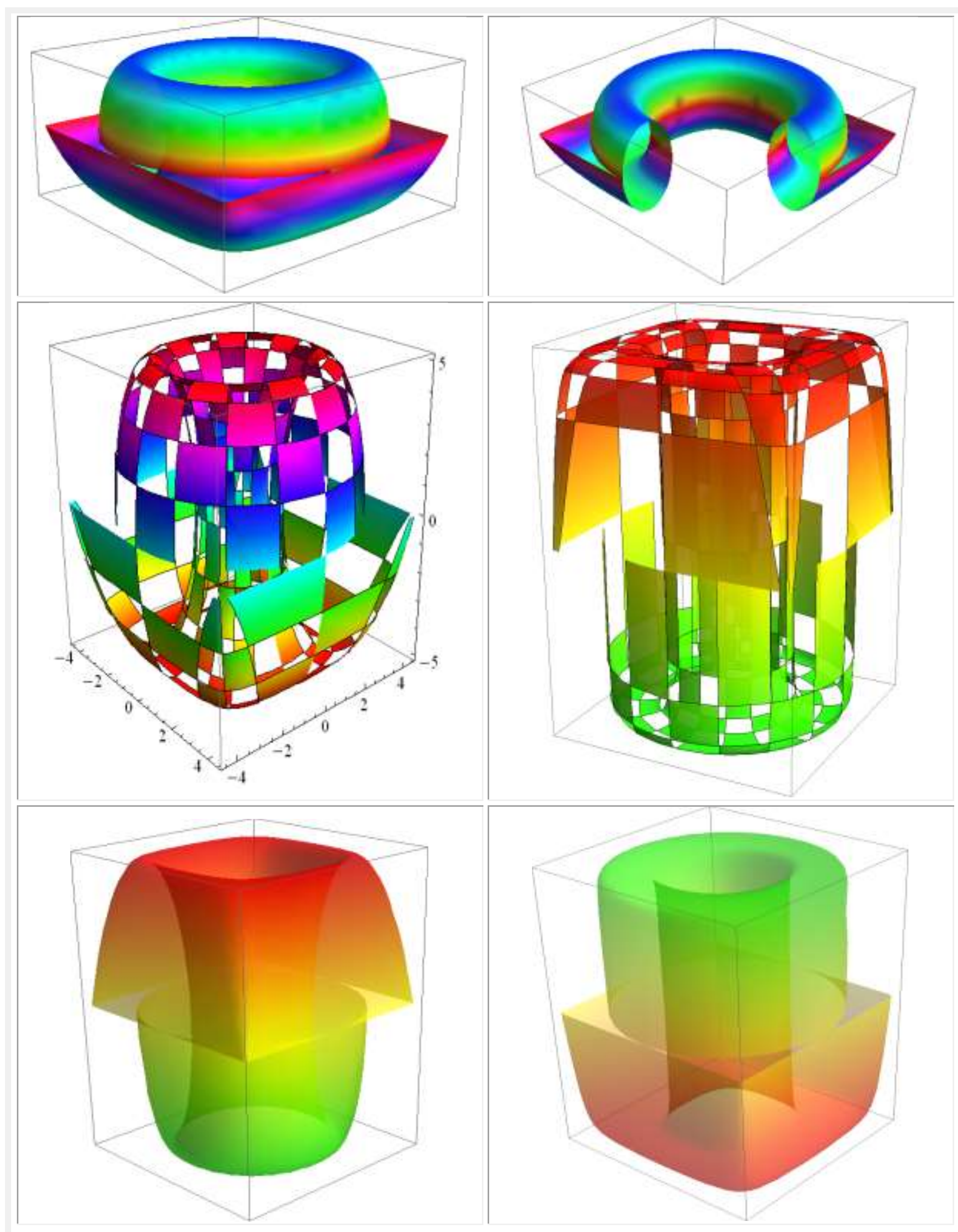
```
ParametricPlot3D[{(3 + Cos[v]) Cos[u]/Sqrt[1 − ((0.1 v/2 Pi)Sin[u])^2],
(3 + Cos[v]) Sin[u]/Sqrt[1 − ((0.1 v/2 Pi)Cos[u])^2], 5Sin[v]},
{u, 0,2Pi}, {v, 0,2Pi}, Mesh → 5, MeshFunctions → {#1&, #2&}
MeshShading → {{Yellow, Red}, {Green, Blue}}, MeshStyle → {Red, Thick}, Axes → None, Background → Cyan]
```

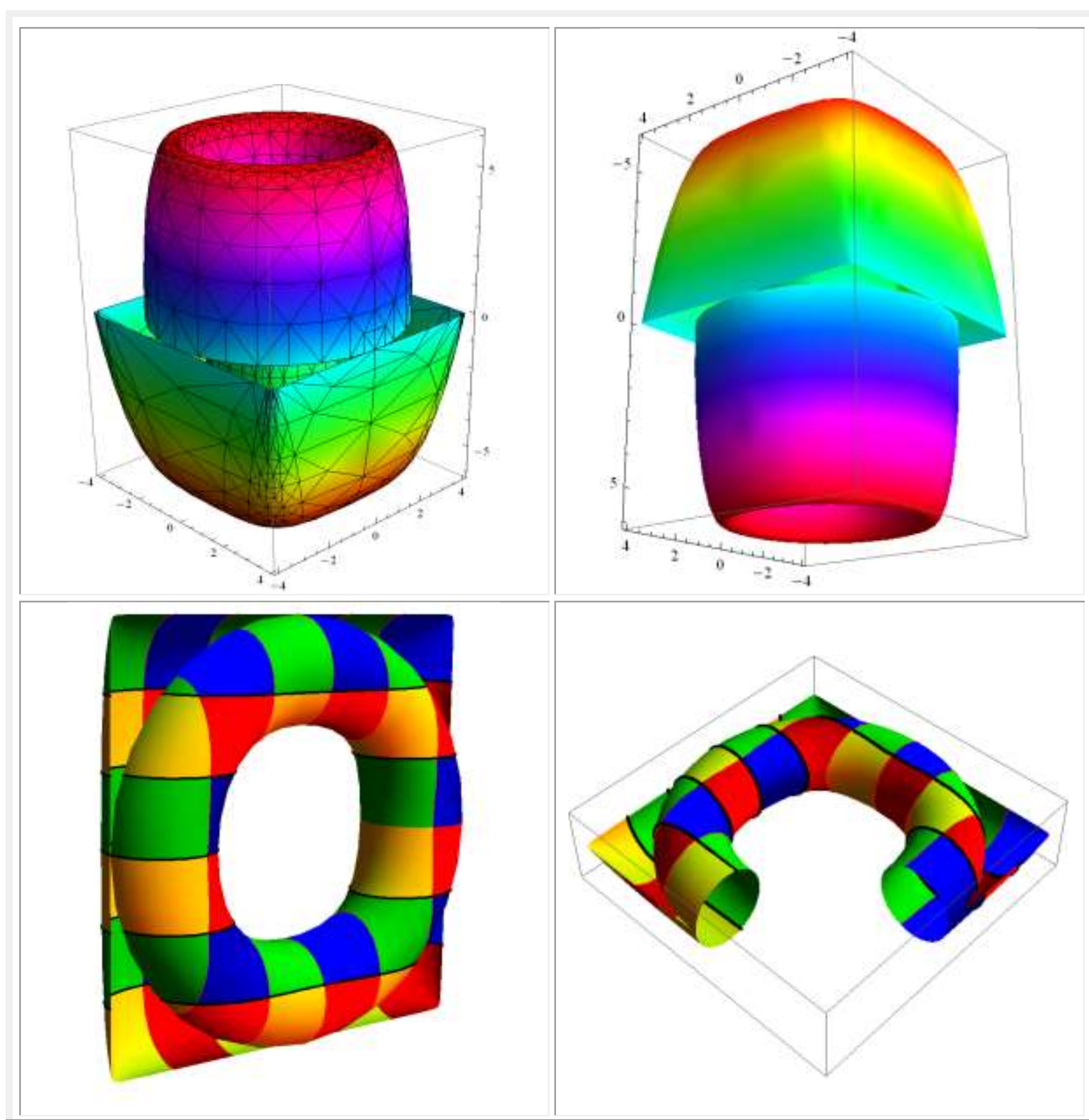



```
ParametricPlot3D[{(3 + 1.5Cos[v]) Cos[u]/Sqrt[1 − ((0.1 v/2 Pi)Sin[u])^2], (3
+ 1.5Cos[v]) Sin[u]/Sqrt[1 − ((0.1 v/2 Pi)Cos[u])^2], 4Sin[v]}, {u, 0,3 Pi/2}, {v, 0,2Pi},
Boxed → False, BoxRatios → Automatic, Axes → None, Ticks → {Range[−2Pi, 2Pi, Pi], {0,1,2}}, Axes → None, ColorFunction
→ Function[{x, y, z}, Hue[z]], Axes → None, BoxRatios → Automatic, MeshFunctions → {#1&}, MeshStyle
→ Purple, MeshShading → {None, Green, None, Yellow}Background → Black]
```

```
ParametricPlot3D[{(3+Cos[v]) Cos[u]/Sqrt[1-((0.1v/2Pi)Sin[u])^2],(3+Cos[v]) Sin[u]/Sqrt[1-((0.1v/2Pi)Cos[u])^2],2Sin[v]},
{u,0,2 Pi},{v,0,2 Pi},Mesh→False,Axes→None,ColorFunction,Function[{x,y,u,v},
Directive[Hue[u/(Pi)],Opacity[0.9]]],ColorFunctionScaling→{True,True,False,True}]
```


5
0
−5
−4
−2
0
2
4
4
2
0
−2
−4



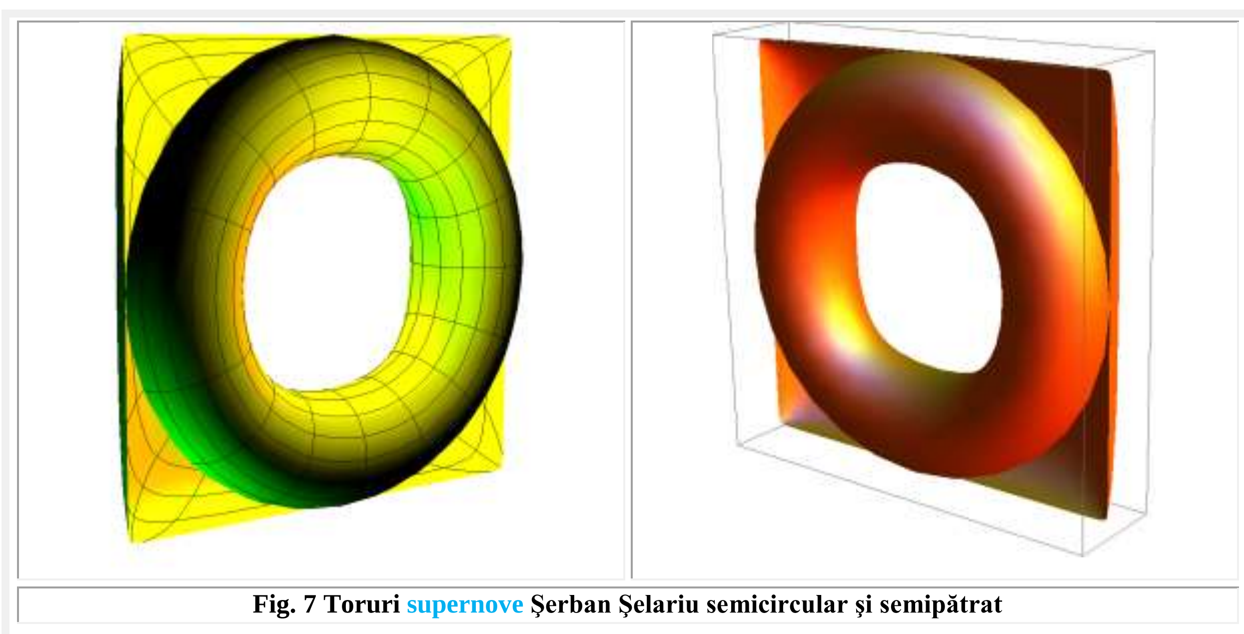
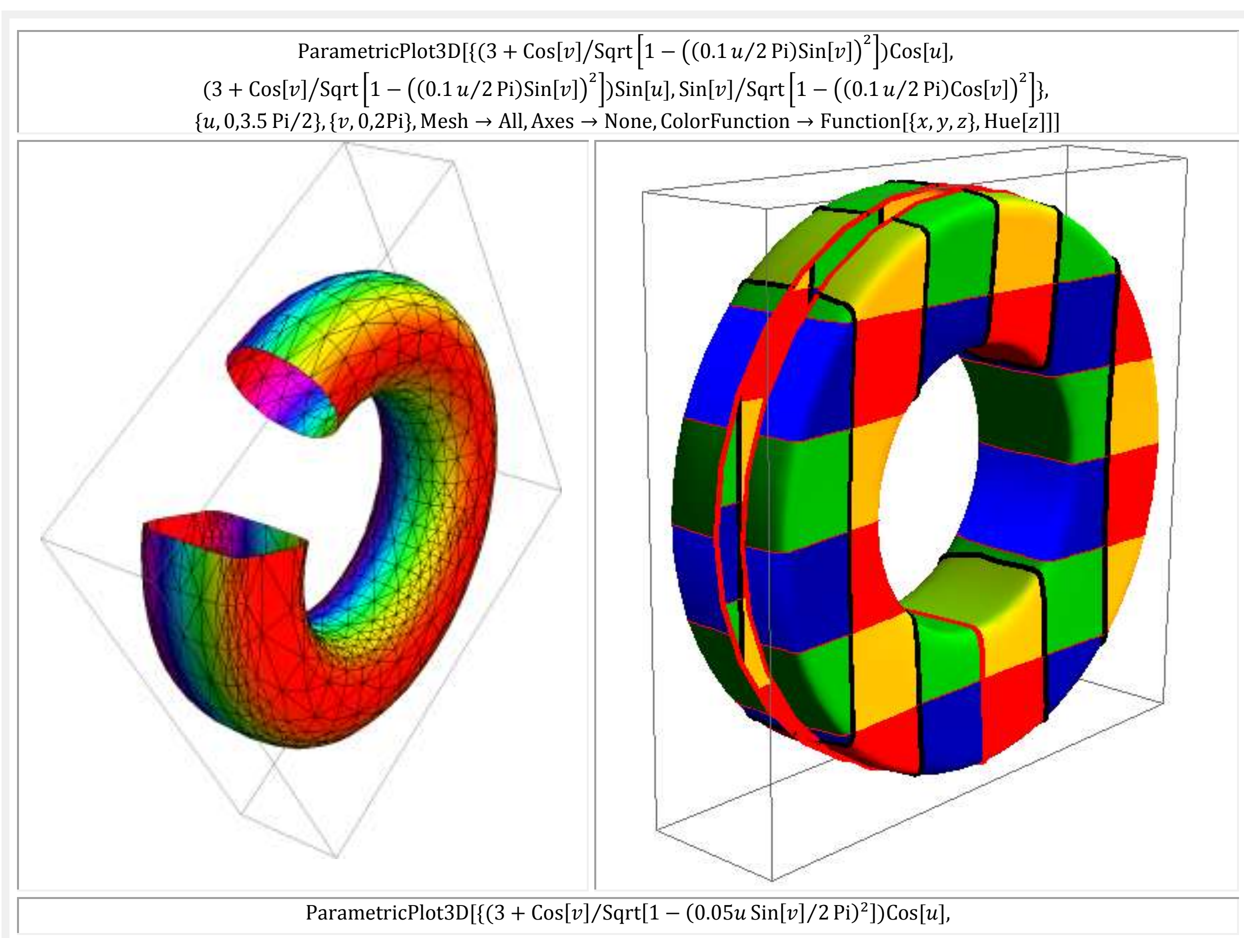


Fig. 7 Toruri supernove Şerban Şelariu semicircular şi semipătrat



```
ParametricPlot3D[{(3 + Cos[v]/Sqrt[1 − ((0.1 u/2 Pi)Sin[v])^2])Cos[u],
(3 + Cos[v]/Sqrt[1 − ((0.1 u/2 Pi)Sin[v])^2])Sin[u], Sin[v]/Sqrt[1 − ((0.1 u/2 Pi)Cos[v])^2]},
{u, 0,3.5 Pi/2}, {v, 0,2Pi}, Mesh → All, Axes → None, ColorFunction → Function[{x, y, z}, Hue[z]]]
```

```
ParametricPlot3D[{(3 + Cos[v]/Sqrt[1 − (0.05u Sin[v]/2 Pi)^2])Cos[u],
```

```
(3 + Sin[v]/Sqrt[1 − (0.05u Sin[v]/2 Pi)^2])Sin[u], Sin[v]}, {u, 0,3 Pi/2}, {v, 0,2Pi}, Mesh−> 5, MeshFunctions−
    > {#1&, #2&}, MeshShading−> {{Yellow, Red}, {Green, Blue}}, MeshStyle−> {Red, Thick}, Axes−> None]
```

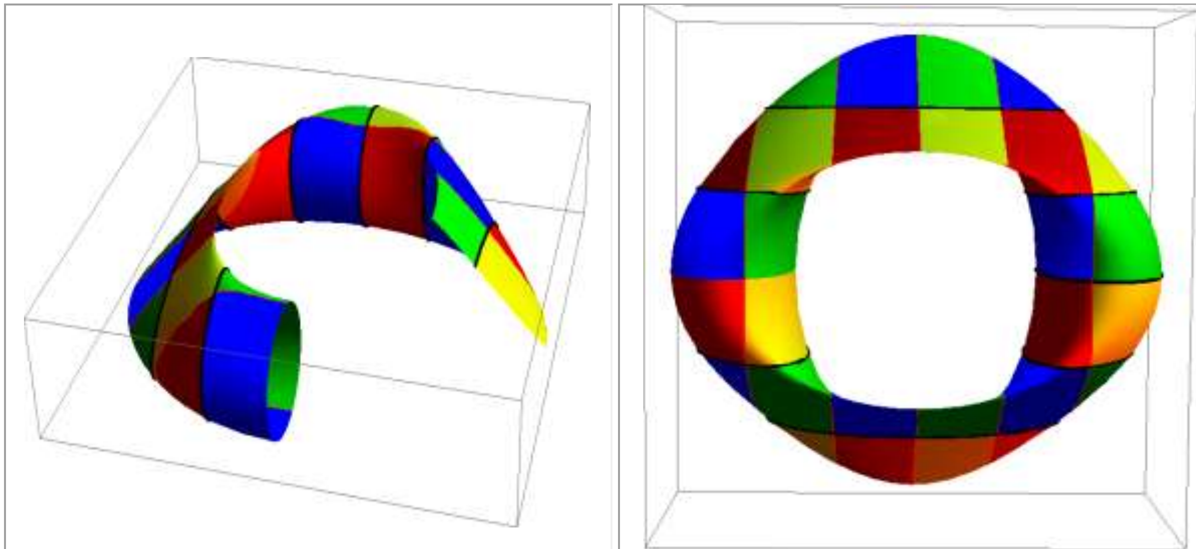
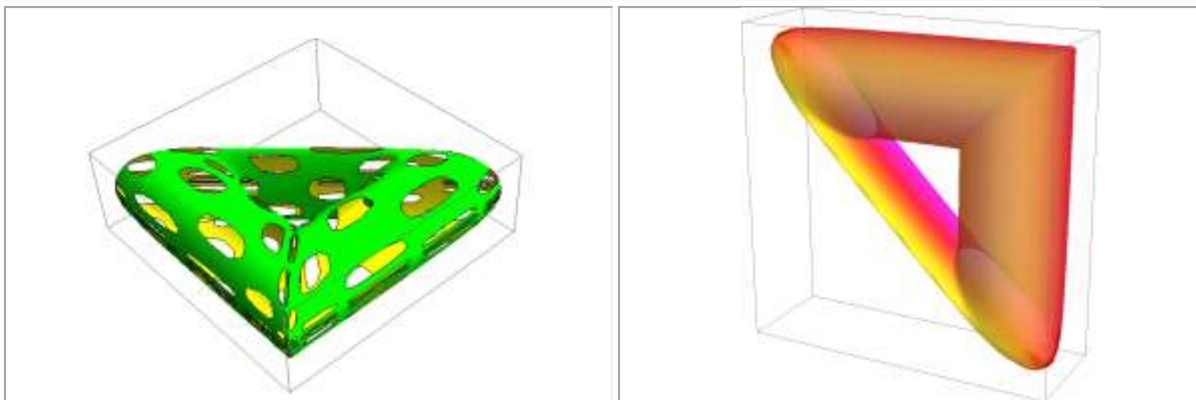
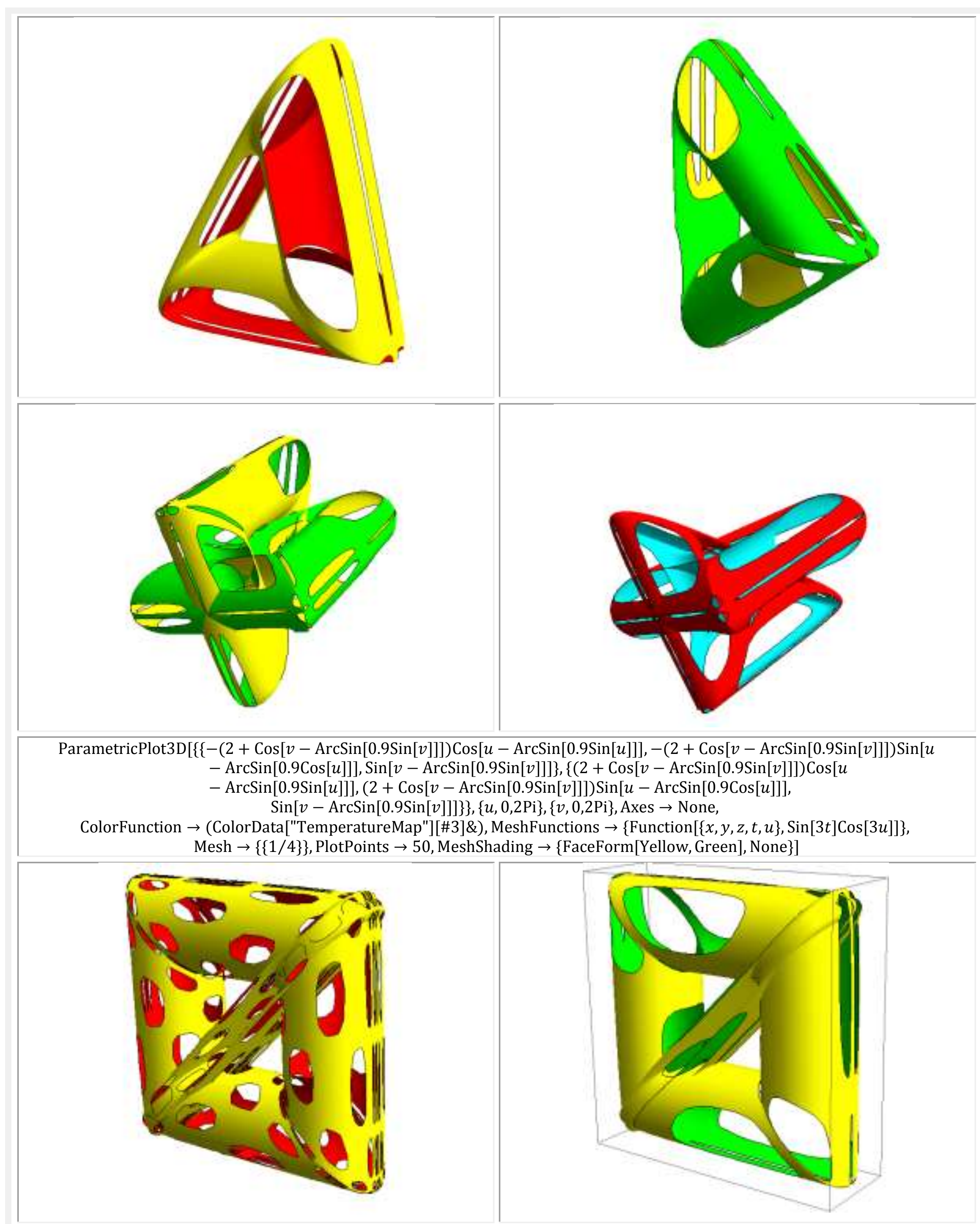


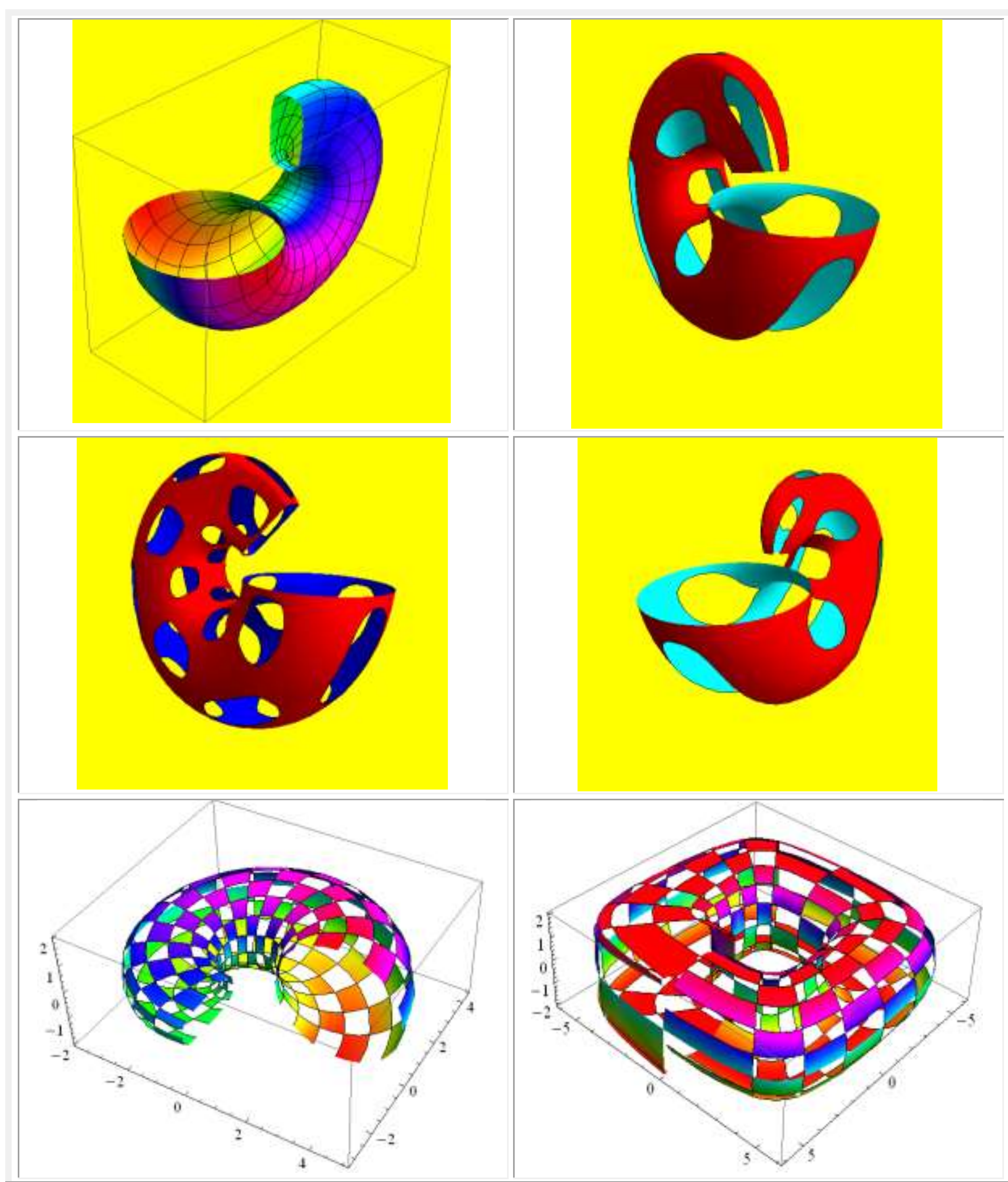
Fig.8

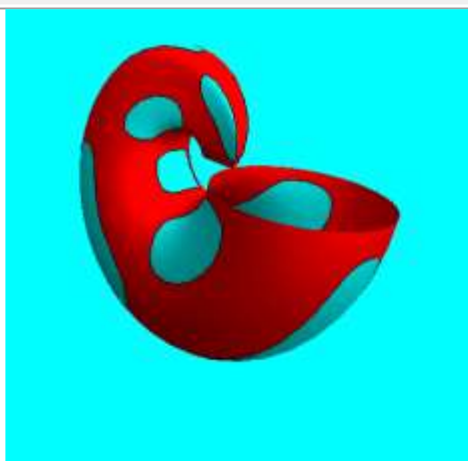
```
ParametricPlot3D[{(2 + Cos[v − ArcSin[0.9Sin[v]]])Cos[u − ArcSin[0.9Sin[u]]], (2 + Cos[v − ArcSin[0.9Sin[v]]])Sin[u
    − ArcSin[0.9Cos[u]]], Sin[v − ArcSin[0.9Sin[v]]]}, {u, 0,2Pi}, {v, 0,2Pi}, Axes → None,
ColorFunction → (ColorData["TemperatureMap"][#3]&), MeshFunctions → {Function[{x, y, z, t, u}, Sin[8t]Cos[8u]]},
    Mesh → {{1/4}}, PlotPoints → 50, MeshShading → {FaceForm[Green, Yellow], None}]
```

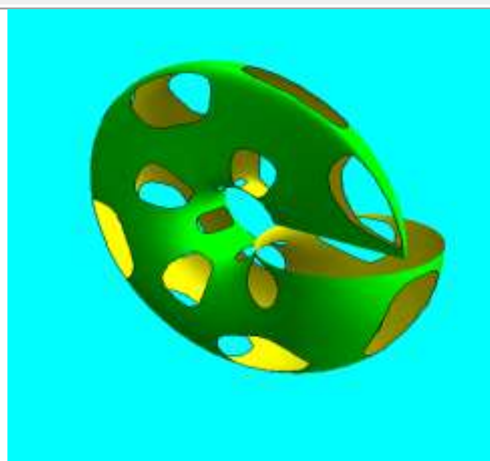




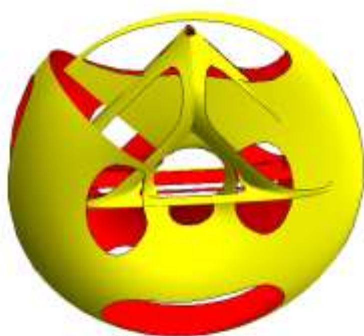
```
ParametricPlot3D[{{−(2 + Cos[v − ArcSin[0.9Sin[v]]])Cos[u − ArcSin[0.9Sin[u]]], −(2 + Cos[v − ArcSin[0.9Sin[v]]])Sin[u
 − ArcSin[0.9Cos[u]]], Sin[v − ArcSin[0.9Sin[v]]]}, {(2 + Cos[v − ArcSin[0.9Sin[v]]])Cos[u
 − ArcSin[0.9Sin[u]]], (2 + Cos[v − ArcSin[0.9Sin[v]]])Sin[u − ArcSin[0.9Cos[u]]],
 Sin[v − ArcSin[0.9Sin[v]]]}}, {u, 0,2Pi}, {v, 0,2Pi}, Axes → None,
ColorFunction → (ColorData["TemperatureMap"][#3]&), MeshFunctions → {Function[{x, y, z, t, u}, Sin[3t]Cos[3u]]},
Mesh → {{1/4}}, PlotPoints → 50, MeshShading → {FaceForm[Yellow, Green], None}]
```

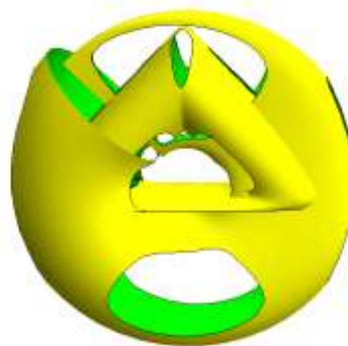

2
1
0
−1
−2
−2
0
2
4
4
2
0
−2
2
1
0
−1
−2
−5
0
5
−5
0
5

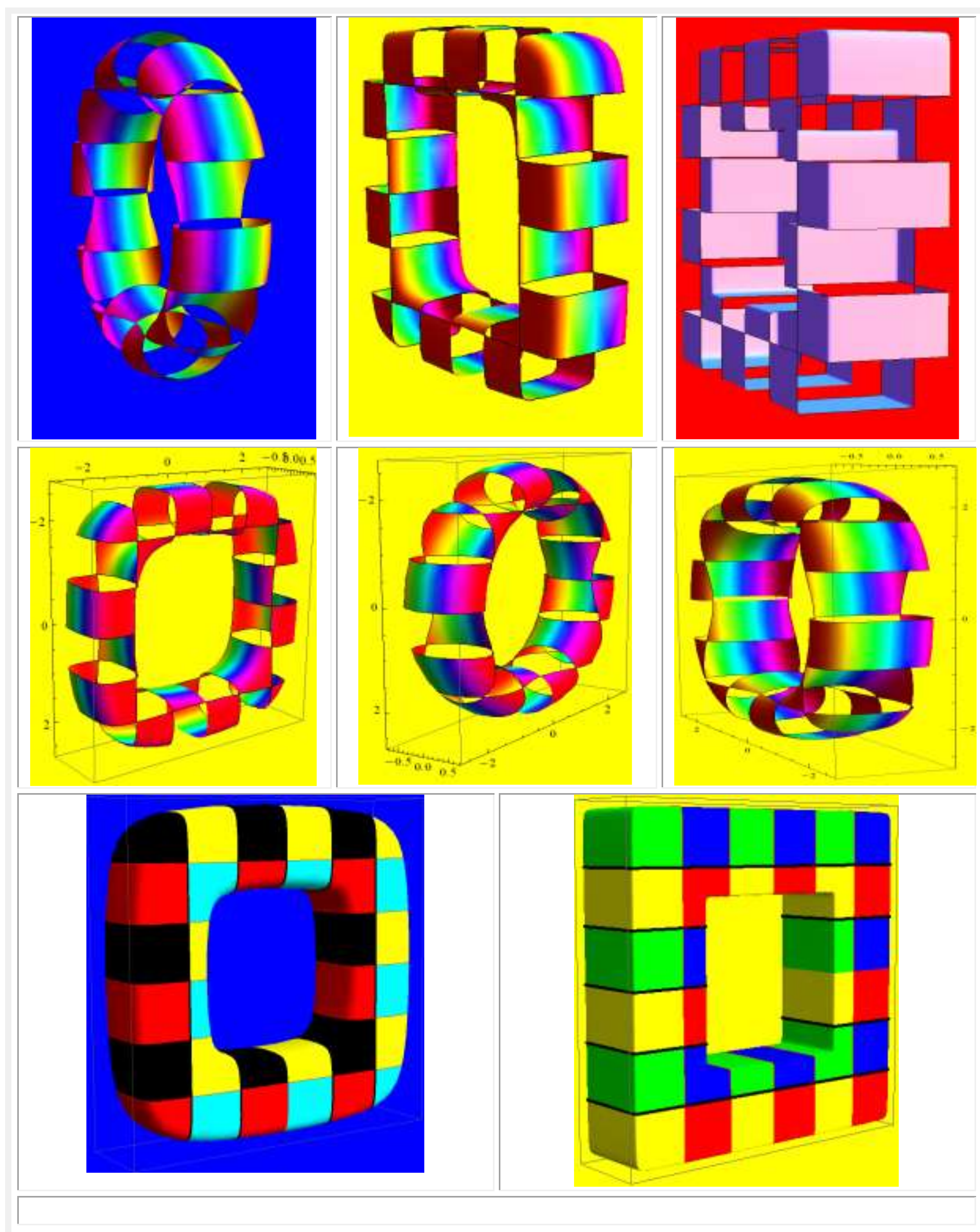




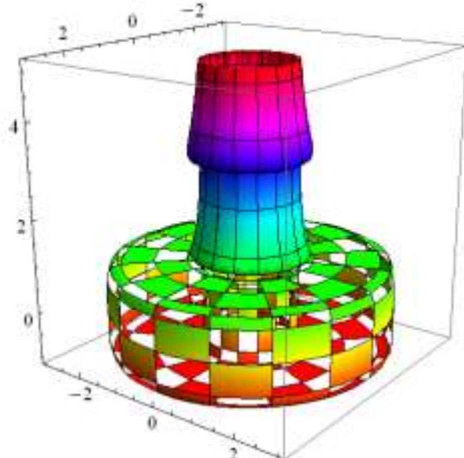
ParametricPlot3D[{{(2 + Cos[v − ArcSin[0.9Sin[v]]])Cos[u − ArcSin[0.9Sin[u]]], (2 + Cos[v − ArcSin[0.9Sin[v]]])Sin[u − ArcSin[0.9Cos[u]]], Sin[v − ArcSin[0.9Sin[v]]]}, {(3 + 2 Cos[v]/Sqrt[1 − ((0.1 u/2 Pi)Sin[v])^2])(1 − 0.01 u/2 Pi)Cos[u], (3 + 2 Cos[v]/Sqrt[1 − ((0.1 u/2 Pi)Sin[v])^2])(1 − 0.01 u/2 Pi)Sin[u],2(1 − 0.1 u/2 Pi) Sin[v]/Sqrt[1 − ((0.1 u/2 Pi)Cos[v])^2]}}, {u, 0,2Pi}, {v, 0,2Pi}, Axes → None, ColorFunction → (ColorData["TemperatureMap"][#3]&), MeshFunctions → {Function[{x, y, z, t, u}, Sin[2t]Cos[3u]]}, Mesh → {{1/4}}, PlotPoints → 50, Boxed → False, MeshShading → {FaceForm[Yellow, Red], None}]

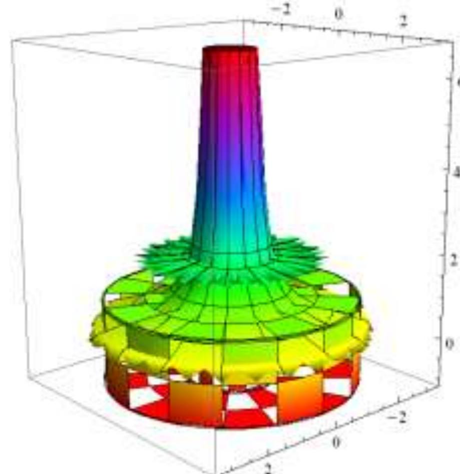




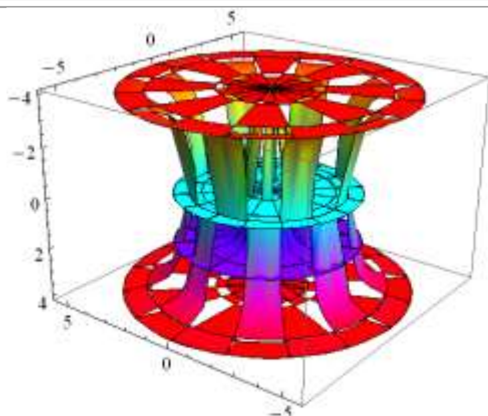


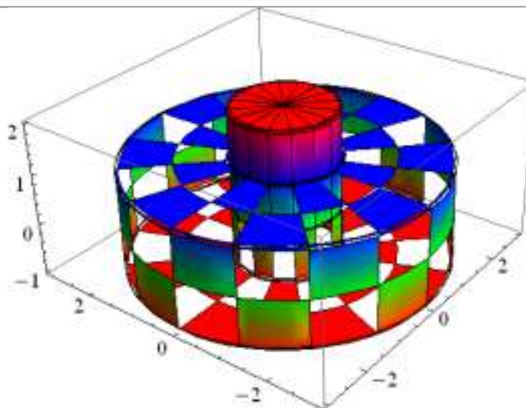
```
RevolutionPlot3D[{{(Sin[t]/Sqrt[1 − (0.9Cos[t])^2])/Sqrt[1 − (0.9Cos[t])^2],
(2 + Cos[t]/Sqrt[1 − (0.9Sin[t])^2])/Sqrt[1 − (0.9Sin[t])^2]},
{2 + Cos[t]/Sqrt[1 − (0.9Sin[t])^2] , Sin[t]/Sqrt[1 − (0.9Cos[t])^2]}}, {t, 0,2Pi},
ColorFunction → Function[{x, y, z, t, θ, r}, Hue[z]], MeshShading → {{Automatic, None}, {None, Automatic}}]
```

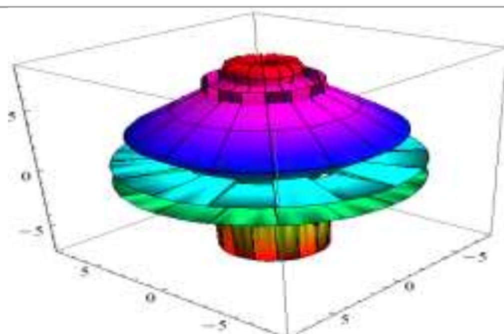


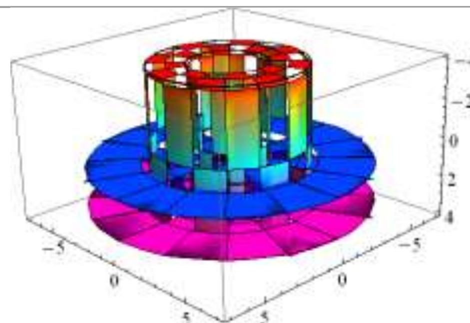


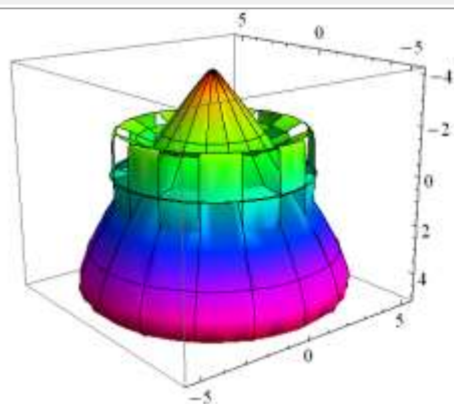
```
RevolutionPlot3D[{{(Sin[t])/Sqrt[1 − (0.99 Cos[t]/Sqrt[1 − (0.99Sin[t])^2])^2] , 1 + Cos[t]/Sqrt[1 − (0.99Sin[t])^2]},
{2 + Cos[t]/Sqrt[1 − (0.99 Sin[t]/Sqrt[1 − (0.99Cos[t])^2])^2] , 4 Sin[t]/Sqrt[1 − (0.99Cos[t])^2]}}, {t, 0,2Pi},
ColorFunction → Function[{x, y, z, t, θ, r}, Hue[z]], MeshShading → {{Automatic, None}, {None, Automatic}}]
```

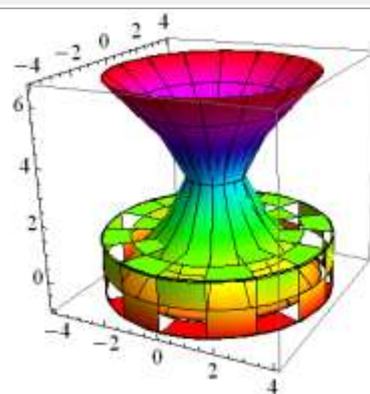




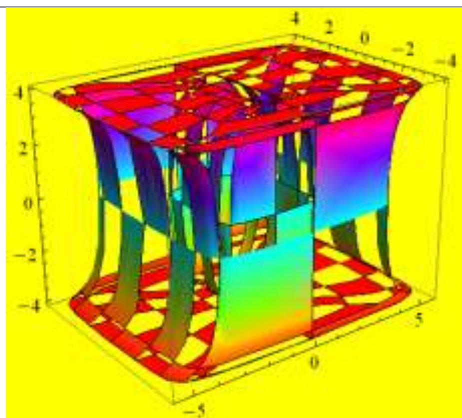


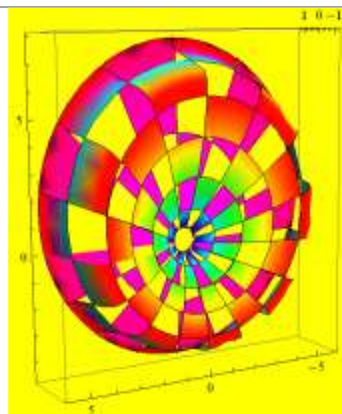


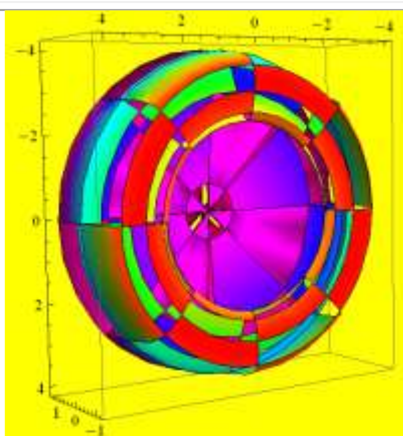


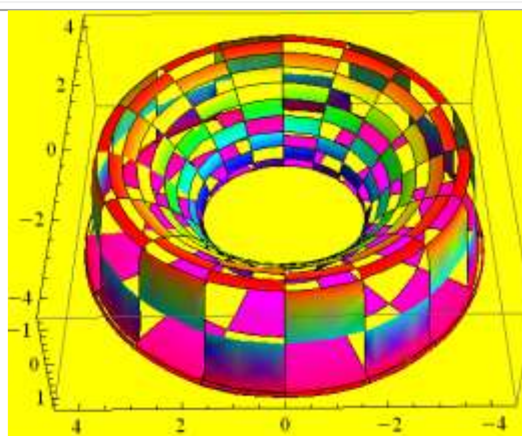


ParametricPlot3D[{(3 + Cos[v]/Sqrt[1 − (0.98 Sin[v]/Sqrt[1 − (0.98Cos[v])^2])^2]) Cos[u]/Sqrt[1 − (0.98Sin[u])^2],
(3 + Cos[v]/Sqrt[1 − (0.98Sin[v])^2])Sin[u],4 Sin[v]/Sqrt[1 − (0.98Cos[v])^2]}, {u, 0,2Pi}, {v, 0,2Pi},
ColorFunction → Function[{x, y, z, t, θ, r}, Hue[z]], MeshShading → {{Automatic, None}, {None, Automatic}}, Background → Yellow









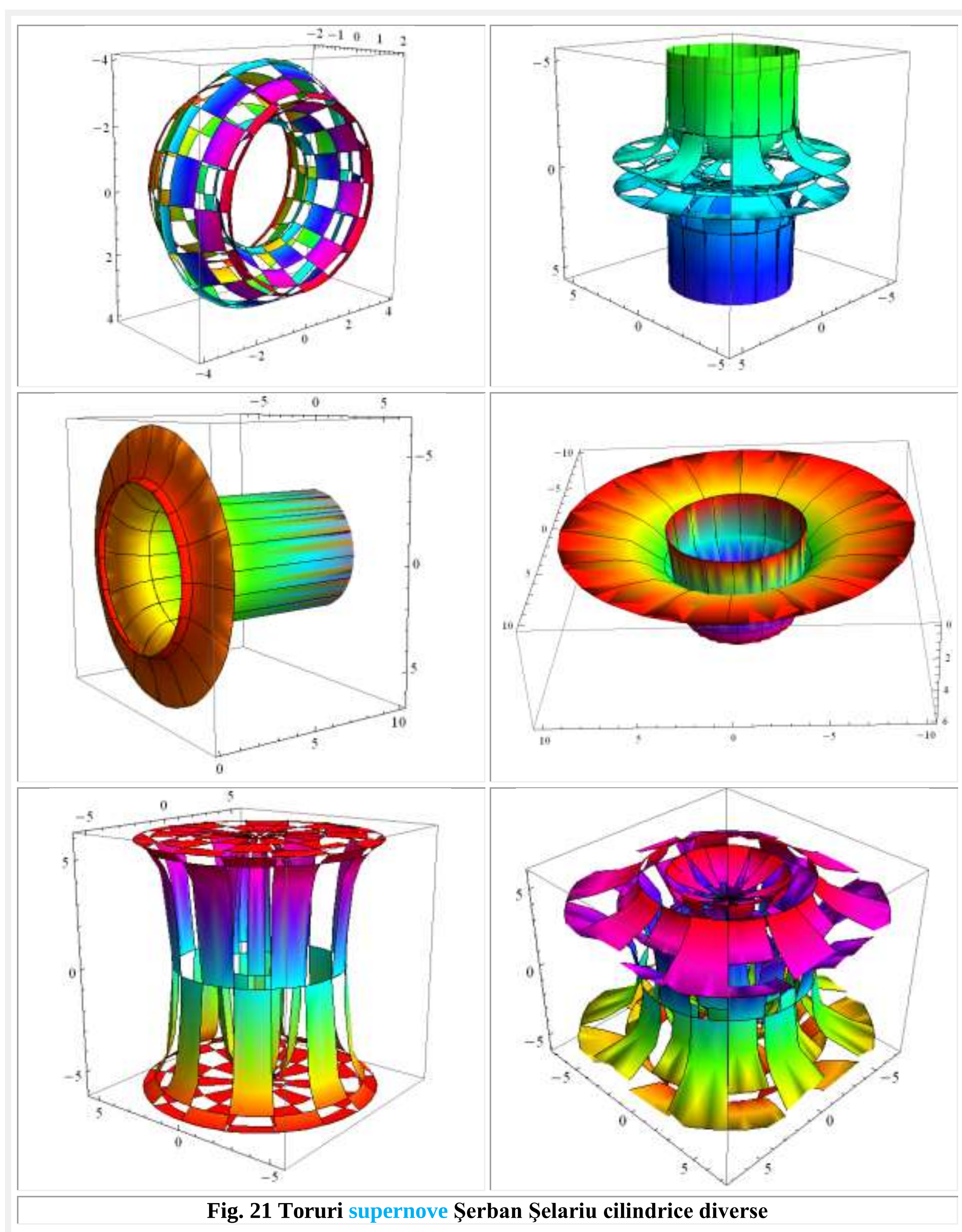
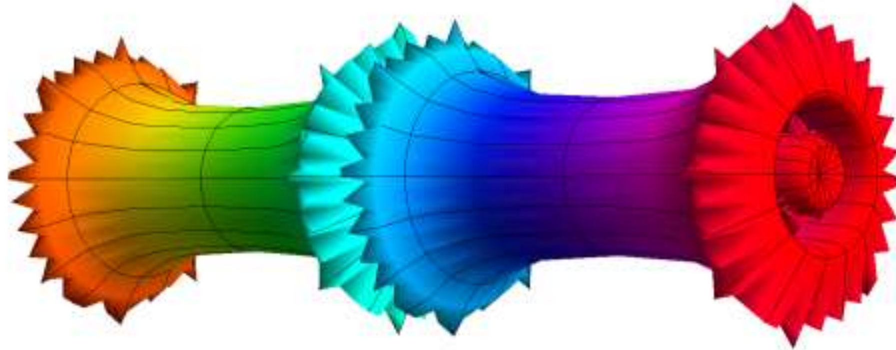


Fig. 21 Toruri supernove Şerban Şelariu cilindrice diverse

RevolutionPlot3D[{{2 + Cos[t]/Sqrt[1 − (0.98Sin[3t])^2] , 10Sin[2t]}, {2 + Cos[t]/Sqrt[1 − (0.98Sin[3t])^2] , 10Sin[2t] + 20}}, {t, 0,2Pi}, ColorFunction → Function[{x, y, z, t, θ, r}, Hue[z]], Axes → None, Boxed → False]



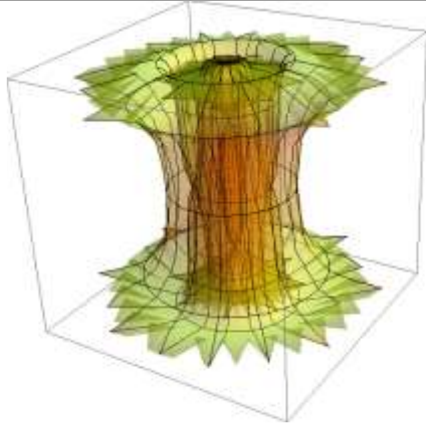
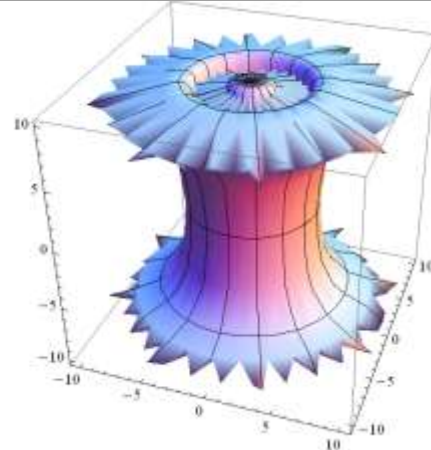
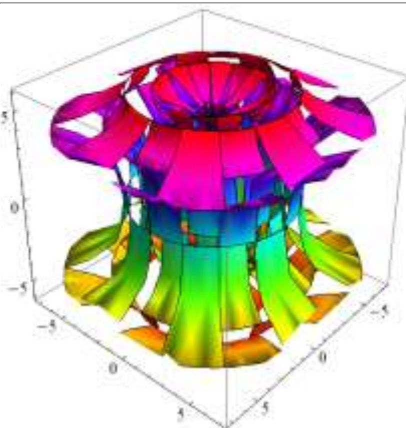
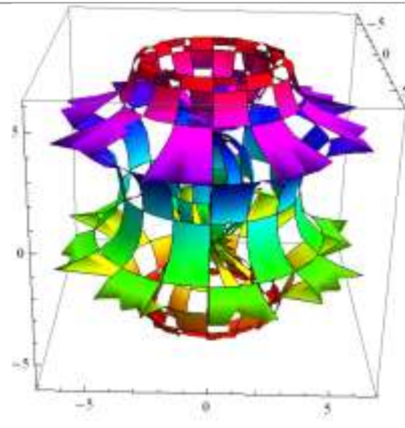
RevolutionPlot3D[{{3 + 2 Cos[t]/Sqrt[1 − (0.98Sin[3t])^2], 10Sin[2t]}}, {t, 0,2Pi}]	RevolutionPlot3D[{{3 + 2 Cos[t]/Sqrt[1 − (0.98Sin[3t])^2], 10Sin[2t]}}, {t, 0,2Pi}]
	

Fig. 22 Toruri supernove Şerban Şelariu cilindrice duble





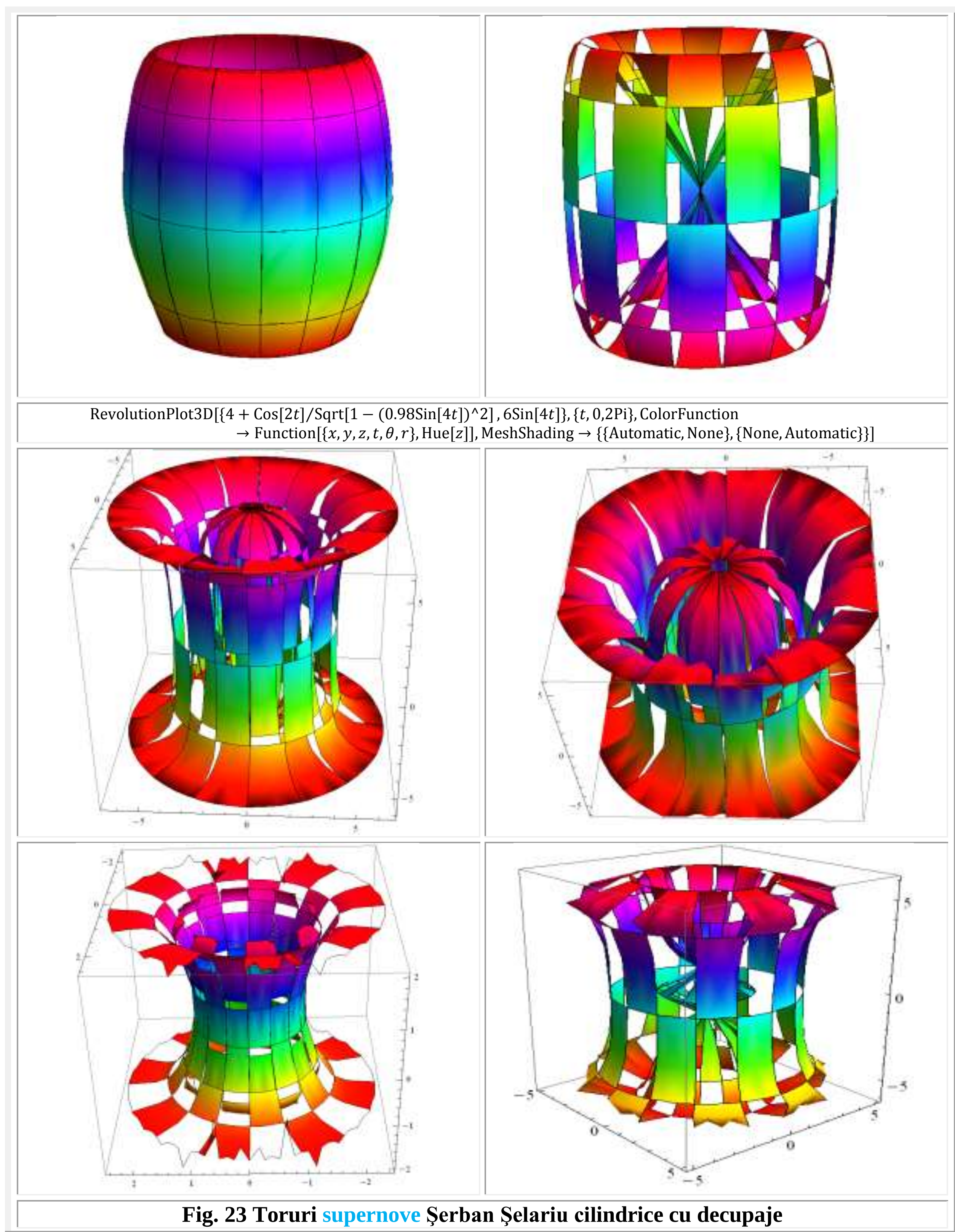


Fig. 23 Toruri supernove Şerban Şelariu cilindrice cu decupaje

torus[t_]:=ParametricPlot3D[{Cos[u] (3+Cos[v])/Sqrt[1-(0.9 Sin[u])^2],Sin[u] (3+Cos[v])/Sqrt[1-(0.9 Cos[u])^2],Sin[v]},{u,0,2 π},{v,0,2 π},TextureCoordina→Directive[Specularity[White,50],Texture[ExampleData[{"ColorTexture",t}]]],Axes→False,Lighting→"Neutral",Mesh→None,Boxed->False]; Grid[Partition[Table[torus[t],{ t,{"Ash","BurlOak","CheetahFur","Kingwood","Metal1","Metal4","Vavona","WhiteMarble","YellowMarble"}}],3]]



Fig. 24 Toruri supernove Şerban Şelariu pătrate de secţiune circulară

torus[t_]:=ParametricPlot3D[{Cos[u] (3+Cos[v]/Sqrt[1-(0.9 Sin[v])^2])/Sqrt[1-(0.9 Sin[u])^2],Sin[u] (3+Cos[v]/Sqrt[1-(0.9 Sin[v])^2])/Sqrt[1-(0.9 Cos[u])^2],Sin[v]/Sqrt[1(0.9Cos[v])^2]},{u,0,2π},{v,0,2π},TextureCoordinate→False,Lighting→"Neutral",Mesh→None,Boxed->False]; Grid[Partition[Table[torus[t],{t,{"Ash","BurlOak","CheetahFur","Kingwood","Metal1","Metal4","Vavona","WhiteMarble","YellowMarble"}}], 3]]





Fig. 25 Toruri supernove Şerban Şelariu pătrate de secţiuni pătrate

```
torus[t_]:=ParametricPlot3D[{Cos[u] (3+Cos[v]/Sqrt[1-(0.9 Sin[v])^2]),Sin[u] (3+Cos[v]/Sqrt[1-(0.9 Sin[v])^2]),Sin[v]/Sqrt[1-(0.9 Cos[v])^2]},{u,0,2 π},{v,0,2 π}]]
```

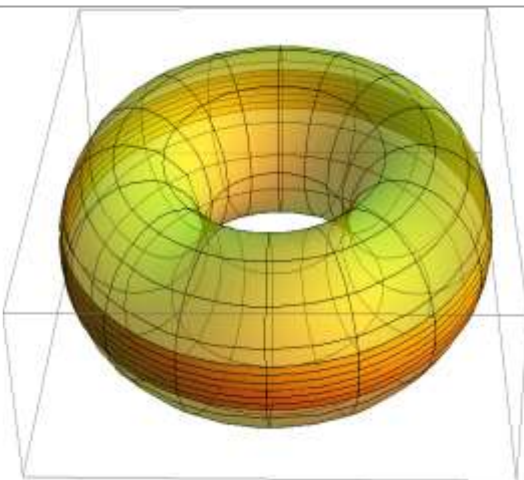
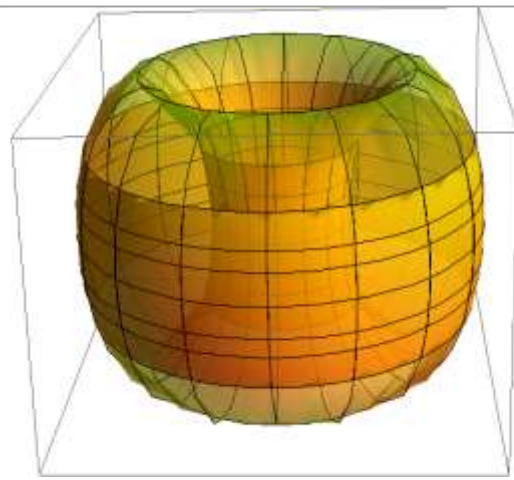


Fig. 26 Serii de toruri circulare şi pătrate supernove Şerban Şelariu

torus[t_]:=ParametricPlot3D[{Cos[u-ArcSin[0.6 Sin[u]]] (3+Cos[v-ArcSin[0.6 Sin[v-Pi/2]]]/Sqrt[1-(0.6 Sin[v])^2]),Sin[u] (3+Cos[v]/Sqrt[1-(0.6 Sin[v])^2]),Sin[v]/Sqrt[1-(0.6 Cos[v])^2]},{u,0,2 π},{v,0,2 π}]



Fig. 27 Toruri supenove Şerban Şelariu triunghiulare de secţiune triunghiulară

RevolutionPlot3D[{ $2+\mathrm{Cos}[-\mathrm{ArcSin}[0.9\,\mathrm{Sin}[t]/\mathrm{Sqrt}[1-(0.9\mathrm{Cos}[t])^2]]]$, $\mathrm{Sin}[t-\mathrm{ArcSin}[0.9\,\mathrm{Sin}[t]/\mathrm{Sqrt}[1-(0.9\mathrm{Cos}[t])^2]]]\}, \{t, 0, 2\mathrm{Pi}\}]$	RevolutionPlot3D[{ $2+\mathrm{Cos}[t-\mathrm{ArcSin}[0.9\mathrm{Sin}[2t]/$ $\mathrm{Sqrt}[1-(0.9\mathrm{Cos}[2t])$^2]]], $2\mathrm{Sin}[t-\mathrm{ArcSin}[0.9\,\mathrm{Sin}[2t]/\mathrm{Sqrt}[1-(0.9\mathrm{Cos}[2t])^2]]]\}, \{t, 0{,}2\mathrm{Pi}\}]$
	

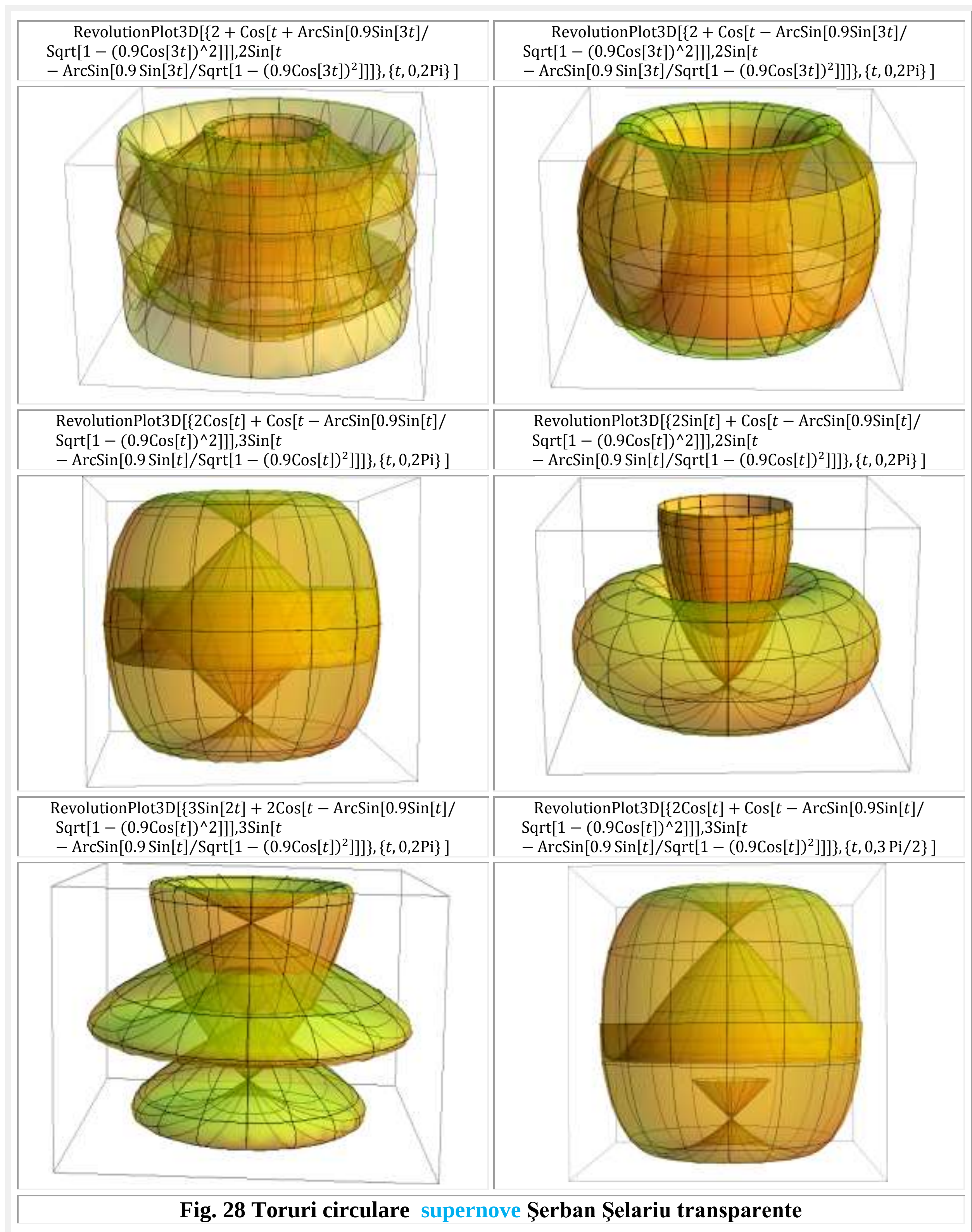
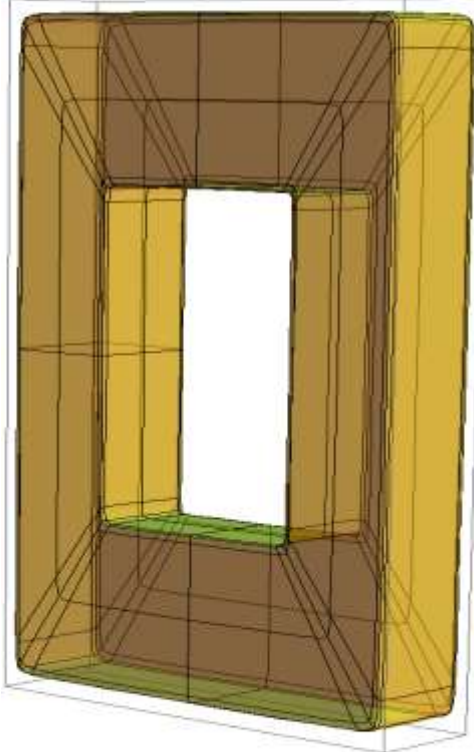
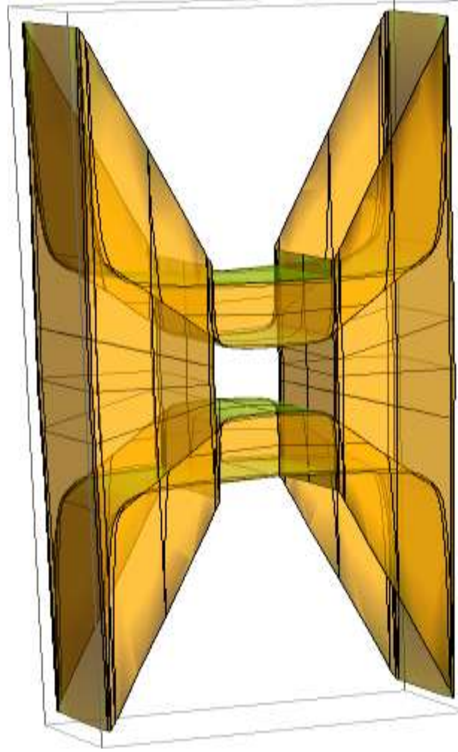
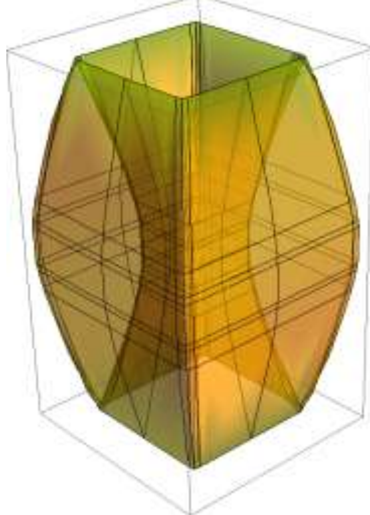
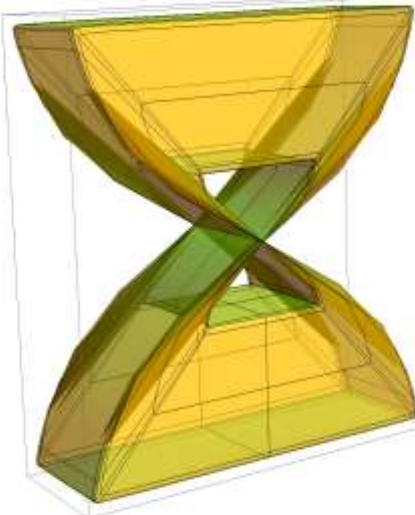
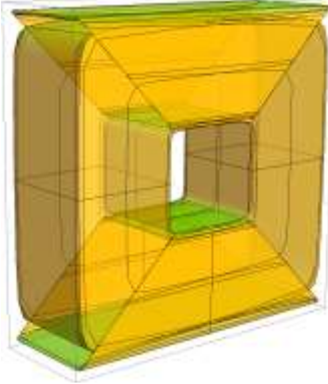
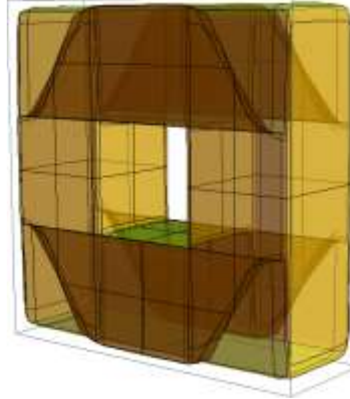
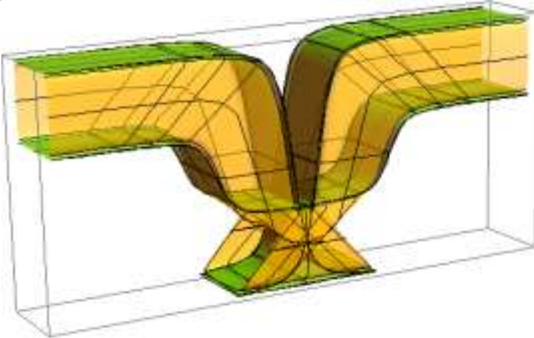
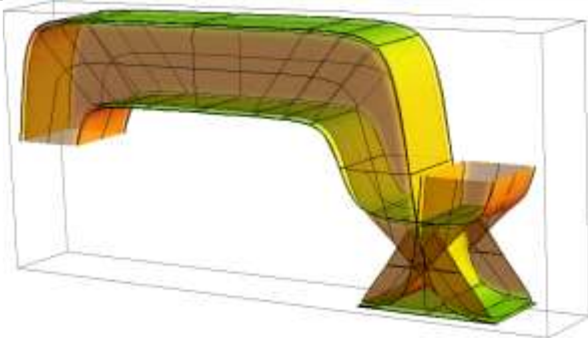
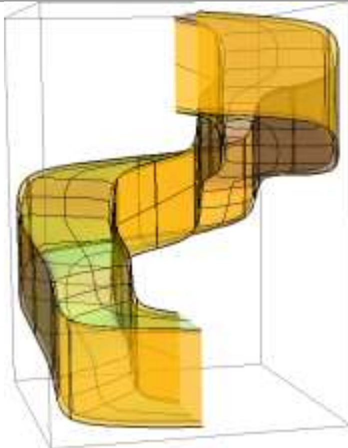
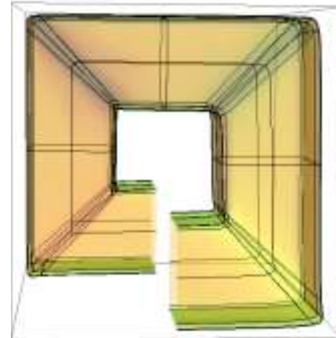


Fig. 28 Toruri circulare supernove Şerban Şelariu transparente

ParametricPlot3D[{4 + 2(3 + Cos[v]/Sqrt[1 − (0.98Sin[v])^2]) Sin[u]/Sqrt[1 − (0.98Cos[u])^{2}], 4 + Cos[v]/Sqrt[1 − (0.98Sin[v])^2])Cos[u]/ Sqrt[1 − (0.98Sin[u])^2],4 + Sin[v]/ Sqrt[1 − (0.98Cos[v])^2]}, {u, 0,2Pi}, {v, 0,2Pi}]	ParametricPlot3D[{2 + (2 + Cos[v]/Sqrt[1 − (0.98Sin[v])^2]) Sin[u]/Sqrt[1 − (0.98Cos[u])^{2}], 2 + (2 + Cos[v]/Sqrt[1 − (0.98Sin[v])^{2}])Cos[u] /Sqrt[1 − (0.98Sin[2u])^2],2 + Sin[v]/Sqrt[1 −(0.98Cos[v])^2]}, {u, 0,2Pi}, {v, 0,2Pi}]
	
ParametricPlot3D[{2 + (2 + Cos[v]/Sqrt[1 − (0.98Sin[v])^{2}]) Sin[u]/Sqrt[1 − (0.98Cos[u])^2] , 2 + (2 + Cos[v]/ Sqrt[1 − (0.98Sin[v])^2]) Cos[u]/Sqrt[1 − (0.98Sin[u])^{2}], 4 + Sin[v]/Sqrt[1 − (0.98Cos[2v])^2]}, {u, 0,2Pi}, {v, 0,2Pi}	ParametricPlot3D[{2 + (2 + Cos[v]/Sqrt[1 − (0.98Sin[v])^{2}]) /Sqrt[1 − (0.98Cos[2u])^2],2 + (2 + Cos[v]/Sqrt[1 − (0.98Sin[v])^2]) Cos[u]/Sqrt[1 − (0.98Sin[u])^{2}], 4 + Sin[v]/Sqrt[1 − (0.98Cos[v])^2]}, {u, 0,2Pi}, {v, 0,2Pi}]
	

ParametricPlot3D[{2 + (2 + Cos[v]/Sqrt[1 − (0.98Sin[v])^2]) Sin[3u]/Sqrt[1 − (0.98Cos[3u])^2] , 2 + (2 + Cos[v]/ Sqrt[1 − (0.98Sin[v])^2]) Cos[u]/Sqrt[1 − (0.98Sin[u])²], +Sin[v]/Sqrt[1 − (0.98Cos[v])^2]}, {u, 0,2Pi}, {v, 0,2Pi}]	ParametricPlot3D[{2 + (2 + Cos[v]/Sqrt[1 − (0.98Sin[v])²]) Sin[u]/Sqrt[1 − (0.98Cos[u])^2] , 2 + (2 + Cos[3v]/ Sqrt[1 − (0.98Sin[3v])^2]) Cos[u]/Sqrt[1 − (0.98Sin[u])^2] , 4 Sin[v]/Sqrt[1 − (0.98Cos[v])^2]}, {u, 0,2Pi}, {v, 0,2Pi}]
	
ParametricPlot3D[{2(u − ArcSin[0.08Sin[u]]) + (2 + Cos[v]/ Sqrt[1 − (0.98Sin[v])^2]) Sin[u]/Sqrt[1 − (0.98Cos[u])²], 2 + (2 + Cos[v]/Sqrt[1 − (0.98Sin[v])^2])Cos[u]/ Sqrt[1 − (0.98Sin[u])²], 4 + Sin[3v]/Sqrt[1 − (0.98Cos[3v])²]}, {u, 0,2Pi}, {v, 0,2Pi}	ParametricPlot3D[{2 + (2 + Cos[v]/Sqrt[1 − (0.98Sin[v])²]) Sin[u]/Sqrt[1 − (0.98Cos[u])²] , 2(u − ArcSin[0.08Sin[u]]) + (2 + Cos[v]/Sqrt[1 − (0.98Sin[v])²]) Cos[u]/Sqrt[1 −(0.98Sin[u])^2],4 + Sin[3v]/Sqrt[1 − (0.98Cos[3v])^2]}, {u, 0,2Pi}, {v, 0,2Pi}]
	
ParametricPlot3D[{2 + (2 + Cos[v]/Sqrt[1 − (0.98Sin[v])²]) Sin[u]/Sqrt[1 − (0.98Cos[u])^2] , 2 + (2 + Cos[v]/ Sqrt[1 − (0.98Sin[v])^2]) Cos[u]/Sqrt[1 − (0.98Sin[u])^2], (u − ArcSin[0.08Sin[u]]) + Sin[3v]/Sqrt[1 − (0.98Cos[3v])^2]}, {u, 0,2Pi}, {v, 0,2Pi}]	
	

```
ParametricPlot3D[{2 + (2 + Cos[v]/Sqrt[1 − (0.98Sin[v])²]) Sin[u]/Sqrt[1 − (0.98Cos[u])²] , 2
        + (2 + Cos[v]/Sqrt[1 − (0.98Sin[v])²]) Cos[u]/Sqrt[1 − (0.98Sin[u])²] , 2(u + ArcSin[0.08Sin[u]])
        + Sin[3v]/Sqrt[1 − (0.98Cos[3v])²]}, {u, 0,2Pi}, {v, 0,2Pi}]
```

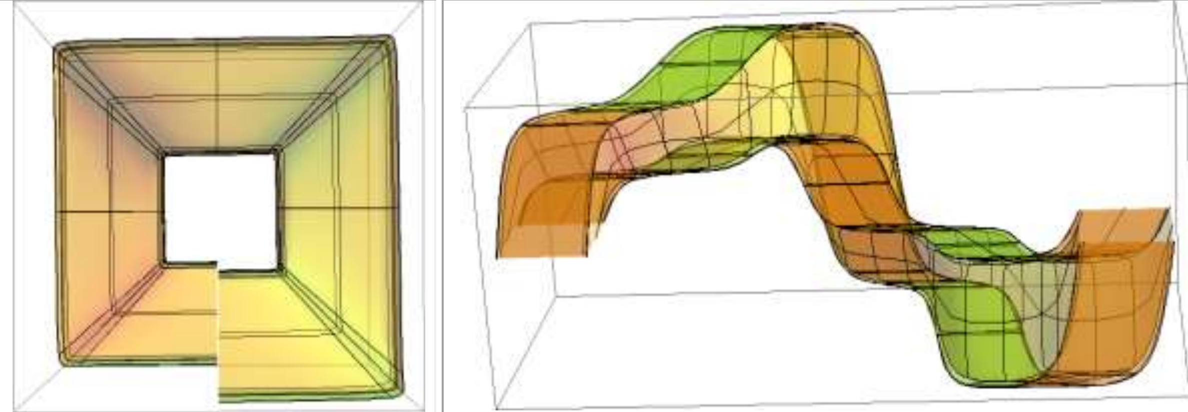
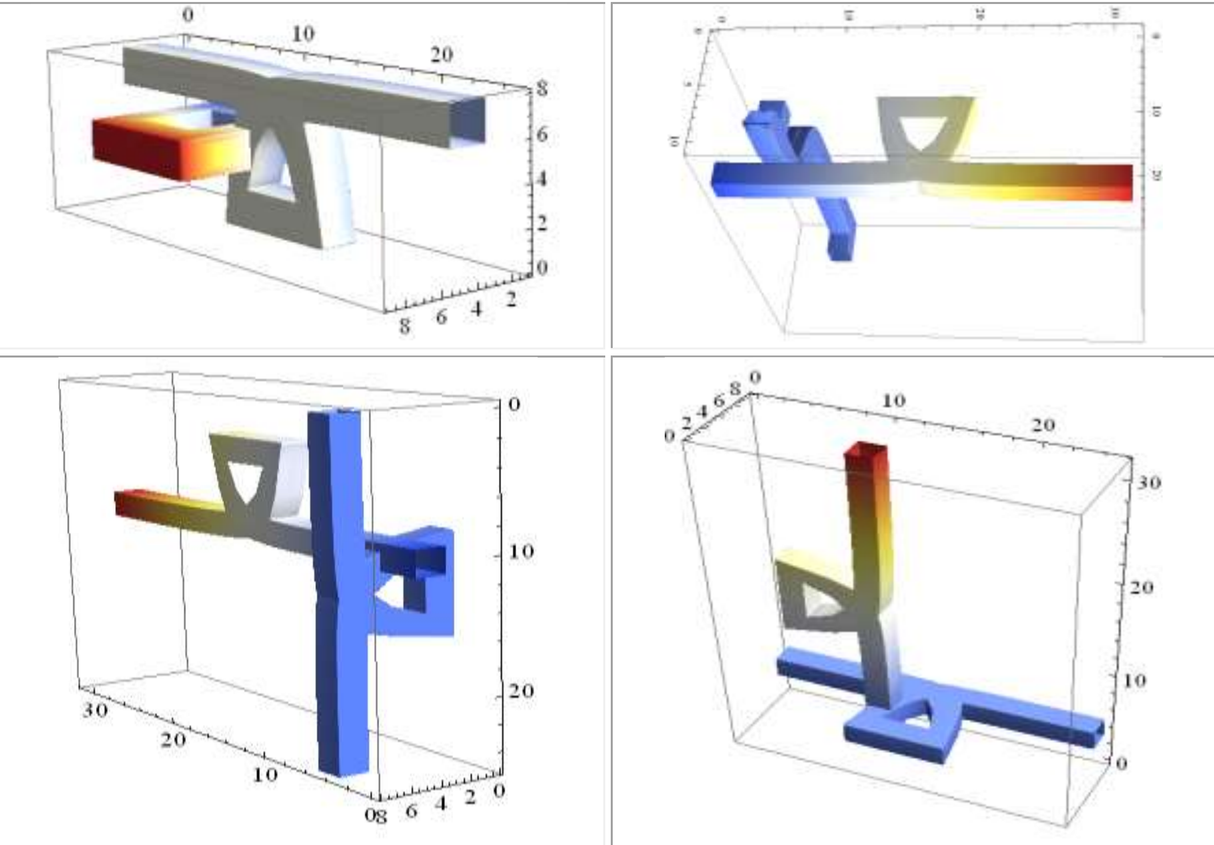
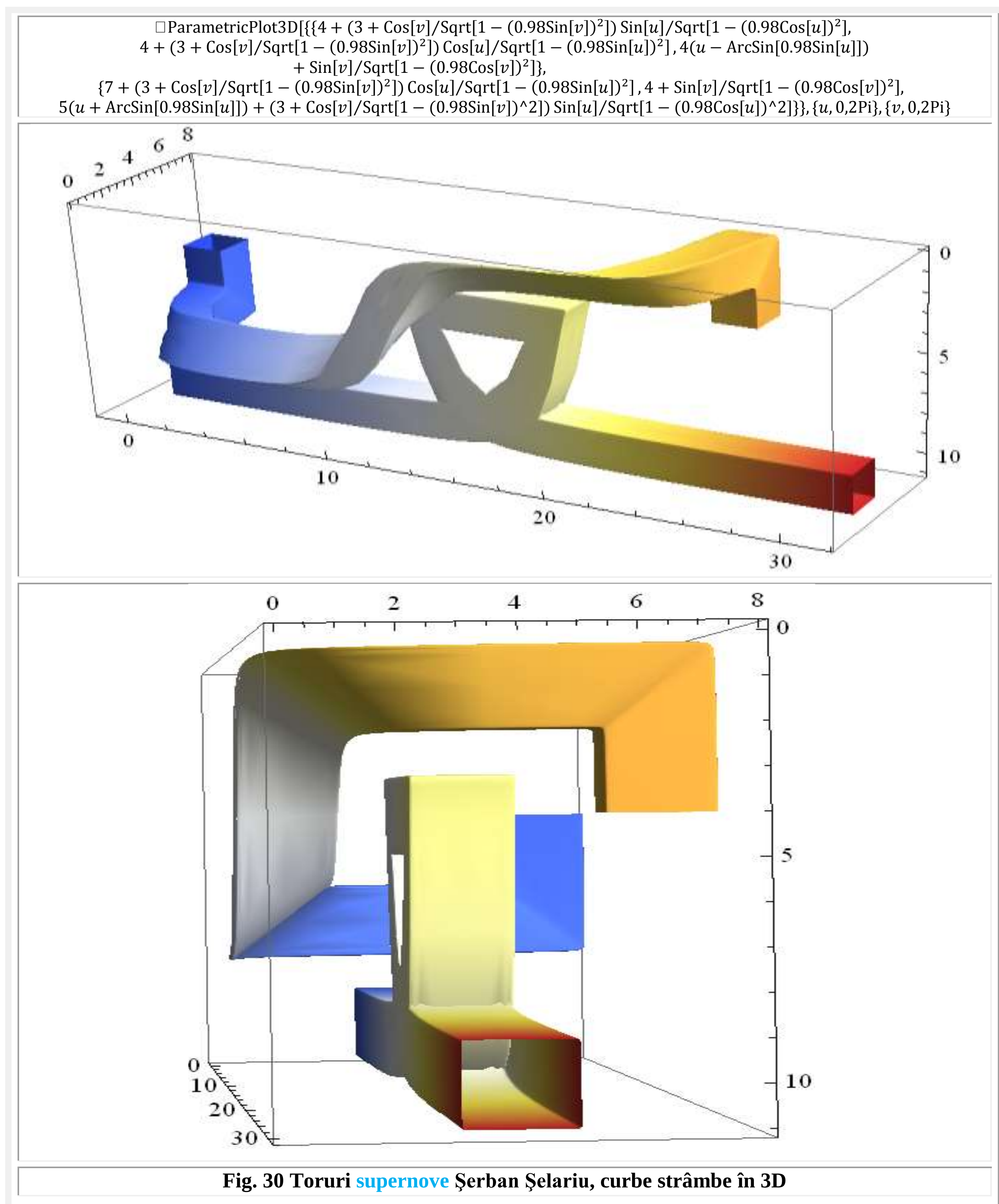


Fig. 29 Toruri supernove Şerban Şelariu strâmbe în 3D

```
ParametricPlot3D[{{4(u + ArcSin[0.98Sin[u]]) + (3 + Cos[v]/Sqrt[1 − (0.98Sin[v])²]) Sin[u]/Sqrt[1 − (0.98Cos[u])²],
4 + (3 + Cos[v]/Sqrt[1 − (0.98Sin[v])²]) Cos[u]/Sqrt[1 − (0.98Sin[u])²],
4 + Sin[v]/Sqrt[1 − (0.98Cos[v])²]}, {7 + (3 + Cos[v]/Sqrt[1 − (0.98Sin[v])²]) Cos[u]/Sqrt[1 − (0.98Sin[u])²],
4 + Sin[v]/Sqrt[1 − (0.98Cos[v])²],
5 + (3 + Cos[v]/Sqrt[1 − (0.98Sin[v])^2]) Sin[u]/Sqrt[1 − (0.98Cos[u])^2]}}, {u, 0,2Pi}, {v, 0,2Pi}]
```





```
ParametricPlot3D[{{4 + (3 + Cos[v]/Sqrt[1 − (0.98Sin[v])^2]) Sin[u]/Sqrt[1 − (0.98Cos[u])^2],
4 + (3 + Cos[v]/Sqrt[1 − (0.98Sin[v])^2]) Cos[u]/Sqrt[1 − (0.98Sin[u])^2] , 4(u − ArcSin[0.98Sin[u]])
+ Sin[v]/Sqrt[1 − (0.98Cos[v])^2]},
{7 + (3 + Cos[v]/Sqrt[1 − (0.98Sin[v])^2]) Cos[u]/Sqrt[1 − (0.98Sin[u])^2] , 4 + Sin[v]/Sqrt[1 − (0.98Cos[v])^2],
5(u + ArcSin[0.98Sin[u]]) + (3 + Cos[v]/Sqrt[1 − (0.98Sin[v])^2]) Sin[u]/Sqrt[1 − (0.98Cos[u])^2]}}, {u, 0,2Pi}, {v, 0,2Pi}
```

Fig. 30 Toruri supernove Şerban Şelariu, curbe strâmbe în 3D

Motto" *Matematica este fundaţia de nezdruncinat a ştiinţei şi fântâna inepuizabilă a foloaselor pentru treburile omeneşti."* **Isaac Barrow**
Supermatematica şi mai şi. **Autorul**

CAPITOLUL XXIII

FUNCŢII QUDRILOBE

1 LOBELE ŞI QUADRILOBELE

Lobele sunt familii de curbe închise, rezultate din transformarea continuă a cercului într-un poligon perfect, cu ajutorul **funcţiilor supermatematice (SM) circulare excentrice** (**FSM-CE**). Fiecare curbă închisă a familiei, dispune de mai mulţi lobi (**Fig.1**), cu excepţia curbei generatoare, care, în toate cazurile, este un cerc, cu niciun lob (zero lobă).

Curbele din familia lobelor se disting printr-o anumită rază **R** şi excentricitate liniară reală **e**, sau o anumită ***excentricitate liniară numerică*** **s = e/R**, denumită şi modul şi, uneori în vibraţii quadrilobe, notată cu **k**.

In toate cazurile, pentru **s** = 0 se obţine cercul, care nu dispune de niciun lob, fiind considerată **curbă generatoare** a familiilor de lobe şi, pentru **s** = 1, se obţine un poligon cu **n** laturi, **perfect** rectilinii. Adică, se obţin **forme** din matematica centrică (**MC**), care se obţine din **SM** pentru **s = 0** şi s = 1, deoarece **MC** este un caz particular al ***supermatematicii*** (**SM**). Pentru **s = 1** se obţine **doar forma** de poligon perfect, nu şi ecuaţiile lor (2) şi / sau (3), care sunt proprii **matematicii excentrice (ME)**.

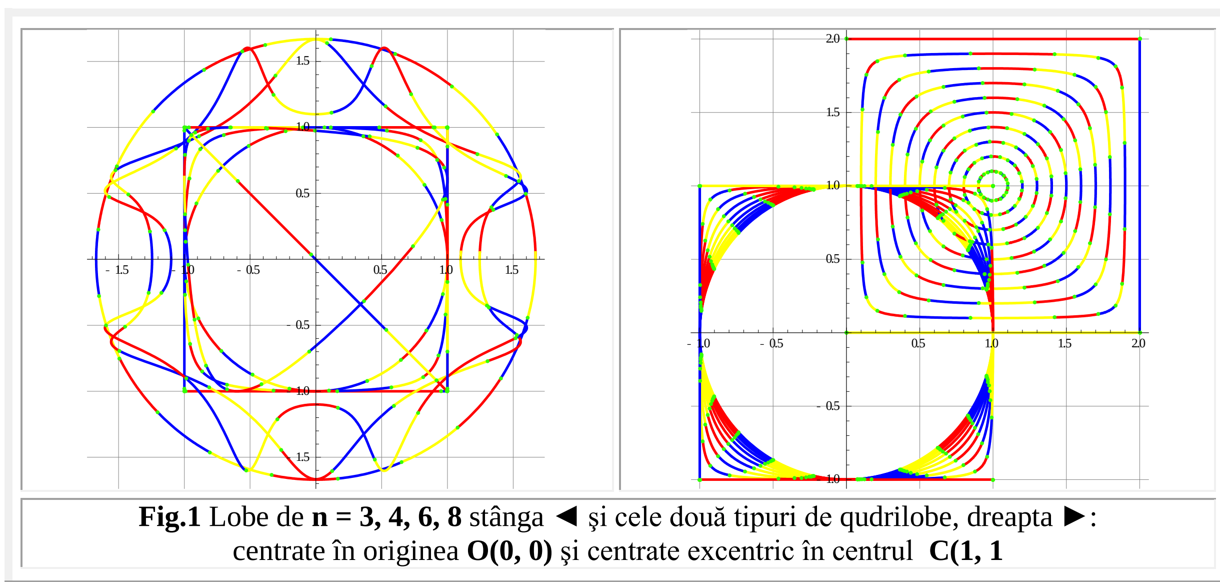


Fig.1 Lobe de **n = 3, 4, 6, 8** stânga ◄ şi cele două tipuri de qudrilobe, dreapta ►: centrate în originea **O(0, 0)** şi centrate excentric în centrul **C(1, 1**

Pentru valori intermediare, **s** ∈ (0, 1), se obţin lobele a căror formă (de cerc şi pătrat) este proprie **matematicii excentrice (ME)**. Se şte că **SM = MC** ∪ **ME** şi că **MC = SM(s = 0)** .

Raza **R** a cercului generator al lobelor, aceeaşi pentru o familie de lobe, imprimă mărimea curbelor din familie, în timp ce, **excentricitatea liniară reală e** sau cea **numerică s** modifică continuu forma lobelor din familie: de la cerc (s = 0) la un poligon perfect cu **3, 4**…**n** laturi (pentru s = ± 1).

Transformare continuă a cercului într-un poligon cu **n** laturi, perfect rectilinii, este posibilă prin utilizarea ***funcţiilor supermatematice*** *circulare excentrice* de variabilă excentrică **θ** [1], [2], [3] sau de variabilă centrică **α** [10], dependenţa dintre variabile fiind date de relaţiile cunoscute

(1) $$\begin{cases}\alpha(\theta) = \text{aex}\theta = \theta - \arcsin[s.\sin(\theta-\varepsilon)] \quad \text{și} \\ \theta(\alpha) = \text{Aex}\alpha = \alpha + \arcsin\left[\frac{s.\sin(\alpha-\varepsilon)}{\sqrt{1+s^2-2s.\cos(\alpha-\varepsilon)}}\right] = \alpha + \arctan\left[\frac{s.\sin(\alpha-\varepsilon)}{1-s.\cos(\alpha-\varepsilon)}\right]\end{cases}$$

Quadrilobele (cvadrilobele QL) sunt o familie de curbe închise cu **4 lobi**, rezultate din transformarea continuă a cercului în pătrat, de forma pătratelor cu laturi curbe şi colţuri rotunjite (**Fig. 2,a** dreapta ►), exprimate de **FSM-CE** cu ecuaţiile parametrice

(2) **M** $$\begin{cases} x = R.dex\theta = 1 - \frac{s.\cos(\theta-\varepsilon)}{\sqrt{1-s^2\sin^2(\theta-\varepsilon)}} \\ y = R.dex\left(\theta \pm \frac{\pi}{2}\right) = 1 - \frac{s.\cos(\theta-\varepsilon-\frac{\pi}{2})}{\sqrt{1-s^2\sin^2(\theta-\varepsilon-\frac{\pi}{2})}} = 1 - \frac{s.\sin(\theta-\varepsilon)}{\sqrt{1-s^2\cos^2(\theta-\varepsilon)}}\end{cases}, \mathbf{R = 1}$$

(**Fig. 2,b** jos▼), a căror centru de simetrie este situat în punctul **C(1, 1)** ▲► sau, mai simplu, cu ajutorul: **funcţiilor supermatematice quadrilobe** (**FSM-QL**), cu graficele din **figura 2,b**

(3) **M** $$\begin{cases} x = \frac{R.\cos(\theta-\varepsilon)}{\sqrt{R^2-e^2\sin^2(\theta-\varepsilon)}} = R.coq\theta \\ y = \frac{R.\sin(\theta-\varepsilon)}{\sqrt{R^2-e^2\cos^2(\theta-\varepsilon)}} = R.siq\theta\end{cases}$$

(**Fig. 2,c** sus ▲), caz în care centrul de simetrie este situat în originea O(0, 0).

În toate cazurile anterioare, excentricitatea liniară reală este subunitară, adică **s** ∈ [**0, 1**], iar excentricitatea unghiulară **ε** = 0 sau **ε** = π şi, mai simplu, $\mathbf{s}^2$ ∈ [**0, 1**].

2. QUDRILOBE (QL) ŞI FUNCŢII QUDRILOBE (FQL)

Coordonatele punctului curent M(x,y)$\subset[QL(s)]$, ce aparţine unei quadrilobe / cvadrilobe (de rază **R = 1** şi de excentricitate numerică **s = k**, cu excentrul **S** pe axa x⇒ **ε** = 0 sau π şi semidreptei $\mathbf{d}^+$ (**θ =** φ), cu polul în originea **O(0,0),** adică **M** = $\mathbf{d}^+$ (φ) ∩ **QL**(s = k), sunt, totodată, ***funcţiile cvadrilobe centrice*** (**FQC**) **cosinus quadrilob** (**coqθ**) şi **sinus quadrilob** (**siq**θ) **centrice** de variabilă **excentrică θ** [**Fig.2**].

Coordonatele carteziene ale lui **P**(x, y) , de **variabilă excentrică θ** sunt date de **FSM-QL**

(4) **M** $$\begin{cases}\mathbf{x = coq\theta = \frac{\cos\theta}{\sqrt{1-k^2\sin^2\theta}}} \\ \mathbf{y = siq\theta = \frac{\sin\theta}{\sqrt{1-k^2\cos^2\theta}}}\end{cases}$$

(**Fig.2,b**) şi utilizând (1), rezultă cvadrilobele de **variabilă centrică α**

(5) **M** $$\begin{cases}\mathbf{x = coq\alpha} \\ \mathbf{y = siq\alpha}\end{cases},$$

Coordonatele polare ale lui **P**(r, φ) sunt

(6) **P** $$\begin{cases}\mathbf{r = \sqrt{x^2+y^2} = \sqrt{coq^2\theta + siq^2\theta}} \\ \mathbf{\varphi = \arcsin\frac{y}{x} = \arcsin\frac{siq\theta}{\sqrt{coq^2\theta+siq^2\theta}}}\end{cases}$$

astfel că pot fi definite şi funcţiile **quadrilobe centrice** de **variabilă centrică** φ = α_Q **(Fig 2.a).**

(7) **P** $$\begin{cases} x = r.coq\varphi \\ y = r.siq\varphi\end{cases}$$

Cercul generator **R** = 1 este **înscris** în toate cvadrilobe, inclusiv în **pătratului** sau quadrilobei de s = k = 1, iar acesta, pătratul, circumscrie toate quadrilobele, inclusiv cercul generator (**Fig 2.a**).

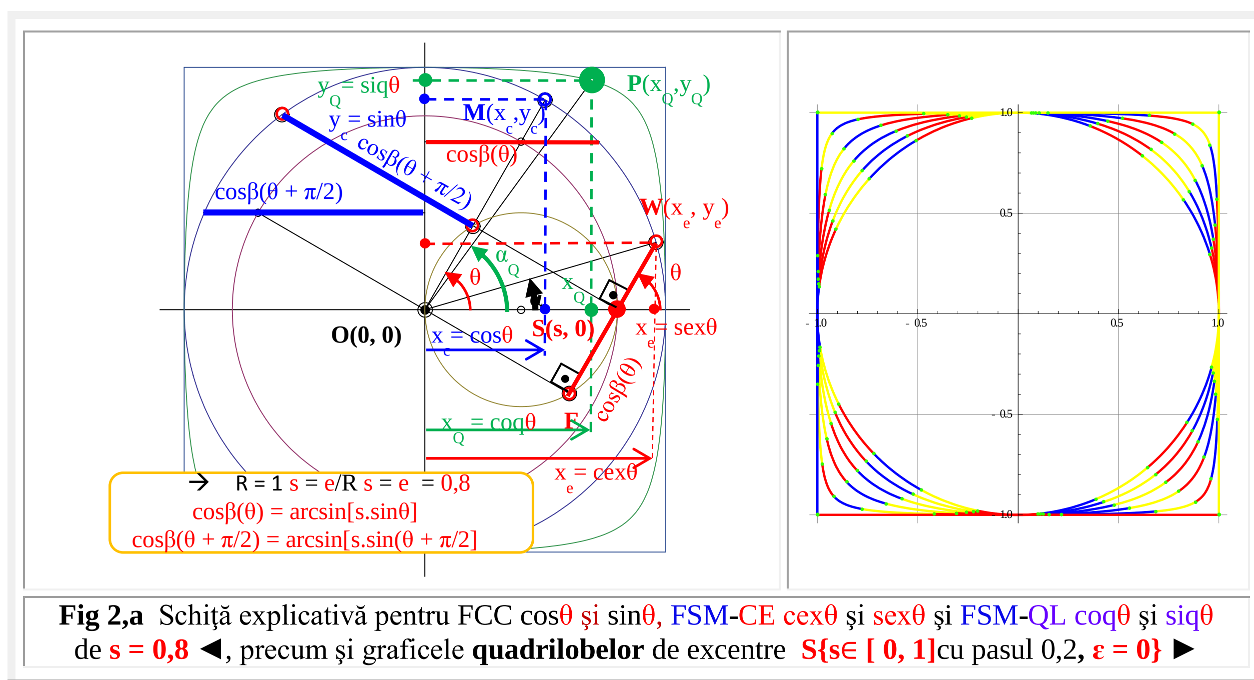


Fig 2,a Schiţă explicativă pentru FCC cosθ şi sinθ, FSM-CE cexθ şi sexθ şi FSM-QL coqθ şi siqθ de **s = 0,8** ◄, precum şi graficele **quadrilobelor** de excentre **S{s∈ [0, 1]**cu pasul 0,2**, ε = 0}** ►

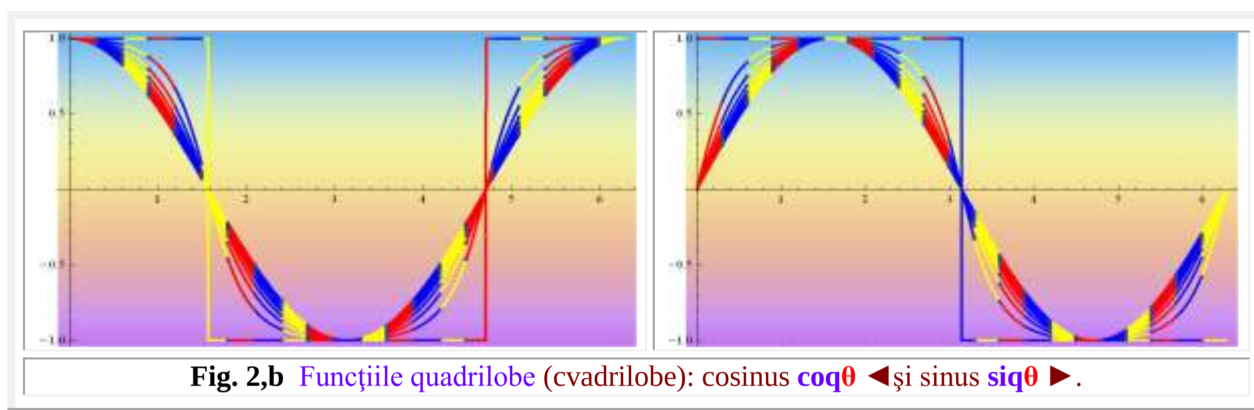
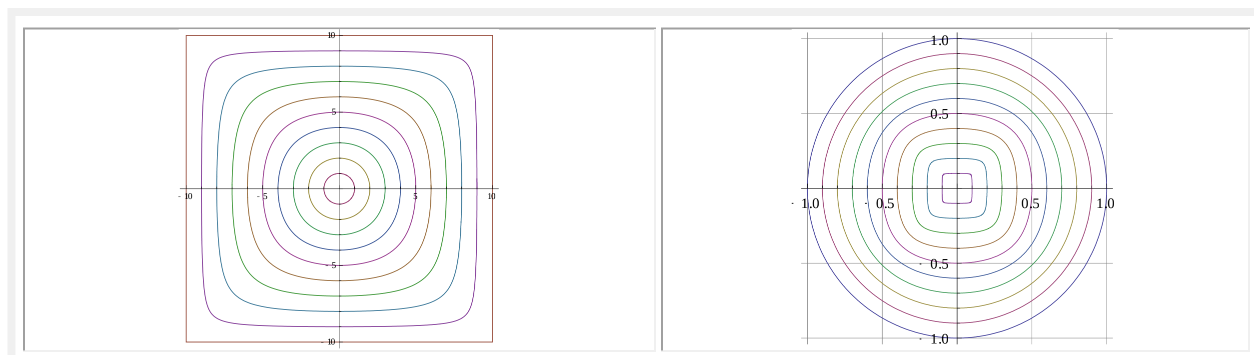


Fig. 2,b Funcţiile quadrilobe (cvadrilobe): cosinus **coqθ** ◄şi sinus **siqθ** ►.



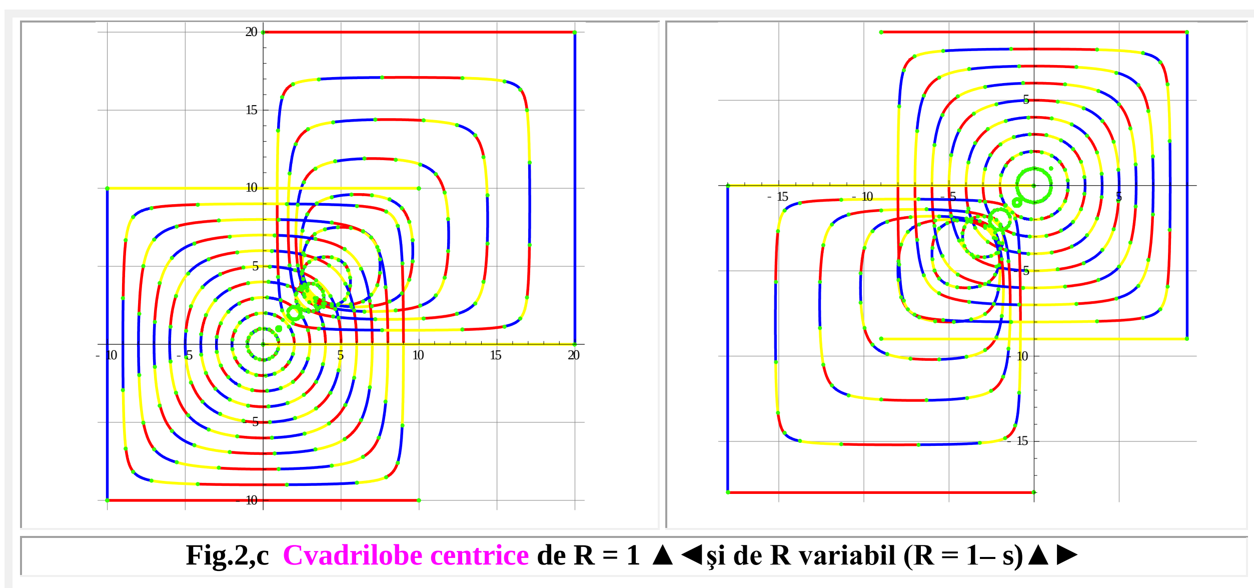


Fig.2,c Cvadrilobe centrice de R = 1 ▲◄şi de R variabil (R = 1– s)▲►

s ∈ [0, + 1]	**s ∈ [-1, +1]**

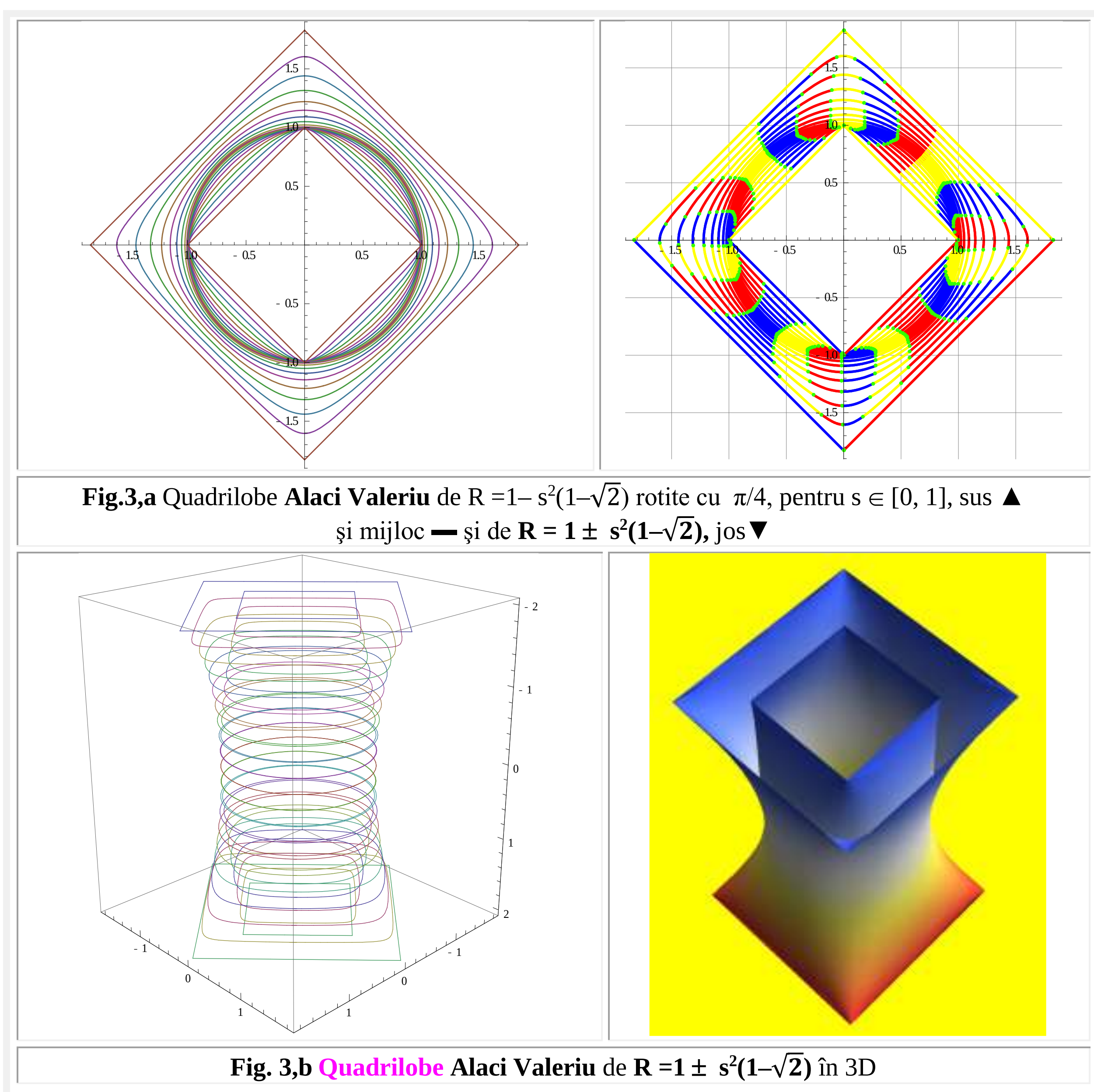


Fig.3,a Quadrilobe **Alaci Valeriu** de R =1– $s^2(1-\sqrt{2})$ rotite cu $\pi/4$, pentru s $\in$ [0, 1], sus ▲ şi mijloc ▬ şi de **R = 1 ± $s^2(1-\sqrt{2})$,** jos▼

Fig. 3,b Quadrilobe Alaci Valeriu de **R =1 ± $s^2(1-\sqrt{2})$** în 3D

Prin rotirea cvadrilobelor cu **π/4** şi modificarea razei cercului generator de la **R = 1** la **R = 1– k^2 $(1-\frac{\sqrt{2}}{2})$**, astfel, încât cercul generator, din cerc înscris, să devină cerc **circumscris** tuturor cvadrilobelor, inclusiv pătratului rotit cu **π/4**, se obţin quadrilobele **Valeriu Alaci** (**Fig. 3**) centrice (**QLAC**) şi, prin intersecţia acestora cu semidreapta **d^+(φ)**, se vor obţine funcţiile quadrilobe **Valeriu Alaci** (**FQLA**).

Ele constitue o trecere continua de la funcţiile **circulare**, din **trigonometria centrică Leonhard Euler** (**e** = **s** = **k** = 0), la **funcţiile pătratice Valeriu Alaci**, din **trigonometria pătratică**, introdusă în matematică, înainte de anul 1939, de fostul şef al Catedrei de Matematică al **Şcolii Politehnice din Timişoara**, profesorul universitar Prof. dr. mat. **Valeriu Alaci (Fig. 2,b)**.

Profesorul dr. Mat. **Valeriu Alaci** i-a urmat la şefia Catedrei de Matematici, profesorului **Traian**

Lalescu, matematician de nivel mondial, primul rector şi intemeiator al Şcolii Politehnice din Timişoara, astazi **Universitatea « POLITEHNICA » din Timişoara**.

În anul 1939 a publicat ”**TRIGONOMETRIA PATRATICĂ**” cu funcţii pătratice, denumire pe care a atribuit-o unei clase de funcţii periodice, prezentate succint în continuare, prin care se pot exprima unghiuri abstracte şi funcţii trigonometrice din spaţii **Banach**, după aprecierea matematicienilor.

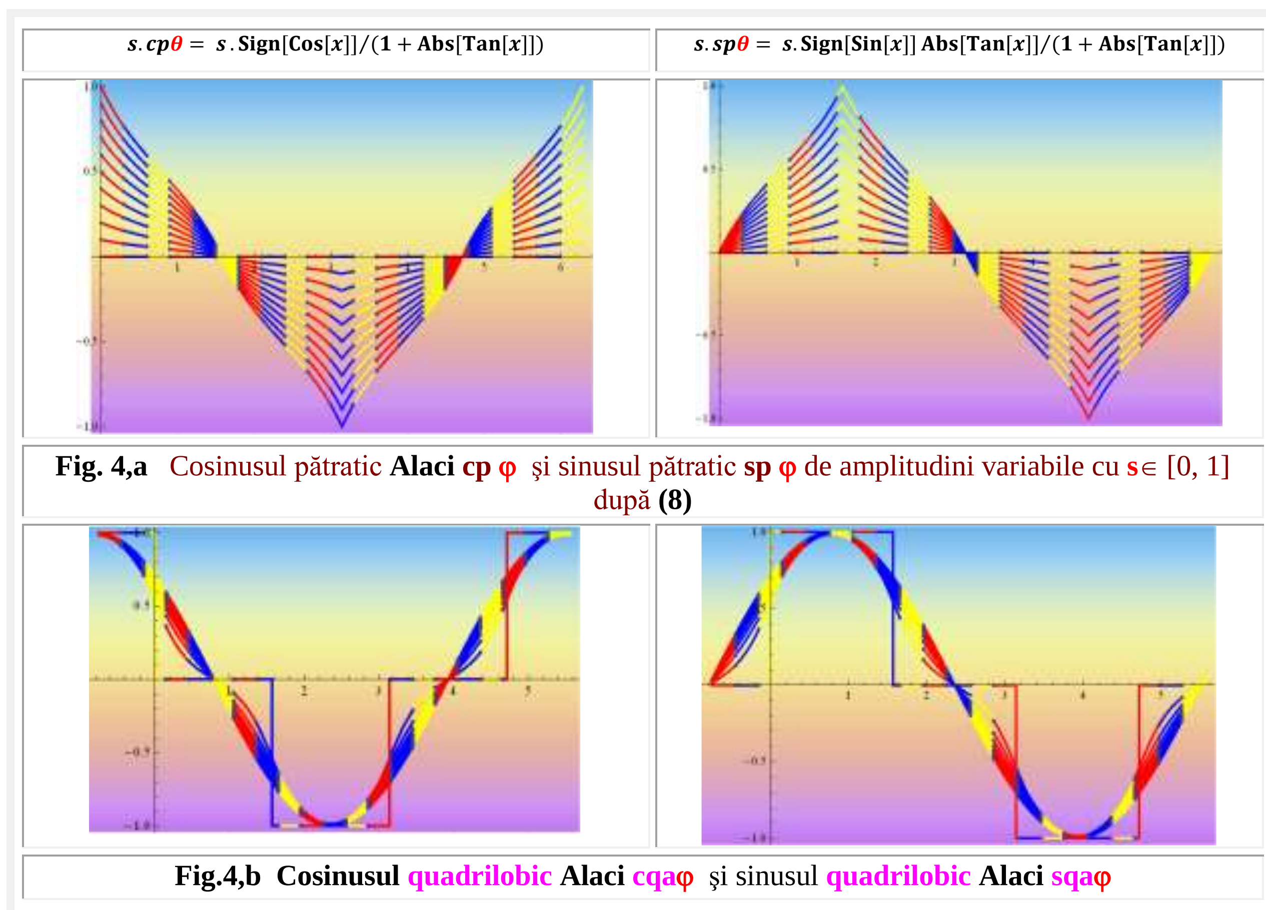


Fig. 4,a Cosinusul pătratic **Alaci cp φ** şi sinusul pătratic **sp φ** de amplitudini variabile cu s∈ [0, 1] după **(8)**

Fig.4,b Cosinusul quadrilobic Alaci cqaφ şi sinusul **quadrilobic Alaci sqaφ**

În lucrările Prof. dr. math **Valeriu Alaci** se etalează doar un singur grafic al **funcţiilor pătratice Alaci**, acela al pătratului înscris în cercul de raza **R** = 1. Forma acestor grafice este relevată mai evident pentru o familie de astfel de funcţii, de amplitudini variabile, sau pentru **R** = **s** ∈ [0, 1], aşa cum sunt redate în **figura 4,a**, exprimate de relaţiile

(8) $$\begin{cases} x = s.cp\theta = s.\mathrm{Sign}[\cos[x]]/(1+\mathrm{Abs}[\tan[x]]) \\ y = s.sp\theta = s.\mathrm{Sign}[\sin[x]]\,\mathrm{Abs}[\tan[x]]/(1+\mathrm{Abs}[\tan[x]]) \end{cases}$$

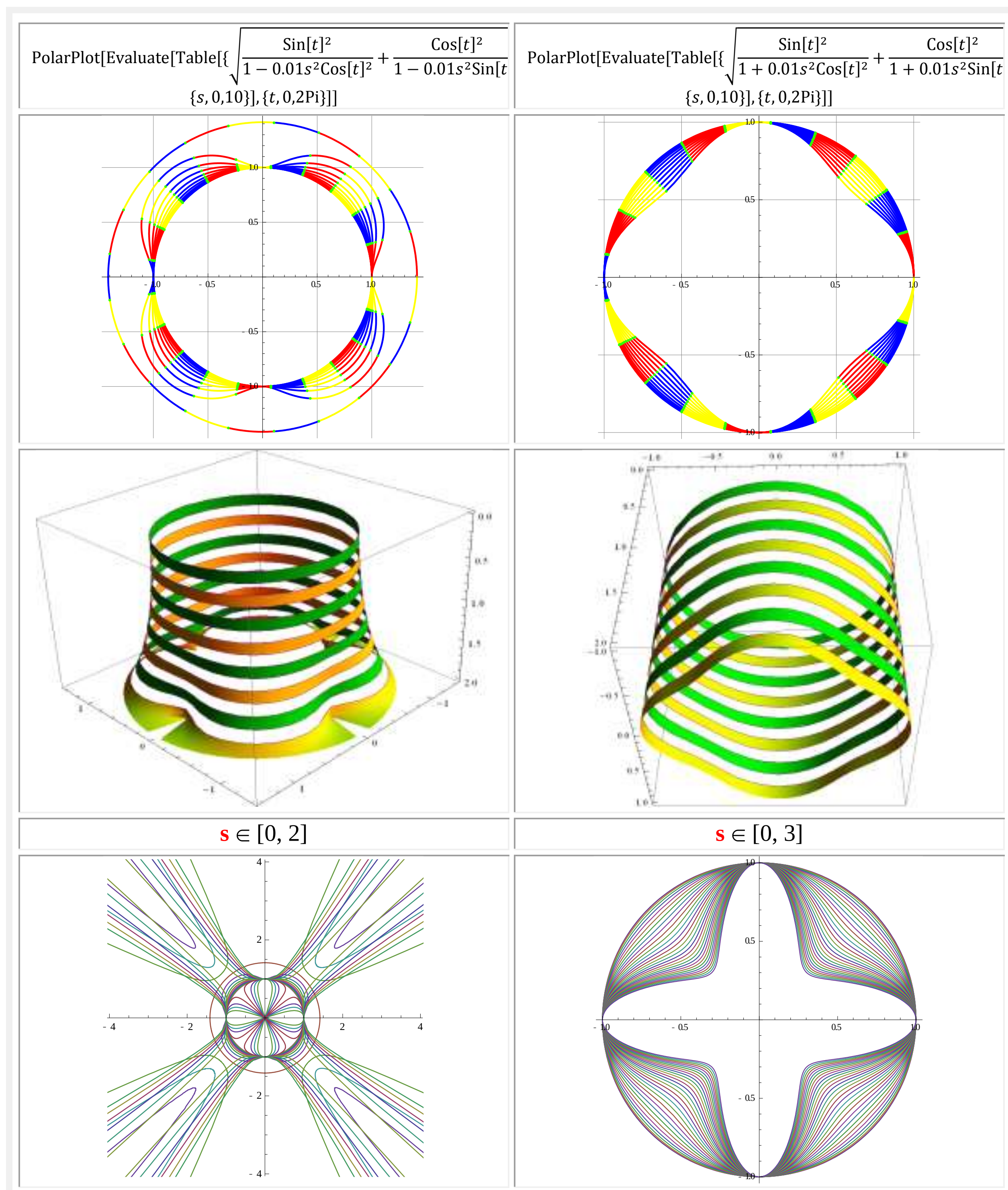
De variabila **θ**, **α** sau **φ**, aceste funcţii au cosinusul cuadrilob **Valeriu Alaci cqaφ** şi sinusul cuadrilob **Alaci sqaφ** exprimate de relaţiile :

(9) **M(x, y)** $$\begin{cases} x = cqa\varphi = \left[1-k^2\left(1-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)\right](x\cos\frac{\pi}{4} - y\sin\frac{\pi}{4}) \\ y = sqa\varphi = \left[1-k^2\left(1-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)\right](x\sin\frac{\pi}{4} + y\cos\frac{\pi}{4}) \end{cases}$$

în care **x** şi **y** sunt **FQLC** (4), cu graficele din **figura 4,b**.

Razele polare ale quadrilobelor au graficele din **figura 5**, sunt exprimate în coordonate polare (PolarPlot). În stânga ◄ sunt reprezentate curbele polare, date de razele polare din relaţia (6), în care **FSM-**

QL sunt cele date de relaţiile (4), iar în dreapta, semnul minus de sub radical a fost modificat în plus (+), aşa cum se poate observa şi în partea superioară a **figurii 5**. În partea inferioară sunt reprezentate aceleaşi funcţii, dar de excentricităţi numerice supraunitere şi extinse şi la spaţiul 3D.



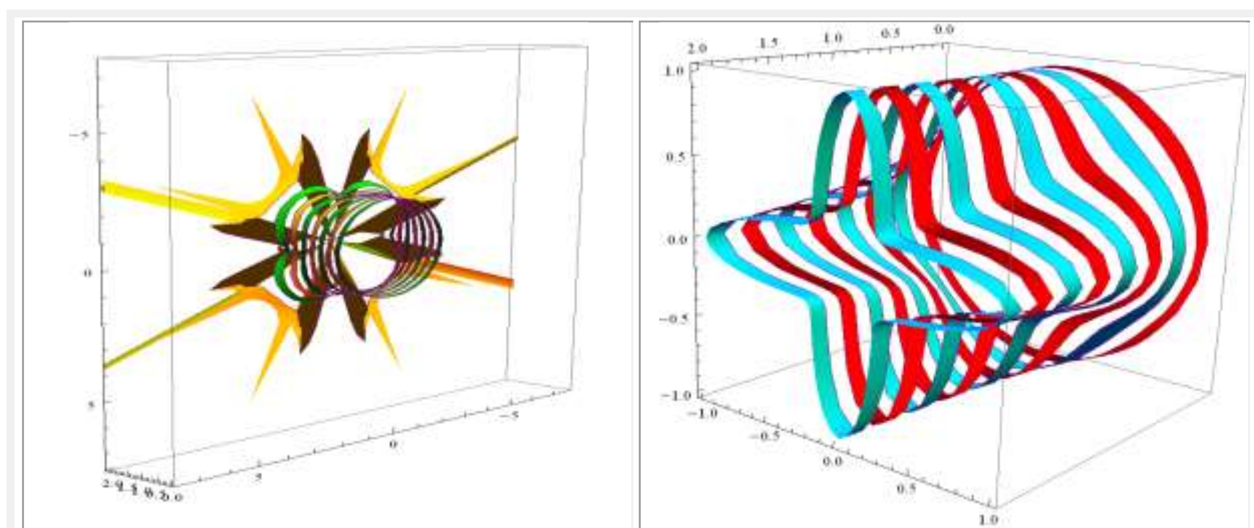


Fig. 5,a Curbe polare quadrilobe ◄ şi curbe polare quadrilobe de semn modificat ►

Motto : " SUPERMATEMATICA (SM) a deschis cutia ***cea bună*** a ***Pandorei*** matematicii din care au ţâşnit o infinitate de entităţi noi şi utile"
Autorul **SM**

CAPITOLUL XXIV

NOI FUNCŢII SUPERMATEMATICE CIRCULARE EXCENTRICE

1 INTRODUCERE

Potrivit legendei antice greceşti, **Pandora** a fost prima femeie de pe pământ şi a fost creată de zei. **"Pandora"** în limba greacă, înseamnă "***înzestrată cu toate darurile***", precum **supermatematica**, şi vine de la faptul că zeii au dăruit-o cu multe talente.

Se ştie că **SM** a multiplicat la infinit toate entităţile existente la un moment dat, cu 50 de ani inainte, ale ***Matematicii Centrice*** (**MC = M. Ordinară**) şi a introdus o pleiadă (o infinitate → v. "***SUPERMATEMATICA. FUNDAMENTE***", Vol. III: "***NEMĂRGINIREA ŞI MAREŢIA SM***" de funcţii noi, dintre care amintim câteva: **aex, Aex, bex, Bex, cex, Cex, ctex, Ctex, dex, Dex, … rex, Rex, tex, Tex, texv, Texv** … ş.m.a. printre care şi **FSM─CE** cu denumirea de **" *beta excentrice*"** (**bex, Bex**) .

De ce au fost denumite **" *beta excentrice*"** şi re-numite ***supermatematic cos*** şi notată **SMcosθ = cosβ₁(θ)** şi ***supermatematic sin*** notată **SMsinθ = sinβ₁(θ)** ?

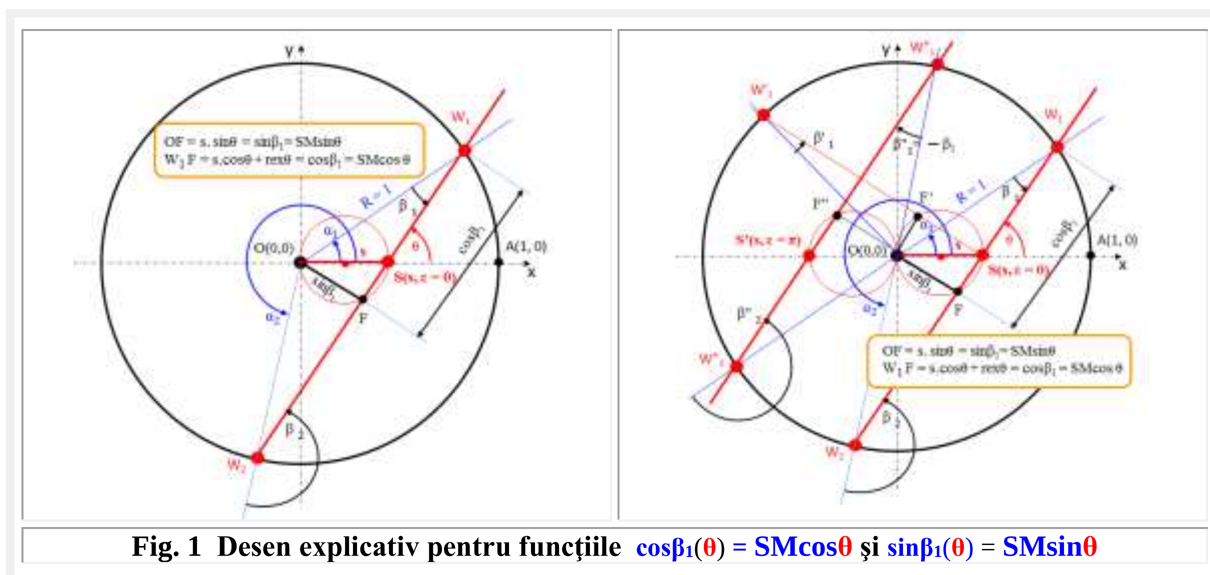


Fig. 1 Desen explicativ pentru funcţiile $\cos\beta_1(\theta) =$ SMcosθ şi $\sin\beta_1(\theta) =$ SMsinθ

Deoarece autorul lor a fost în impas cu privire al denumirea multitudinii noilor **funcţii super-matematice circulare excentrice** (**FSM─CE**).

În **SM** se operează cu trei unghiuri/ variabile principale :

α ─ unghiul la centrul* O(0, 0)** al cerclui unitate / trigonometric şi pol **P(0, 0)** al semidretei care determină ***funcţiile circulare centrice (**FCC**) ***ordinare***, denumite anterior trigonometrice, fiind definite pe un triunghi dreptunghic, pe care le denumim acum şi ***funcţii circulare Euler*** (**FCE**) în onoarea descoperitorului lor **cosα, sinα, tanα,** ş.a.

În **SM** se operează cu drepte şi nu cu semidrepte ca în **MC,** astfel că cercul va fi intersectat în **2** puncte **$W_{1,2}$** de dreapta excentrică **$d = d^- \cup d^+$** cu originea în **S(s,ε)**, fiecare punct fiind determinat de câte un unghi **$\alpha_{1,2}$** din **O(0, 0);**

θ — unghiul la excentrul **S(s, ε)** sau ***punctul solar*** situat la distanta **s** denumită ***excentricitate liniară numerică*** **s** pe direcţia ***excentricitaţii unghiulare*** de unghi **ε** faţă de axa **Ox** în cercul unitate **CU(O,1)** şi de **excentru E(e, ε)** într-un cerc oarecare de rază **R**, în care **e** = **R.s** este excentricitatea liniară reală a punctului excentric **E**. Denumită şi variabilă motoare sau esenţială în domeniul **SM**;

$\beta_{1,2}$ — unghiurile sub care se văd punctele **O** şi **S** din punctul **$W_{1,2}$** de pe cercul unitate, astfel că există relaţiile (**Fig. 1**) :

(1) $$\begin{cases} \theta = \alpha_1 + \beta_1 \\ \theta = \alpha_2 + \beta_2 - 2\pi \\ \beta_1 + \beta_2 = \pi \end{cases} \rightarrow \begin{cases} \beta_1 = \theta - \alpha_1 \\ \beta_2 = \theta - \alpha_2 + 2\pi \end{cases}$$

prezentate pe **figura 1** explicativă şi unghiurile **$\beta_{1,2}$** variabile au fost denumite ***funcţii beta excentrice*** de variabilă **excentrică θ** şi notate cu **$\beta_{1,2}$ (θ)** = **$bex_{1,2}\theta$**, iar cele de variabilă centrică **$\alpha_{1,2}$** sunt notate cu majuscule, ca toate funcţiile de variabilă ***centrică* α**, adică **β (**$\alpha_{1,2}$**)** = **$Bex\alpha_{1,2}$.**

Funcţiile ***beta excentrice*** au făcut obiectul lucrării dlui Prof. Dr. ing. **Dumitru Bălă "SUPERMATHEMATICAL – ŞELARIU FUNCTIONS BETA ECCENTRIC bex*θ* SOLUTIONS OF SOME OSCILLATORY NOON-LINIAR SYSTEMS (SO*β*),** susţinută la "***Proceedings of the 2nd World Congress on Science, Economics, and Culture***", 25-29 August 2008, **New York**.

Oricare funcţie periodică poate, în principiu, descrie, evident, o mişcare oscilantă. Funcţiile circulare centrice (**FCC**) cosinus (**cosα**) şi sinus (**sinα**) centrice descriu, fără dificultate, mişcările oscilatorii ale ***sistemelor liniare***; **matematica centrică** (**MC**) fiind matematica sistemelor ideale, perfecte, liniare, în timp ce, ***matematica excentrică*** (**ME**) este matematica sistemelor reale, imperfecte, neliniare. Reuniunea lor reprezintă, după cum se ştie, **supermatematica** (**SM**), pentru că s-a mai spus.

Unele ***funcţii supermatematice circulare excentrice*** (**FSM—CE**), de variabilă centrică **cexθ** şi **sexθ** [5] cât şi cele de variabilă centrică **Cexα** şi **Sexα** [8], sunt demonstrate, deja, ca soluţii ale unor sisteme vibrante de caracteristici elastice statice neliniare. Şi funcţiile cuadrilobe ***coqθ*** şi ***siqθ*** [10] s-au dovedit a fi soluţii ale unor sisteme oscilante neliniare, asemănătoare cu caracteristicile elastice statice ale sistemelor lui **Duffing** ($ax \pm bx^3$), care reprezintă o dezvoltare în serii de puteri, dar vibraţiile cvadrilobe asigură un termen ($\pm cx^5$) al dezvoltarii în plus.

Funcţiile supermatematice realizează o extindere vastă (infinită) a funcţiilor periodice, fără să înlocuiască cercul unitate / trigonometric cu alte curbe închise, aşa cum se cunosc foarte multe încercări în matematica centrică (**MC**) descrise succint în "SUPERMATEMATICA. FUNDAMENTE", Vol.I, Cap 2: Funcţii pătratice şi rombice **Alaci Valeriu**; Funcţii pseudohiperbolice **Eugen Vişa**, Funcţii trigonometrice înclinate **Dr. Biehringer**, Funcţii trigonometrice înclinate şi Funcţii trigonometrice generalizate **Markusevici**, Funcţii poligonale **Enulescu**, Funcţii transtrigonometrice **Malvina Baica** şi **Mircea Cârdu** ş.a.

Noile funcţii periodice, componente ale complementelor de matematică şi ale matematicii excentrice (**ME**), care reunite cu **MC** alcătuiesc ceea ce s-a denumit ***supermatematică*** (**SM** = **MC** ∪ **ME**), s-au dovedit deja soluţii ale descrierii unor mişcări periodice ale unor sisteme vibrante neliniare, mai greu de descris cu funcţiile existente în **MC**.

In **figurile 2,a** şi **2,b** sunt prezentate **funcţiile supermatematice circulare excentrice** (**FSM—CE**) **supermatematic sinus**:

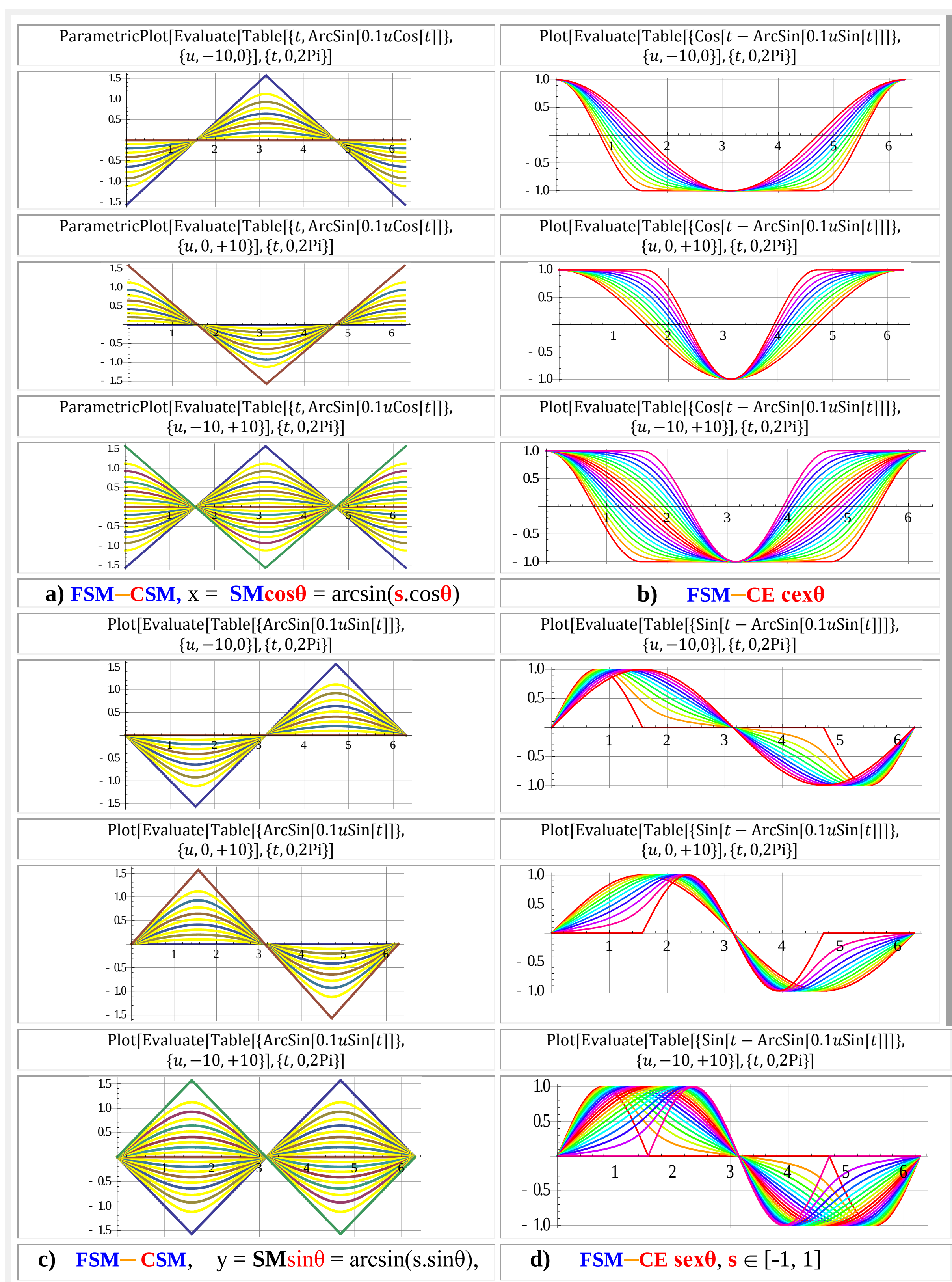
(2) Y = βsex(θ)≡ **SMsinθ** = **bexθ** = **arcsin[s.sin(θ-ε)],**

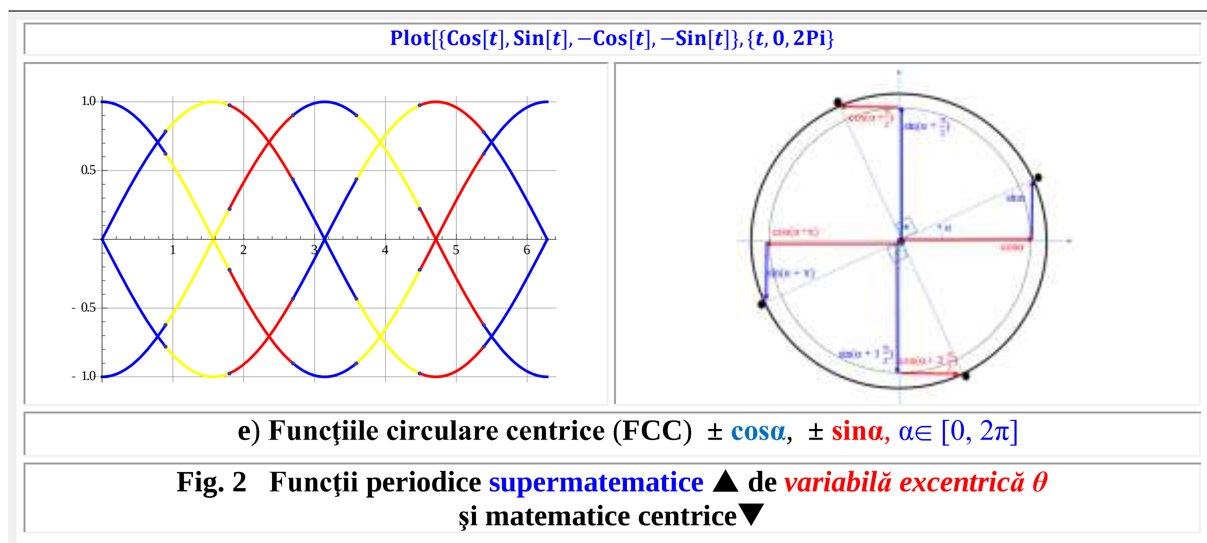
denumită anterior **beta-sinus-excentric** şi notată **βsex(θ,S(s,ε)),** acum numită **SM sinus** şi notată **SMsinθ** în care **S(s,ε)** este excentrul, corespunzător cercului unitate, **s** = **e**/**R** este excentricitatea numerică, **e** excentricitatea reală, corespunzatoare unui cerc de raza oarecare R şi **ε** este direcţia pe care a fost expulzat polul **S(s,ε)** din O(0,0) şi denumit excentru **S(s,ε)**, precum şi funcţia **complementară supermatematic cosinus:**

(3) X = βcex(θ)≡ **SMcosθ** = bex(θ + π/2) = arcsin[s.sin[θ + π/2 - ε] = arcsin[s.cos(θ - ε)] =

= **arcsin[s.cos(θ - ε)]**.

Aşa cum cosθ şi cos(θ - π/2) = sinθ (**Fig.1,e**) sunt soluţii ale unor sisteme vibrante liniare, tot aşa, cele două funcţii prezentate anterior, cu graficele din **figura 2,a** şi **2,c** pot fi soluţii ale unor sisteme vibrante neliniare.





e) Funcţiile circulare centrice (FCC) ± **cosα**, ± **sinα**, α∈ [0, 2π]

Fig. 2 Funcţii periodice supermatematice ▲ de *variabilă excentrică θ* şi matematice centrice▼

2 SEMNIFICAŢIILE GEOMETRICE ALE FSM-SMC SMcosθ şi SMsinθ

Prin intersectarea cercului unitate **C(O,1)** cu o dreaptă turnantă în jurul excentrului **S(s, ε)** al cercului unitate apar punctele de intersecţie $\mathbf{W_1}$ şi $\mathbf{W_2}$, notate concentrat $\mathbf{W_{1,2}}$.

Coordonatele carteziene ale acestor puncte, ca funcţii de variabla excentrică **θ**, sunt ***funcţiile supermatematice circulare excentrice*** (**FSM─CE**) :

(4) $x_{1,2} = cex_{1,2}\theta = \cos\alpha_{1,2}$ şi

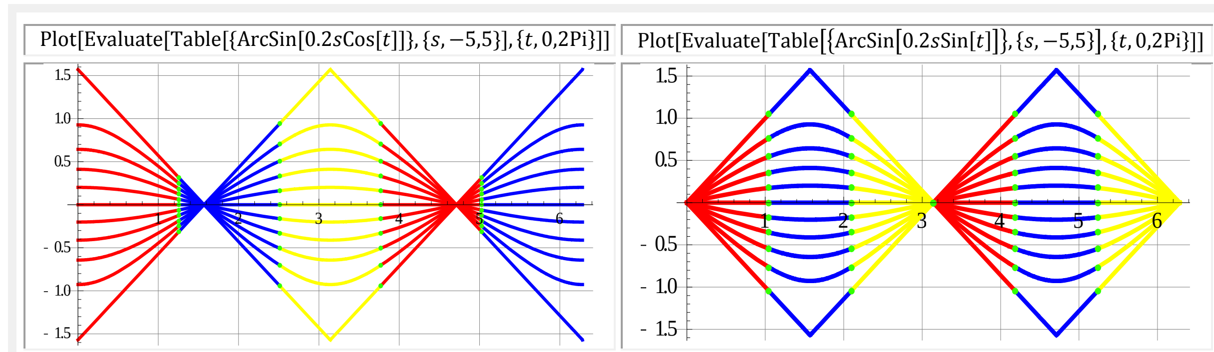
(5) $y_{1,2} = sex_{1,2}\theta = \sin\alpha_{1,2}$

echivalentele funcţiilor cosinus şi sinus, de variabile centrice, în care $\boldsymbol{\alpha_{1,2}}$ sunt unghiurile din **O(0,0),** corespondente din **MC** (**Fig. 2,b** şi **Fig. 2,d**).

FSM─CE cosinus şi sinus **excentrice**, atât cele de variabilă excentrică ***cexθ*** şi ***sexθ***, [5] cât şi cele de variabilă centrică ***Cexα*** şi **Sexα** [8], sunt soluţii ale unor sisteme oscilante de caracteristici elastice statice neliniare. Există, însă, multe alte **FSM─CE** care sunt soluţii ale unor astfel de sisteme oscilante, toate fiind incluse în sistemul oscilaţiilor excentrice (**SOE**), denumire dată acestor sisteme de Prof. dr. math. **Emilia Petrişor**.

În cadrul **SOE** se inscriu oscilaţiile în **modul** ale funcţiilor radial excentric de variabilă excentrică $\mathbf{rex_{1,2}\theta}$, cât şi cele de variabilă centrică $\boldsymbol{Rex\alpha_{1,2}}$, care sunt reprezentate de razele vectoare excentrice $\overrightarrow{r_{1,2}} = \overrightarrow{EW_{1,2}}$ şi care nu au echivalent în **MC,** deoarece, în **MC** în condiţiile **e = s = 0**, modulul vectorului $|\overrightarrow{R_{1,2}(\alpha_{1,2})}| = |\overrightarrow{OW_{1,2}}|$ = const. = 1.

Coordonatele carteziene ale acestor puncte, ca funcţii de variabla excentrică **θ**, sunt **funcţiile supermatematice circulare excentrice** (**FSM─CE**) ***cexθ*** şi ***sexθ***.



s = 1

s = 0,8

s = 0,6

s = 0,4

s = 0,2

s = 0,2

Fig. 3 FSM—CE SMcosθ ◀ şi SMsinθ ▶

În **figura 3** sunt prezentate noile **FSM—CE SMcosθ ◀** şi **SMsinθ ▶**. Ele sunt funcţii periodice de ***amplitudini variabile***, care scad cu scaderea valorii ***excentricităţii liniare s*** şi se translatează cu valoarea excentricităţii unghiulare ε (**Fig. 4**), în sens invers cu semnul acesteia.

Strâmbarea lor poate fi efectuată aşa cum se va prezenta în continuare şi astfel pot fi obţinute **nove şi supernove SMcosθ ◀** şi **SMsinθ ▶** **(Fig 6 şi 7**).

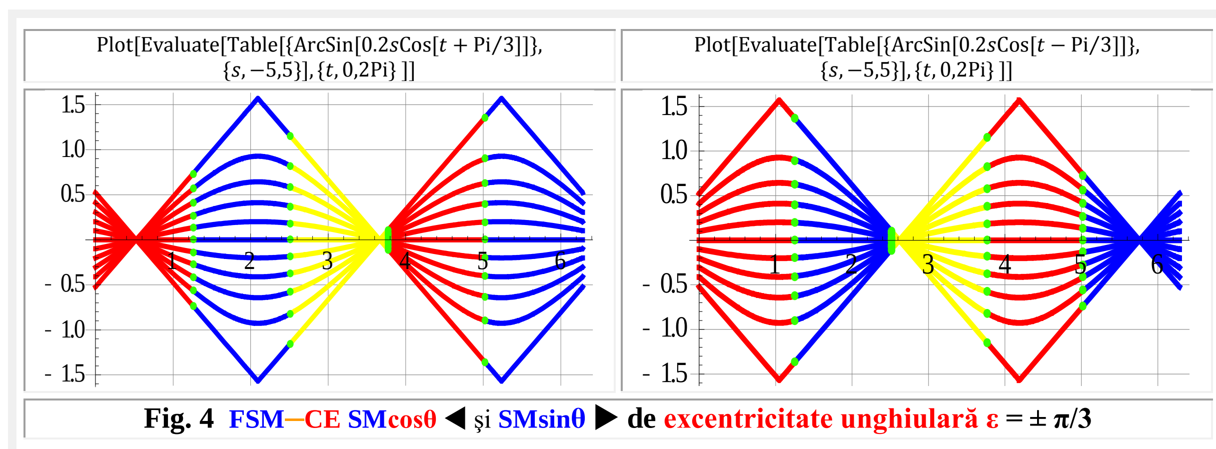


Fig. 4 FSM—CE SMcosθ ◀ şi SMsinθ ▶ de excentricitate unghiulară ε = ± π/3

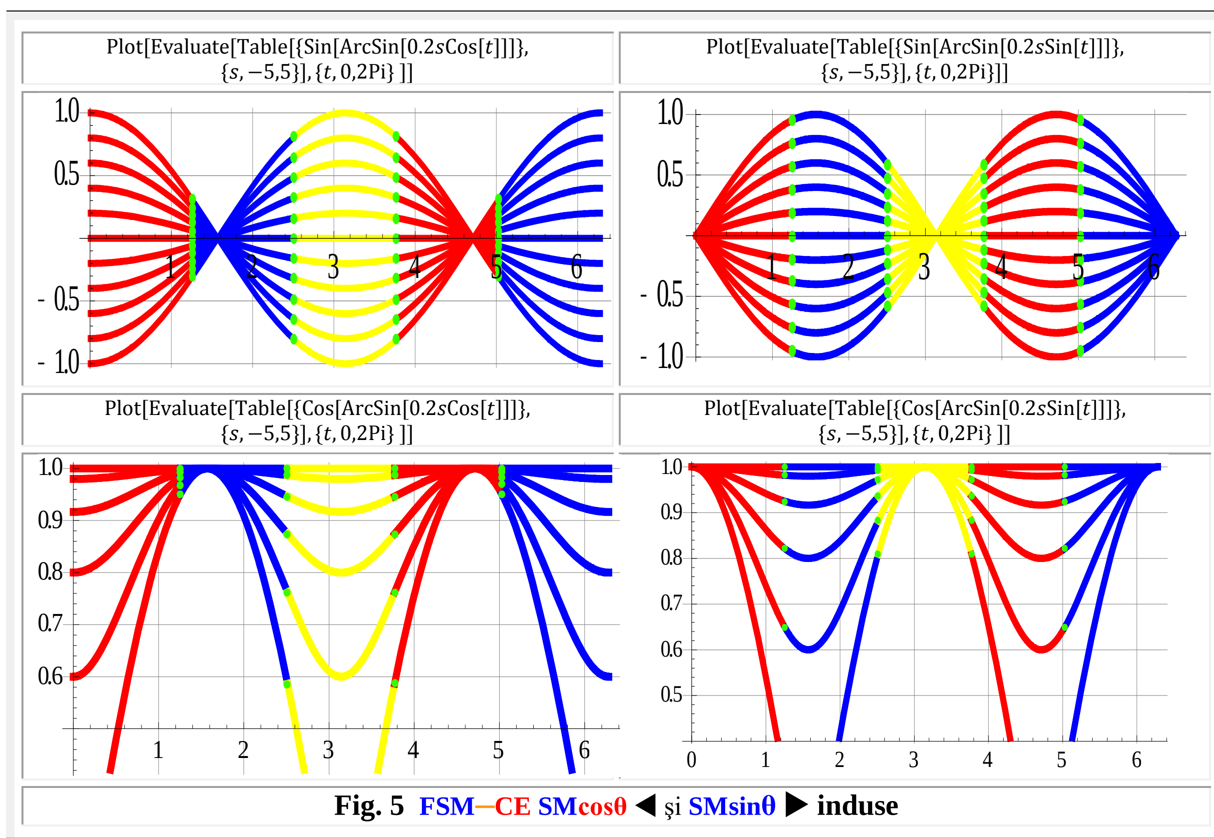


Fig. 5 FSM—CE SMcosθ ◀ şi SMsinθ ▶ induse

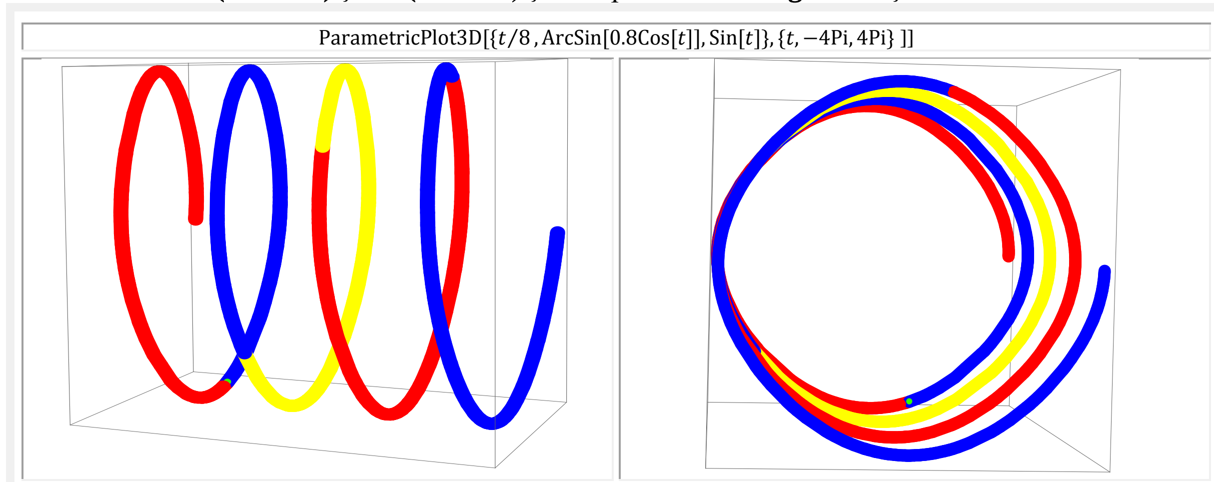
NOVE ŞI SUPERNOVE SMcosθ ◀ şi SMsinθ ▶

În **figura 6** sunt prezentate în **3D** **novele** şi **supernovele** derivate din **FSM—CE SMcosθ** de excentricitate liniară numerică **s = 0,8** şi unghiulară **ε = 0**. Pentru z = cosθ se obţine o spirală care, în secţiune transversală, este o quadrilobă, iar pentru z = sinθ se obţine o funcţie periodică într-un plan diagonal al cubului. Celelalte **supernove** prezentate în figură sunt cu două şi cu un singur nod.

Figura 7 prezintă **supernovele** aceloraşi funcţii autoinduse şi induse, adică cos(**SMcosθ**) şi sin(**SMcosθ**).

Novele şi **supernovele** derivate din **FSM—CE SMsinθ** de excentricitate liniară numerică **s = 0,8** şi unghiulară **ε = 0** sunt prezentate în **figura 8.**

Novele şi **supernovele** autoinduse sunt de forma **cos(SMcosθ)** şi **sin(SMsinθ)** iar cele induse sunt de forma **sin(SMcosθ)** şi **cos(SMsinθ)** şi sunt prezentate în **figurile 7** şi **9.**



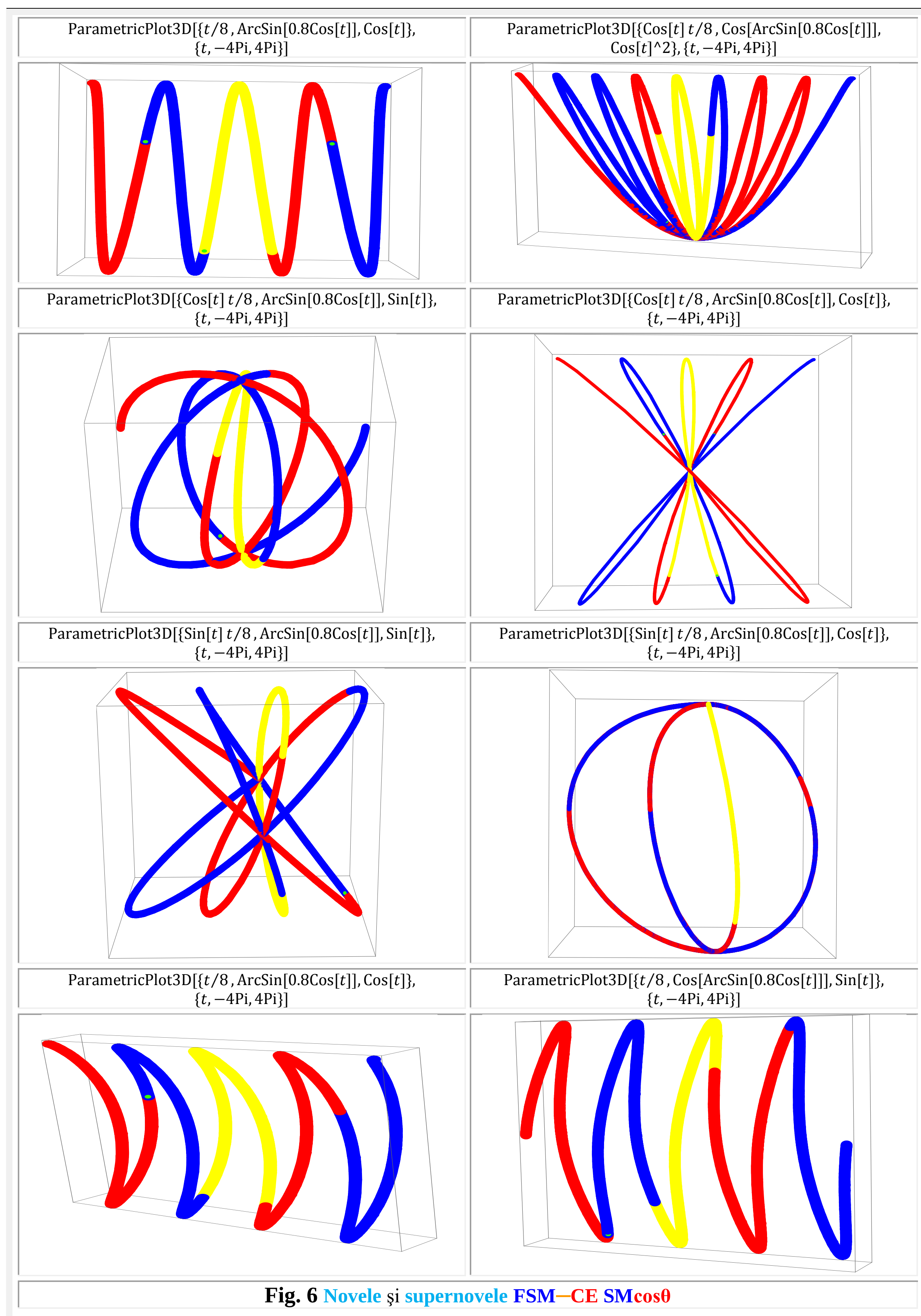


Fig. 6 Novele şi supernovele FSM—CE SMcosθ

ParametricPlot3D[{t/8, Cos[ArcSin[0.8Cos[t]]], Cos[t]}, {t, −4Pi, 4Pi}]

ParametricPlot3D[{t/8, Cos[ArcSin[0.8Cos[t]]], Sin[t]}, {t, −4Pi, 4Pi}]

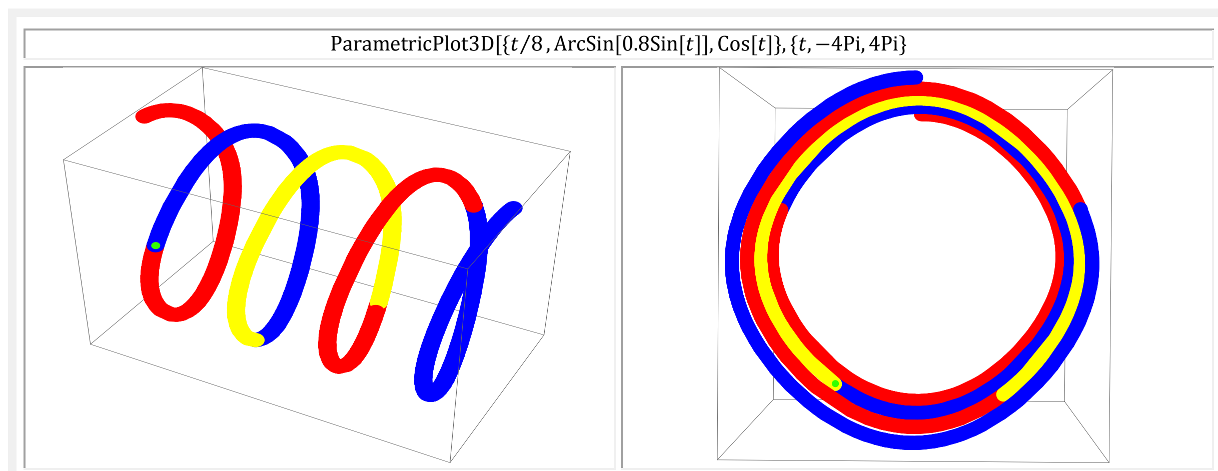
ParametricPlot3D[{Cos[t] t/8, Cos[ArcSin[0.8Cos[t]]], Sin[t]}, {t, −4Pi, 4Pi}]

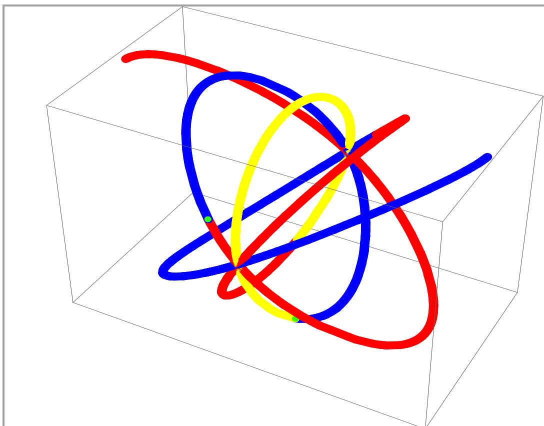
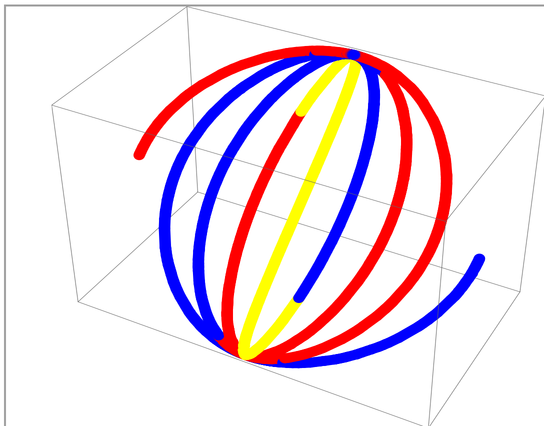
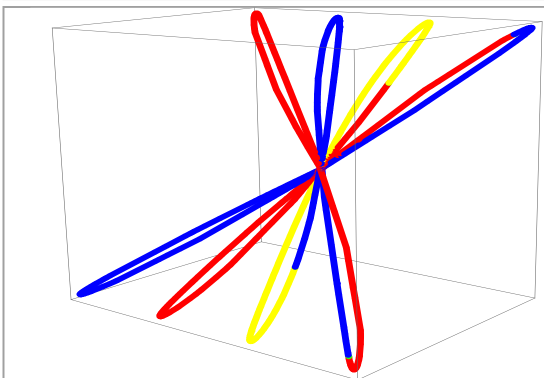
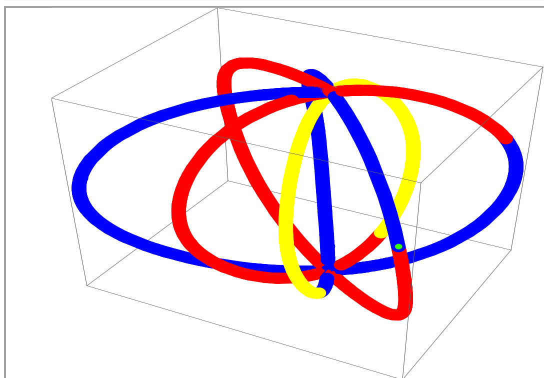
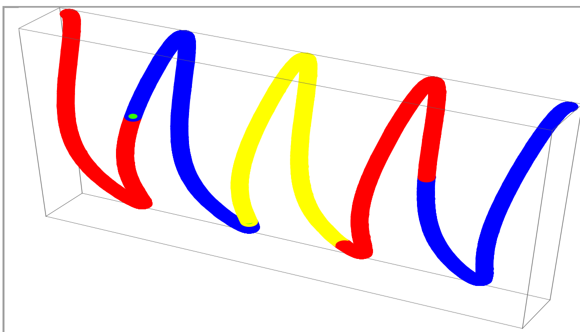
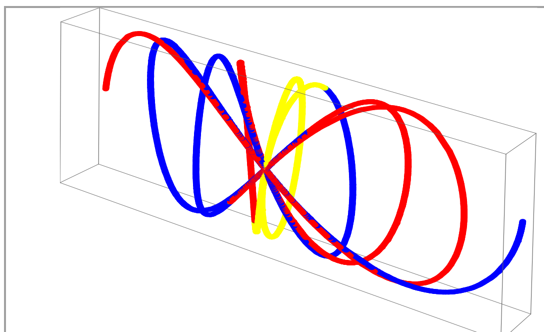
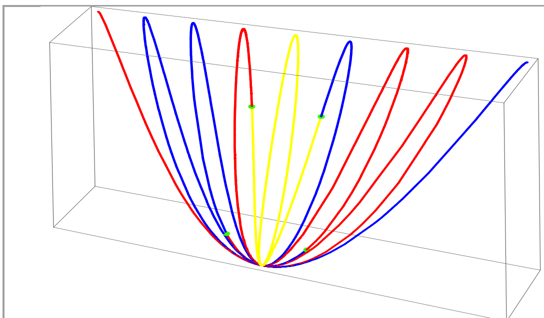
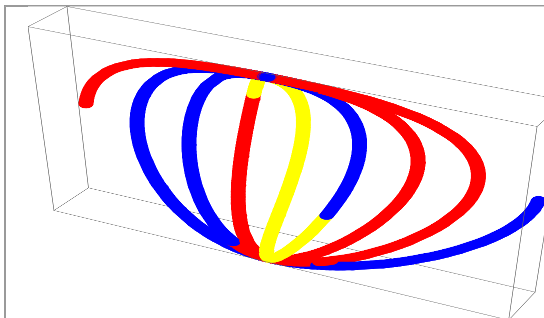
ParametricPlot3D[{Cos[t] t/8, Cos[ArcSin[0.8Cos[t]]], Cos[t]}, {t, −4Pi, 4Pi}]

ParametricPlot3D[{Cos[t] t/8, Cos[ArcSin[0.8Cos[t]]], 0.15Cos[2t]}, {t, −4Pi, 4Pi}]

ParametricPlot3D[{Sin[t]Cos[t] t/8, Cos[ArcSin[0.8Cos[t]]], Cos[t]}, {t, −4Pi, 4Pi}]

Fig. 7 Nove şi supernove SMcosθ induse


ParametricPlot3D[{t/8, ArcSin[0.8Sin[t]], Cos[t]}, {t, −4Pi, 4Pi}

ParametricPlot3D[{Cos[t] t/8 , ArcSin[0.8Sin[t]], Cos[t]}, {t, −4Pi, 4Pi}]	ParametricPlot3D[{Cos[t] t/8 , ArcSin[0.8Sin[t]], Sin[t]}, {t, −4Pi, 4Pi}]
	
ParametricPlot3D[{Sin[t] t/8 , ArcSin[0.8Sin[t]], Sin[t]}, {t, −4Pi, 4Pi}]	ParametricPlot3D[{Sin[t] t/8 , ArcSin[0.8Sin[t]], Cos[t]}, {t, −4Pi, 4Pi}]
	
ParametricPlot3D[{t/8 , Cos[ArcSin[0.8Sin[t]]], Cos[t]}, {t, −4Pi, 4Pi}]	ParametricPlot3D[{Cos[t] t/8 , Cos[ArcSin[0.8Sin[t]]], 0.25Sin[2t]}, {t, −4Pi, 4Pi}]
	
ParametricPlot3D[{Cos[t] t/8 , Cos[ArcSin[0.8Sin[t]]], 0.15Cos[2t]}, {t, −4Pi, 4Pi}]	ParametricPlot3D[{Cos[t] t/8 , Cos[ArcSin[0.8Sin[t]]], Sin[t]}, {t, −4Pi, 4Pi}]
	

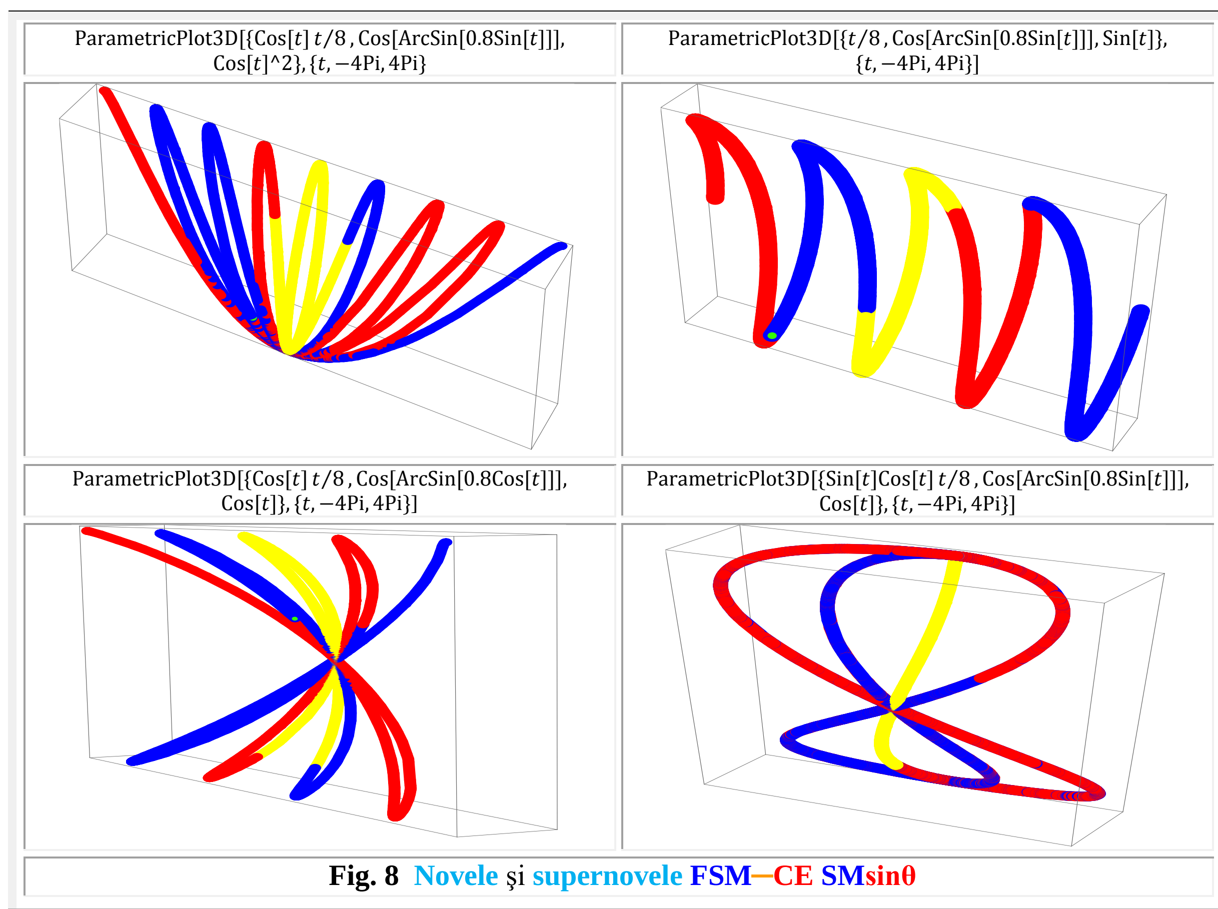
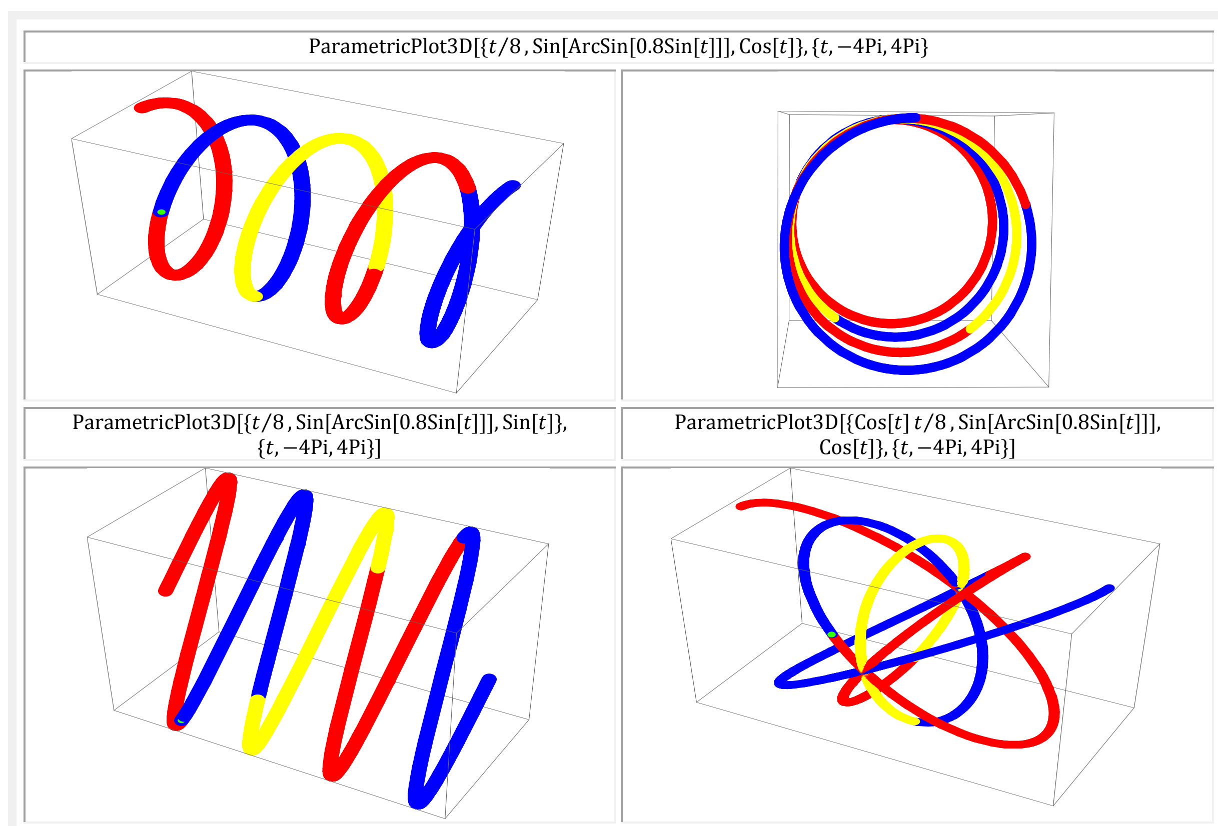
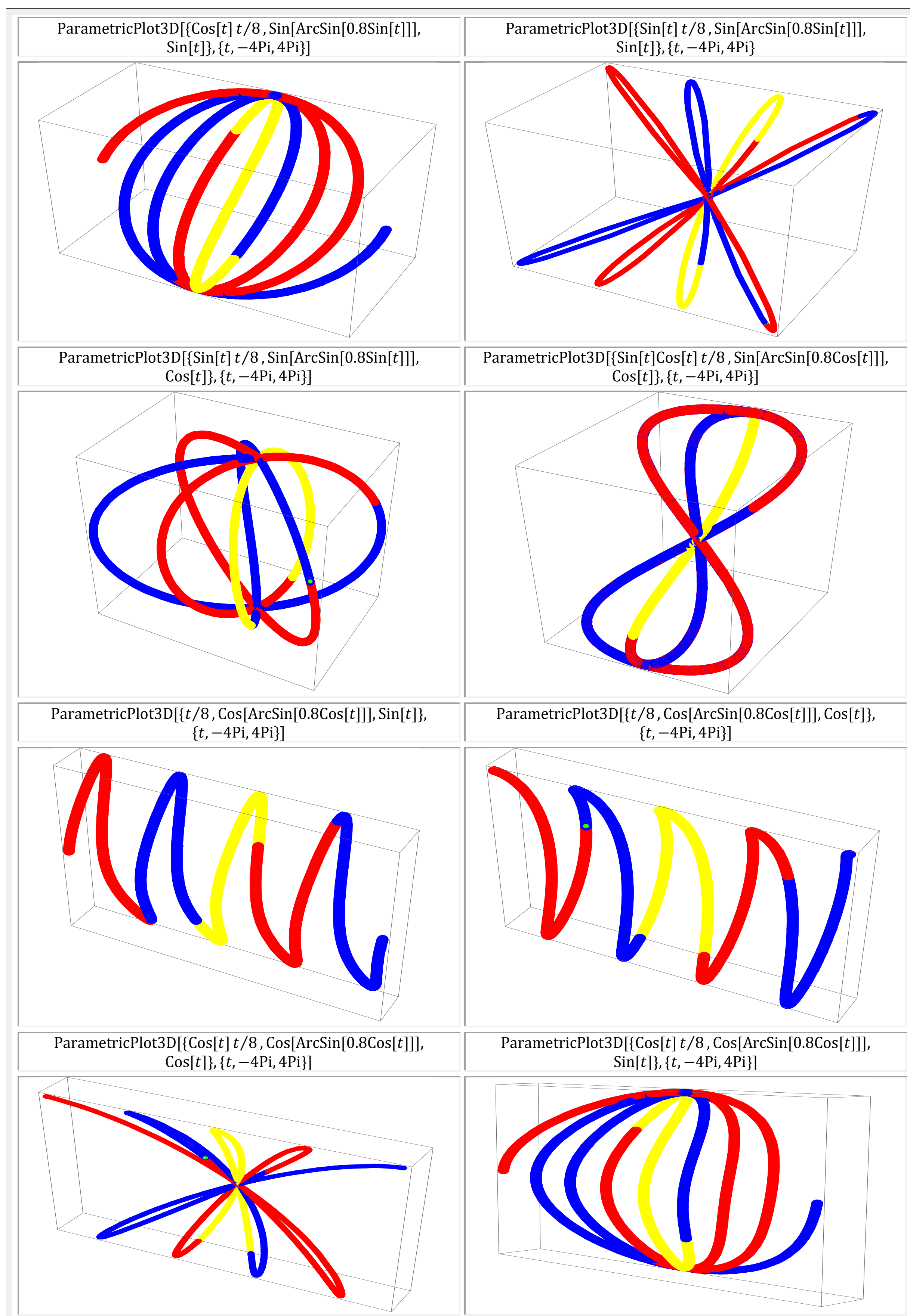


Fig. 8 Novele şi supernovele FSM—CE SMsinθ




ParametricPlot3D[{Cos[t] t/8, Sin[ArcSin[0.8Sin[t]]], Sin[t]}, {t, −4Pi, 4Pi}]
ParametricPlot3D[{Sin[t] t/8, Sin[ArcSin[0.8Sin[t]]], Sin[t]}, {t, −4Pi, 4Pi}
ParametricPlot3D[{Sin[t] t/8, Sin[ArcSin[0.8Sin[t]]], Cos[t]}, {t, −4Pi, 4Pi}]
ParametricPlot3D[{Sin[t]Cos[t] t/8, Sin[ArcSin[0.8Cos[t]]], Cos[t]}, {t, −4Pi, 4Pi}]
ParametricPlot3D[{t/8, Cos[ArcSin[0.8Cos[t]]], Sin[t]}, {t, −4Pi, 4Pi}]
ParametricPlot3D[{t/8, Cos[ArcSin[0.8Cos[t]]], Cos[t]}, {t, −4Pi, 4Pi}]
ParametricPlot3D[{Cos[t] t/8, Cos[ArcSin[0.8Cos[t]]], Cos[t]}, {t, −4Pi, 4Pi}]
ParametricPlot3D[{Cos[t] t/8, Cos[ArcSin[0.8Cos[t]]], Sin[t]}, {t, −4Pi, 4Pi}]

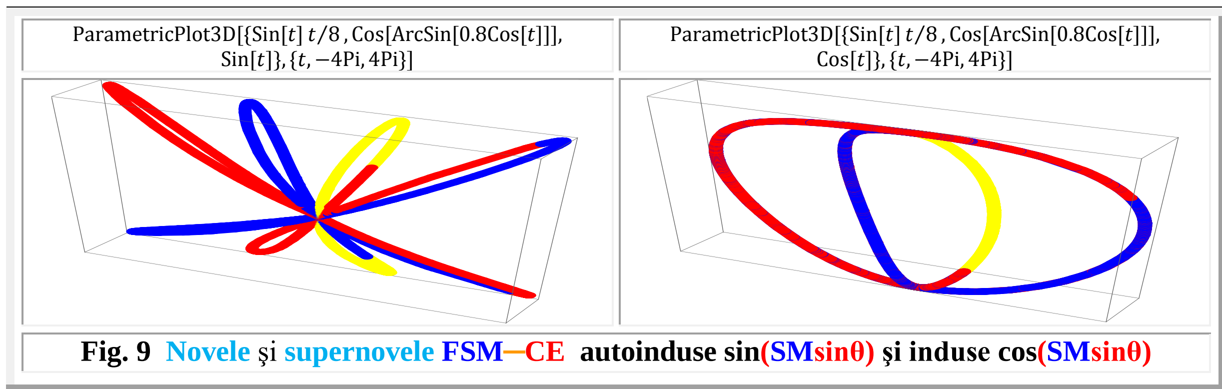


Fig. 9 Novele şi supernovele FSM—CE autoinduse sin(SMsinθ) şi induse cos(SMsinθ)

DERIVATELE FUNCŢIILOR SUPERMATEMATICE NOI D(SMsinθ) şi D(SMcosθ)

Derivatele acestor funcţii sunt prezentate în relaţia (6):

(6)
$$\begin{cases} \mathbf{D}(\mathbf{SMcos\theta}) = \frac{d}{d\theta}(\mathbf{SMcos\theta}) = \frac{d}{d\theta}(\arcsin[s.\cos(\theta-\varepsilon)]) = -\frac{s\mathrm{Sin}[t]}{\sqrt{1-s^2\mathrm{Cos}[t]^2}} \\ \mathbf{D}(\mathbf{SMsin\theta}) = \frac{d}{d\theta}(\mathbf{SMsin\theta}) = \frac{d}{d\theta}(\arcsin[s.\sin(\theta-\varepsilon)]) = \frac{s\mathrm{Cos}[t]}{\sqrt{1-s^2\mathrm{Sin}[t]^2}} \end{cases}$$

cu graficele din **figura 10,a**.

Din **figura 10,a** rezultă imediat că aceste derivate sunt reprezentate de ***funcţia supermatematică circulară excentrică*** **(FSM—CE)** derivată excentrică de variabilă excentrică **dexθ** translatată pe verticală cu o unitate, iar a doua funcţie este defazată şi pe orizontală, pe direcţia axei Ox, cu π/2.

Se ştie că funcţia derivata excentrică dex este definita de ecuaţiile:

(7)
$$\mathbf{dex\theta} = \frac{d\alpha}{d\theta} = \frac{d(\theta-\beta)}{d\theta} = 1 - \frac{d\beta}{d\theta} = 1 - \frac{d}{d\theta}(\mathbf{SMsin\theta}) = 1 - \frac{s\mathrm{Cos}[t]}{\sqrt{1-s^2\mathrm{Sin}[t]^2}}$$ (**Fig.10**,a)

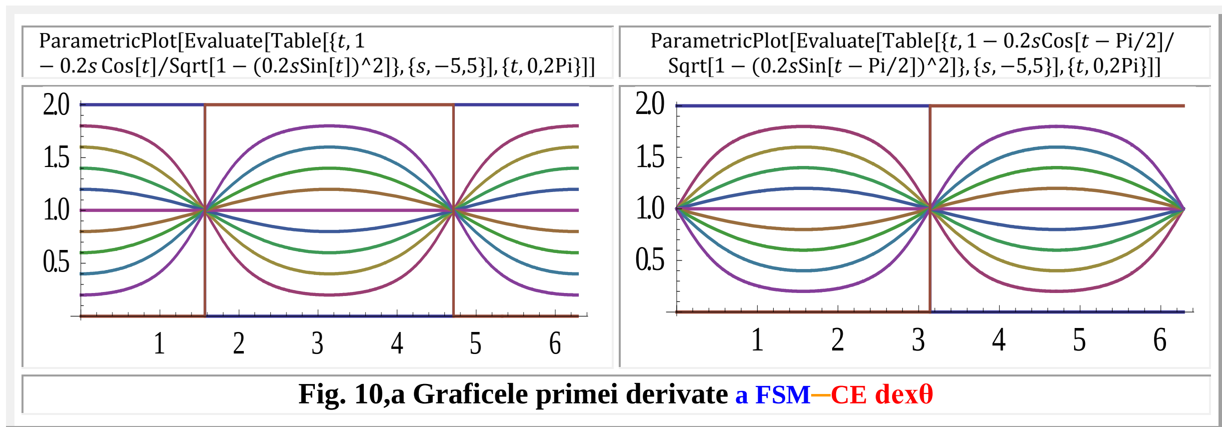
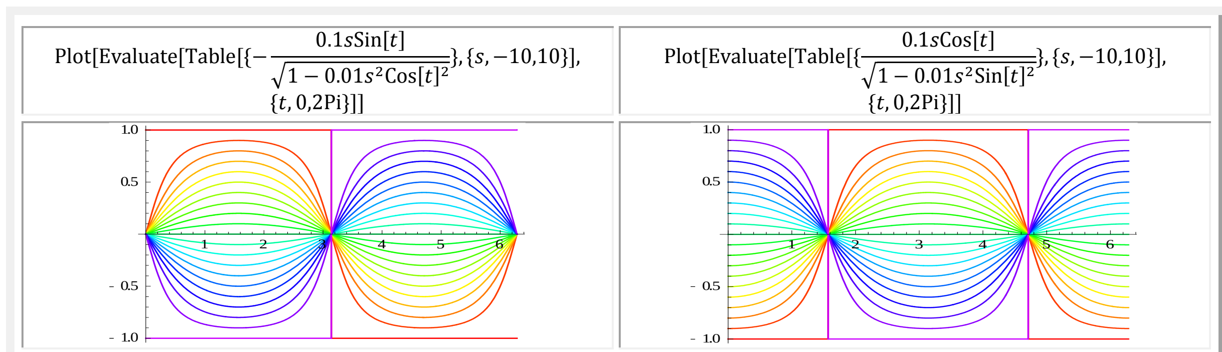


Fig. 10,a Graficele primei derivate a FSM—CE dexθ



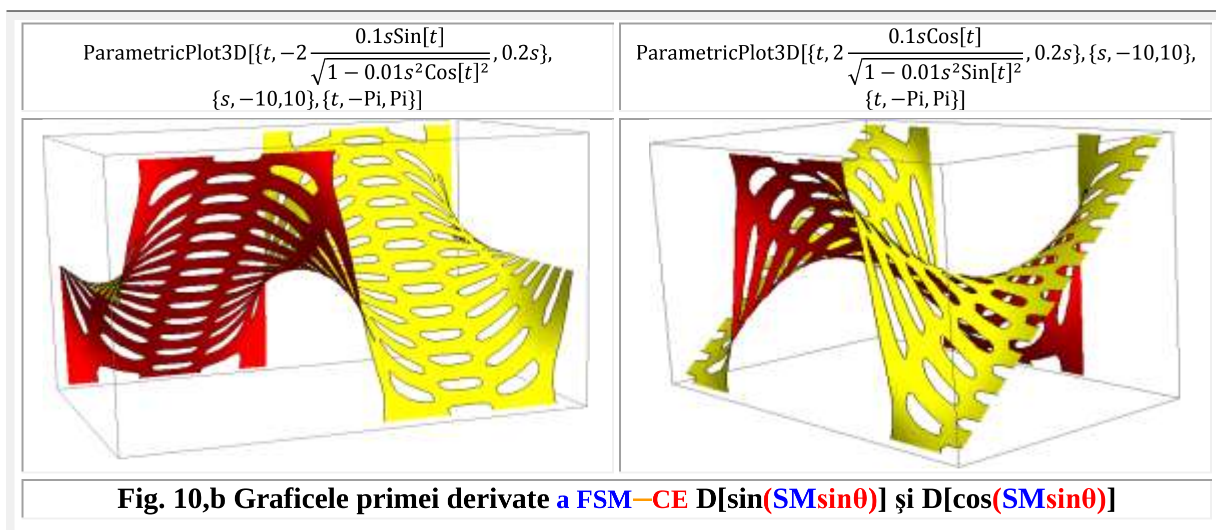


Fig. 10,b Graficele primei derivate a FSM—CE D[sin(SMsinθ)] şi D[cos(SMsinθ)]

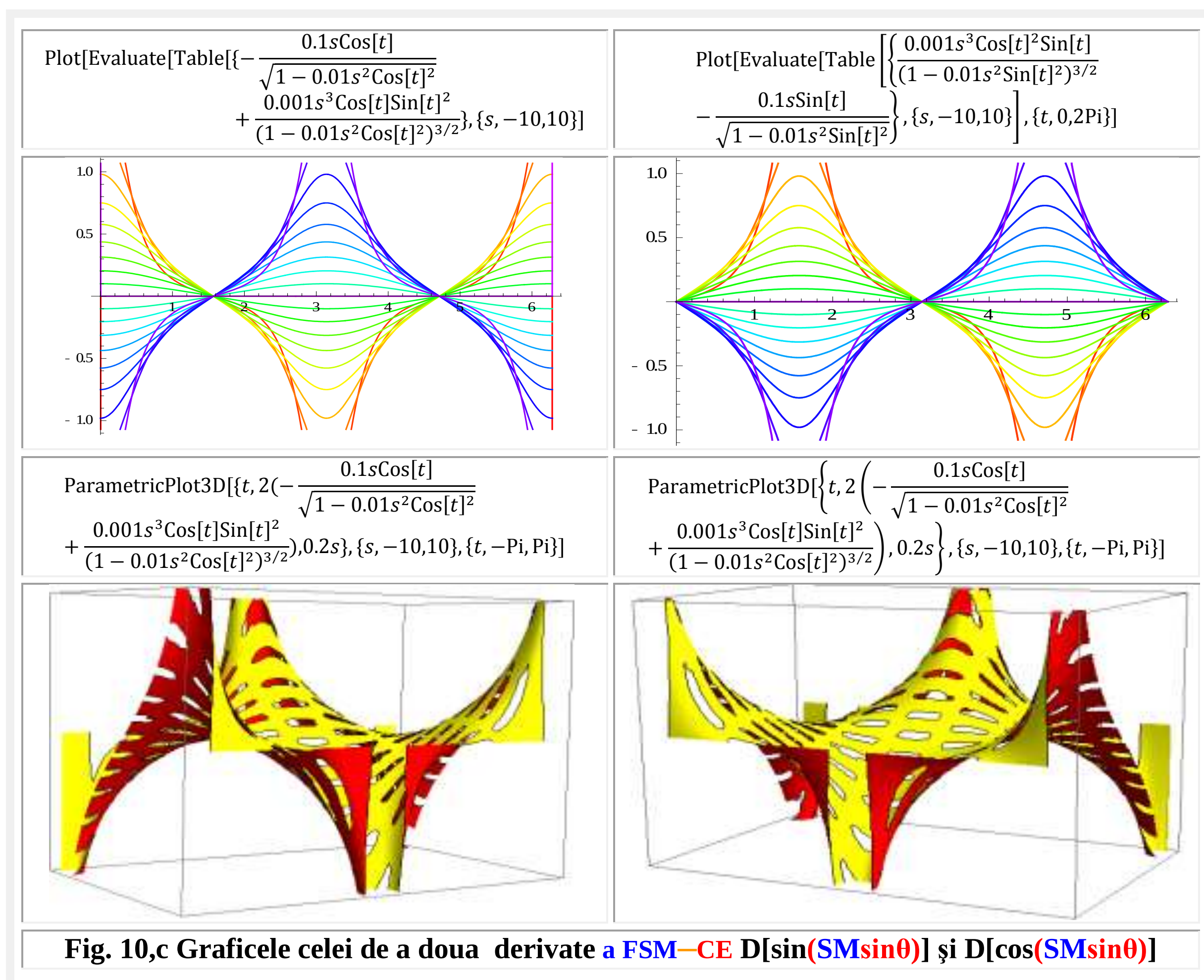
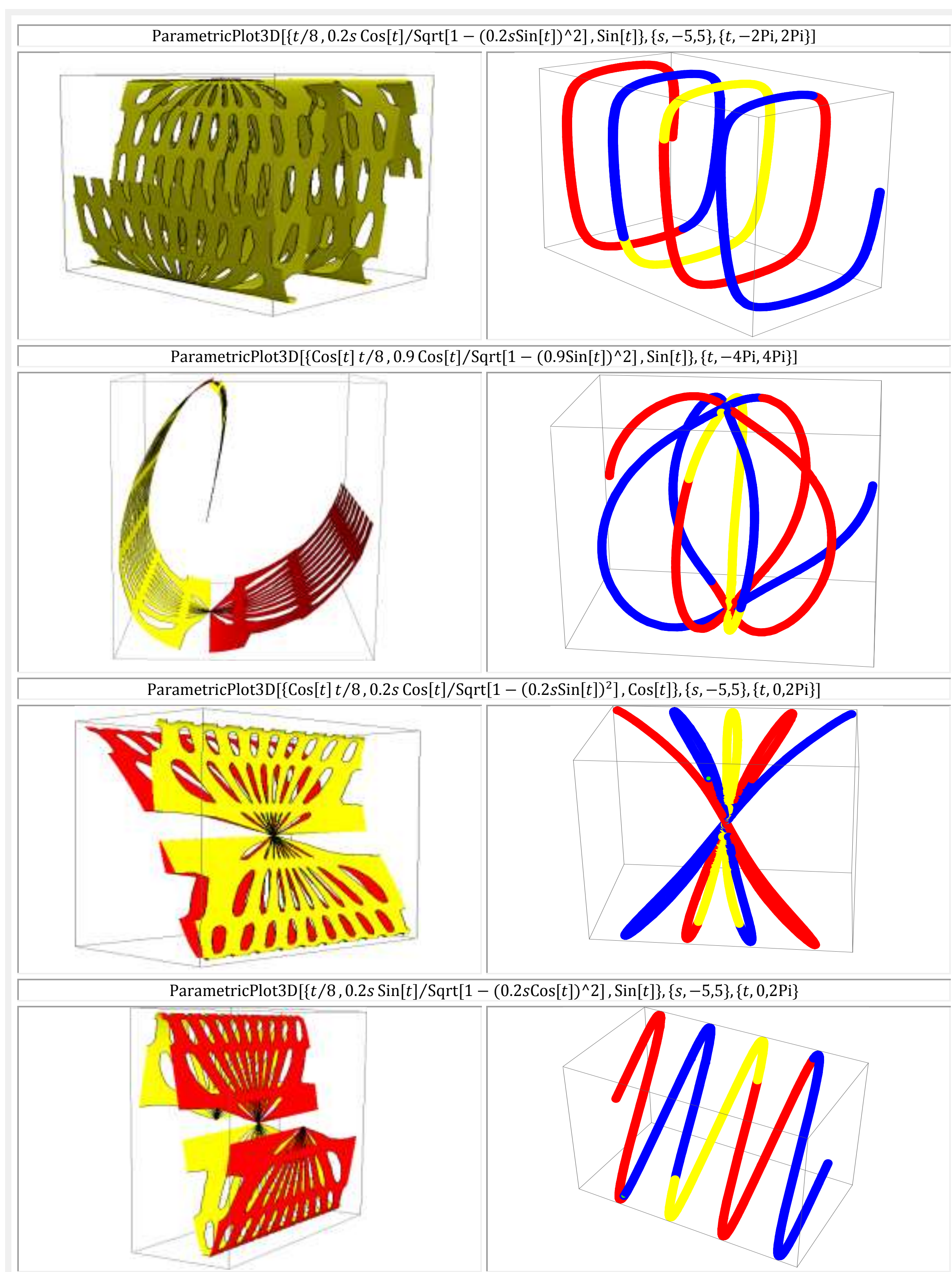
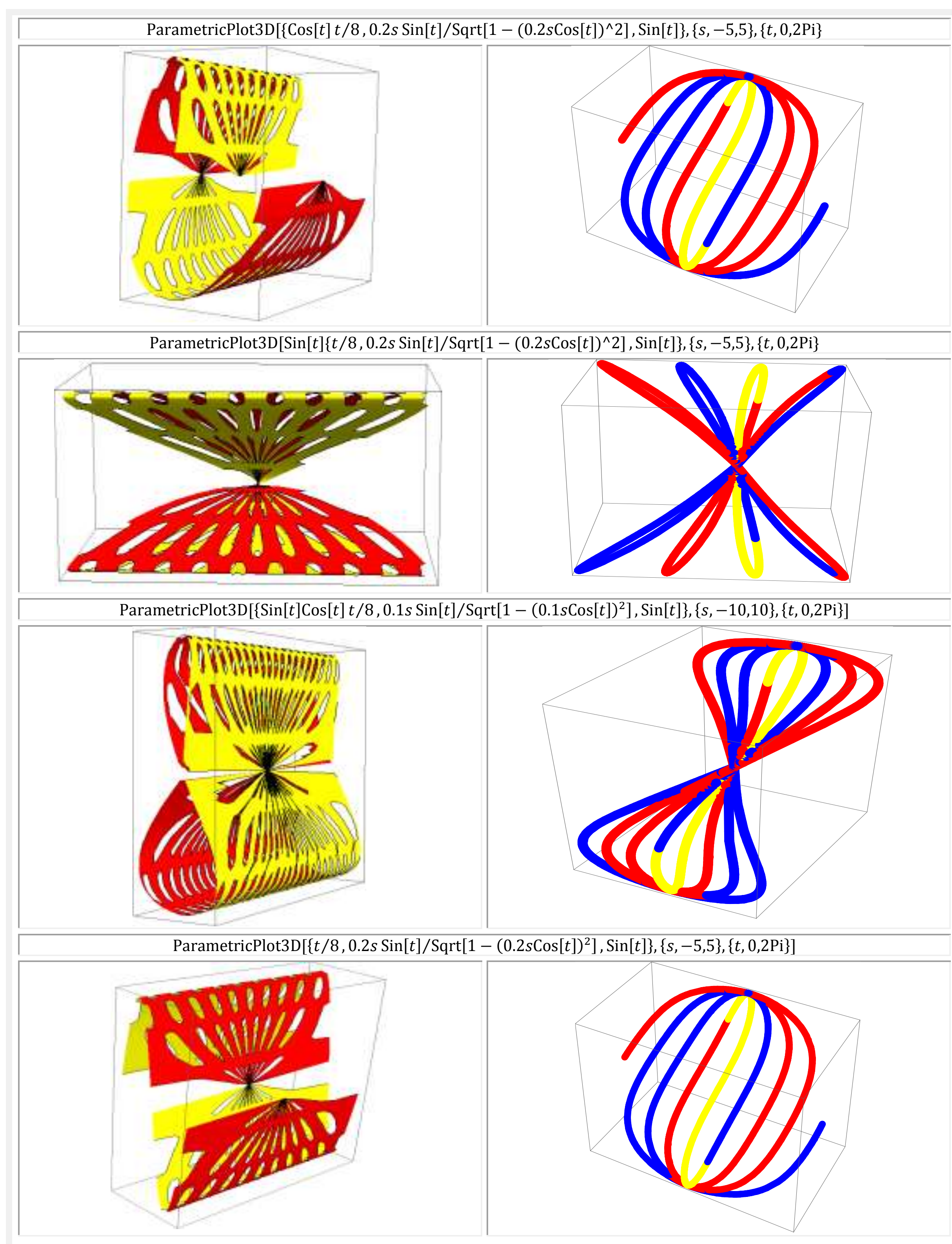


Fig. 10,c Graficele celei de a doua derivate a FSM—CE D[sin(SMsinθ)] şi D[cos(SMsinθ)]

SUPERNOVELE DERIVATELOR D(SMcosθ) ŞI D(SMsinθ)

În stânga **figurii 11** sunt prezentate **supernovele** derivatelor funcţiilor D(**SM**sinθ) de excentricităţi cuprinse în domeniul **s ∈ [-1, +1]** iar în partea dreaptă cele de excentricitate liniară numerică **s = 0,9**.


ParametricPlot3D[{t/8 , 0.2s Cos[t]/Sqrt[1 − (0.2sSin[t])^2] , Sin[t]}, {s, −5,5}, {t, −2Pi, 2Pi}]
ParametricPlot3D[{Cos[t] t/8 , 0.9 Cos[t]/Sqrt[1 − (0.9Sin[t])^2] , Sin[t]}, {t, −4Pi, 4Pi}]
ParametricPlot3D[{Cos[t] t/8 , 0.2s Cos[t]/Sqrt[1 − (0.2sSin[t])²] , Cos[t]}, {s, −5,5}, {t, 0,2Pi}]
ParametricPlot3D[{t/8 , 0.2s Sin[t]/Sqrt[1 − (0.2sCos[t])^2] , Sin[t]}, {s, −5,5}, {t, 0,2Pi}


ParametricPlot3D[{Cos[t] t/8 , 0.2s Sin[t]/Sqrt[1 − (0.2sCos[t])^2] , Sin[t]}, {s, −5,5}, {t, 0,2Pi}
ParametricPlot3D[Sin[t]{t/8 , 0.2s Sin[t]/Sqrt[1 − (0.2sCos[t])^2] , Sin[t]}, {s, −5,5}, {t, 0,2Pi}
ParametricPlot3D[{Sin[t]Cos[t] t/8 , 0.1s Sin[t]/Sqrt[1 − (0.1sCos[t])^2] , Sin[t]}, {s, −10,10}, {t, 0,2Pi}]
ParametricPlot3D[{t/8 , 0.2s Sin[t]/Sqrt[1 − (0.2sCos[t])^2] , Sin[t]}, {s, −5,5}, {t, 0,2Pi}]

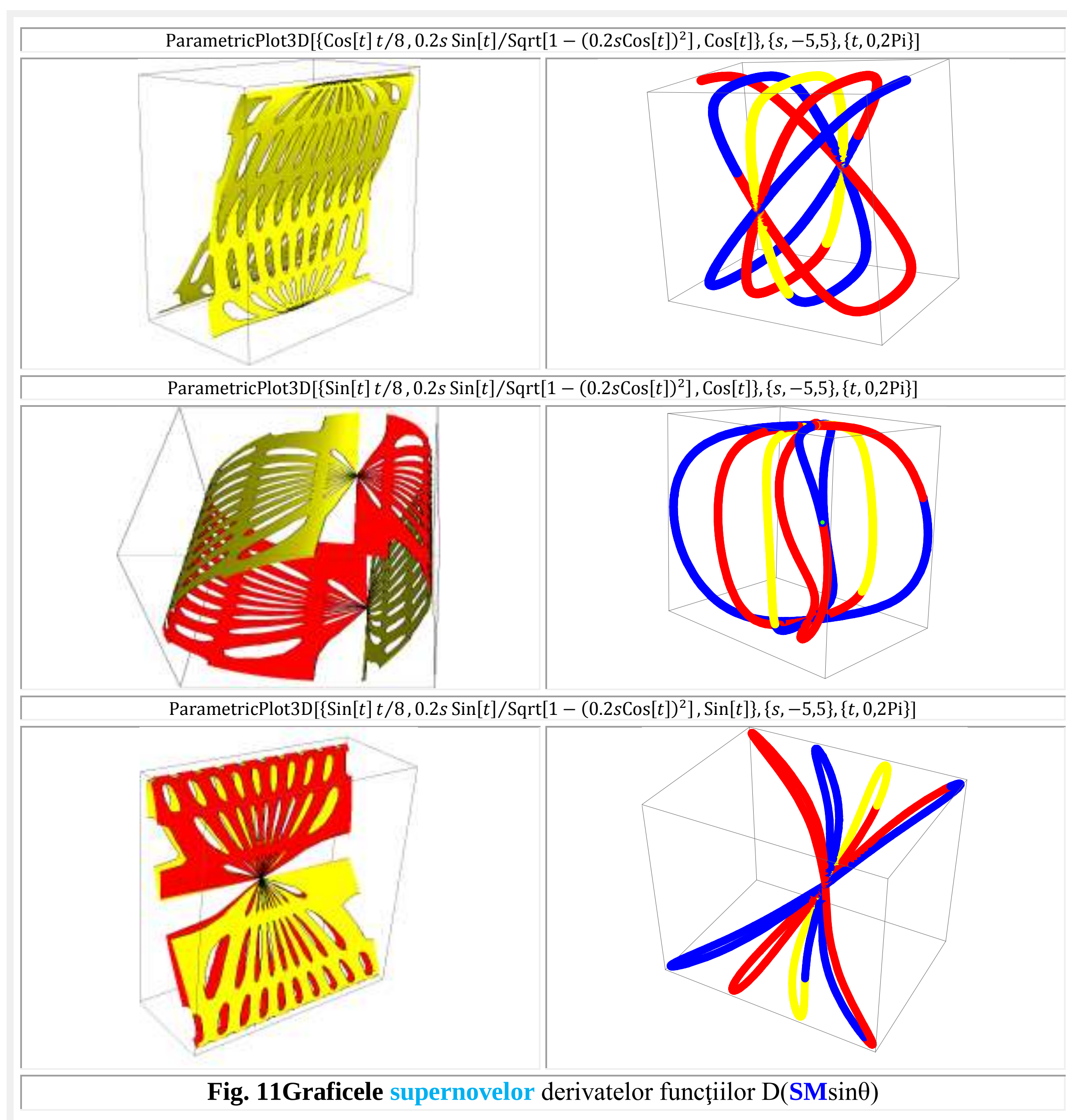


Fig. 11Graficele supernovelor derivatelor funcţiilor D(**SM**sinθ)

DERIVATELE FUNCŢIILOR AUTOINDUSE ŞI INDUSE

D[cos(SMcosθ)], D[sin(SMsinθ)]; D[sin(SMcosθ)], D[cos(SMsinθ)]

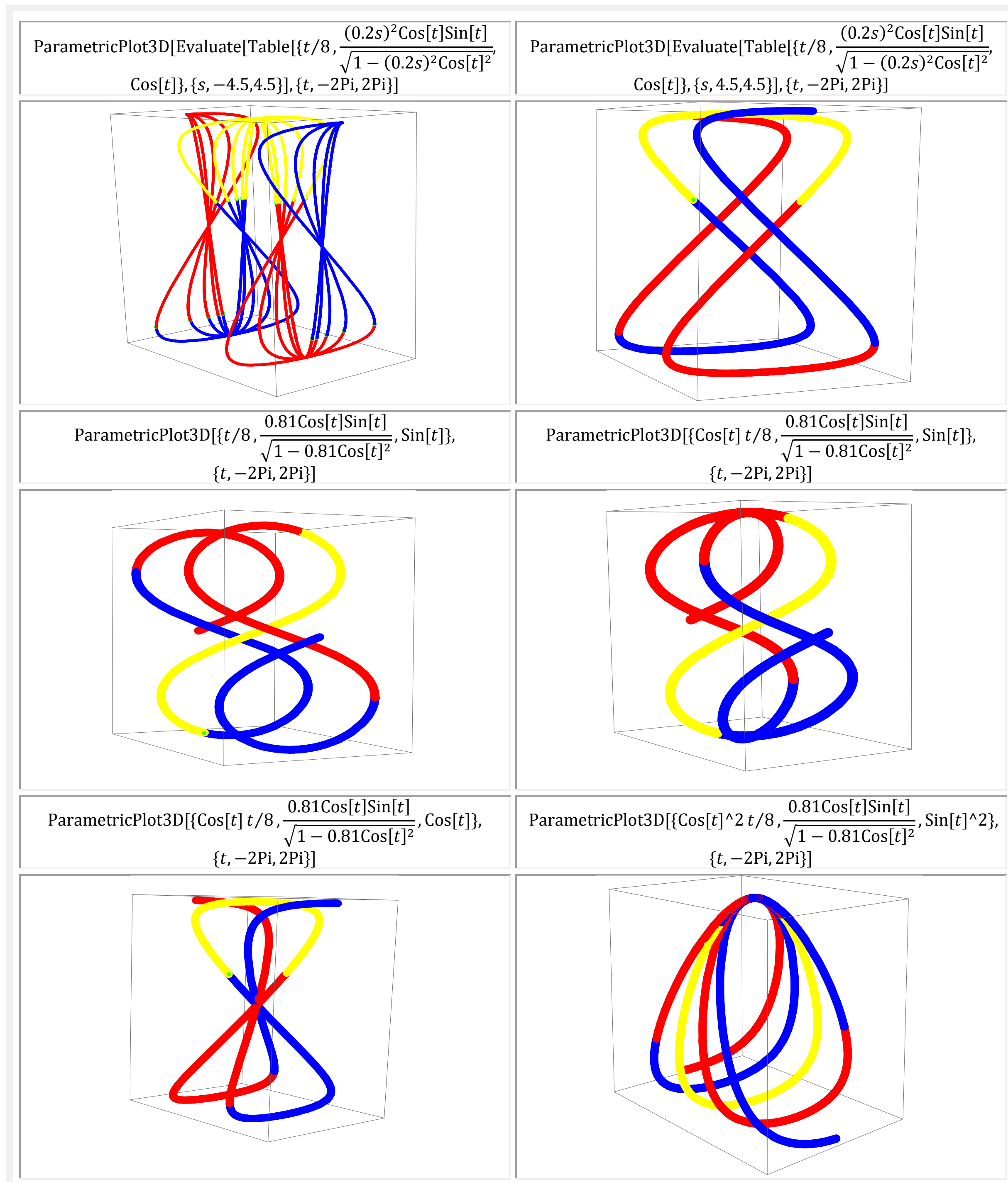
Funcţiile autoinduse au ecuaţiile:

(8) $\begin{cases} \cos(\text{SMcos}\theta) \\ \sin(\text{SMsin}\theta) \end{cases}$ şi derivatele lor sunt: $\begin{cases} D[\cos(\text{SMcos}\theta)] = \frac{s^2\text{Cos}[t]\text{Sin}[t]}{\sqrt{1-s^2\text{Cos}[t]^2}} \\ D[\sin(\text{SMsin}\theta)]] = s\text{Cos}[t] \end{cases}$

iar cele induse sunt definite de funcţiile

(9) $\begin{cases} \cos(\text{SMsin}\theta) \\ \sin(\text{SMcos}\theta) \end{cases}$ şi derivatele lor sunt: $\begin{cases} D[\cos(\text{SMsin}\theta)]] = -\frac{s^2\text{Cos}[t]\text{Sin}[t]}{\sqrt{1-s^2\text{Sin}[t]^2}} \\ D[\sin(\text{SMcos}\theta)] = -s\text{Sin}[t] \end{cases}$

Graficele derivatelor funcţiilor autoinduse $D[\cos(\text{SMcos}\theta)]$ sânt prezentate în **figura 12**, iar ale celor induse în **figura 13**, pentru excentricitatea liniară numerică **s = 0,9** şi unghiulară **ε = 0**.



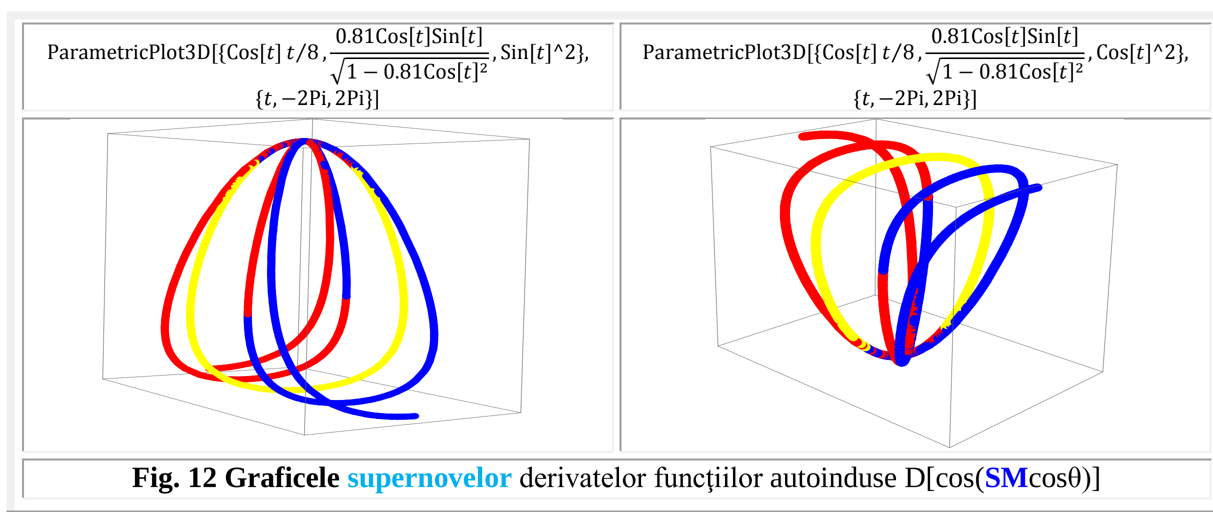


Fig. 12 Graficele supernovelor derivatelor funcţiilor autoinduse D[cos(**SM**cosθ)]

ParametricPlot3D[Evaluate[Table[{t/8, $-\frac{(0.1s)^2\text{Cos}[t]\text{Sin}[t]}{\sqrt{1-(0.1s)^2\text{Sin}[t]^2}}$, Cos[t]}, {s, −10, 0}], {t, −2Pi, 2Pi}]	ParametricPlot3D[Evaluate[Table[{t/8, $-\frac{(0.1s)^2\text{Cos}[t]\text{Sin}[t]}{\sqrt{1-(0.1s)^2\text{Sin}[t]^2}}$, Cos[t]}, {s, 0, 10}], {t, −2Pi, 2Pi}]
ParametricPlot3D[{t/8, $-\frac{0.81\text{Cos}[t]\text{Sin}[t]}{\sqrt{1-0.81\text{Sin}[t]^2}}$, Cos[t]}, {t, −2Pi, 2Pi}]	ParametricPlot3D[{t/8, $-\frac{0.64\text{Cos}[t]\text{Sin}[t]}{\sqrt{1-0.64\text{Sin}[t]^2}}$, Sin[t]}, {t, −2Pi, 2Pi}]

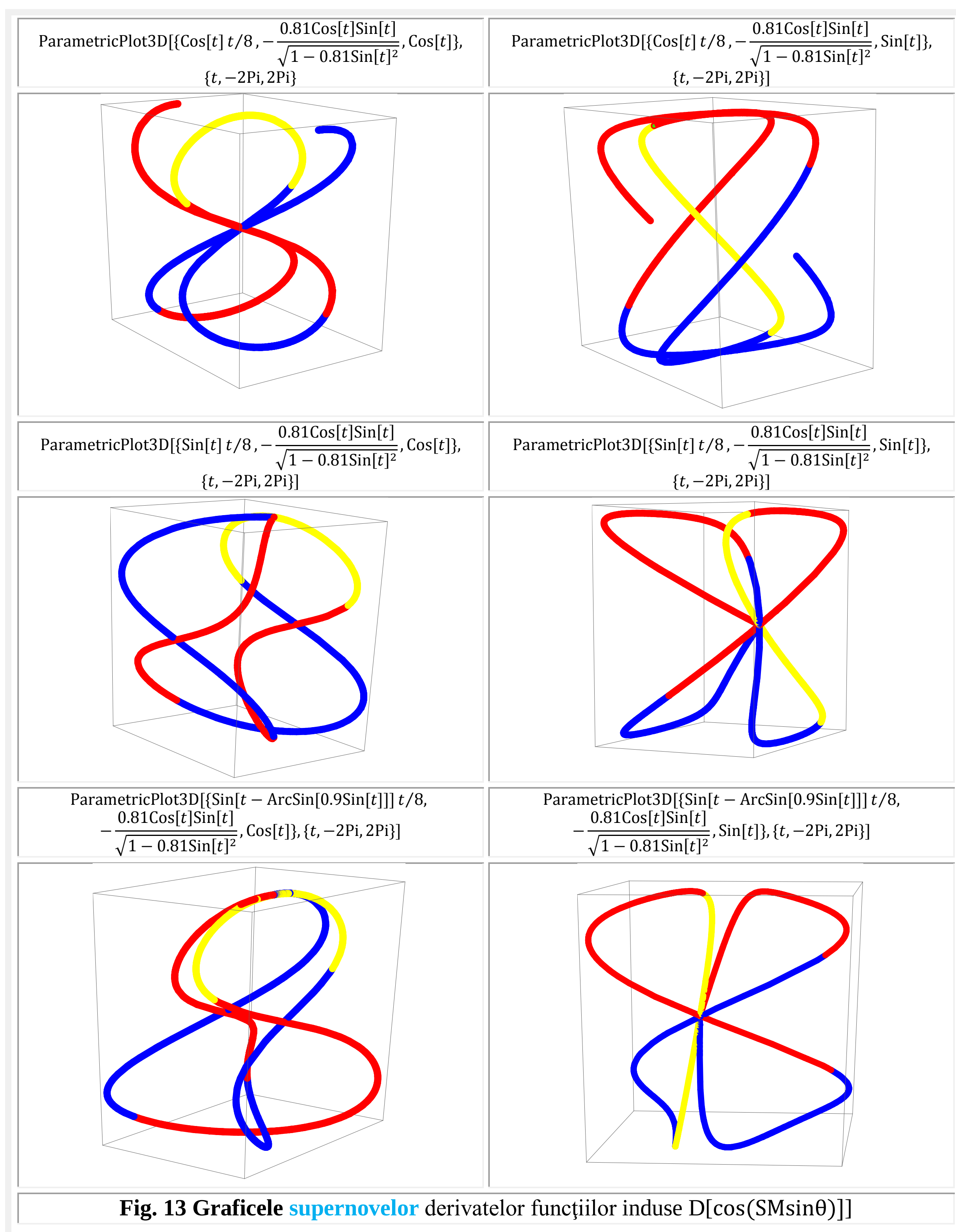


Fig. 13 Graficele supernovelor derivatelor funcţiilor induse D[cos(SMsinθ)]]

Motto: ”*Strâmbând strâmbele îndrepţi matematica spre **supermatematică***” **Autorul**

CAPITOLUL XXV

STRÂMBAREA STRÂMBELOR

1 INTRODUCERE

Aşa cum s-a mai afirmat, chiar în cadrul acestui volum, ***strâmba este* o *generalizare a dreptei***, (**Fig. 1,a); dreapta** fiind un ***caz de excepţie*** al strâmbei de excentricitate liniară numerică **s = 0**.

Pentru **s = ± 1** se obţin ***segmente de linii drepte***, adică ***o linie frântă*** **(Fig.1,b).**

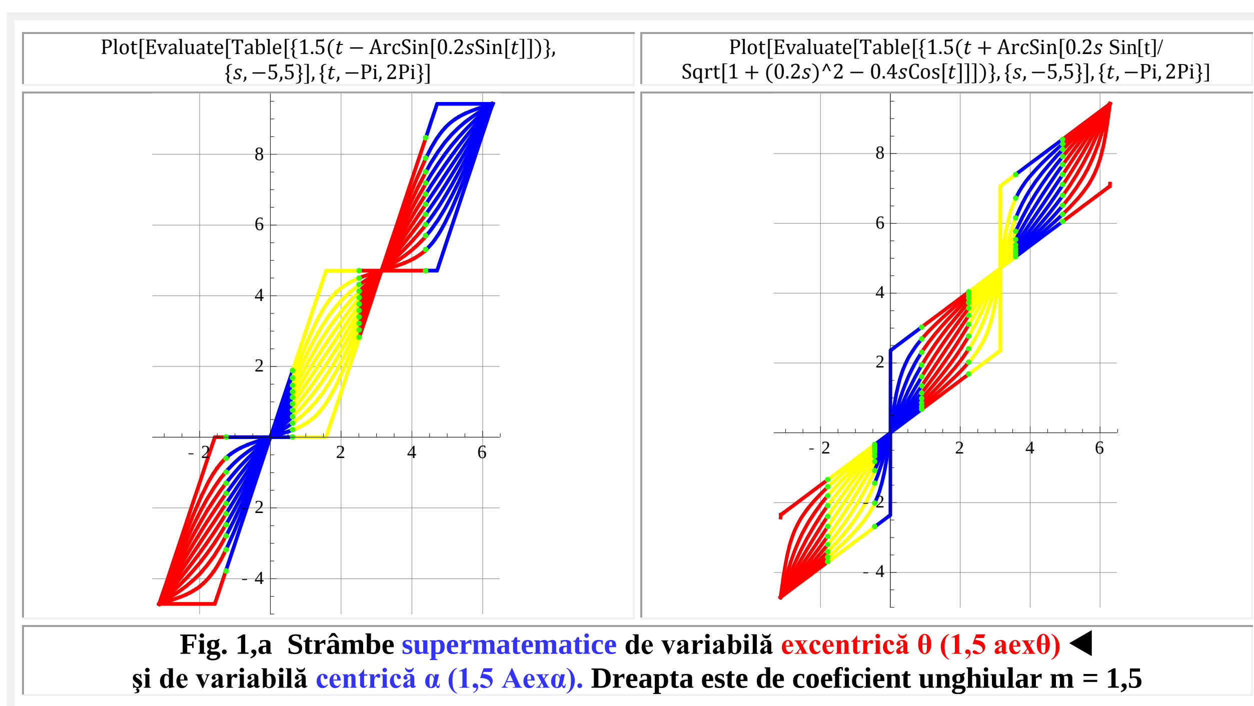


Fig. 1,a Strâmbe supermatematice de variabilă excentrică θ (1,5 aexθ) ◄ şi de variabilă centrică α (1,5 Aexα). Dreapta este de coeficient unghiular m = 1,5

Aşa cum rezultă şi din **figurile 1,b**, cele două familii / tipuri de strâmbe (de **θ** şi de **α**), fiind simetrice faţă de prima bisectoare, ***sunt inverse una alteia***.

Strâmbele sunt reprezentate de funcţiile ***amplitudine excentrică*** de **θ** (aexθ) şi, respectiv, de **α**, (**Aexα**) funcţii care fac trecerea din **centric** (**Matematica Centrică MC**) în ***excentric*** (**Matematica Excentrică ME**), tot aşa cum funcţia **amplitudine eliptică** a lui **Jacobi am(u, k)** face trecerea din ***centric*** în ***eliptic***. Observaţie extrem de importantă care a creat ***supermatematica***, tot aşa cum **am(u, k)** a creat ***matematica eliptică***.

Tot ceea ce s-a spus până acum sunt repetări, dar “repetiţia este mama învăţăturii” !

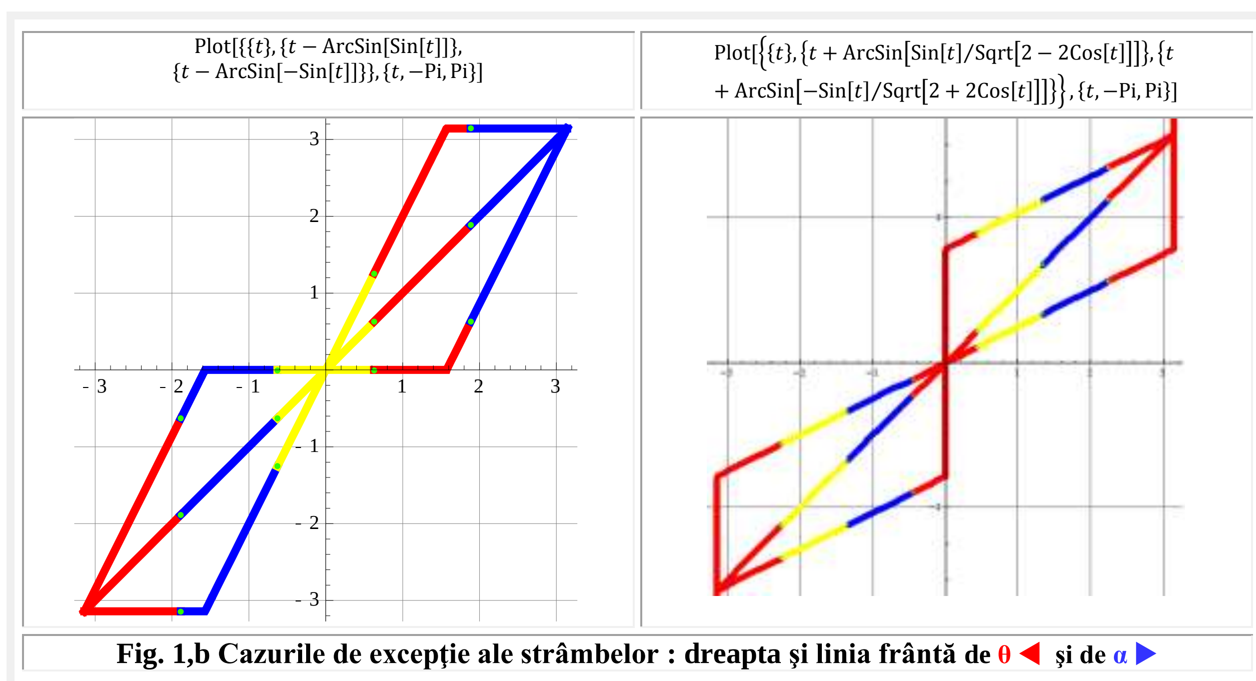


Fig. 1,b Cazurile de excepţie ale strâmbelor : dreapta şi linia frântă de θ ◀ şi de α ▶

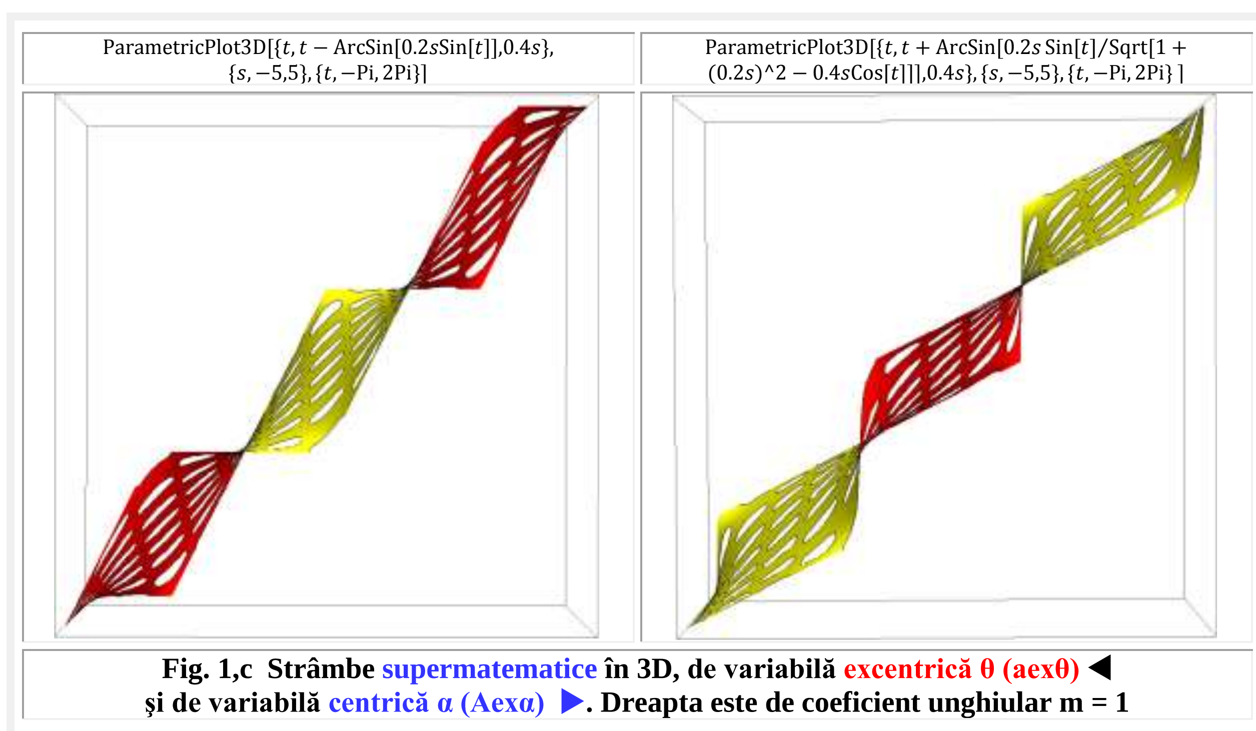


Fig. 1,c Strâmbe supermatematice în 3D, de variabilă excentrică θ (aexθ) ◀
şi de variabilă centrică α (Aexα) ▶. Dreapta este de coeficient unghiular m = 1

Strâmbele fiind curbe plane **2D** sunt strâmbe doar în acest plan. Dacă planul care conţine strâmbele se strâmbă la rândul lui, cu strâmbe conţinute în el cu tot, atunci strâmbele se strâmbă şi în **3D** şi rezultă curbe **nove** sau **supernove strâmbe** ce sunt prezentate în paragraful următor.

2. STRÂMBAREA STRÂMBELOR CU FCC
STRÂMBE NOVE ŞI SUPERNOVE

Strâmbarea planului în care se află fasciculul de strâmbe se poate ondula / strâmba după o ***funcţie circulară centrică*** (**FCC**) cosinus sau după una sinus, precum şi după oricare altă funcţie, ceea ce se poate constata imediat din **figura 2**. Ecuaţiile care realizează strâmbarea sunt prezentate deasupra fiecăriei figuri în poziţia parametrului **Z**.

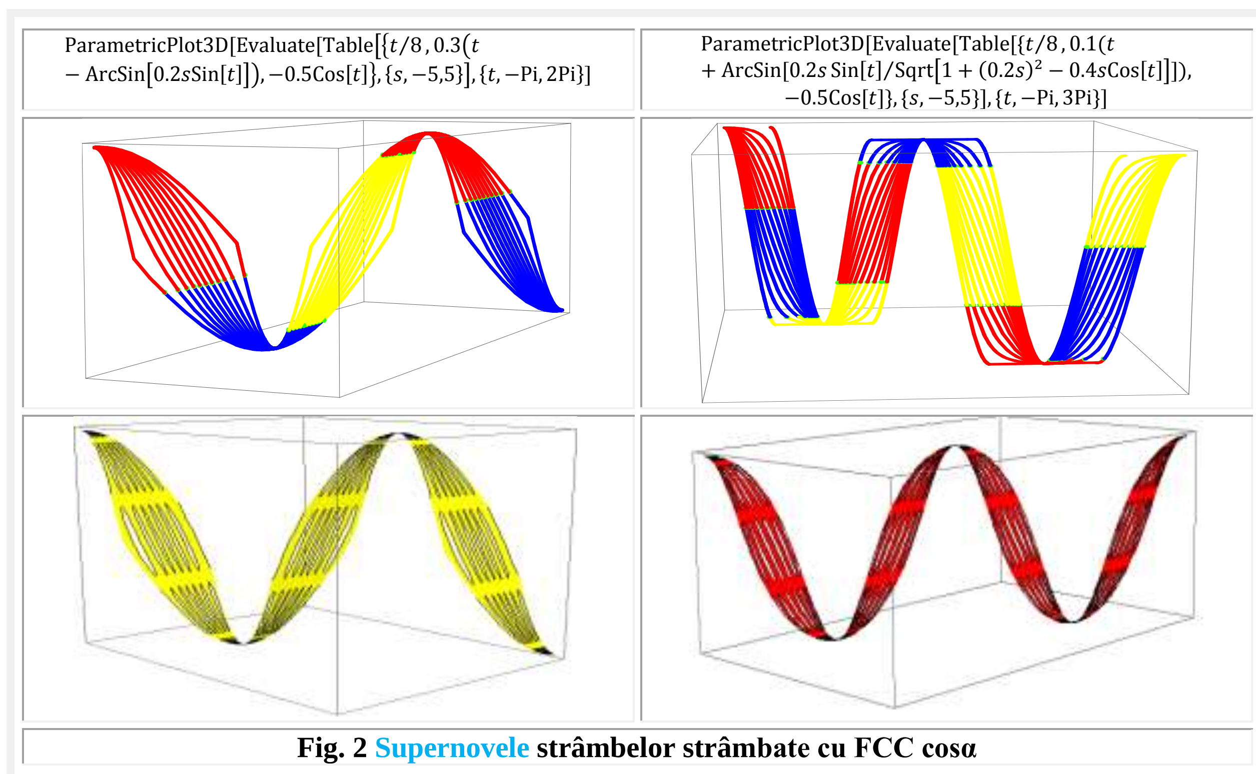
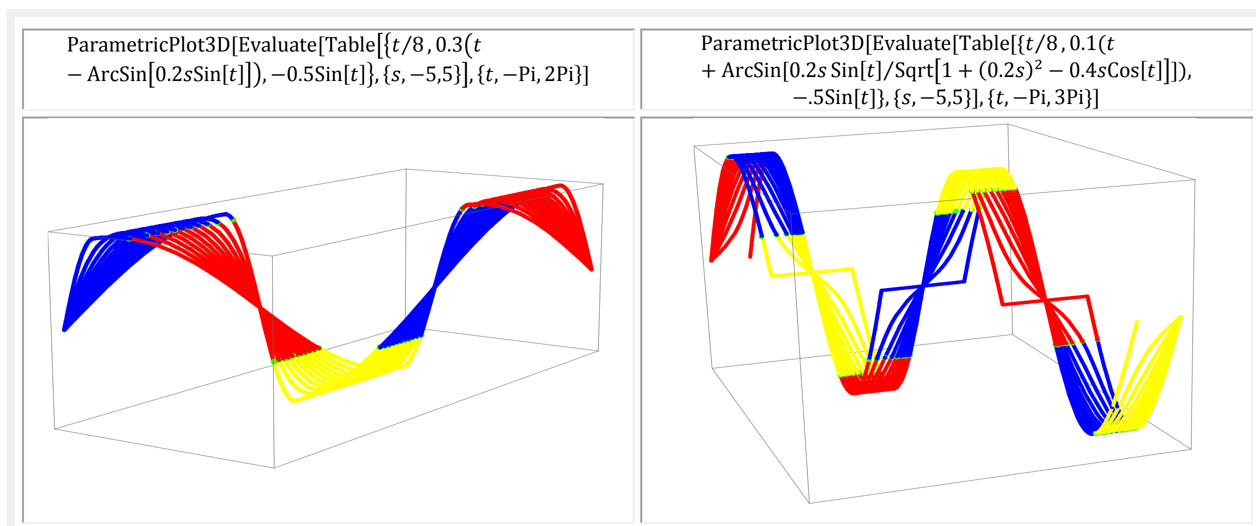


Fig. 2 Supernovele strâmbelor strâmbate cu FCC cosα



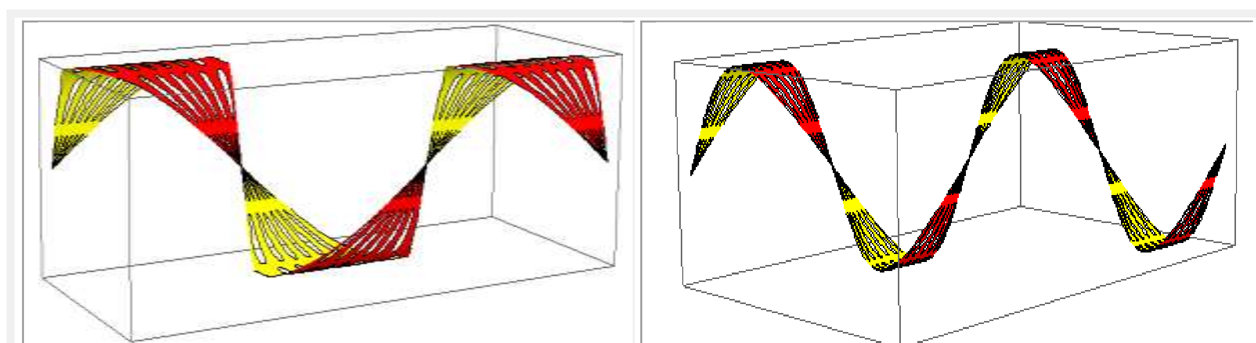


Fig. 3 Supernovele **strâmbelor strâmbate cu FCC sinα**

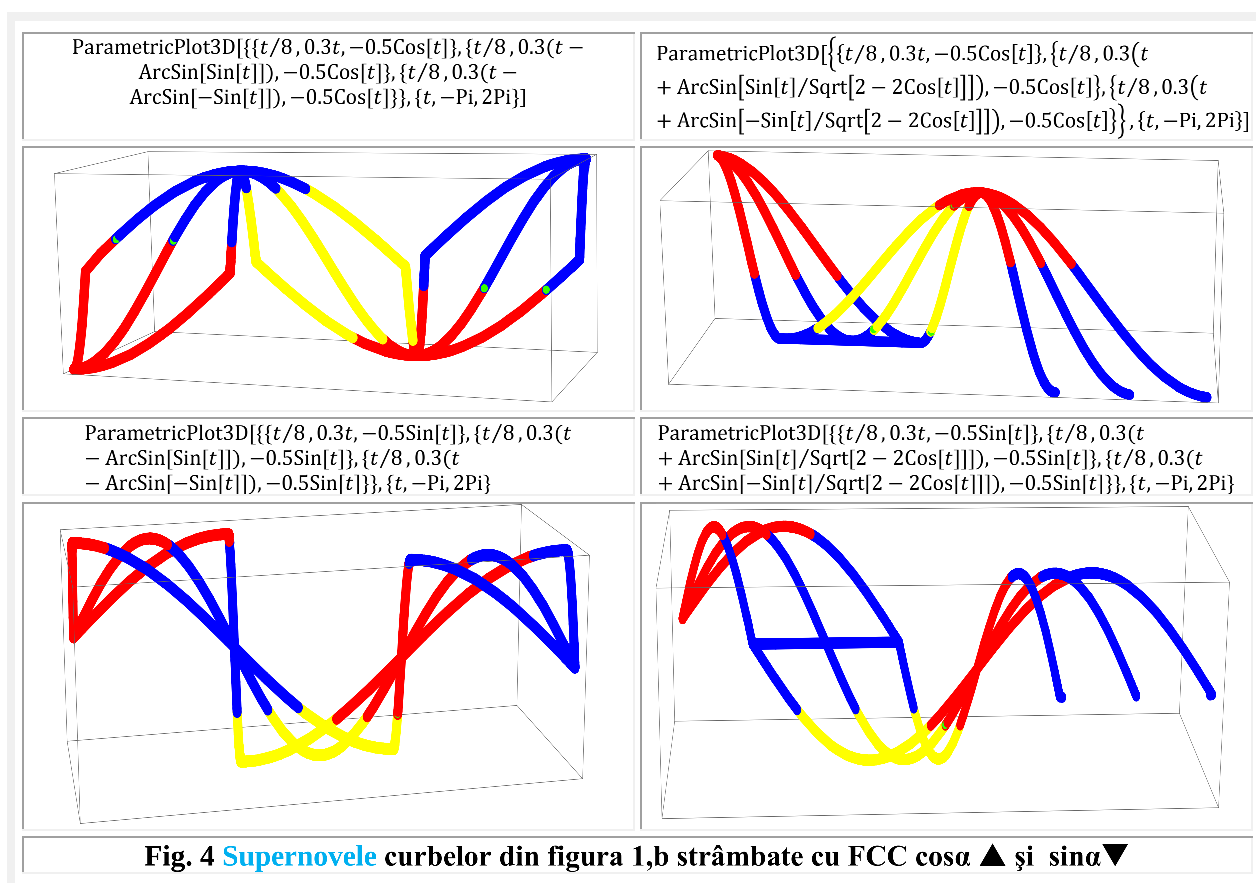


Fig. 4 Supernovele **curbelor din figura 1,b strâmbate cu FCC cosα ▲ şi sinα▼**

În **figura 4** se observă cum dreapta (prima bisectoare din **figura 1,b**) se transformă într-o cosinusoidă, într-un plan diagonal, la strâmbarea planului cu **FCC cosα ▲** şi, respectiv, în **FCC sinα ▼**, ceea ce se ştia dintr-un capitol anterior, iar segmentele drepte orizontale devin verticale şi cele verticale devin orizontale.

Mult mai curios este faptul că strâmbarea strâmbelor de excentricitate liniară numerica s = ± 1 din **figura 5 ▲** şi de ***variabilă excentrică* θ (Fig. 5 ▲◀)** prin strâmbarea lor cu funcţia **sinα** se transformă în funcţii sinus excentrice de ***variabilă centrică* α**, **Sexα** (**Fig. 5,b ▲▶**). Fenomen adevărat pentru oricare

valoare a lui **s** (**Fig. 5,b** ▼) precum şi pentru ***funcţia supermatematică circulară excentrică* FSM—CE** de ***variabilă centrică* Cexα** ▼.

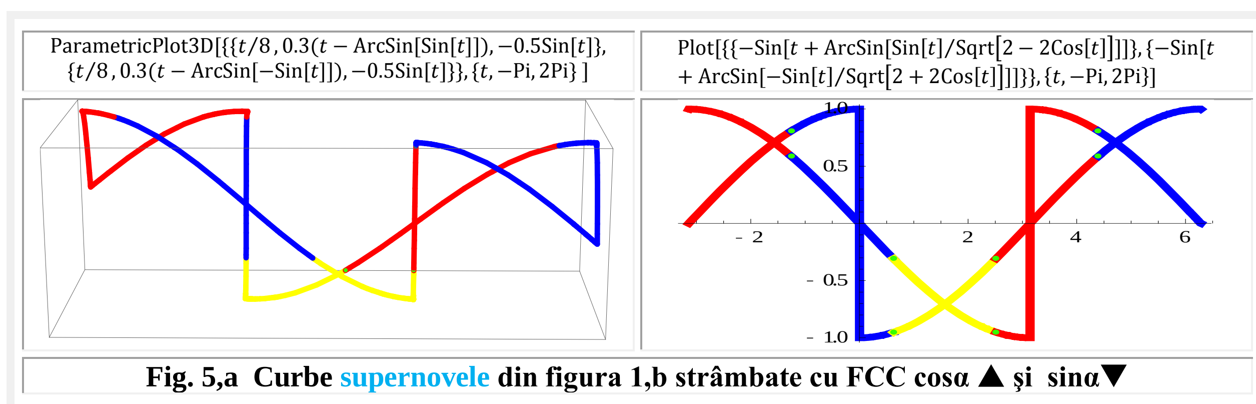


Fig. 5,a Curbe supernovele din figura 1,b strâmbate cu FCC cosα ▲ şi sinα▼

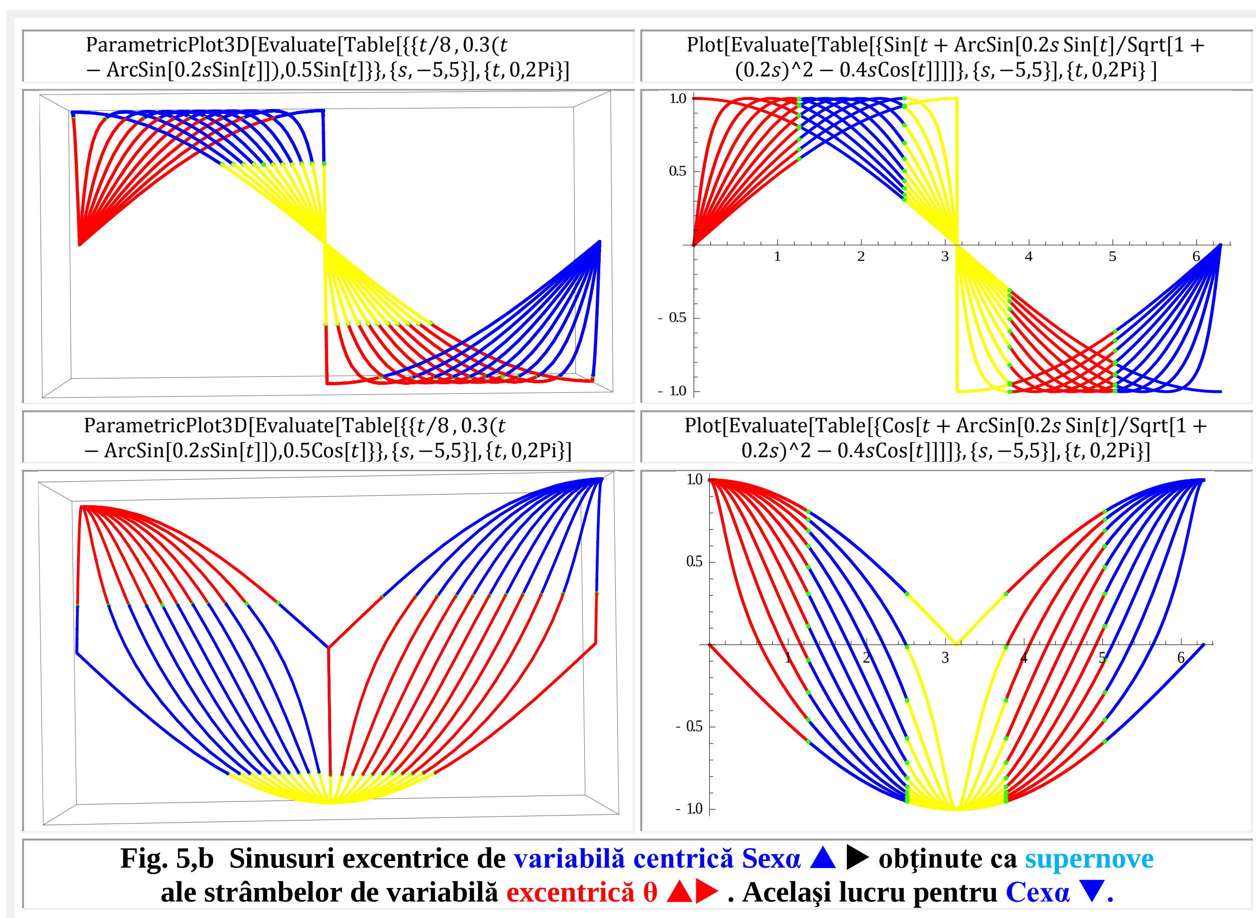


Fig. 5,b Sinusuri excentrice de variabilă centrică Sexα ▲ ▶ obţinute ca supernove ale strâmbelor de variabilă excentrică θ ▲▶ . Acelaşi lucru pentru Cexα ▼.

O sinteză a rezultatelor obţinute ca urmare a permultărilor parametrilor în ecuaţiile parametrice este prezentată în **figura 6**. În partea din stânga (◀) pentru ***funcţii supermatematice circulare excentrice*** (**FSM—CE**), plecând de la variabilă exccentrică (**aexθ**), iar în dreapta se plecă de la **FSM—CE** de variabilă centrică (**Aexα**).

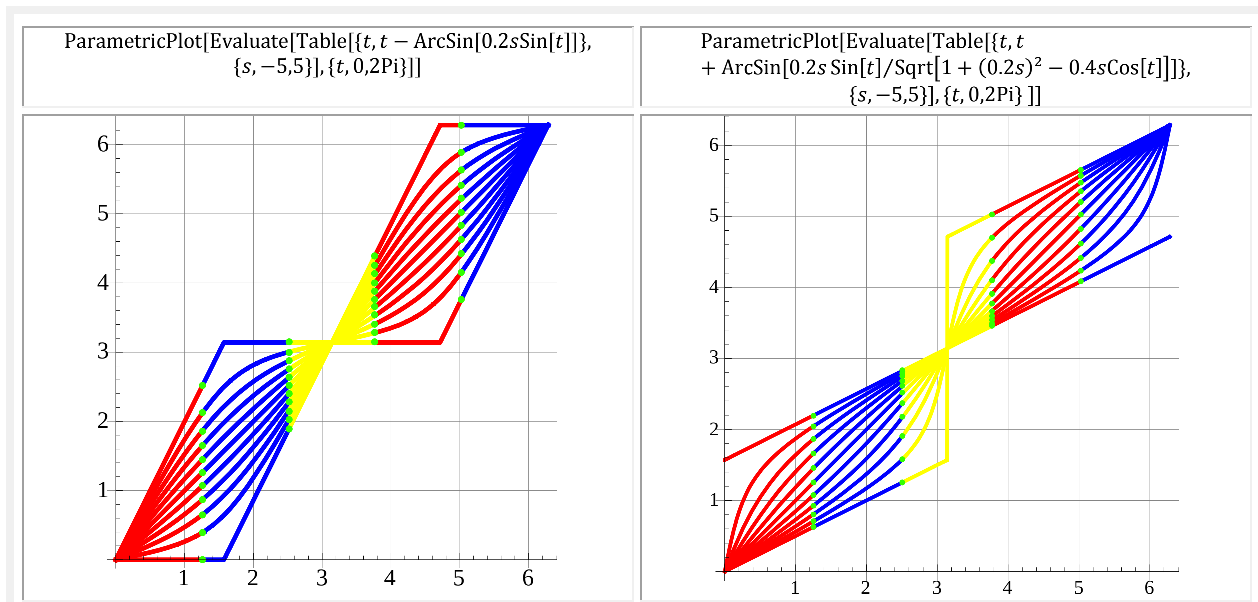
ParametricPlot3D[Evaluate[Table[{{t/8, 0.3(t + ArcSin[0.2s Sin[t]/Sqrt[1 + (0.2s)^2 − 0.4sCos[t]]]), 0.5Sin[t]}}, {s, −5,5}], {t, 0,2Pi}]]

Plot[Evaluate[Table[{Sin[t − ArcSin[0.2sSin[t]]]}, {s, −5,5}], {t, 0,2Pi}]]

ParametricPlot3D[Evaluate[Table[{{t/8, 0.3(t + ArcSin[0.2s Sin[t]/Sqrt[1 + (0.2s)^2 − 0.4sCos[t]]]), 0.5Cos[t]}}, {s, −5,5}], {t, 0,2Pi}]]

Plot[Evaluate[Table[{Cos[t − ArcSin[0.2sSin[t]]]}, {s, −5,5}], {t, 0,2Pi}]]

Fig. 5,c Sinusuri excentrice de variabilă excentrică (sexα) ▲ ▶ obţinute ca supernove ale strâmbelor de variabilă centrică α ▲▶ . Acelaşi lucru pentru cexα ▼



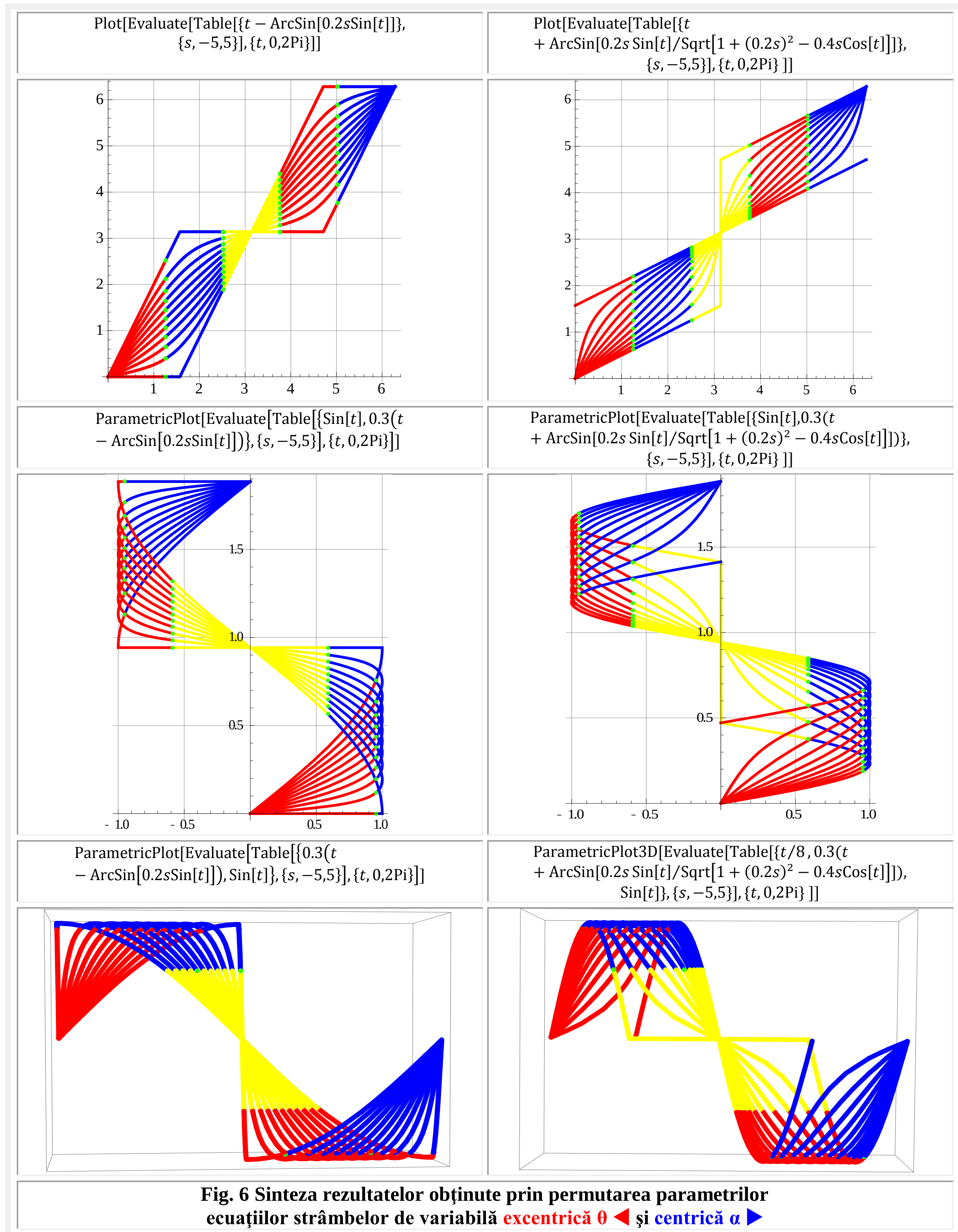


Fig. 6 Sinteza rezultatelor obținute prin permutarea parametrilor ecuaţiilor strâmbelor de variabilă excentrică θ ◀ şi centrică α ▶

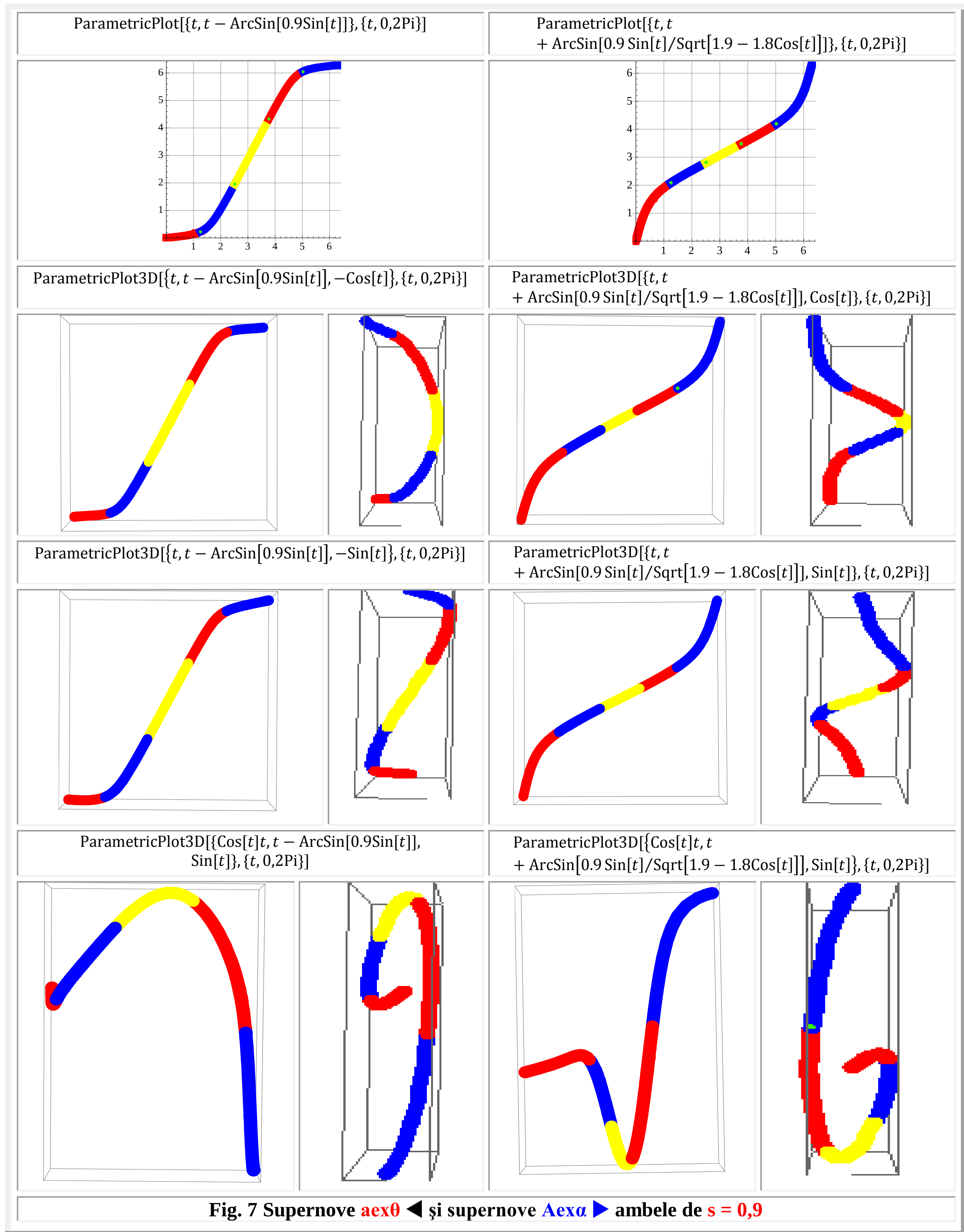


Fig. 7 Supernove aexθ ◀ şi supernove Aexα ▶ ambele de s = 0,9

3. STRÂMBAREA STRÂMBELOR CU FSM—CE

Comparând **figura 8** sus-stânga ▲◀ cu **figura 6** ▲◀ s-ar părea că familiile de funcţii prezentate sunt identice, sunt plane şi că reprezită **FSM—CE amplitudine excentrica de variabila excentrica aexθ.** În realitate ele nu sunt plane ci sunt într-un plan curbat de funcţia ***sinus excentric sexθ*** aşa cum rezultă foarte clar în partea din dreapta sus▲▶ a **figurii 8**, iar jos▼ sunt strâmbate de funcţia ***cexθ***.

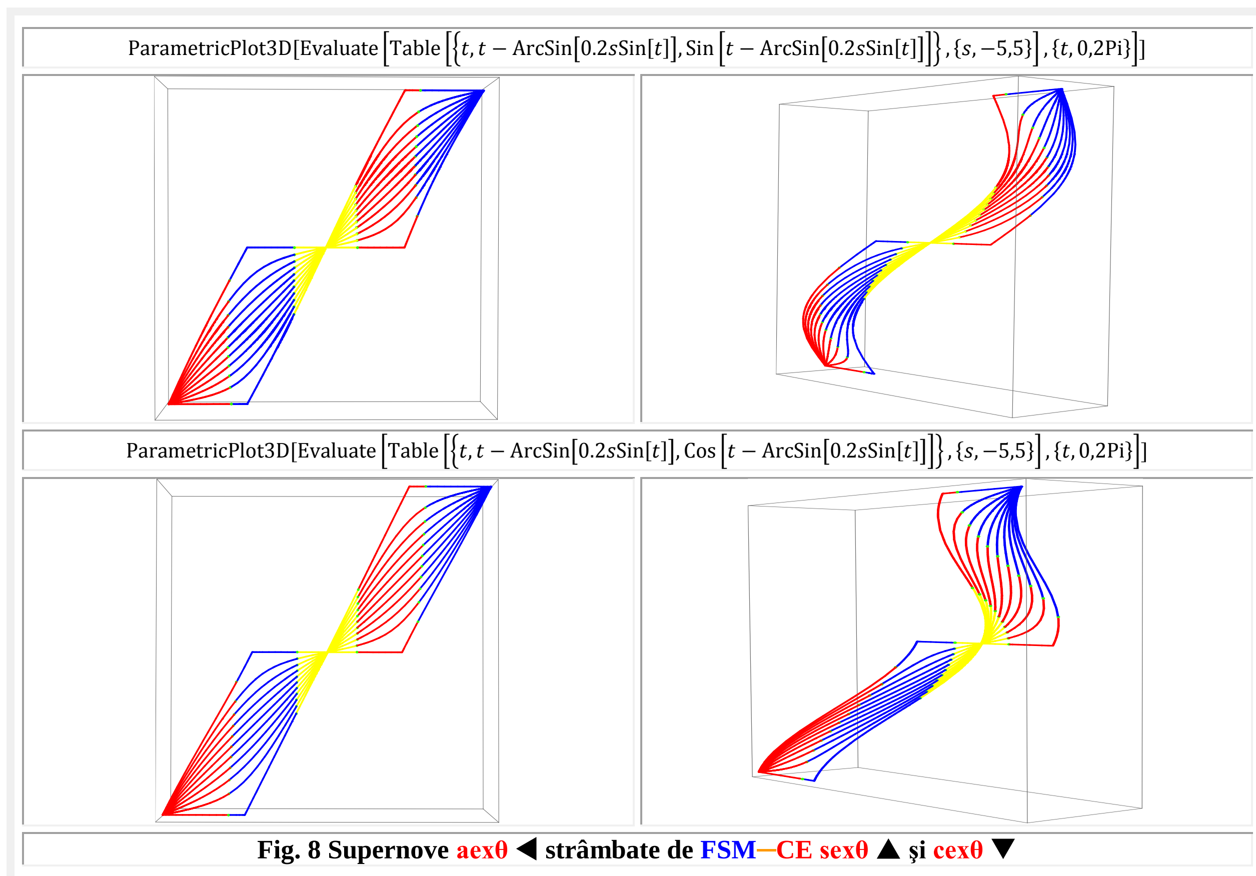
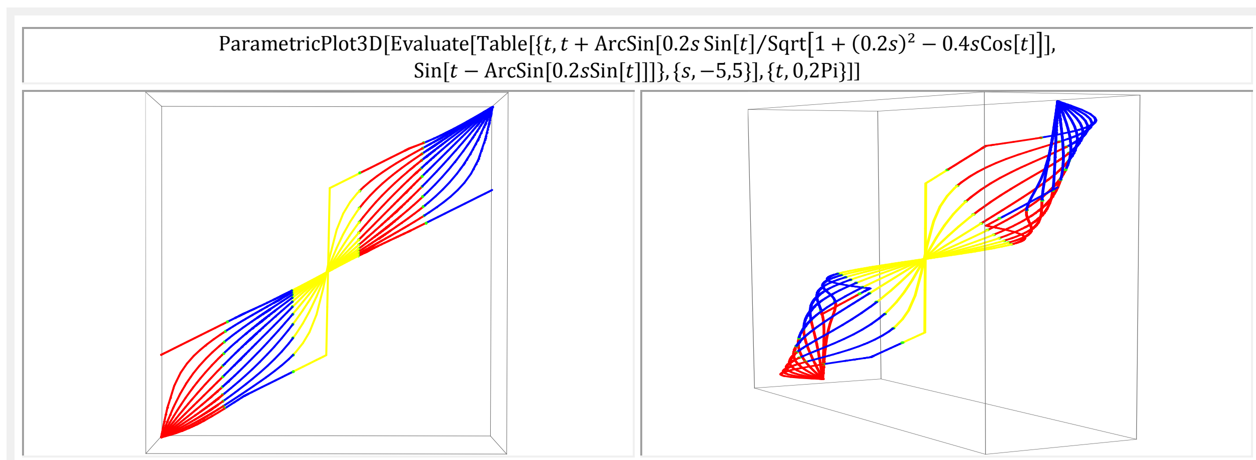


Fig. 8 Supernove aexθ ◀ strâmbate de FSM—CE sexθ ▲ şi cexθ ▼



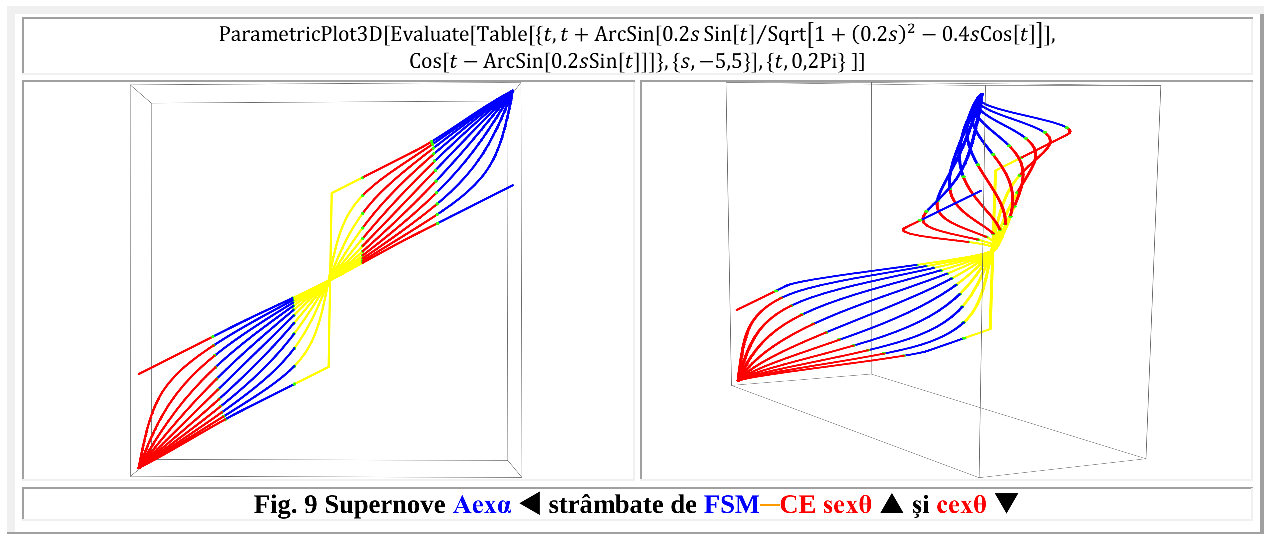


Fig. 9 Supernove Aexα ◀ strâmbate de FSM—CE sexθ ▲ şi cexθ ▼

```
ParametricPlot3D[Evaluate[Table[{t, t − ArcSin[0.2sSin[t]],
Sin[t − ArcSin[0.2s Sin[t]/Sqrt[1 + (0.2s)² − 0.4sCos[t]]]]}, {s, −5,5}], {t, 0,2Pi}]]
```

```
ParametricPlot3D[Evaluate[Table[{t, t − ArcSin[0.2sSin[t]],
Cos[t − ArcSin[0.2s Sin[t]/Sqrt[1 + (0.2s)^2 − 0.4sCos[t]]]]}, {s, −5,5}], {t, 0,2Pi}]]
```

Fig. 10 Supernove aex θ ◀ strâmbate de FSM—CE Sexα ▲ şi Cexα ▼

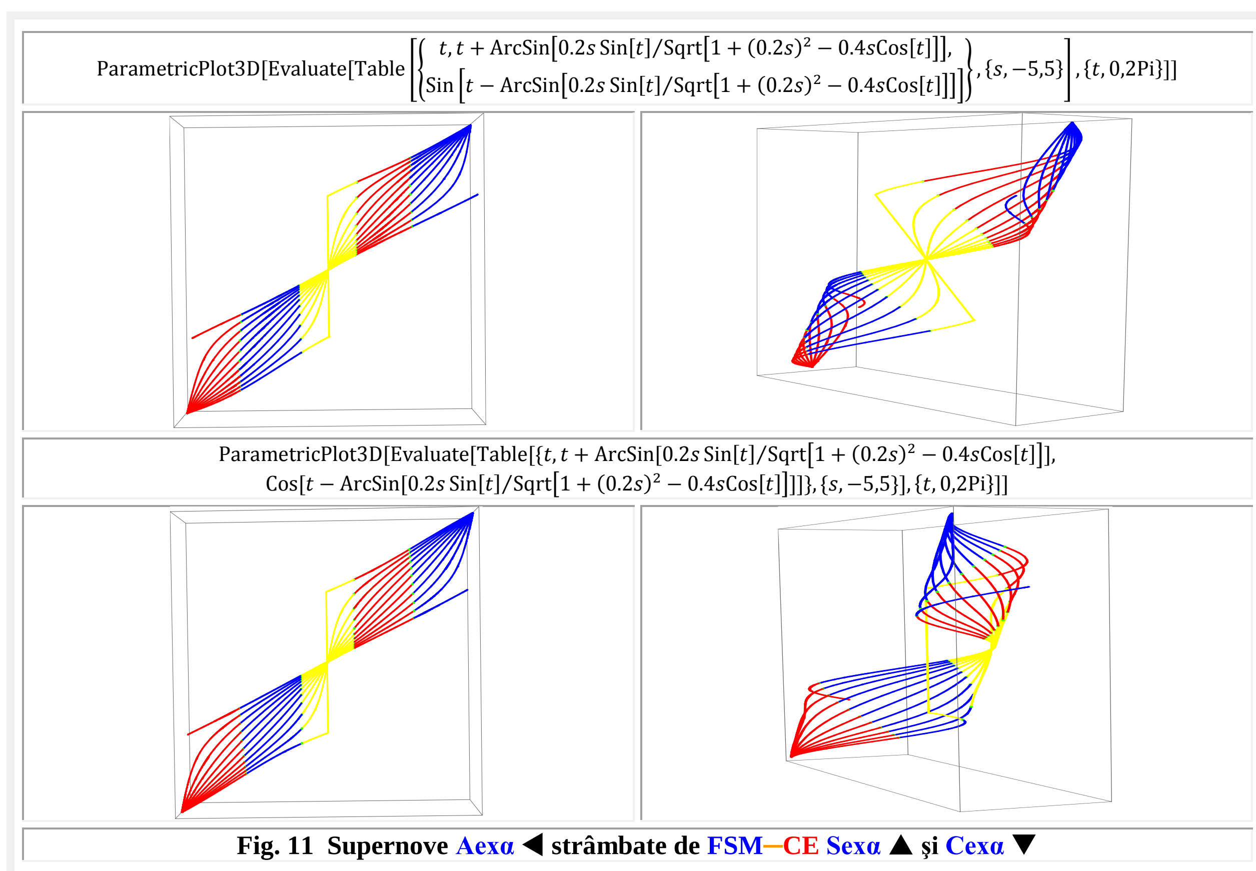
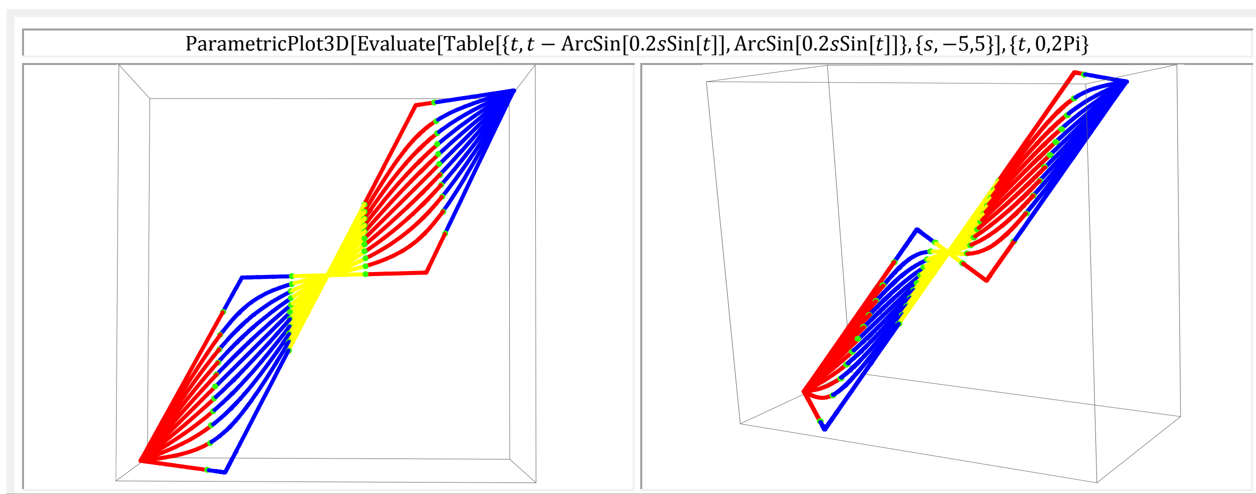


Fig. 11 Supernove Aexα ◄ strâmbate de FSM—CE Sexα ▲ şi Cexα ▼

3. STRÂMBAREA STRÂMBELOR CU FSM—CE bexθ ŞI Bexα

Aşa cum rezulta şi din **figura 12**, prin strâmbarea cu **bexθ** de **s ∈ [-1, +1]** familia de strâmbe **aexθ** rămâne o familie plană, dar în alt plan, adică se rotesc toate curbele cu acelaşi unghi, rezultân **nove** strâmbe. Dacă funcţia de strâmbare **bexθ** este de excentricitate liniară numerică s = 1, atunci familia de strâmbe se stâmbă şi într-un al doilea plan rezultând curbe **supernove** strâmbe.



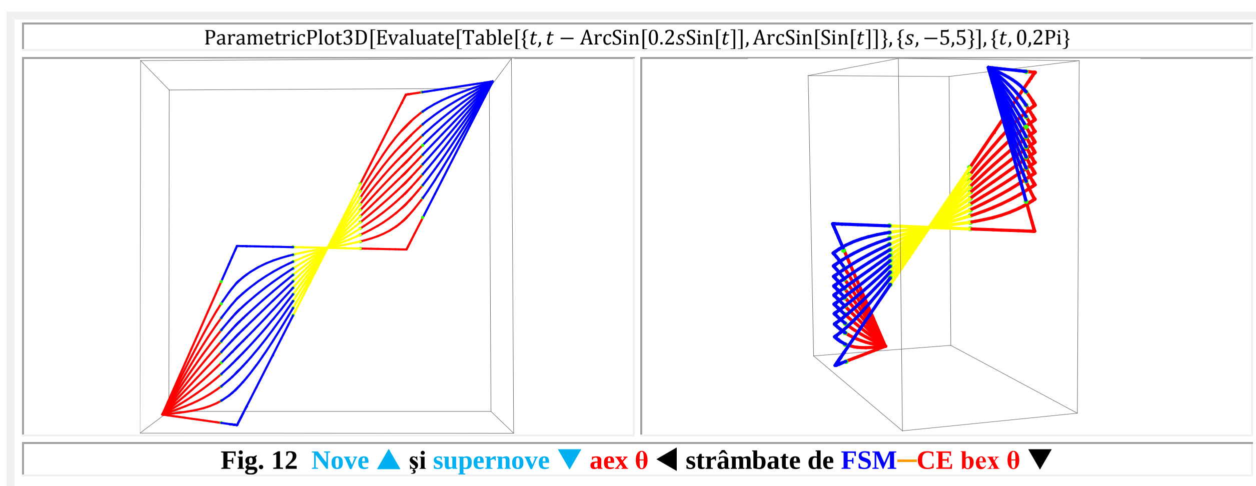


Fig. 12 Nove ▲ şi supernove ▼ aex θ ◀ strâmbate de FSM—CE bex θ ▼

În **figura 13** Nove **şi** supernove aexθ sunt rezultatul strâmbării lor cu **FSM—CE Bexα**, iar în **figura 14** nove **Aexα** sunt rezeltatul strâmbării acestei funcţii cu **FSM—CE Bexα**.

ParametricPlot3D[Evaluate[Table[{t, t − ArcSin[0.2sSin[t]],
ArcSin[0.2s Sin[t]/Sqrt[1 + (0.2s)² − 0.4sCos[t]]]}, {s, −5,5}], {t, 0,2Pi}]

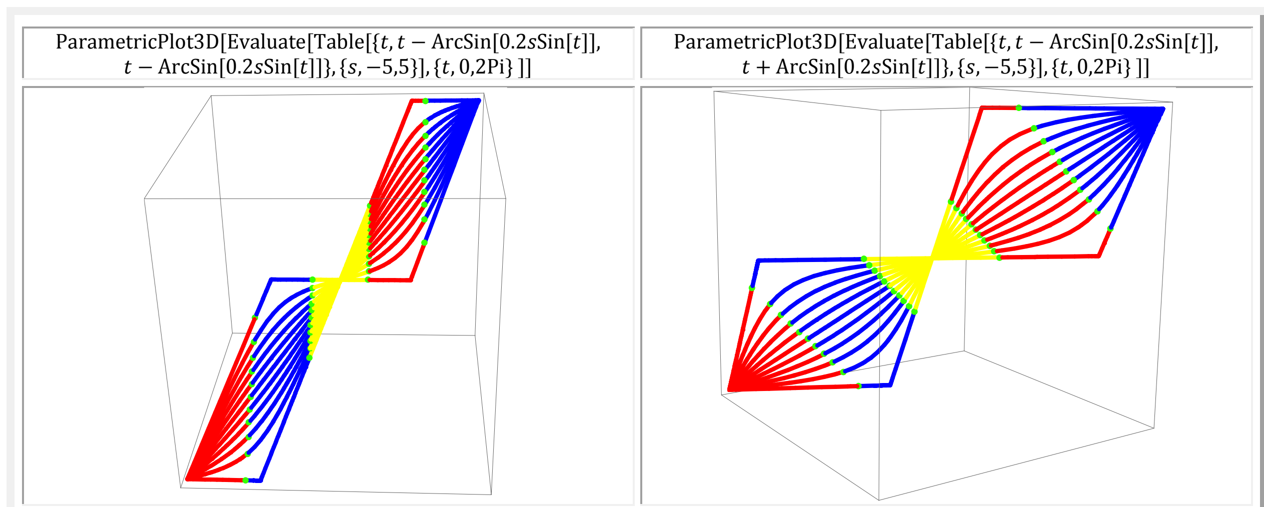
ParametricPlot3D[Evaluate[Table[{t, t − ArcSin[0.2sSin[t]], ArcSin[Sin[t]/Sqrt[2 − 2Cos[t]]]}, {s, −5,5}], {t, 0,2Pi}]]

Fig. 13 Nove ▲ şi supernove ▼ aexθ ◀ strâmbate de FSM—CE Bexα ▼

ParametricPlot3D[Evaluate[Table[{t, t + ArcSin[0.2s Sin[t]/Sqrt[1 + (0.2s)² − 0.4sCos[t]]],
ArcSin[0.2s Sin[t]/Sqrt[1 + (0.2s)² − 0.4sCos[t]]]}, {s, −5,5}], {t, 0,2Pi}]]

ParametricPlot3D[Evaluate[Table[{t, t + ArcSin[0.2s Sin[t]/Sqrt[1 + (0.2s)² − 0.4sCos[t]]],
ArcSin[Sin[t]/Sqrt[2 − 2Cos[t]]]}, {s, −5,5}], {t, 0,2Pi}]]

Fig. 14 Nove Aexα ◀ strâmbate de FSM—CE Bexα ▼



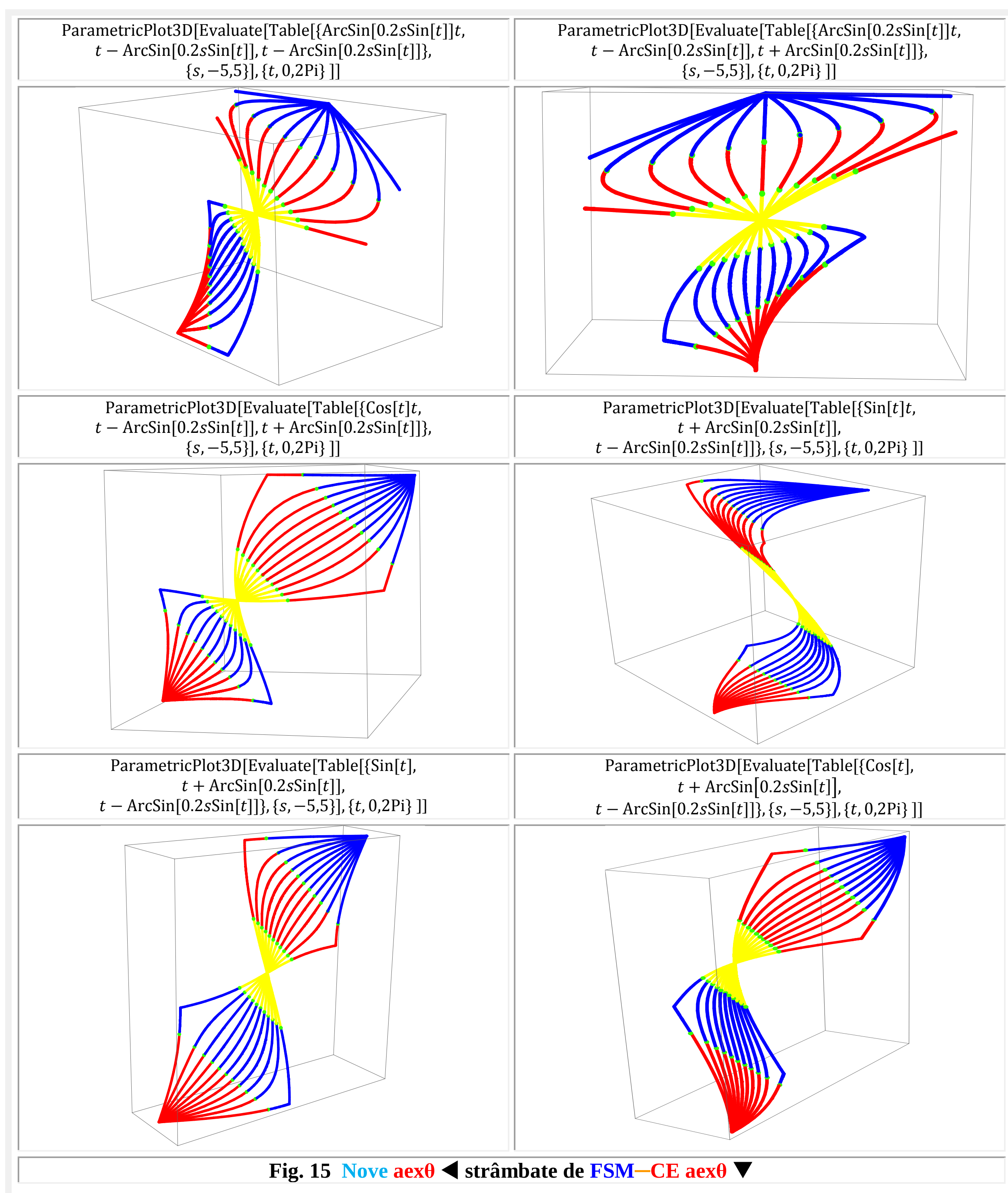
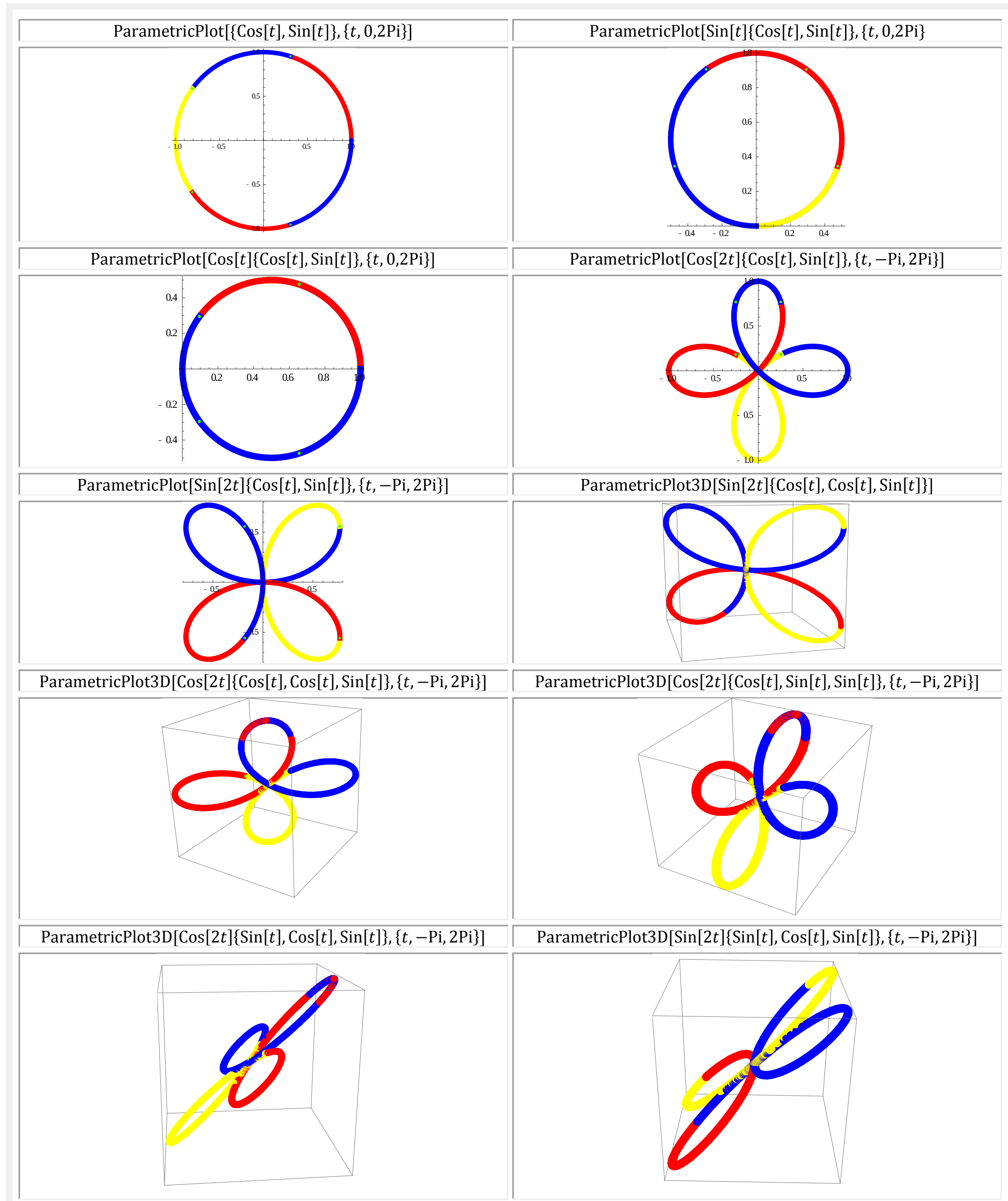
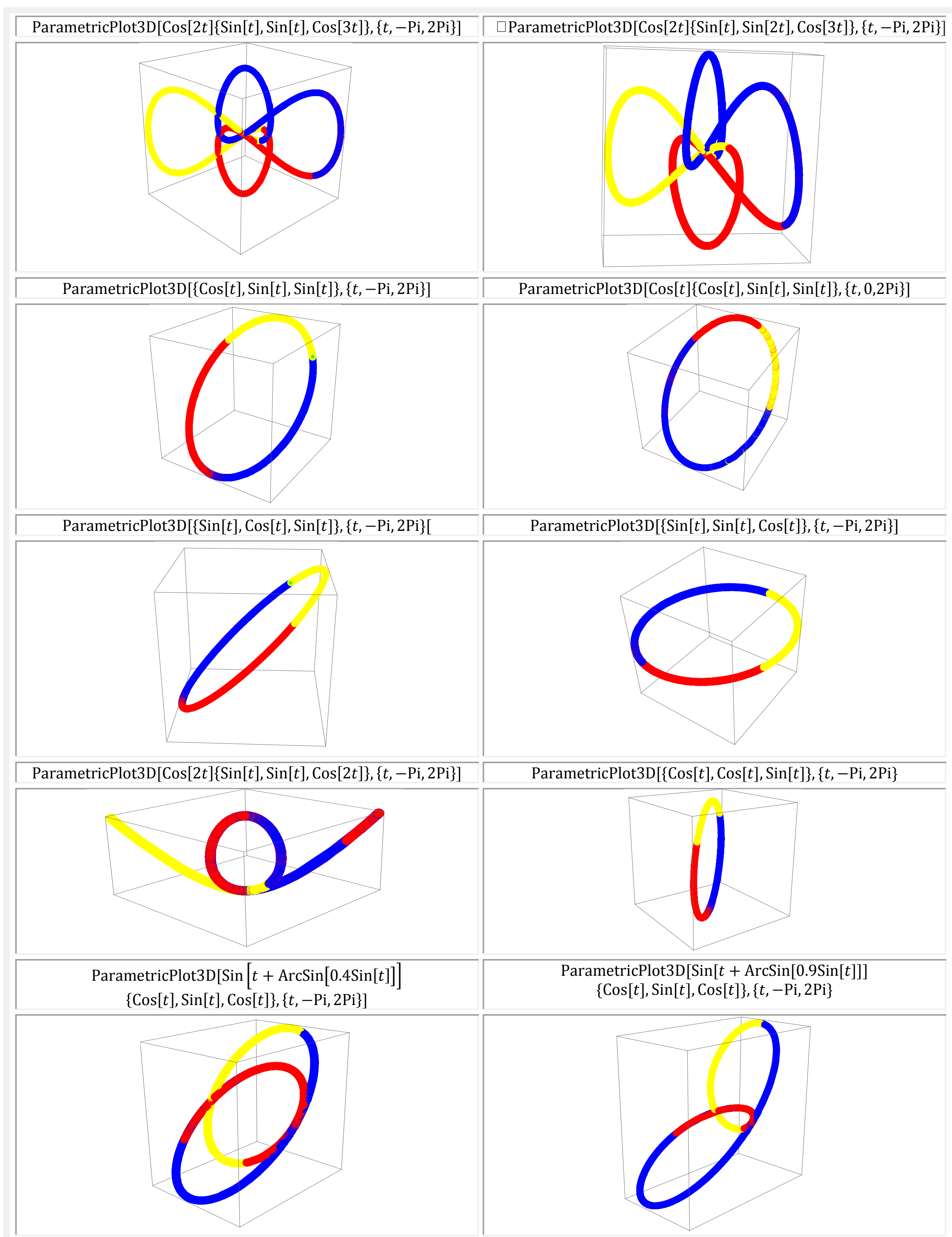


Fig. 15 Nove aexθ ◄ strâmbate de FSM−CE aexθ ▼

În **figura 15** a fost modificat parametrul X cu **FCC cosα** ▲ şi, reepectiv, **sinα** ▼

În **figura 2** sunt prezentate **novele** şi **supernovele** cercului, dintre care deplasarea centrului din origine, adică translatarea, este una dintre posibilităţi, dar care se efectuează altfel decât în mod curent (vezi relaţiile). Prin **sinx** deplasarea se face pe directia **+ y** ▲▶ (y > 0), iar prin **cosx** pe direcţia **+ x** ▼◀ (x > 0).




ParametricPlot3D[Cos[2t]{Sin[t], Sin[t], Cos[3t]}, {t, −Pi, 2Pi}]
□ParametricPlot3D[Cos[2t]{Sin[t], Sin[2t], Cos[3t]}, {t, −Pi, 2Pi}]
ParametricPlot3D[{Cos[t], Sin[t], Sin[t]}, {t, −Pi, 2Pi}]
ParametricPlot3D[Cos[t]{Cos[t], Sin[t], Sin[t]}, {t, 0,2Pi}]
ParametricPlot3D[{Sin[t], Cos[t], Sin[t]}, {t, −Pi, 2Pi}[
ParametricPlot3D[{Sin[t], Sin[t], Cos[t]}, {t, −Pi, 2Pi}]
ParametricPlot3D[Cos[2t]{Sin[t], Sin[t], Cos[2t]}, {t, −Pi, 2Pi}]
ParametricPlot3D[{Cos[t], Cos[t], Sin[t]}, {t, −Pi, 2Pi}
ParametricPlot3D[Sin[t + ArcSin[0.4Sin[t]]]
{Cos[t], Sin[t], Cos[t]}, {t, −Pi, 2Pi}]
ParametricPlot3D[Sin[t + ArcSin[0.9Sin[t]]]
{Cos[t], Sin[t], Cos[t]}, {t, −Pi, 2Pi}

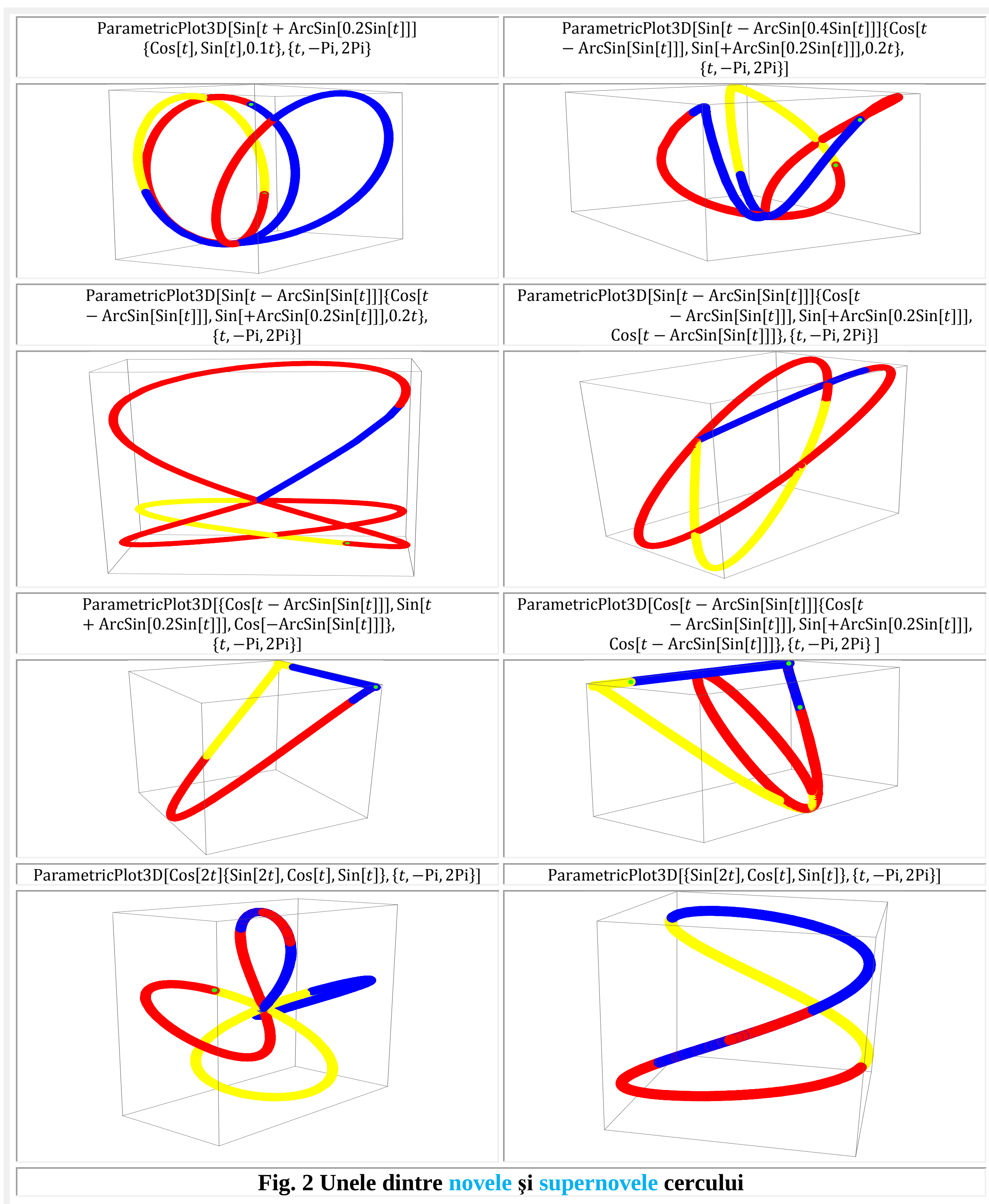
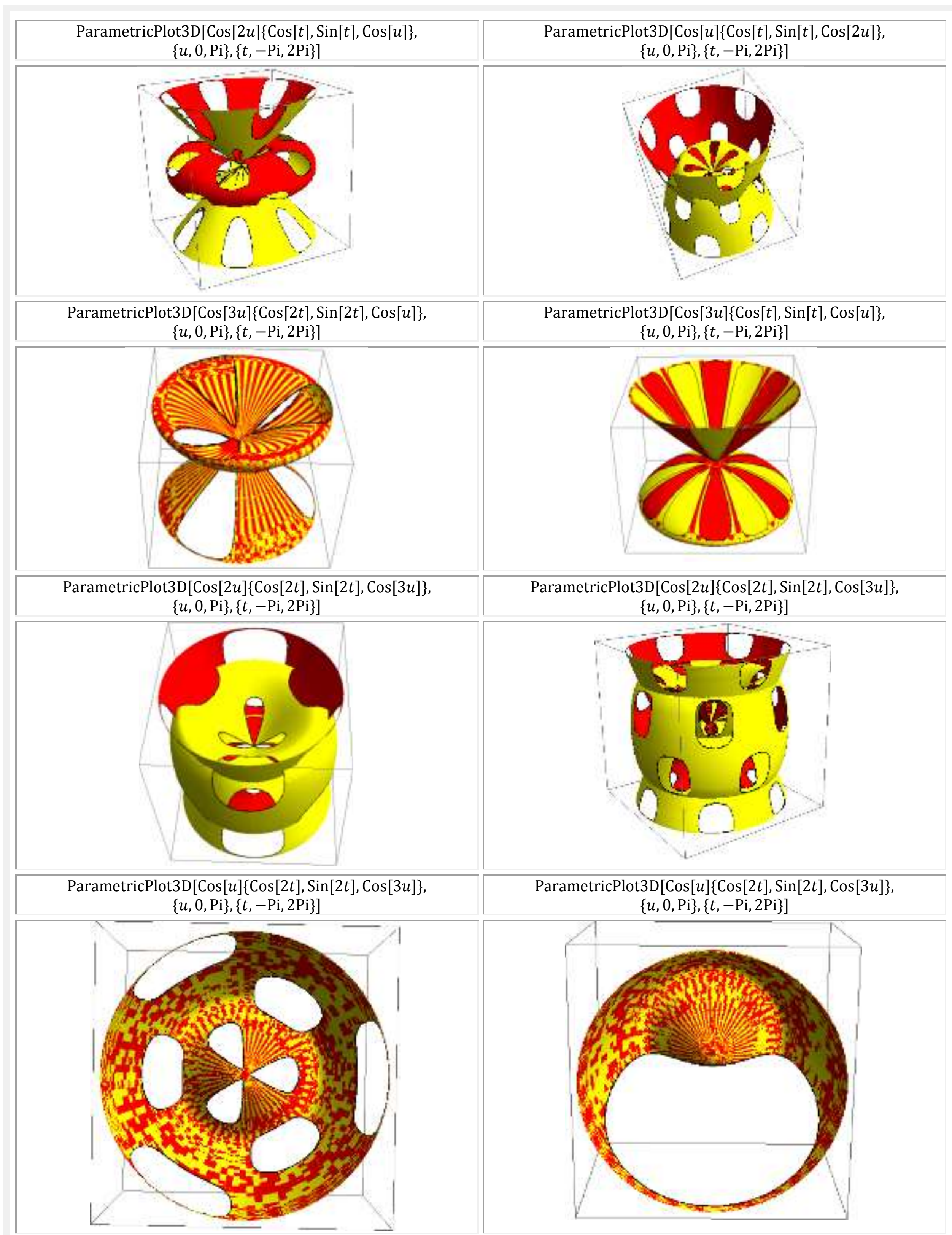


Fig. 2 Unele dintre novele şi supernovele cercului

Prin **cos(2X)** şi **sin(2x)** cercul se transforma într-o roză cu 4 petale în planul **xOy**, iar în **3D** ele sunt în unul dintre planele diametrale al cubului.


ParametricPlot3D[Cos[2u]{Cos[t], Sin[t], Cos[u]}, {u, 0, Pi}, {t, −Pi, 2Pi}]
ParametricPlot3D[Cos[u]{Cos[t], Sin[t], Cos[2u]}, {u, 0, Pi}, {t, −Pi, 2Pi}]
ParametricPlot3D[Cos[3u]{Cos[2t], Sin[2t], Cos[u]}, {u, 0, Pi}, {t, −Pi, 2Pi}]
ParametricPlot3D[Cos[3u]{Cos[t], Sin[t], Cos[u]}, {u, 0, Pi}, {t, −Pi, 2Pi}]
ParametricPlot3D[Cos[2u]{Cos[2t], Sin[2t], Cos[3u]}, {u, 0, Pi}, {t, −Pi, 2Pi}]
ParametricPlot3D[Cos[2u]{Cos[2t], Sin[2t], Cos[3u]}, {u, 0, Pi}, {t, −Pi, 2Pi}]
ParametricPlot3D[Cos[u]{Cos[2t], Sin[2t], Cos[3u]}, {u, 0, Pi}, {t, −Pi, 2Pi}]
ParametricPlot3D[Cos[u]{Cos[2t], Sin[2t], Cos[3u]}, {u, 0, Pi}, {t, −Pi, 2Pi}]

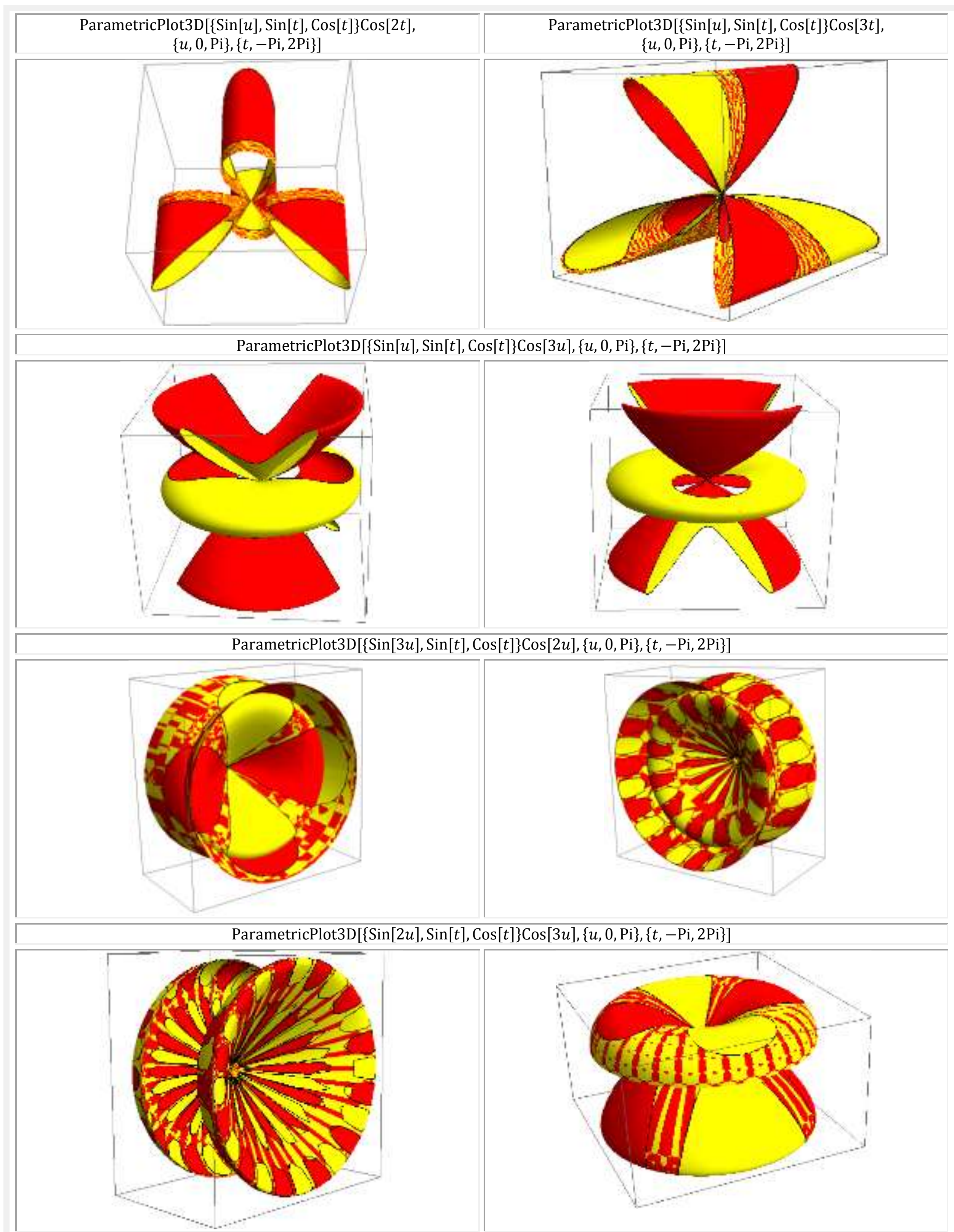
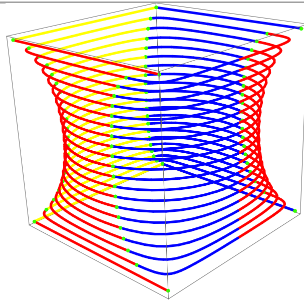
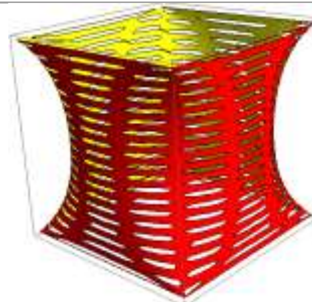

ParametricPlot3D[{Sin[u], Sin[t], Cos[t]}Cos[2t], {u, 0, Pi}, {t, −Pi, 2Pi}]
ParametricPlot3D[{Sin[u], Sin[t], Cos[t]}Cos[3t], {u, 0, Pi}, {t, −Pi, 2Pi}]
ParametricPlot3D[{Sin[u], Sin[t], Cos[t]}Cos[3u], {u, 0, Pi}, {t, −Pi, 2Pi}]
ParametricPlot3D[{Sin[3u], Sin[t], Cos[t]}Cos[2u], {u, 0, Pi}, {t, −Pi, 2Pi}]
ParametricPlot3D[{Sin[2u], Sin[t], Cos[t]}Cos[3u], {u, 0, Pi}, {t, −Pi, 2Pi}]



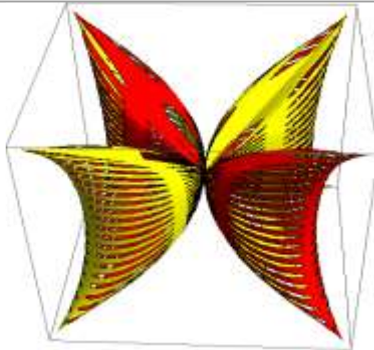
Fig. 3 Novele şi supernovele circulare

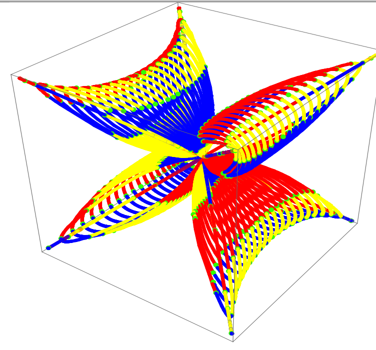
ParametricPlot3D[Evaluate[Table[{Cos[t]/Sqrt[1 − (0.1sSin[t])^2] , Sin[t]/Sqrt[1 − (0.1sCos[t])^2] , 0.1s}, {s, −10,10}], {t, 0,2Pi}]





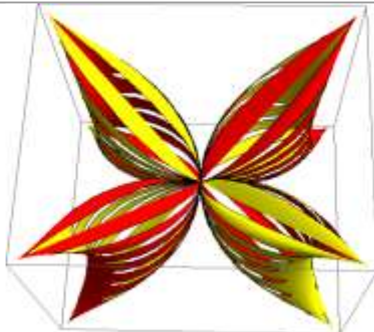
ParametricPlot3D[Evaluate[Table[Sin[2t]{Cos[t]/Sqrt[1 − (0.1sSin[t])^2] , Sin[t]/Sqrt[1 − (0.1sCos[t])^2] , 0.1s}, {s, −10,10}], {t, 0,2Pi}]

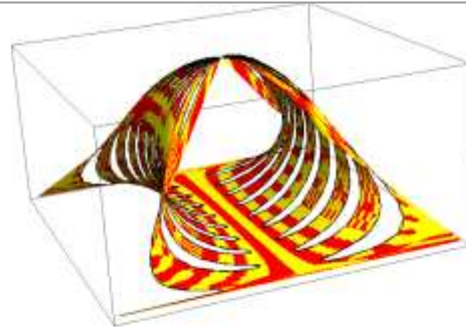




ParametricPlot3D[Sin[2t]{Cos[t]/Sqrt[1 − (0.1sSin[t])^2], Sin[t]/Sqrt[1 − (0.1sCos[t])^2] , 0.1s}, {s, −10,10}, {t, 0,2Pi}]

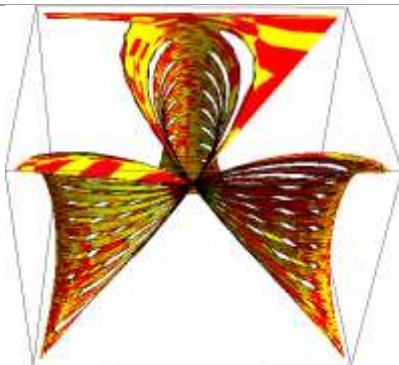
ParametricPlot3D[Sin[t]{Cos[t]/Sqrt[1 − (0.1sSin[t])^2], Sin[t]/Sqrt[1 − (0.1sCos[t])^2] , 0.1s}, {s, −10,10}, {t, 0,2Pi}]

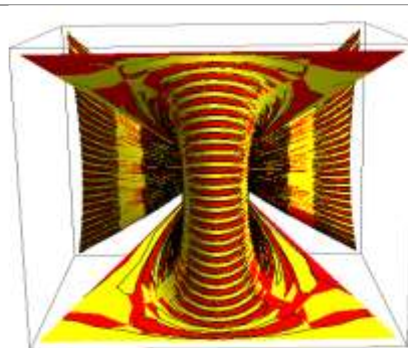




ParametricPlot3D[Sin[3t]{Cos[t]/Sqrt[1 − (0.1sSin[t])^2], Sin[t]/Sqrt[1 − (0.1sCos[t])^2] , 0.1s}, {s, −10,10}, {t, 0,2Pi}]

ParametricPlot3D[Cos[3t]{Cos[t]/Sqrt[1 − (0.1sSin[t])^2], Sin[t]/Sqrt[1 − (0.1sCos[t])^2] , 0.1s}, {s, −10,10}, {t, 0,2Pi}]





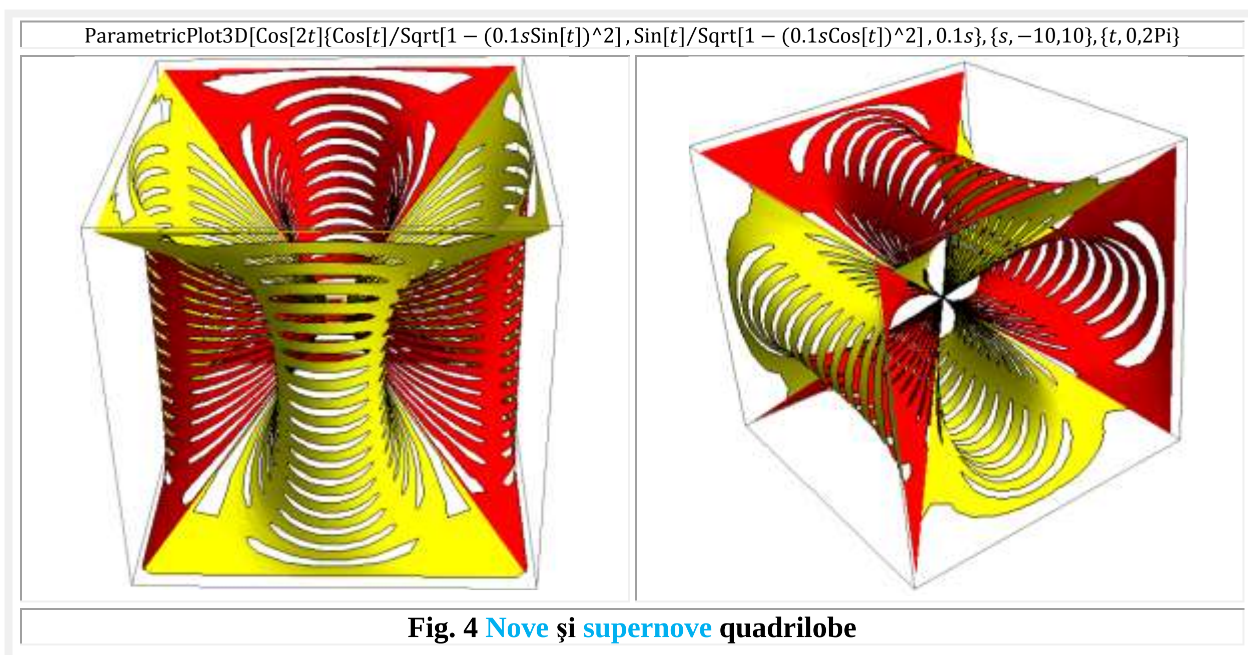
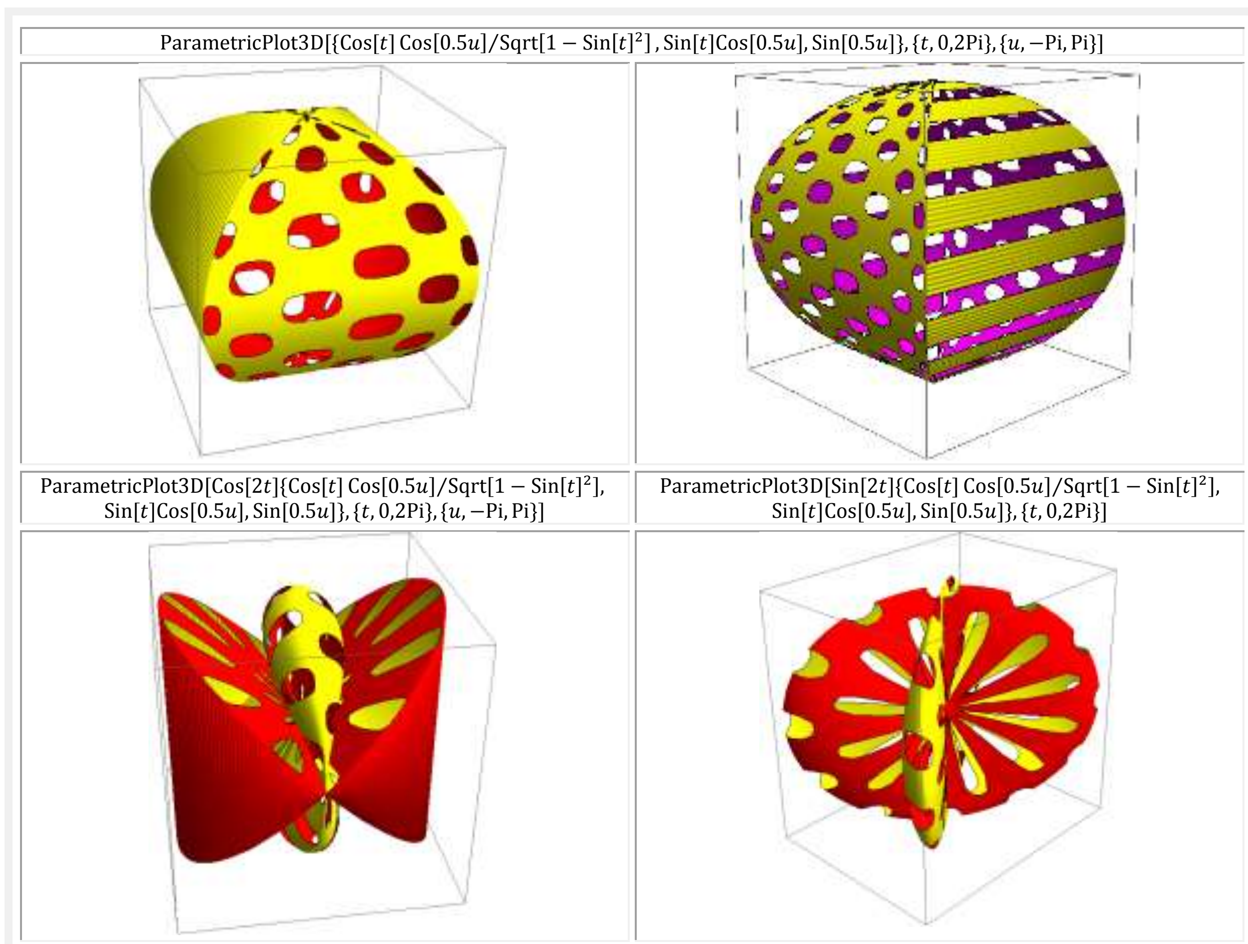
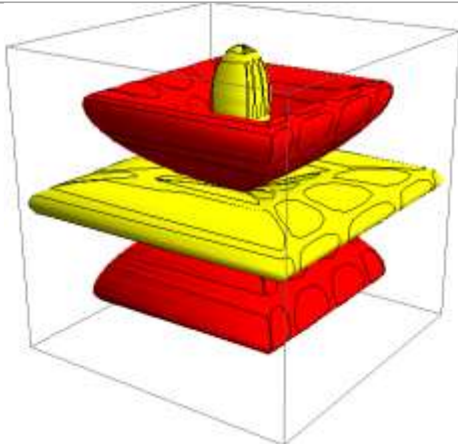
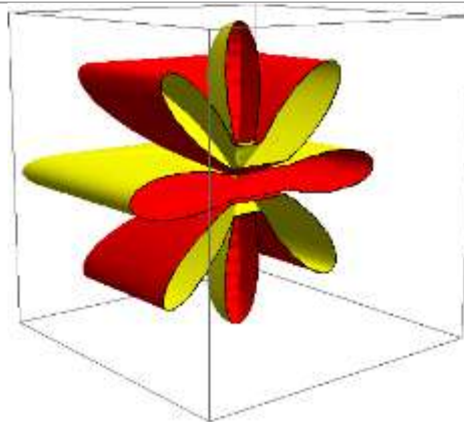
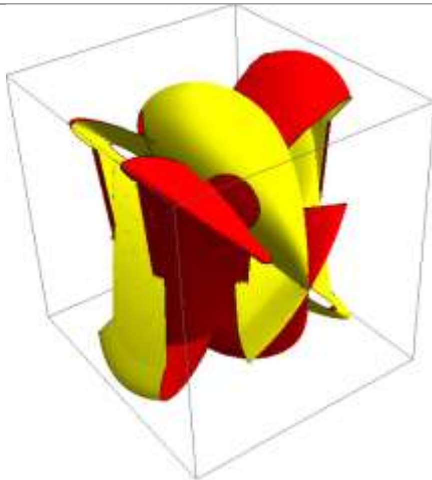
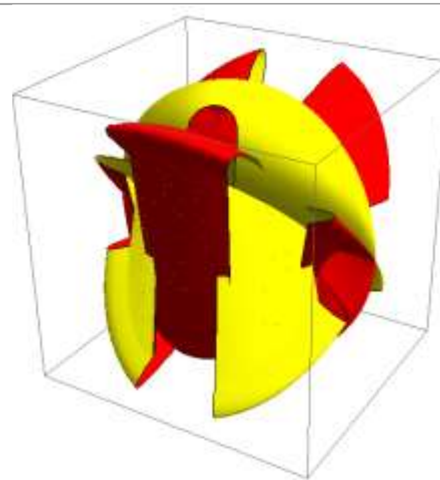
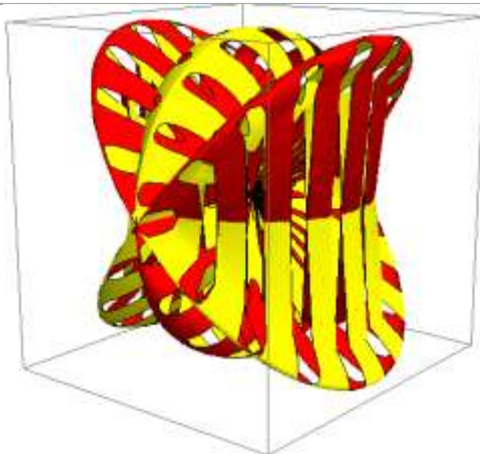
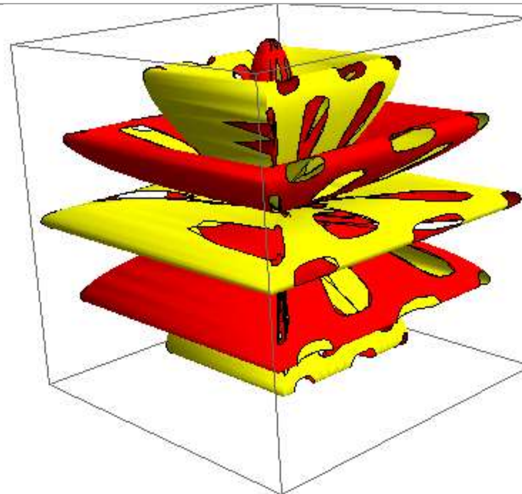


Fig. 4 Nove şi supernove quadrilobe



ParametricPlot3D[Cos[2u]{Cos[2t] Cos[0.5u]/Sqrt[1 − Sin[2t]^2],□Sin[2t]Cos[0.5u], Sin[0.5u]}, {t, 0,2Pi}, {u, −Pi, Pi}]	ParametricPlot3D[Cos[2u]{Cos[2t] Cos[0.5u]/Sqrt[1 − Sin[2t]^2],□Sin[2t]Cos[0.5u], Sin[0.5u]}, {t, 0,2Pi}, {u, −Pi, Pi}]
	
ParametricPlot3D[Cos[3t]{Cos[2t] Cos[0.5u]/Sqrt[1 − Sin[2t]^2],□Sin[2t]Cos[0.5u], Sin[0.5u]}, {t, 0,2Pi}, {u, −Pi, Pi}]	
	
ParametricPlot3D[Cos[3t]{Cos[2t] Cos[0.5u]/Sqrt[1 − Sin[2t]^2],□Sin[2t]Cos[0.5u], Sin[0.5u]}, {t, 0,2Pi}, {u, −Pi, Pi}]	ParametricPlot3D[Cos[3u]{Cos[2t] Cos[0.5u]/Sqrt[1 − Sin[2t]^2],□Sin[2t]Cos[0.5u], Sin[0.5u]}, {t, 0,2Pi}, {u, −Pi, Pi}]
	

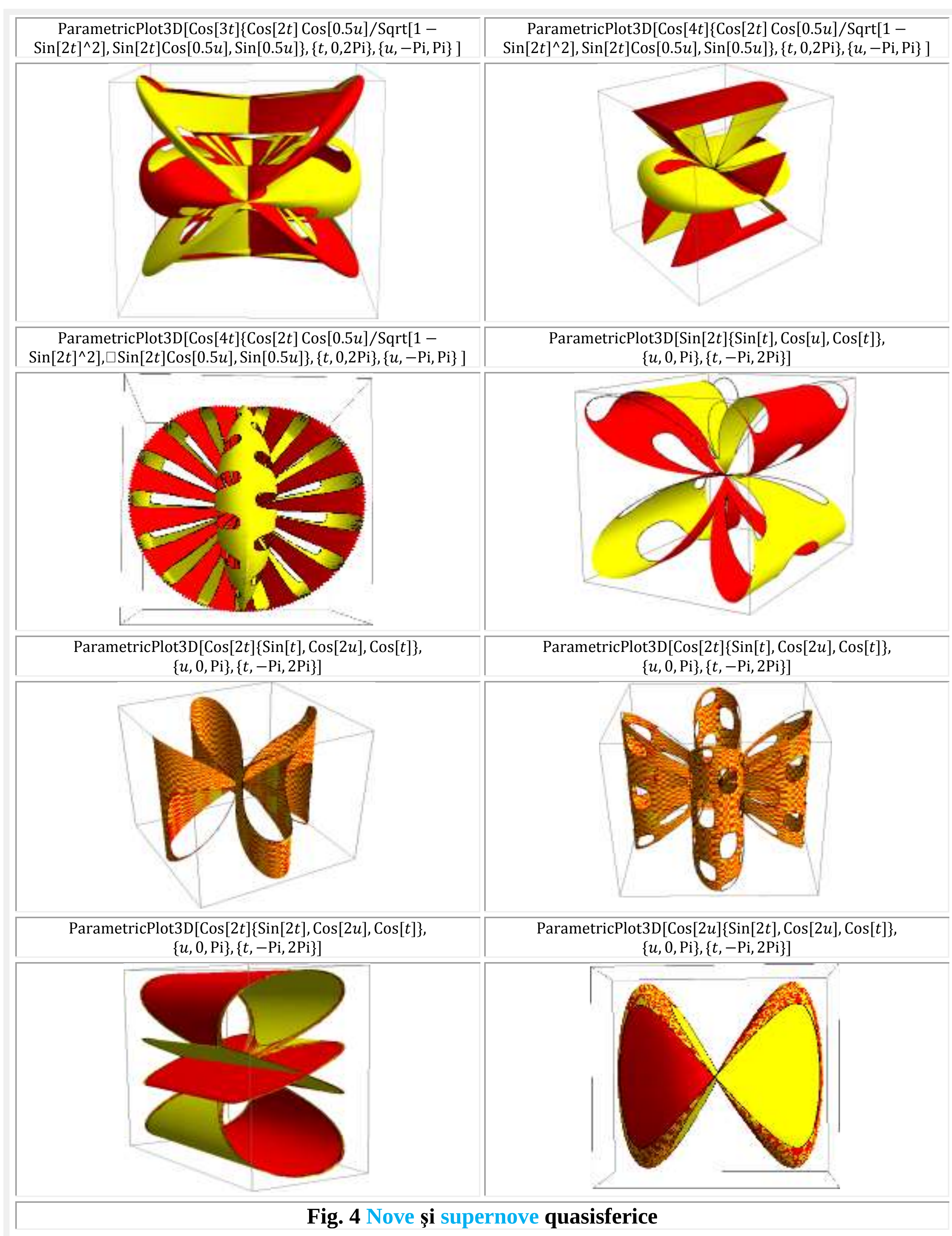


Fig. 4 Nove şi supernove quasisferice

Motto:” *Trebuie să învăţăm să trăim impreuna ca fraţii,*
ori să pierim împreuna ca nişte proşti.**”**
Martin Luther King Junior

Capitolul XXVI

FUNCŢII NOVE ŞI SUPERNOVE DIVERSE

În ***matematica centrică*** (**MC**), dar mai ales în ***matematica excentrică*** (**ME**), altfel spus în **super-matematica** (**SM**), care le include pe amândouă (**SM = MC ∪ ME**), există o infinitate de funcţii ***super-matematice***, aşa cum s-a afirmat şi demonstrat în Vol. III al acestei lucrări de **“SUPERMATEMATICA. FUNDAMENTE”** cu subtitlul “**Nemarginirea** şi mareţia **supermatematicii** (**SM)**”.

Conform unor studii aflăm că “50 % din materia din Calea Lactee este venită din alte galaxii. Explozia **supernovelor** a împroşcat cantităţi imense de materie, care au fost apoi purtate de vânturile galactice “

Aşa cum se poate observa, până în acest moment, în acest volum, **novele** şi **supernovele** **super-matematice** au “împroşcat” **SM** cu o pleiadă de funcţii strâmbe noi în **3D** şi o poate continua pentru infinitatea de funcţii **2D** existente în **SM**. S-a putut constata că orice funcţie plană **2D** poate fi strâmbată în diverse moduri devenind o **funcţie nouă** sau **supernovă** în **3D** şi, ca urmare, şi mulţimea acestor funcţii noi este infinită.

“***Numerele***” ***iraţionale*** sunt “numerele” care au o infinitate de cifre după virgulă şi care nu se repetă.

În lucrarea Şelariu Mircea Eugen, “**MATEMATICA ATOMICĂ**” s-a arătata că ***cifrele*** sunt particulele elementare ale matematicii iar **numerele** sunt **atomii** ei. Un atom (***număr***) este determinat / cunoscut numai dacă i se cunosc toate **particulele elementere** ale sale (***cifrele***). În consecinţă o infinitatea de cifre nu poate determina un număr, deoarece numai o infimă parte a cifrelor este determinată / cunoscută, oricât de numeroase ar fi acestea. De aceea s-a scris cuvântul “***număr***” iraţional între ghilimele. El este alcătuit dintr-o infinitate de cifre dar ***nu este număr,*** este altceva. Poate un ***quasinumăr*** şi nu cvazinumăr!

Este evident că denumirile anterioare de ***atom matematic*** şi ***particulă elementară*** sunt forţat introduse în **SM**, dar această ***comparaţie forţată*** a condus la determinarea celei mai eficiente, simple şi rapide metode de soluţionare exactă a oricărei ecuaţii algebrice de orice grad şi tip, a intesecţiilor ş.m.a. care înainte, în **MC**, nu aveau soluţii !!. Nu este remarcabil ?

La fel stă situaţia şi cu denumirile de **nove** şi supernove **SM** care ***sunt forţate***. Strâmbarea curbelor **2D** şi transformarea lor în curbe **3D** ***strâmbe*** poate fi considerată o ***tehnologie matematică*** prin care ***oricare*** curbă **2D** poate fi transformată într-o **curbă strâmbă** în **3D**.

Bill Gates a decretat: “Prima regulă a oricărei ***tehnologii***, folosită de el în afaceri, este aceea că automatizarea unei operaţii eficiente îi va mări eficienţa. A doua este că automatizarea aplicată unei operaţii ineficiente o va face şi mai ineficientă".

Considerând că tehnologia de abţinere a **novelor** şi a supernovelor **SM** a devenit clară şi este una eficientă ne vom limita în continuare la prezentarea unor funcţii de acest gen cu veleităţi “artistice” sau cel puţin care excită plăcut / încântă ochiul, fără să ne întrebăm, ca şi pâna acum, la ce folosesc ele.

Din articolul “***LA CE FOLOSEŞTE MATEMATICA*** ?” al Conf. univ. dr. **Sorin Nădăban** Decan al Facultăţii de Ştiinţe Exacte spicuim:

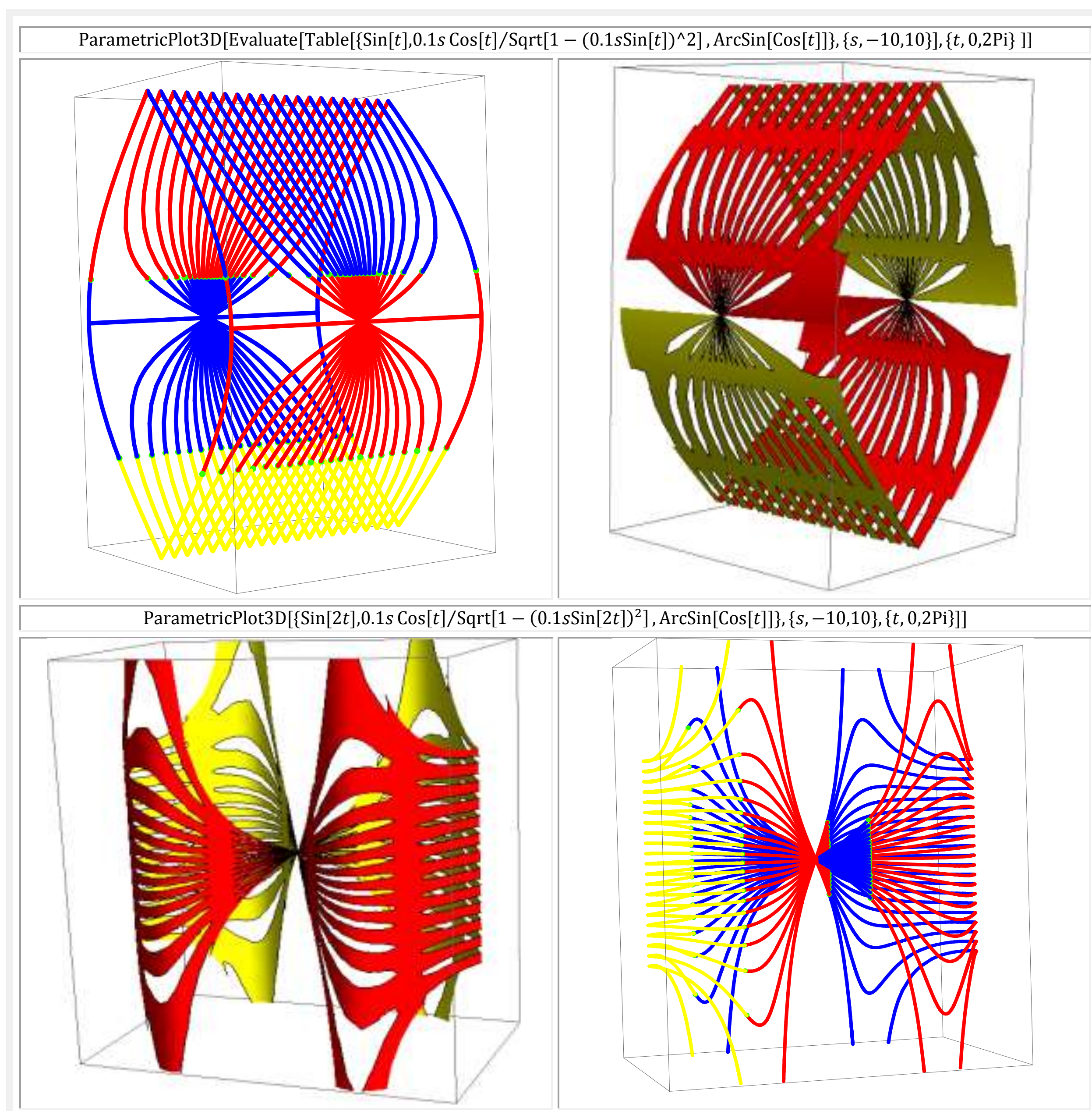
“În 1830**, Jacobi** într-o scrisoare către **Legendre**, scria: ”Domnul **Fourie**r crede că scopul principal al matematicii este de a fi utilă şi de a explica fenomenele naturale; dar un filosof ca el ar trebui să ştie că scopul unic al ştiinţei este onoarea spiritului uman”.

Matematicianul caută ***frumuseţea nu utilitatea***. Nu putem dezbrăca matematica de toate ideile şi conceptele atât de frumoase şi să o reducem la rolul utilitar. Dacă facem acest lucru, atunci nu avem de ce să ne mai mirăm de reacţia de respingere faţă de matematică pe care o au mulţi elevi.

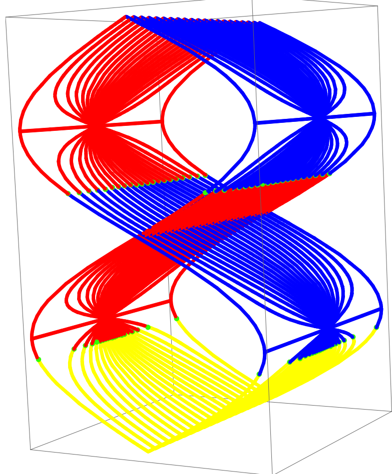
Dacă reducem matematica la rolul ei utilitar, atunci transformăm matematica într-un instrument. Chiar dacă spunem frumos ”***instrument matematic***” nu este ***decât un ciocan***! Unde mai este atunci frumuseţea ei ?

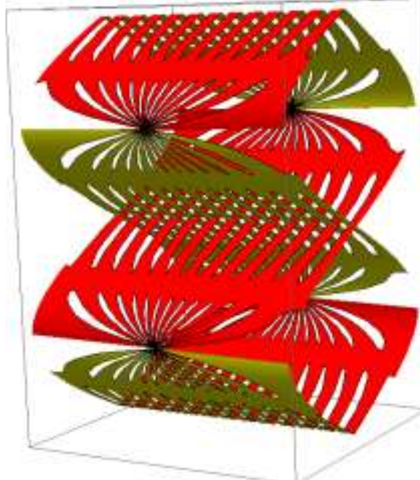
”Matematica trebuie să rămână ca muzica, să fie cultivată pentru propria ei plăcere” (**Solomon Marcus**).“

Cu aceste justificări se vor prezenta în continuare divesele **nove** şi **supernove** în două variante ale căror ecuaţii parametrice sunt trecute deasupra graficelor.

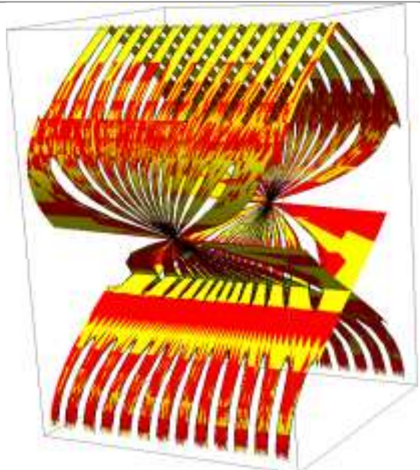


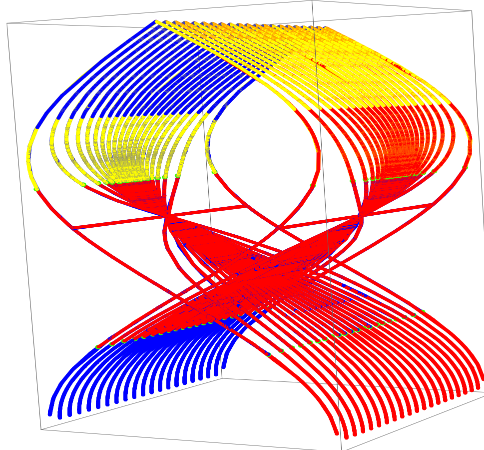
ParametricPlot3D[Evaluate[Table[{Sin[2t], 0.1s Cos[2t]/Sqrt[1 − (0.1sSin[2t])^2] , ArcSin[Cos[t]]}, {s, −10,10}], {t, 0,2Pi}]]



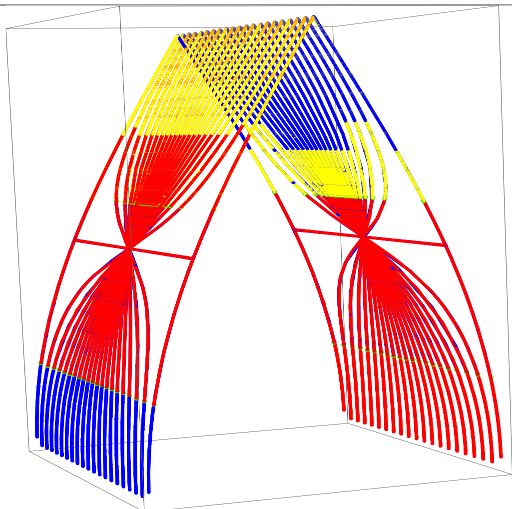


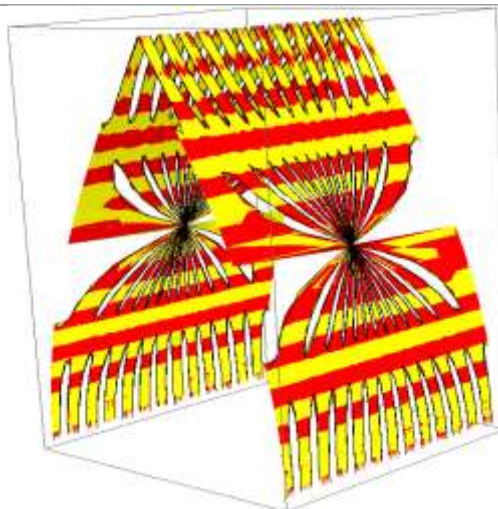
ParametricPlot3D[{Sin[3t], 0.1s Cos[2t]/Sqrt[1 − (0.1sSin[2t])^2] , ArcSin[Cos[2t]]}, {s, −10,10}, {t, 0,2Pi}]]



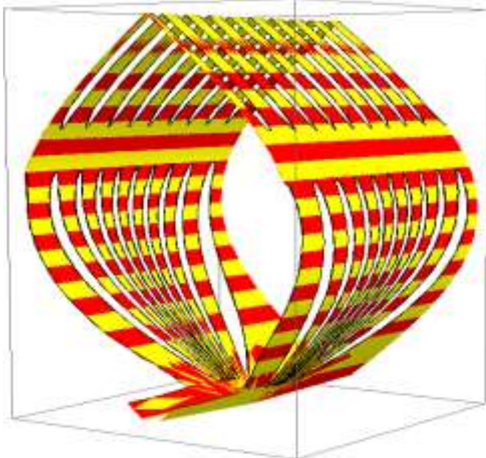
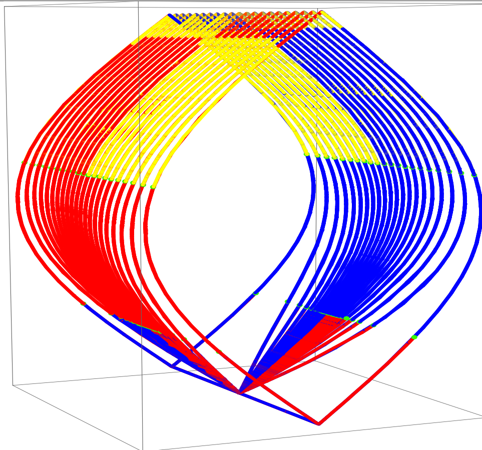


ParametricPlot3D[Evaluate[Table[{Sin[t], 0.1s Cos[2t]/Sqrt[1 − (0.1sSin[2t])^2] , ArcSin[Cos[2t]]}, {s, −10,10}], {t, 0,2Pi}]]

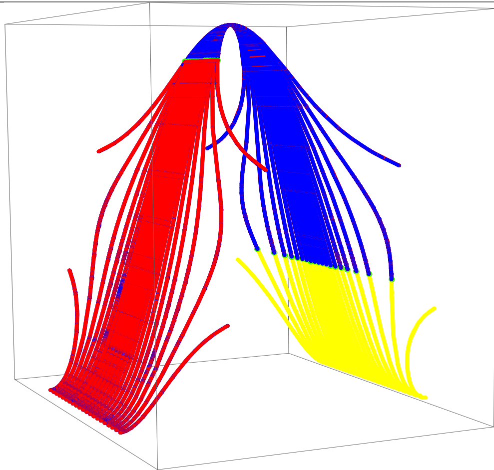
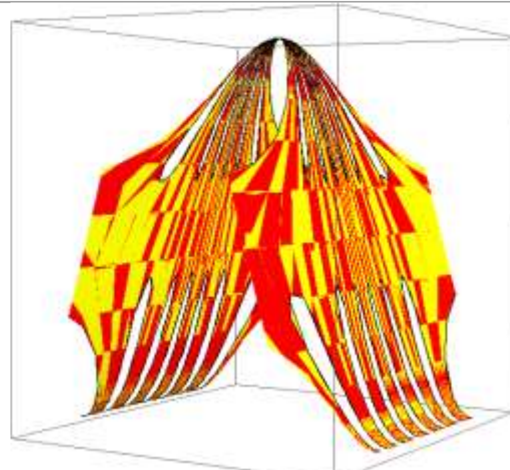




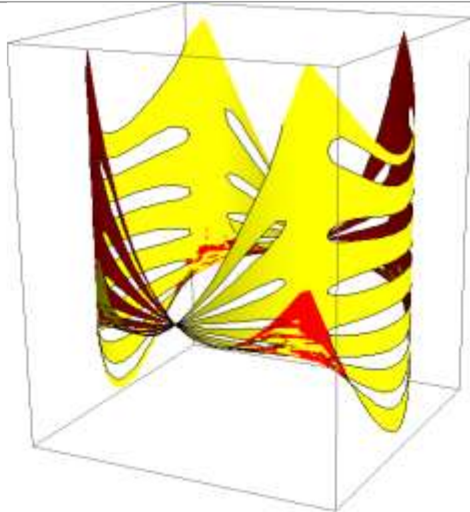
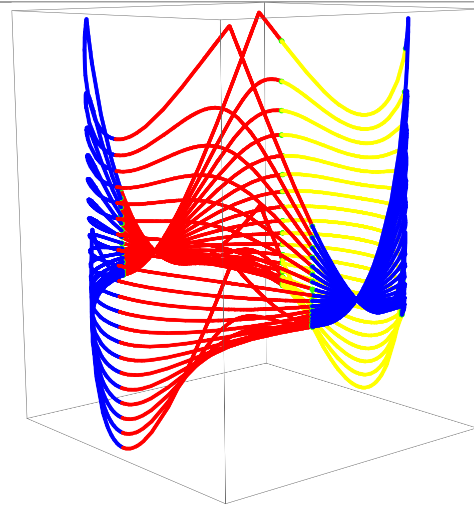
ParametricPlot3D[{Sin[2t],0.1s Cos[t]/Sqrt[1 − (0.1sSin[t])^2] , ArcSin[Cos[2t]]}, {s, −10,10}, {t, 0,2Pi}]]

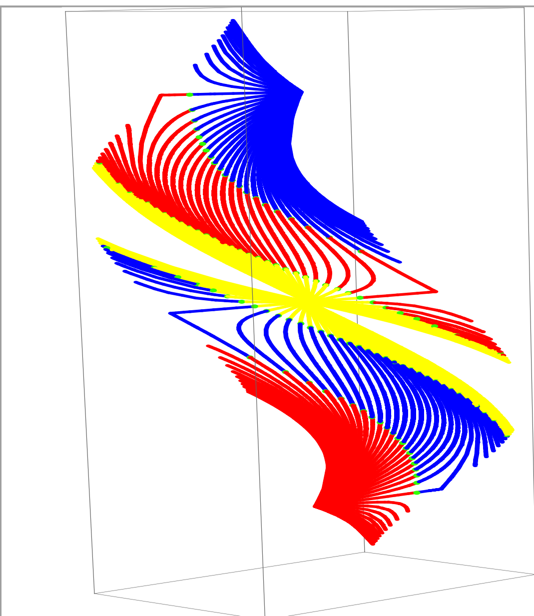
ParametricPlot3D[Evaluate[Table[{2Cos[2t], 0.1s Cos[t]/Sqrt[1 − (0.1sSin[2t])^2] , ArcSin[Cos[t]]}, {s, −10,10}], {t, 0,2Pi}]]

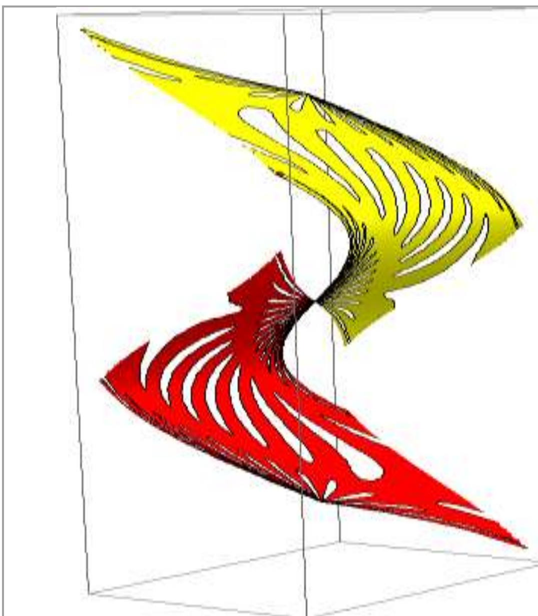



ParametricPlot3D[{Cos[t], −0.1sCos[t] + Sqrt[1 − (0.1sSin[2t])^2], Sin[t]}, {s, −10,10}, {t, 0,2Pi}]]

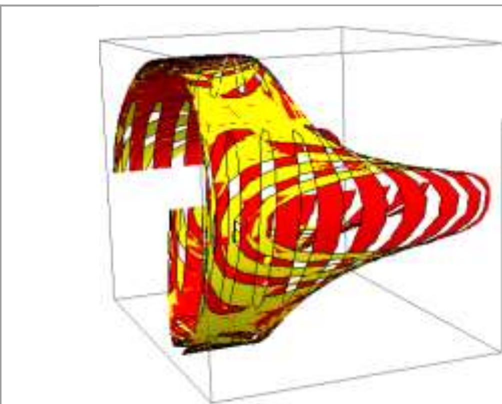



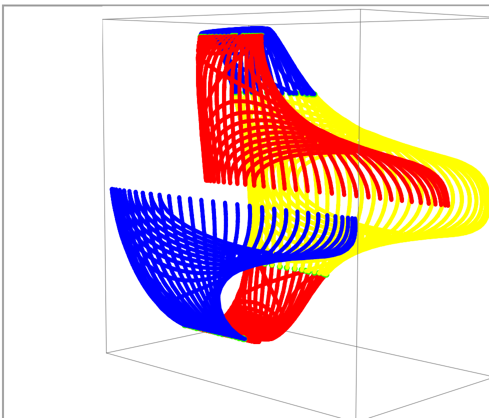
ParametricPlot3D[Evaluate[Table[{ArcSin[0.1sSin[t]], t − ArcSin[0.1sSin[t]], Sin[t − ArcSin[0.1sSin[t]]]}, {s, −20,20}], {t, 0,2Pi}]



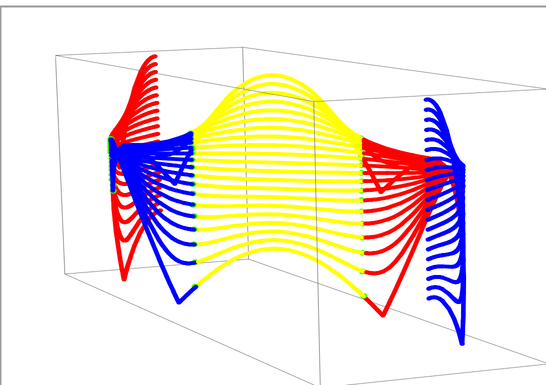


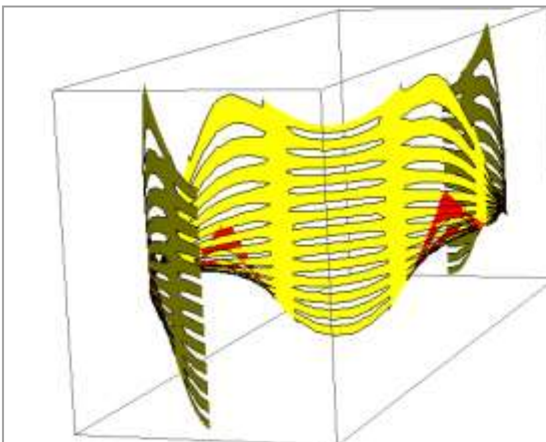
□ParametricPlot3D[{Cos[t] t/8 , −Cos[0.1sCos[t] + Sqrt[1 − (0.1sSin[2t])^2]], Sin[t]}, {s, −20,20}, {t, 0,2Pi}]]



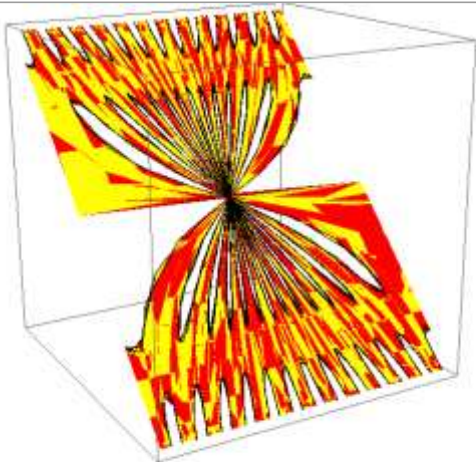
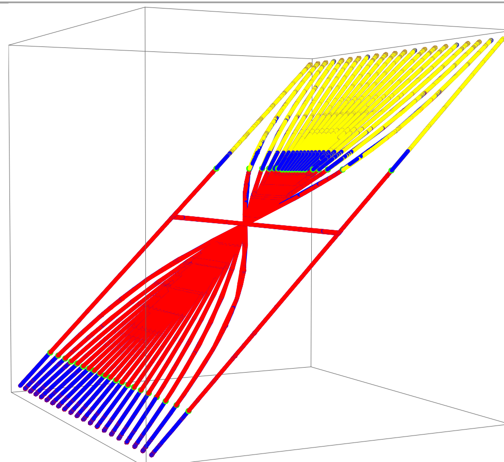


ParametricPlot3D[Evaluate[Table[{t, −0.1sCos[t] + Sqrt[1 − (0.1sSin[2t])^2], Sin[t]}, {s, −10,10}], {t, 0,2Pi}

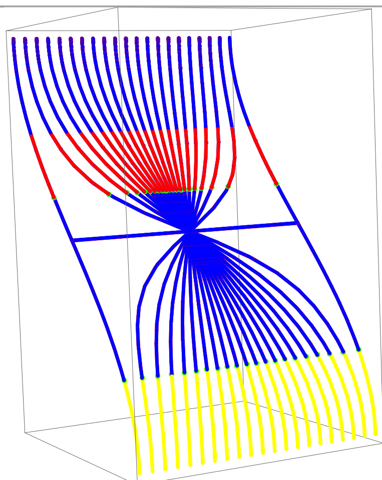
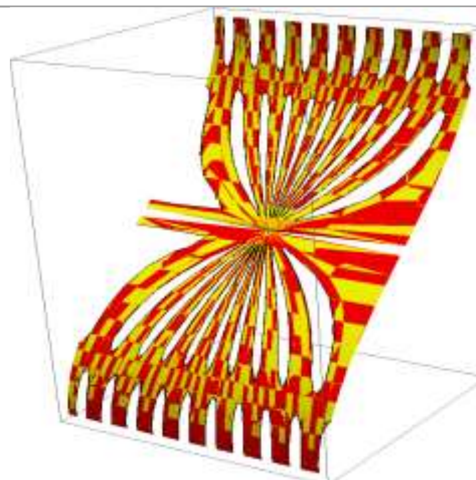




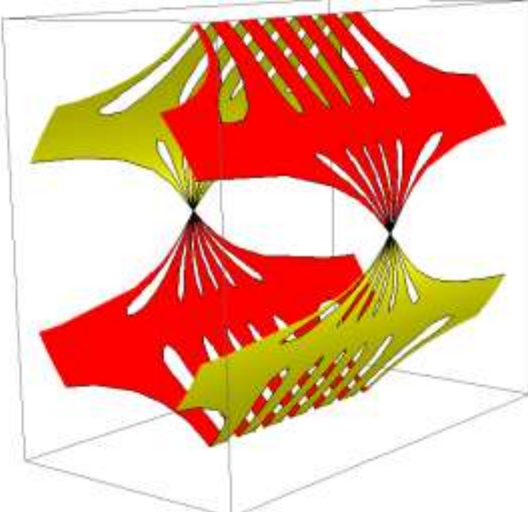
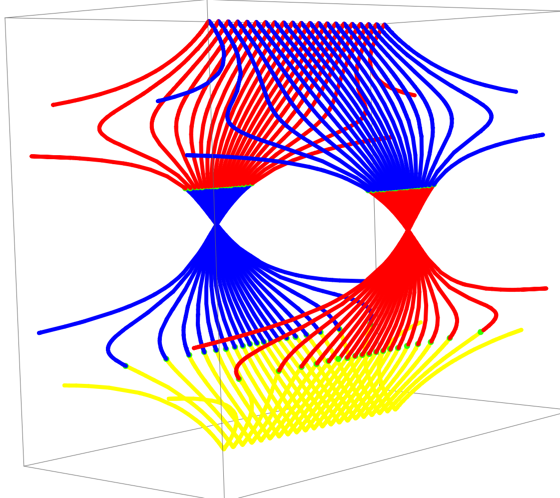
□ParametricPlot3D[{Cos[2𝑡],0.1𝑠 Cos[2𝑡]/Sqrt[1 − (0.1𝑠Sin[2𝑡])^2] , Cos[2𝑡]}, {𝑠, −10,10}, {𝑡, 0,2Pi}]]

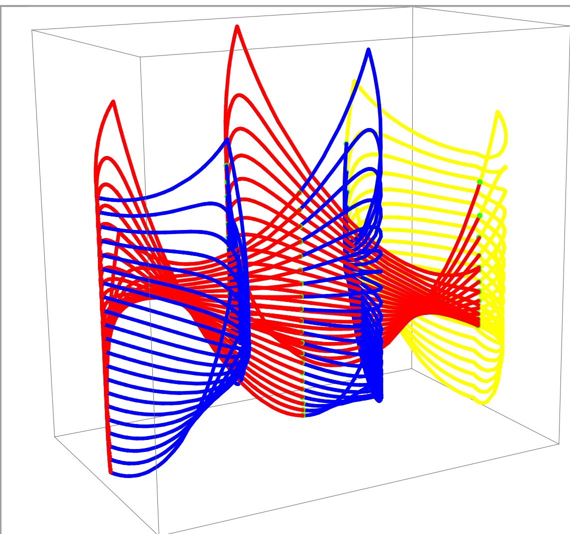
ParametricPlot3D[Evaluate[Table[{Cos[𝑡],0.1𝑠 Cos[𝑡]/Sqrt[1 − (0.1𝑠Sin[𝑡])^2] , ArcSin[Cos[𝑡]]}, {𝑠, −10,10}], {𝑡, 0,2Pi}]

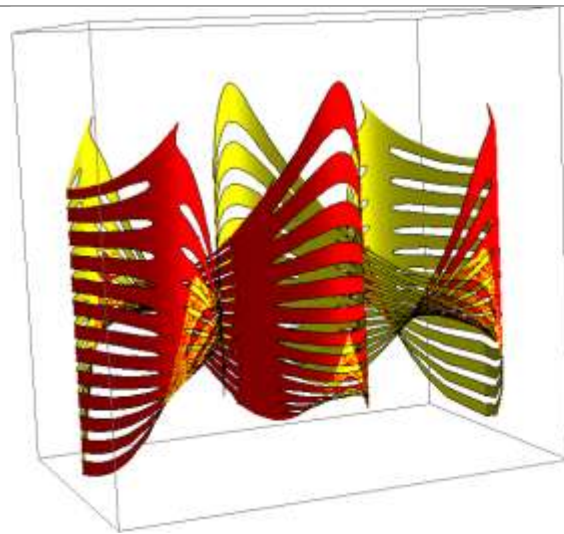



ParametricPlot3D[{Sin[𝑡],0.1𝑠 Cos[𝑡]/Sqrt[1 − (0.1𝑠Sin[2𝑡])^2] , ArcSin[Cos[𝑡]]}, {𝑠, −10,10}, {𝑡, 0,2Pi}]]

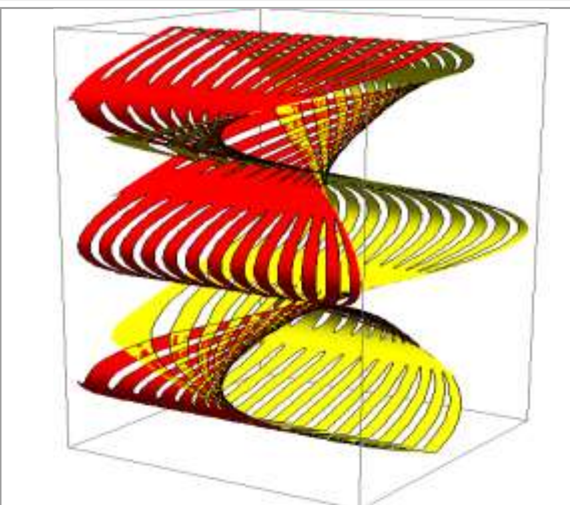



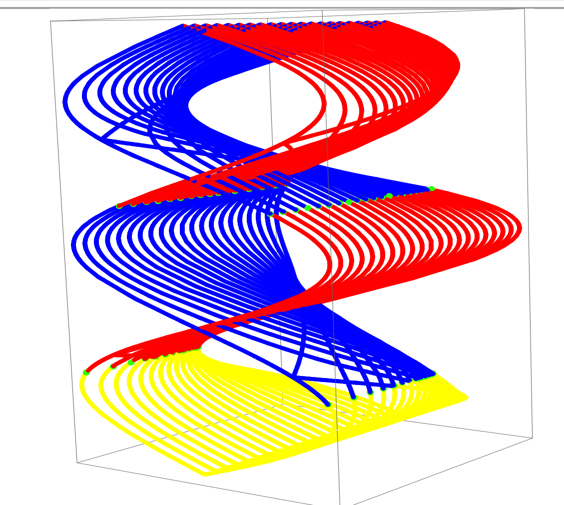
ParametricPlot3D[Evaluate[Table[{Sin[3t], 0.1sCos[2t] + Sqrt[1 − (0.1sSin[3t])²], ArcSin[Cos[t]]}, {s, −10,10}], {t, 0,2Pi}]]



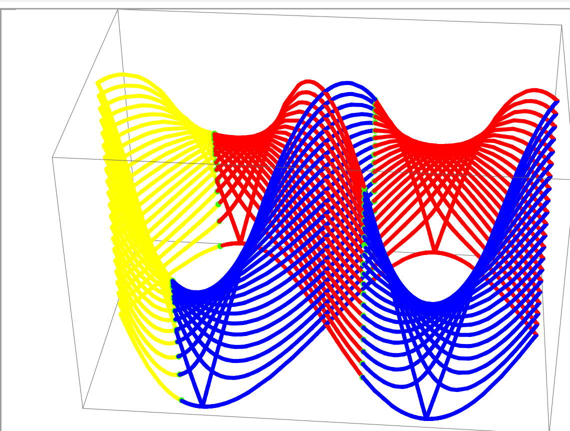


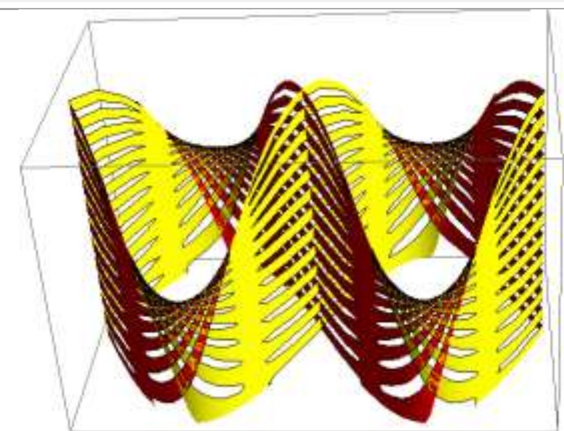
ParametricPlot3D[{Sin[3t],0.1sCos[2t] + Sqrt[1 − (0.1sSin[2t])^2], ArcSin[Cos[t]]}, {s, −10,10}, {t, 0,2Pi}]]





ParametricPlot3D[Evaluate[Table[{Sin[2t],0.1sCos[2t] + Sqrt[1 − (0.1sSin[2t])^2], ArcSin[Cos[t]]}, {s, −10,10}], {t, 0,2Pi}]]





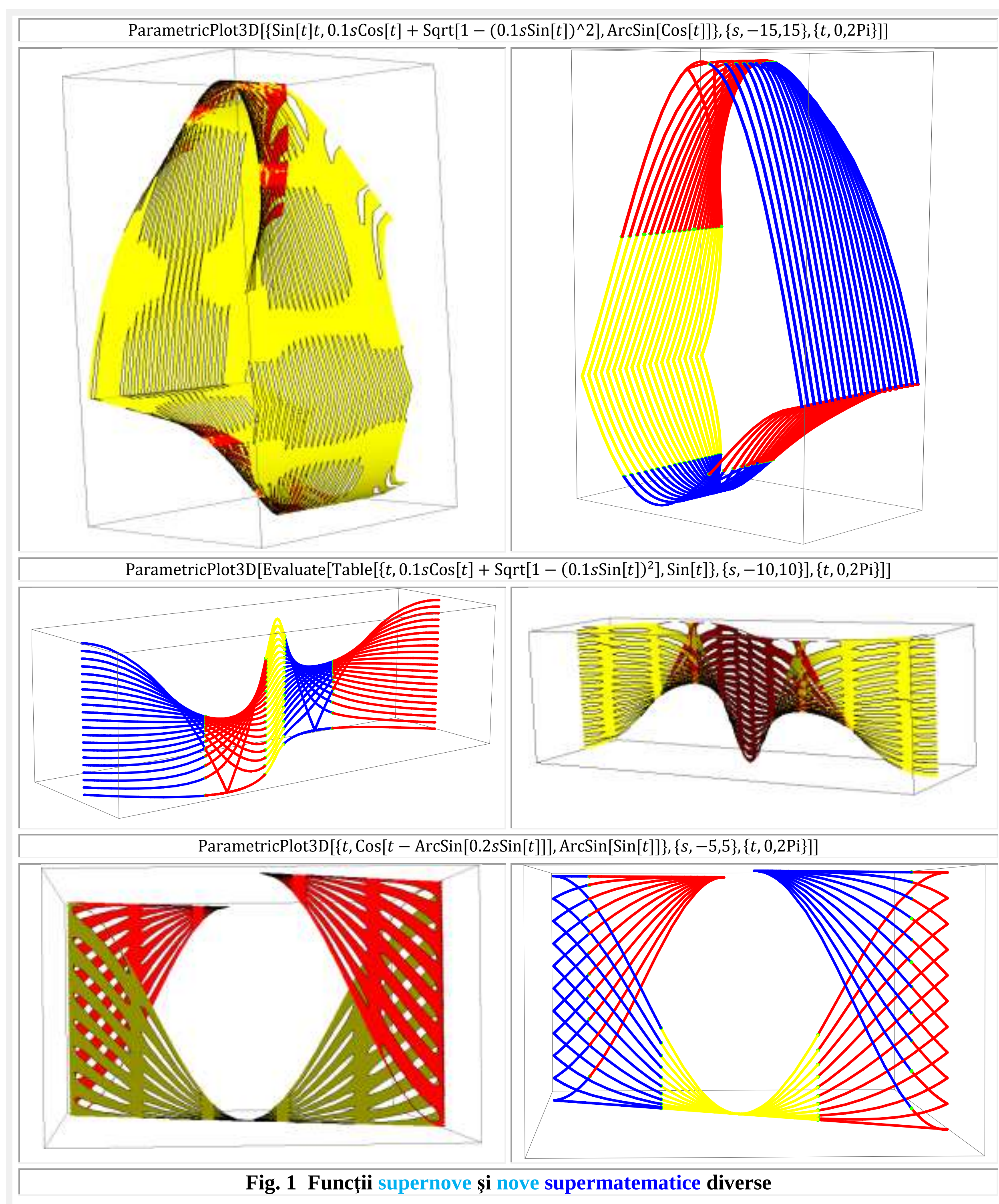


Fig. 1 Funcţii supernove şi nove supermatematice diverse

B I B L I O G R A F I E

1	Şelariu Mircea Eugen	**FUNCŢII CIRCULARE EXCENTRICE**	Com. I Conferinţă Naţională de Vibraţii în Construcţia de Maşini, Timişoara , 1978, pag.101...108.
2	Şelariu Mircea Eugen	**FUNCŢII CIRCULARE EXCENTRICE şi EXTENSIA LOR.**	Bul .St.şi Tehn. al I.P. "TV" Timişoara, Seria Mecanică, Tomul 25(39), Fasc. 1-1980, pag. 189...196
3	Şelariu Mircea Eugen	**STUDIUL VIBRAŢIILOR LIBERE ale UNUI SISTEM NELINIAR, CONSERVATIV cu AJUTORUL FUNCŢIILOR CIRCULARE EXCENTRICE**	Com. I Conf. Naţ. Vibr.în C.M. Timişoara,1978, pag. 95...100
4	Şelariu Mircea Eugen	**APLICAŢII TEHNICE ale FUNCŢIILOR CIRCULARE EXCENTRICE**	Com.a IV-a Conf. PUPR, Timişoara, 1981, Vol.1. pag. 142...150
5	Şelariu Mircea Eugen	**THE DEFINITION of the ELLIPTIC ECCENTRIC with FIXED ECCENTER**	A V-a Conf. Naţ. de Vibr. în Constr. de Maşini,Timişoara, 1985, pag. 175...182
6	Şelariu Mircea	**ELLIPTIC ECCENTRICS with MOBILE ECCENTER**	IDEM pag. 183...188
7	Şelariu Mircea Eugen	**CIRCULAR ECCENTRICS and HYPERBOLICS ECCENTRICS**	Com. a V-a Conf. Naţ. V. C. M. Timişoara, 1985, pag. 189...194.
8	Şelariu Mircea Eugen	**ECCENTRIC LISSAJOUS FIGURES**	IDEM, pag. 195...202
9	Şelariu Mircea Eugen	**FUNCŢIILE SUPERMATEMATICE CEX şi SEX- SOLUŢIILE UNOR SISTEME MECANICE NELINIARE**	Com. a VII-a Conf.Naţ. V.C.M., Timişoara,1993, pag. 275...284.
10	Şelariu Mircea Eugen	**SUPERMATEMATICA**	Com.VII Conf. Internaţ. de Ing. Manag. şi Tehn.,TEHNO'95 Timişoara, 1995, Vol. 9: Matematica Aplicată,. pag.41...64
11	Şelariu Mircea Eugen	**FORMA TRIGONOMETRICĂ a SUMEI şi a DIFERENŢEI NUMERELOR COMPLEXE**	Com.VII Conf. Internaţ. de Ing. Manag. şi Tehn., TEHNO'95 Timişoara, 1995, Vol. 9: Matematică Aplicată, pag. 65...72
12	Şelariu Mircea Eugen	**MIŞCAREA CIRCULARĂ EXCENTRICĂ**	Com.VII Conf. Internaţ. de Ing. Manag. şi Tehn. TEHNO'95., Timişoara, 1995 Vol.7: Mecatronică, Dispozitive şi Rob.Ind.,pag. 85...102

13	Şelariu Mircea Eugen	**RIGIDITATEA DINAMICĂ EXPRIMATĂ CU FUNCŢII SUPERMATEMATICE**	Com.VII Conf. Internaţ. de Ing. Manag. şi Tehn., TEHNO'95 Timişoara, 1995 Vol.7: Mecatronică, Dispoz. şi Rob.Ind.,pag. 185...194
14	Şelariu Mircea Eugen	**DETERMINAREA ORICÂT DE EXACTĂ A RELAŢIEI DE CALCUL A INTEGRALEI ELIPTICE COMPLETE DE SPETA INTAIA K(k)**	Bul. VIII-a Conf. de Vibr. Mec., Timişoara,1996, Vol III, pag.15 ... 24.
15	Şelariu Mircea Eugen	**FUNCŢII SUPERMATEMATICE CIRCULARE EXCENTRICE DE VARIABILĂ CENTRICĂ**	TEHNO ' 98. A VIII-a Conferinţa de Inginerie Managerială şi Tehnologică, Timişoara 1998, pag 531..548
16	Şelariu Mircea Eugen	**FUNCŢII DE TRANZIŢIE INFORMAŢIONALĂ**	TEHNO ' 98. A VIII-a Conferinţa de Inginerie Managerială şi Tehnologică, Timişoara 1998, pag 549… 556
17	Şelariu Mircea Eugen	**FUNCŢIILE SUPERMATEMATICE CIRCULARE EXCENTRICE DE VARIABILĂ CENTRICĂ CA SOLUŢII ALE UNOR SISTEME OSCILANTE NELINIARE**	TEHNO ' 98. A VIII-a Conferinţa de Inginerie Managerială şi Tehnologică, Timişoara 1998, pag 557…572
18	Şelariu Mircea Eugen	**INTRODUCEREA STRÂMBEI ÎN MATEMATICĂ**	Lucr. Simp. Naţional "Zilele Universităţii Gh. Anghel" Ed. II-a, Drobeta Turnu Severin, 16-17 mai 2003, pag. 171 … 178
19	Şelariu Mircea Eugen	**QUADRILOBIC VIBRATION SYSTEMS**	The 11 –th International Conference on Vibration Engineering, Timişoara, Sept. 27-30, 2005 pag. 77 … 82
20	Şelariu Mircea Eugen	**SMARANDACHE STEPPED FUNCTIONS**	Revista: "Scienta Magna" Vol. 3, No. 1, 2007, ISSN 1556-6706
21	Şelariu Mircea Eugen	**TEHNO ART OF ŞELARIU SUPERMATHEMATICS FUNCTIONS**	(ISBN-10):1-59973-037-5 (ISBN-13):974-1-59973-037-0 (EAN): 9781599730370
22	Şelariu Mircea Eugen	**PROIECTAREA DISPOZITIVELOR DE PRELUCRARE, Cap. 17 din PROIECTAREA DISPOZITIVELOR**	Editura Didactică şi Pedagogică, Bucureşti, 1982, pag. 474 … 543
23	Petrişor Emilia	**ON THE DYNAMICS OF THE DEFORMED STANDARD MAP**	Workshop Dynamicas Days'94, Budapest, si Analele Univ.din Timisoara, Vol.XXXIII, Fasc.1-1995, Seria Mat.-Inf.,pag. 91…105
24	Petrişor Emilia	**SISTEME DINAMICE HAOTICE**	Seria Monografii matematice, Tipografia Univ. de Vest din Timişoara, 1992
25	Petrişor Emilia	**RECONNECTION SCENARIOS AND THE THERESHOLD OF RECONNECTION IN THE DYNAMICS OF NONTWIST MAPS**	Chaos, Solitons and Fractals, 14 (2002) 117…127
27	Cioara Romeo	**FORME CLASICE PENTRU FUNCŢII CIRCULARE EXCENTRICE**	Proceedings of the Scientific Communications Meetings of "Aurel Vlaicu" University, Third Edition, Arad, 1996, pg.61 ..65
28	Preda Horea	**REPREZENTAREA ASISTATĂ A TRAIECTORILOR ÎN PLANUL**	Com. VI-a Conf.Naţ.Vibr. în C.M. Timişoara, 1993

		FAZELOR A VIBRAŢIILOR NELINIARE	
29	Filipescu Avram	**APLICAREA FUNCŢIILOR (ExPH) EXCENTRICE PSEUDOHIPERBOLICE ÎN TEHNICA**	Com.VII-a Conf. Internat.de Ing. Manag. Şi Tehn. TEHNO'95, Timişoara, Vol. 9. Matematica aplicată., pag. 181 … 185
30	Dragomir Lucian (Toronto - Canada)	**UTILIZAREA FUNCŢIILOR SUPERMATEMATICE ÎN CAD / CAM : SM-CAD / CAM. Nota I-a: REPREZENTARE ÎN 2D**	Com.VII-a Conf. Internaţ.de Ing. Manag. şi Tehn. TEHNO'95, Timişoara, Vol. 9. Matematică aplicată., pag. 83 … 90
31	Şelariu Şerban	**UTILIZAREA FUNCŢIILOR SUPERMATEMATICE ÎN CAD / CAM : SM-CAD / CAM. Nota I I –a: REPREZENTARE ÎN 3D**	Com.VII-a Conf. Internaţ.de Ing. Manag. şi Tehn. TEHNO'95, Timişoara, Vol. 9. Matematică Aplicată., pag. 91 … 96
32	Staicu Florentiu	**DISPOZITIVE UNIVERSALE de PRELUCRARE a SUPRA-FEŢELOR COMPLEXE de TIPUL EXCENTRICELOR ELIPTICE**	Com. Ses. Anuale de Com.Şt. Oradea ,1994
33	George LeMac	**THE ECCENTRIC TRIGONOMETRIC FUNCTIONS: AN EXTENTION OF CLASSICAL TRIGONOMETRIC FUNCTIONS.**	The University of Western Ontario, London, Ontario, Canada Depertment of Applied Mathematics May 18, 2001
34	Şelariu Mircea Ajiduah Cristoph Bozântan Emil (USA) Filipescu Avram	**INTEGRALELE UNOR FUNCŢII SUPERMATEMATICE**	Com. VII Conf.Internaţ.de Ing.Manag. şi Tehn. TEHNO'95 Timişoara. 1995,Vol.IX: Matem.Aplic. pag.73…82
35	Şelariu Mircea Fritz Georg (G) Meszaros A.(G)	**ANALIZA CALITĂŢII MIŞCĂRILOR PROGRAMATE cu FUNCŢII SUPERMATEMATICE**	IDEM, Vol.7: Mecatronică, Dispozitive şi Rob.Ind., pag. 163…184
36	Şelariu Mircea Szekely Barna (Ungaria)	**ALTALANOS SIKMECHANIZMUSOK FORDULATSZAMAINAK ATVITELI FUGGVENYEI MAGASFOKU MATEMATIKAVAL**	Bul.Şt al Lucr. Prem.IV,Universitatea din Budapesta, nov. 1992
37	Şelariu Mircea Popovici Maria	**A FELSOFOKU MATEMATIKA ALKALMAZASAI**	Bul.Şt al Lucr. Prem.IV, Universitatea din Budapesta, nov. 1994
38	Smarandache Florentin Şelariu Mircea Eugen	**IMMEDIATE CALCULATION OF SOME POISSON TYPE INTEGRALS USING SUPERMATHEMATICS CIRCULAR EX-CENTRIC FUNCTIONS**	http://arxiv.org/abs/0706.4238 Archiv arXiv (United States) viXra.org > Functions and Analysis > viXra:1004.0053
39	Konig Mariana Şelariu Mircea	**PROGRAMAREA MIŞCĂRII DE CONTURARE A ROBOŢILOR INDUSTRIALI cu AJUTORUL FUNCŢIILOR TRIGONOMETRICE CIRCULARE EXCENTRICE**	MEROTEHNICA, Al V-lea Simp. Naţ.de Rob.Ind.cu Part .Internaţ. Bucuresti, 1985 pag.419…425
40	Konig Mariana Şelariu Mircea	**PROGRAMAREA MIŞCĂRII de CONTURARE ale R I cu AJUTORUL FUNCŢIILOR TRIGONOMETRICE CIRCULARE EXCENTRICE,**	Merotehnica, V-lea Simp. Naţ.de RI cu participare internaţională, Buc.,1985, pag. 419 … 425.
41	Konig Mariana Şelariu Mircea	**THE STUDY OF THE UNIVERSAL PLUNGER IN CONSOLE USING THE ECCENTRIC CIRCULAR FUNCTIONS**	Com. V-a Conf. PUPR, Timişoara, 1986, pag.37…42

42	Staicu Florenţiu Şelariu Mircea	**CICLOIDELE EXPRIMATE CU AJUTORUL FUNCŢIEI SUPERMATEMATICE rex**	Com. VII Conf. Internaţională de Ing.Manag. şi Tehn, Timişoara "TEHNO'95"pag.195-204
43	Gheorghiu Em. Octav Şelariu Mircea Bozantan Emil	**FUNCŢII CIRCULARE EXCENTRICE DE SUMA DE ARCE**	Ses.de com.st.stud.,Secţia Matematică,Timişoara, Premiul II la Secţia matematică pe 1983
44	Gheorghiu Emilian Octav Selariu Mircea Cojerean Ovidiu	**FUNCŢII CIRCULARE EXCENTRICE. DEFINIŢII, PROPRIETĂŢI, APLICAŢII TEHNICE.**	Ses. De com.şt.stud. Secţia Matematică, premiul II la Secţia Matematică pe 1985.
45	Şelariu Mircea Eugen	**CINETOSTATICĂ GEOMETRICĂ (METODA SEPARĂRII MOMENTELOR)**	Com. Primului Simpozion de Roboţi Industriali, Buc. 1981, pag. 378…384
46	Şelariu Mircea Eugen Mădăraş Lucian	**ANALIZA AUTOFRÂNĂRII MECANISMELOR DE PREHENSIUNE PRIN METODA SEPARARII MOMENTELOR**	Com.I Simp. Naţ.de Rob.Ind.,Buc.,1981
47	Savii Gh. Şelariu Mircea Vucu I.,Pop I. Demian Ioan	**STUDIUL RIGIDITĂŢII ANSAMBLULUI CĂRUCIOR AL STRUNGULUI SN-400,**	Bul.Şt.şi Tehn.al IP Timişoara, Tom.11 (25) Fasc.2, 1966, pag. 731…740
48	Savii Gh. Pop Ion Şelariu Mircea	**CONTRIBUŢII la DETERMINAREA RIGIDITĂŢII STRUNGURILOR NORMALE, CU REFERIRE LA STRUNGUL SN-400**	Bul. Şt. şi Tehn. Al IPT,1971 Tom 16(30), Fasc.1, Seria Mec. Pag.129…143
49	Savii Gh. Pop Ion Şelariu Mircea Micsa Ion	**INFLUENŢA RIGIDITĂŢII ASUPRA PRECIZIEI FORMEI GEOMETRICE la PRELUCRAREA pe STRUNG**	C.S.L.C.P. al IPTimisoara,1970, pag. 76 ... 77
50	Şelariu Mircea Eugen	**SUPERMATEMATICA.FUNDAMENTE EDIŢIA 1-a**	Editura " POLITEHNICA" Timişoara 2007
51	Şelariu Mircea Eugen	**SUPERMATEMATICA.FUNDAMENTE Vol I şi Vol. II, EDIŢIA a 2-a**	Editura " POLITEHNICA" Timişoara 2012

Lucrari publicate de www.cartiaz.ro

LUCRARI EXISTENTE LA www.CARTIAZ.ro IN 13 ianuarie 2013

Pagina 1-a

Aplicarea metodei separarii momentelor (MSM) la mecanisme si sisteme in ansamblul lor [PDF]
Autori: Mircea Eugen Selariu ★★★★
157 Stiinta si Tehnica 0.66MB ★ (Carte donata de autor)

Aplicatii ale metodei separarii momentelor (MSM) la sisteme industriale concrete [PDF]
Autori: Mircea Eugen Selariu ★★★★
104 Stiinta si Tehnica 0.67MB ★ (Carte donata de autor)

Aproximarea functiilor: Un sistem supermatematic cu baza continua de aproximare a functiilor [PDF]
Autori: Mircea Eugen Selariu ★★★★
164 Stiinta si Tehnica 1.09MB ★ (Carte donata de autor)
Bucla centrica si versierele excentrice [PDF]
Autori: Mircea Eugen Selariu ★★★★
141 Stiinta si Tehnica 0.83MB ★ (Carte donata de autor)
Cardinal functions and integral functions [PDF]
Autori: Mircea Eugen Selariu, Florentin Smarandache, Marian Nitu
44 Stiinta si Tehnica 1.23MB ★ (Carte donata de autor)
Cercurile lui Apollonius din Perga [PDF]
Autori: Mircea Eugen Selariu ★★★★
117 Stiinta si Tehnica 1.78MB ★ (Carte donata de autor)
Cercurile lui Apollonius si cercurile olimpice [PDF]
Autori: Mircea Eugen Selariu ★★★★
152 Stiinta si Tehnica 0.97MB ★ (Carte donata de autor)
Cifrele, particulele elementare ale Matematicii [PDF]
Autori: Mircea Eugen Selariu ★★★★
117 Stiinta si Tehnica 0.71MB ★ (Carte donata de autor)
De la rezolvarea triunghiurilor la functii supermatematice [PDF]
Autori: Mircea Eugen Selariu ★★★★
191 Stiinta si Tehnica 1.59MB ★ (Carte donata de autor)
Definirea FSM-CE hipoelementare de variabila excentrica theta si centrica alpha [PDF]
Autori: Mircea Eugen Selariu ★★★★
131 Stiinta si Tehnica 3.94MB ★ (Carte donata de autor)

Pagina a 2-a

Derivatele si integralele unor functii supermatematice circulare excentrice (FSM-CE) [PDF]
Autori: Mircea Eugen Selariu ★★★★
158 Stiinta si Tehnica 1.82MB ★ (Carte donata de autor)
Despre lobe si cvazilobe: Lobe exterioare si cvazilobe interioare cercului unitate [PDF]
Autori: Mircea Eugen Selariu ★★★★
156 Stiinta si Tehnica 1.31MB ★ (Carte donata de autor)
Determinarea oricat de exacta a relatiei de calcul a integralei eliptice complete de speta I (Rom) [PDF]
Autori: Mircea Eugen Selariu ★★★★
111 Stiinta si Tehnica 0.21MB ★ (Carte donata de autor)
Determinarea oricat de exacta a relatiei de calcul a integralei eliptice complete de speta intaia (Engleza)[PDF]
Autori: Mircea Eugen Selariu ★★★★
116 Stiinta si Tehnica 0.34MB ★ (Carte donata de autor)
Determinarea punctelor de intersectie din Teorema Liniilor Concurente a lui Florentin Smarandache [PDF]
Autori: Mircea Eugen Selariu ★★★★
88 Stiinta si Tehnica 0.88MB ★ (Carte donata de autor)
Dispozitive de acumulare si de transport (dat) prin vibratii [PDF]
Autori: Mircea Eugen Selariu ★★★★
269 Stiinta si Tehnica 1.24MB ★ (Carte donata de autor)

Elemente neliniare legate in serie [PDF]
Autori: Mircea Eugen Selariu ★★★★
107 Stiinta si Tehnica 1.3MB ★ (Carte donata de autor)
Esantionarea semnalelor [PDF]
Autori: Mircea Eugen Selariu ★★★★
114 Stiinta si Tehnica 1.18MB ★ (Carte donata de autor)
Functia supermatematica (FSM) radial excentrica cvadriloba [PDF]
Autori: Mircea Eugen Selariu ★★★★
119 Stiinta si Tehnica 1.67MB ★ (Carte donata de autor)
Functii cardinale si functii integrale circulare excentrice [PDF]
Autori: Mircea Eugen Selariu, Florentin Smarandache, Marian Nitu
112 Stiinta si Tehnica 2.2MB ★ (Carte donata de autor)

Pagina a 3-a

Functii hiperbolice excentrice [PDF]
Autori: Mircea Eugen Selariu ★★★★
417 Stiinta si Tehnica 2.55MB ★ (Carte donata de autor)
Functii in trepte Smarandache [PDF]
Autori: Mircea Eugen Selariu ★★★★
123 Stiinta si Tehnica 0.18MB ★ (Carte donata de autor)
Functii signadforasice Voinoiu [PDF]
Autori: Mircea Eugen Selariu ★★★★
114 Stiinta si Tehnica 2.66MB ★ (Carte donata de autor)
Functii supermatematice (FSM) inverse (FSM-I) rexθ, Rexα, dexθ şi Dexα [PDF]
Autori: Mircea Eugen Selariu ★★★★
114 Stiinta si Tehnica 3.39MB ★ (Carte donata de autor)
Functii supermatematice circulare excentrice inverse (FSM-CEI) [PDF]
Autori: Mircea Eugen Selariu ★★★★
107 Stiinta si Tehnica 2.75MB ★ (Carte donata de autor)
Functii supermatematice circulare excentrice inverse (FSM-CEI) [PDF]
Autori: Mircea Eugen Selariu ★★★★
167 Stiinta si Tehnica 2.43MB ★ (Carte donata de autor)
Functiile supermatematice circulare cosinus si sinus excentrice. Derivatele si integralele lor. [PDF]
Autori: Mircea Eugen Selariu ★★★★
224 Stiinta si Tehnica 1.13MB ★ (Carte donata de autor)
Intamplarea in matematica: Jocul dragostei fata de matematica si al intamplarii [PDF]
Autori: Mircea Eugen Selariu ★★★★
108 Stiinta si Tehnica 1.46MB ★ (Carte donata de autor)
Integrale si functii eliptice excentrice [PDF]
Autori: Mircea Eugen Selariu ★★★★
160 Stiinta si Tehnica 6.29MB ★ (Carte donata de autor)
Integrale si functii eliptice excentrice [PDF]
Autori: Mircea Eugen Selariu ★★★★
128 Stiinta si Tehnica 1.85MB ★ (Carte donata de autor)

Pagina a 4-a

Intersectii in plan [PDF]
Autori: Mircea Eugen Selariu ★★★★
113 Stiinta si Tehnica 0.98MB ★ (Carte donata de autor)

Introducerea strambei in matematica [PDF]
Autori: Mircea Eugen Selariu ★★★★
156 Stiinta si Tehnica 1.29MB ★ (Carte donata de autor)
Liniile concurente si punctele lor de intersectie intr-un triunghi [PDF]
Autori: Mircea Eugen Selariu ★★★★
113 Stiinta si Tehnica 0.99MB ★ (Carte donata de autor)
Lobele - curbe matematice noi [DOC]
Autori: Mircea Eugen Selariu ★★★★
141 Stiinta si Tehnica 19.65MB ★ (Carte donata de autor)
Matematica atomica. Metoda determinarii succesive a cifrelor consecutive ale unui numar [PDF]
Autori: Mircea Eugen Selariu ★★★★★★
252 Stiinta si Tehnica 0.95MB ★ (Carte donata de autor)
Metoda pentru determinarea relatiei exacte de calcul a pulsatiei proprii a unui sistem oscilant liber, conservativ, cu caracteristica elastica neliniara [PDF]
Autori: Mircea Eugen Selariu ★★★★
106 Stiinta si Tehnica 0.72MB ★ (Carte donata de autor)
Metoda separarii momentelor (partea I) [PDF]
Autori: Mircea Eugen Selariu ★★★★★★
103 Stiinta si Tehnica 0.3MB ★ (Carte donata de autor)
Metoda separarii momentelor (partea II-a) [PDF]
Autori: Mircea Eugen Selariu ★★★★
110 Stiinta si Tehnica 0.79MB ★ (Carte donata de autor)
Miscarea circulara excentrica de excentru punct fix [PDF]
Autori: Mircea Eugen Selariu ★★★★
169 Stiinta si Tehnica 1.23MB ★ (Carte donata de autor)
Miscarea circulara excentrica de excentru punct mobil [PDF]
Autori: Mircea Eugen Selariu ★★★★
148 Stiinta si Tehnica 1.28MB ★ (Carte donata de autor)

Pagina a 5-a

Miscarea oscilanta excentrica: Pendulul Supermatematic [PDF]
Autori: Mircea Eugen Selariu ★★★★
104 Stiinta si Tehnica 0.99MB ★ (Carte donata de autor)
Multiplicarea dimensionala a spatiilor [PDF]
Autori: Mircea Eugen Selariu ★★★★
115 Stiinta si Tehnica 1.89MB ★ (Carte donata de autor)
Noi posibilitati de generare a suprafetelor complexe [PPT]
Autori: Mircea Eugen Selariu ★★★★
131 Stiinta si Tehnica 7.05MB ★ (Carte donata de autor)
O metoda noua de integrare: Metoda de integrare prin divizarea diferentialei [PDF]
Autori: Mircea Eugen Selariu ★★★★
145 Stiinta si Tehnica 0.33MB ★ (Carte donata de autor)
Obiecte geometrice supermatematice [PDF]
Autori: Mircea Eugen Selariu ★★★★
173 Stiinta si Tehnica 0.3MB ★ (Carte donata de autor)
Optimizarea conceptiei sistemelor tehnologice utilizand metoda separarii momentelor (MSM) [PDF]
Autori: Mircea Eugen Selariu ★★★★
106 Stiinta si Tehnica 0.19MB ★ (Carte donata de autor)

Optimizarea transportului vibrational cu ajutorul FSM-CE [PDF]
Autori: Mircea Eugen Selariu ★★★★
176 Stiinta si Tehnica 0.72MB ★ (Carte donata de autor)
Optimization of workholding design using moments separation method (MSM) [PDF]
Autori: Mircea Eugen Selariu, Ion Grozav
52 Stiinta si Tehnica 0.14MB ★ (Carte donata de autor)
Optimization of workholding design using moments separation method (MSM) - lb. maghiara [PDF]
Autori: Mircea Eugen Selariu, Kravecz Robert
51 Stiinta si Tehnica 0.14MB ★ (Carte donata de autor)
Polinoame ortogonale excentrice [PDF]
Autori: Mircea Eugen Selariu ★★★★
121 Stiinta si Tehnica 0.37MB ★ (Carte donata de autor)

Pagina a 6-a

Punctul, liniile, triunghiurile si cercurile [PDF]
Autori: Mircea Eugen Selariu ★★★★
124 Stiinta si Tehnica 0.31MB ★ (Carte donata de autor)
Rigiditatea dinamica exprimata cu functii supermatematice [PDF]
Autori: Mircea Eugen Selariu ★★★★
193 Stiinta si Tehnica 0.2MB ★ (Carte donata de autor)
Sisteme vibrante cuadrilobe [PDF]
Autori: Mircea Eugen Selariu ★★★★
216 Stiinta si Tehnica 0.69MB ★ (Carte donata de autor)
Smarandache stepped functions [PDF]
Autori: Mircea Eugen Selariu ★★★★
71 Stiinta si Tehnica 0.15MB ★ (Carte donata de autor)
Solutia simbolica exacta a unei ecuatii trigonometrice neliniare [PDF]
Autori: Mircea Eugen Selariu ★★★★★
102 Stiinta si Tehnica 0.63MB ★ (Carte donata de autor)
Spatiul matematicii centrice si spatiul matematicii excentrice [PDF]
Autori: Mircea Eugen Selariu ★★★★
102 Stiinta si Tehnica 1.08MB ★ (Carte donata de autor)
Super-mathematics functions [PDF]
Autori: Mircea Eugen Selariu ★★★★★★
119 Stiinta si Tehnica 0.3MB ★ (Carte donata de autor)
Supermatematica (vol. I) [PDF]
Autori: Mircea Eugen Selariu ★★★★★★
3148 Stiinta si Tehnica 10.52MB ★ (Carte donata de autor)
Supermatematica (vol. II, partea a II-a) [PDF]
Autori: Mircea Eugen Selariu ★★★★★★
260 Stiinta si Tehnica 22.33MB ★ (Carte donata de autor)
Supermatematica (vol. II, partea a III-a) [PDF]
Autori: Mircea Eugen Selariu ★★★★★★
265 Stiinta si Tehnica 21.61MB ★ (Carte donata de autor)

Pagina a 7-a

Supermatematica (vol. II, partea I) [PDF]
Autori: Mircea Eugen Selariu ★★★★★★
259 Stiinta si Tehnica 13.29MB ★ (Carte donata de autor)
Techno-Art of Selariu SuperMathematics Functions [PDF]
Autori: Florentin Smarandache ★★★★★
43 Stiinta si Tehnica 12.89MB ★ (Carte donata de autor)
Teorema S a bisectoarelor unui patrulater inscriptibil si teoremele S ale triunghiului [PDF]
Autori: Mircea Eugen Selariu ★★★★
152 Stiinta si Tehnica 1.43MB ★ (Carte donata de autor)
Teoremele poligoanelor. Patrate, dreptunghiuri si trapeze isoscele [PDF]
Autori: Mircea Eugen Selariu ★★★★
391 Stiinta si Tehnica 0.63MB ★ (Carte donata de autor)
Transformarea riguroasa in cerc a diagramei polare a compilantei [PDF]
Autori: Mircea Eugen Selariu ★★★★
72 Stiinta si Tehnica 1.02MB ★ (Carte donata de autor)
Un discurs cu tema impusa, tinut absolventilor despre ... Supermatematica [PDF]
Autori: Mircea Eugen Selariu ★★★★
46 Stiinta si Tehnica 1.7MB ★ (Carte donata de autor)
Un discurs despre Supermatematica [PDF]
Autori: Mircea Eugen Selariu ★★★★
229 Stiinta si Tehnica 0.99MB ★ (Carte donata de autor)
Vibratii [PDF]
Autori: Mircea Eugen Selariu ★★★★★★
70 Stiinta si Tehnica 4.48MB ★ (Carte donata de autor)

Motto: "*Strâmbând strâmbele îndrepţi matematica spre* ***supermatematică***" **Autorul**

CAPITOLUL XXV

STRÂMBAREA STRÂMBELOR

1 INTRODUCERE

Aşa cum s-a mai afirmat, chiar în cadrul acestui volum, ***strâmba este* o *generalizare a dreptei***, (**Fig. 1,a); dreapta** fiind un ***caz de excepţie*** al strâmbei de excentricitate liniară numerică **s = 0**.

Pentru **s = ± 1** se obţin ***segmente de linii drepte***, adică ***o linie frântă*** **(Fig.1,b).**

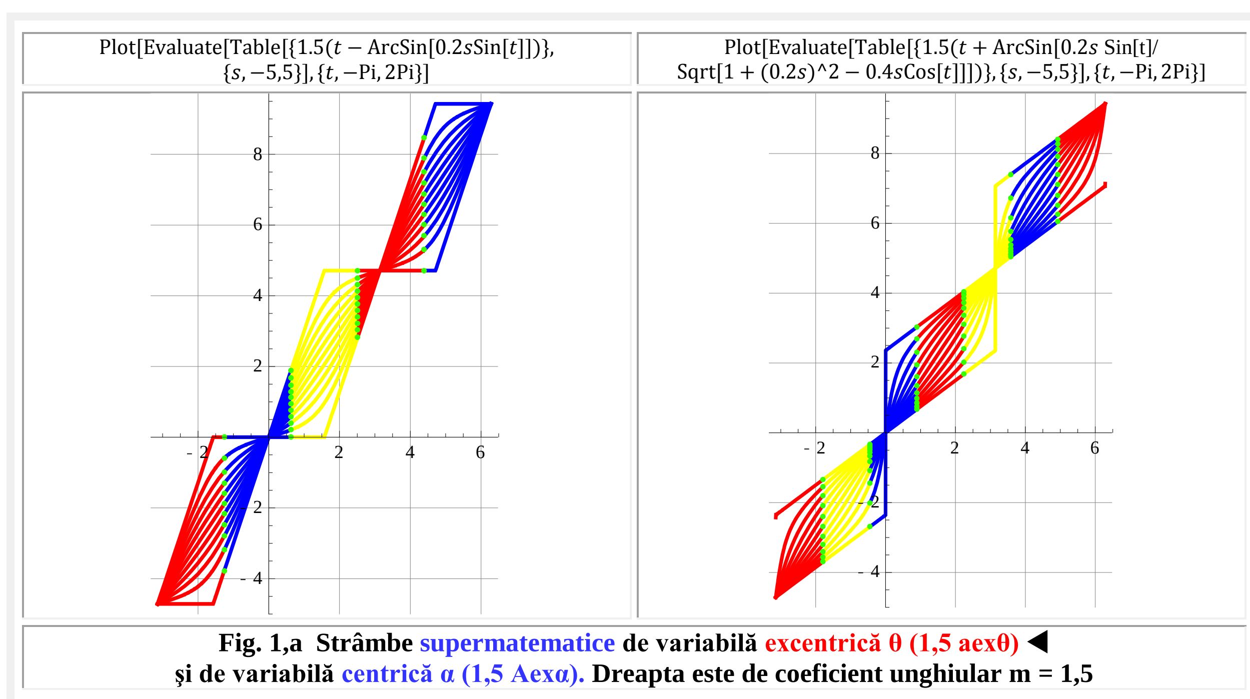


Fig. 1,a Strâmbe supermatematice de variabilă excentrică θ (1,5 aexθ) ◀ şi de variabilă centrică α (1,5 Aexα). Dreapta este de coeficient unghiular m = 1,5

Aşa cum rezultă şi din **figurile 1,b**, cele două familii / tipuri de strâmbe (de **θ** şi de **α**), fiind simetrice faţă de prima bisectoare, ***sunt inverse una alteia***.

Strâmbele sunt reprezentate de funcţiile ***amplitudine excentrică*** de **θ** (aexθ) şi, respectiv, de **α**, (**Aexα**) funcţii care fac trecerea din **centric** (**Matematica Centrică MC**) în ***excentric*** (**Matematica Excentrică ME**), tot aşa cum funcţia **amplitudine eliptică** a lui **Jacobi am(u, k)** face trecerea din ***centric*** în ***eliptic***. Observaţie extrem de importantă care a creat ***supermatematica***, tot aşa cum **am(u, k)** a creat ***matematica eliptică***.

Tot ceea ce s-a spus până acum sunt repetări, dar "repetiţia este mama învăţăturii" !

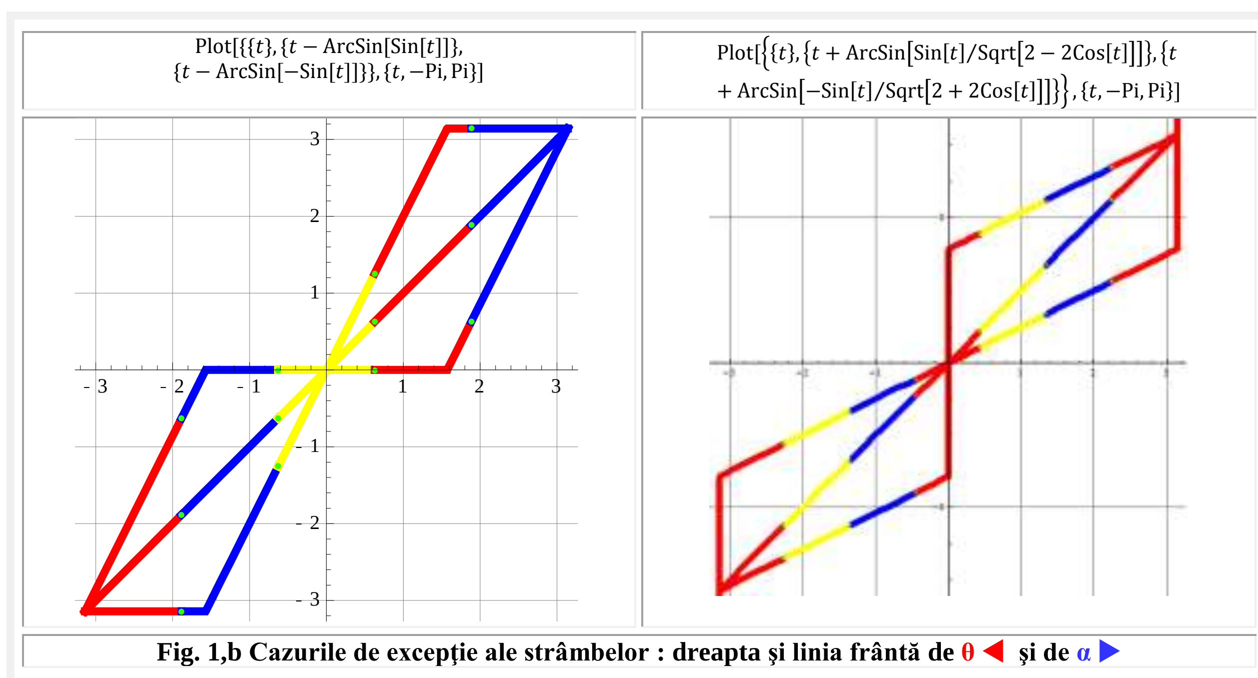


Fig. 1,b Cazurile de excepţie ale strâmbelor : dreapta şi linia frântă de θ ◀ şi de α ▶

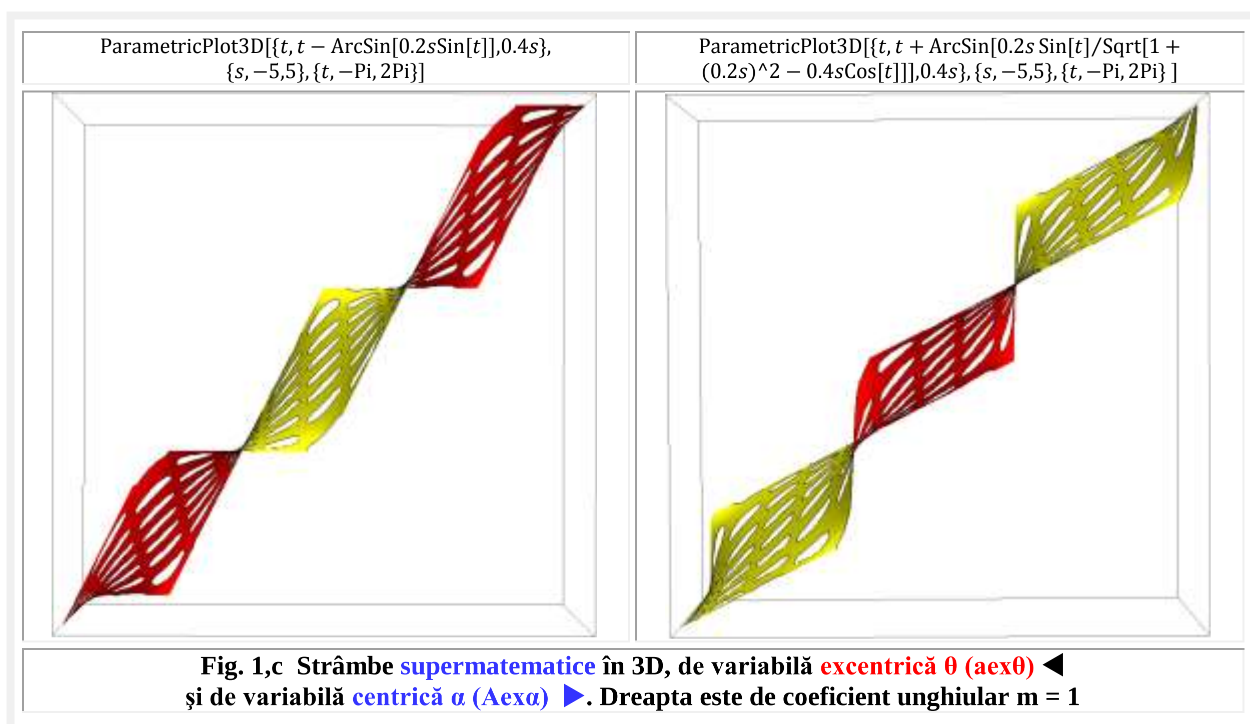


Fig. 1,c Strâmbe supermatematice în 3D, de variabilă excentrică θ (aexθ) ◀ şi de variabilă centrică α (Aexα) ▶. Dreapta este de coeficient unghiular m = 1

Strâmbele fiind curbe plane **2D** sunt strâmbe doar în acest plan. Dacă planul care conţine strâmbele se strâmbă la rândul lui, cu strâmbe conţinute în el cu tot, atunci strâmbele se strâmbă şi în **3D** şi rezultă curbe **nove** sau **supernove strâmbe** ce sunt prezentate în paragraful următor.

2. STRÂMBAREA STRÂMBELOR CU FCC

STRÂMBE NOVE ŞI SUPERNOVE

Strâmbarea planului în care se află fasciculul de strâmbe se poate ondula / strâmba după o ***funcţie circulară centrică*** (**FCC**) cosinus sau după una sinus, precum şi după oricare altă funcţie, ceea ce se poate constata imediat din **figura 2**. Ecuaţiile care realizează strâmbarea sunt prezentate deasupra fiecăriei figuri în poziţia parametrului **Z**.

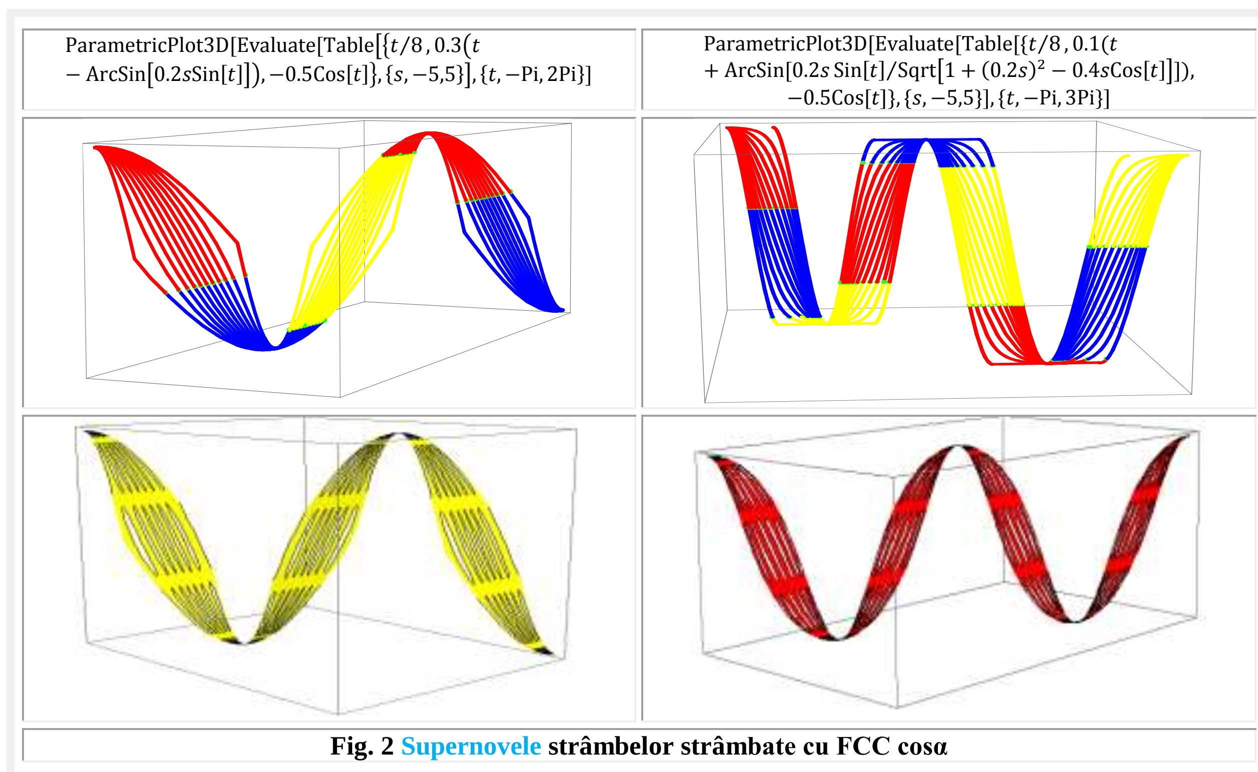
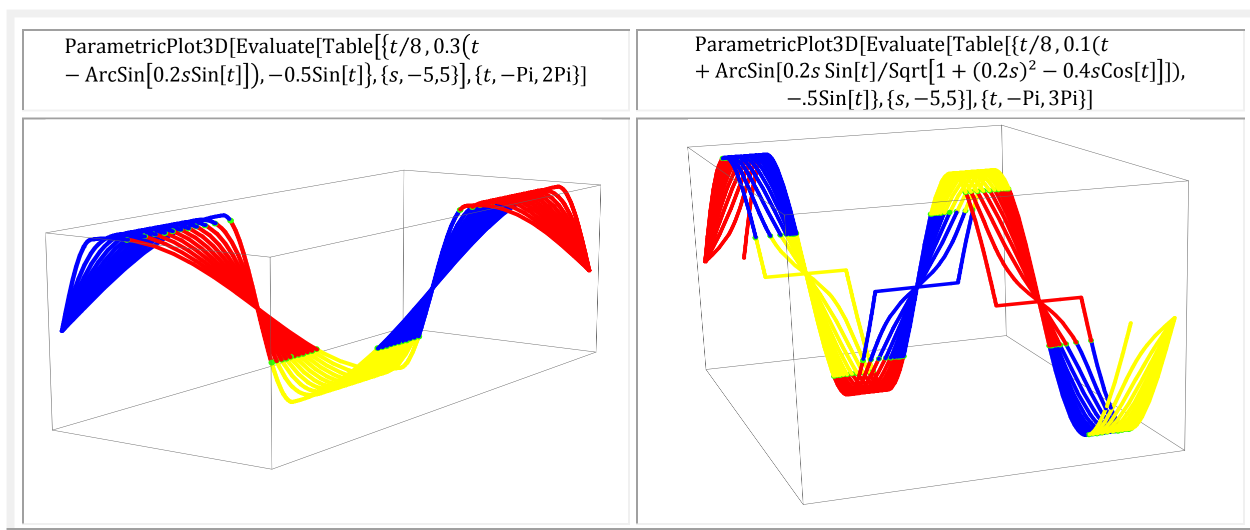


Fig. 2 Supernovele strâmbelor strâmbate cu FCC cosα



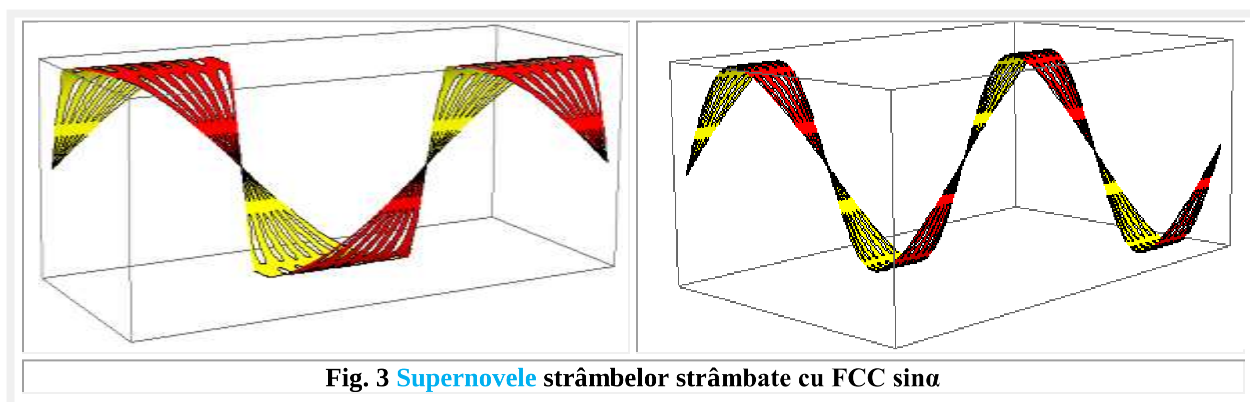


Fig. 3 **Supernovele strâmbelor strâmbate cu FCC sinα**

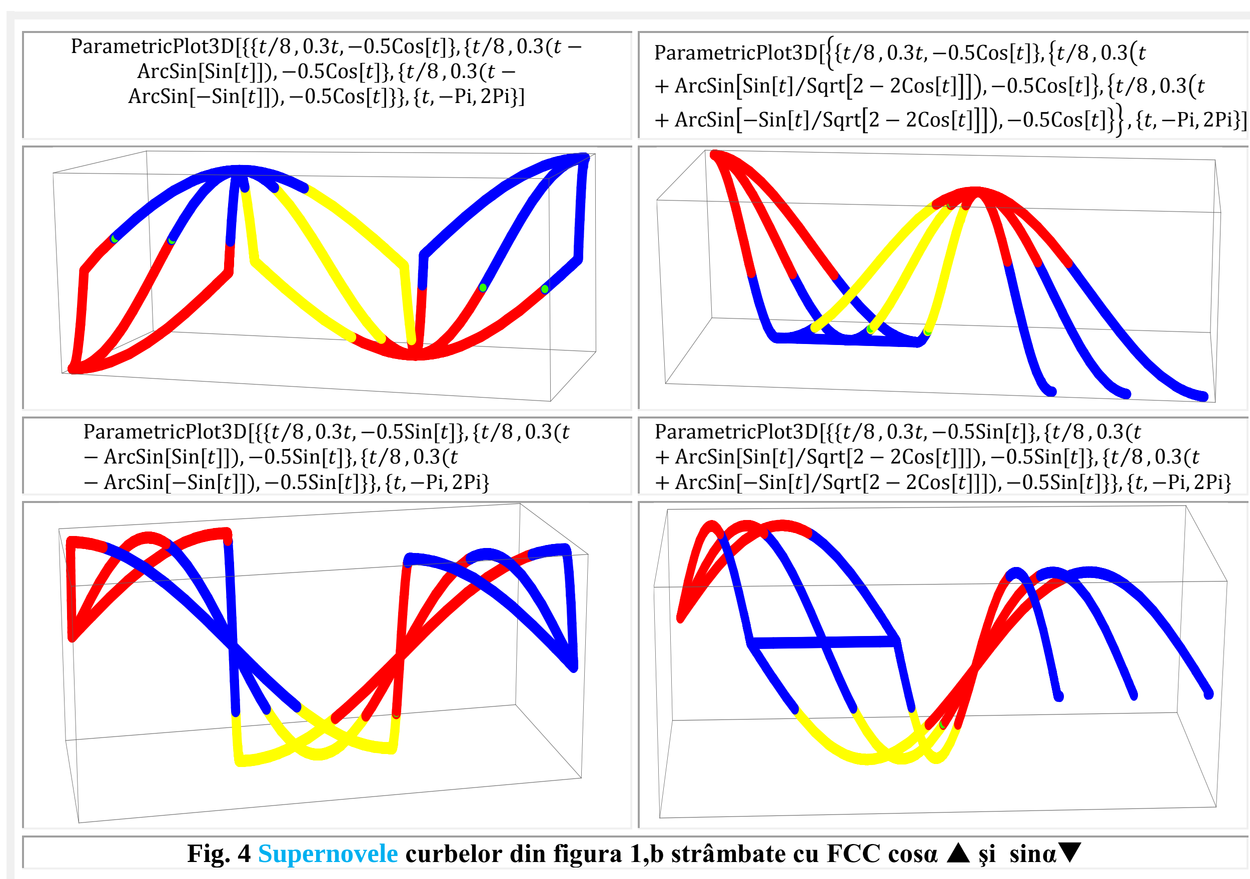


Fig. 4 **Supernovele curbelor din figura 1,b strâmbate cu FCC cosα ▲ şi sinα▼**

În **figura 4** se observă cum dreapta (prima bisectoare din **figura 1,b**) se transformă într-o cosinusoidă, într-un plan diagonal, la strâmbarea planului cu **FCC cosα ▲** şi, respectiv, în **FCC sinα ▼**, ceea ce se ştia dintr-un capitol anterior, iar segmentele drepte orizontale devin verticale şi cele verticale devin orizontale.

Mult mai curios este faptul că strâmbarea strâmbelor de excentricitate liniară numerica **s = ± 1** din **figura 5 ▲** şi de ***variabilă excentrică* θ** **(Fig. 5 ▲◀)** prin strâmbarea lor cu funcţia **sinα** se transformă în funcţii sinus excentrice de ***variabilă centrică* α**, **Sexα** **(Fig. 5,b ▲▶)**. Fenomen adevărat pentru oricare

valoare a lui **s** (**Fig. 5,b ▼**) precum şi pentru ***funcţia supermatematică circulară excentrică* FSM—CE** de ***variabilă centrică* Cexα ▼**.

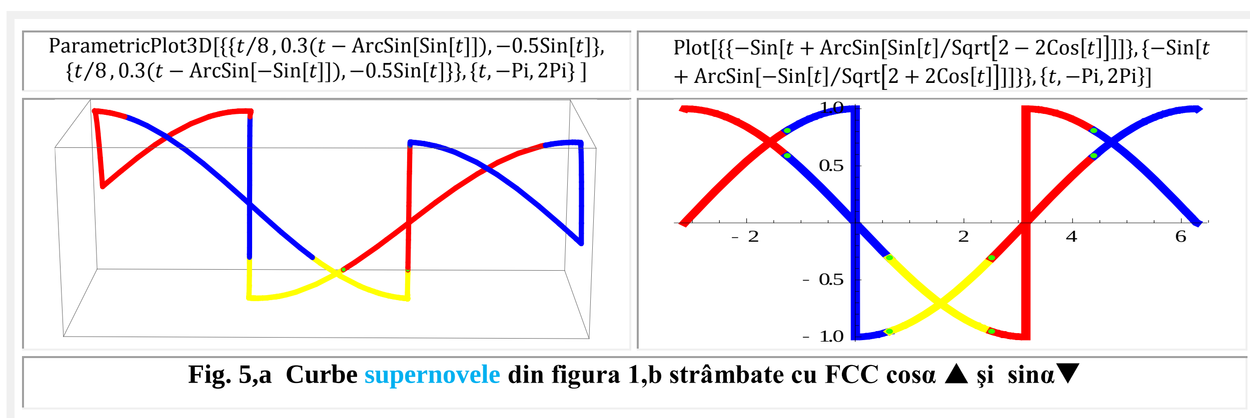


Fig. 5,a Curbe supernovele din figura 1,b strâmbate cu FCC cosα ▲ şi sinα▼

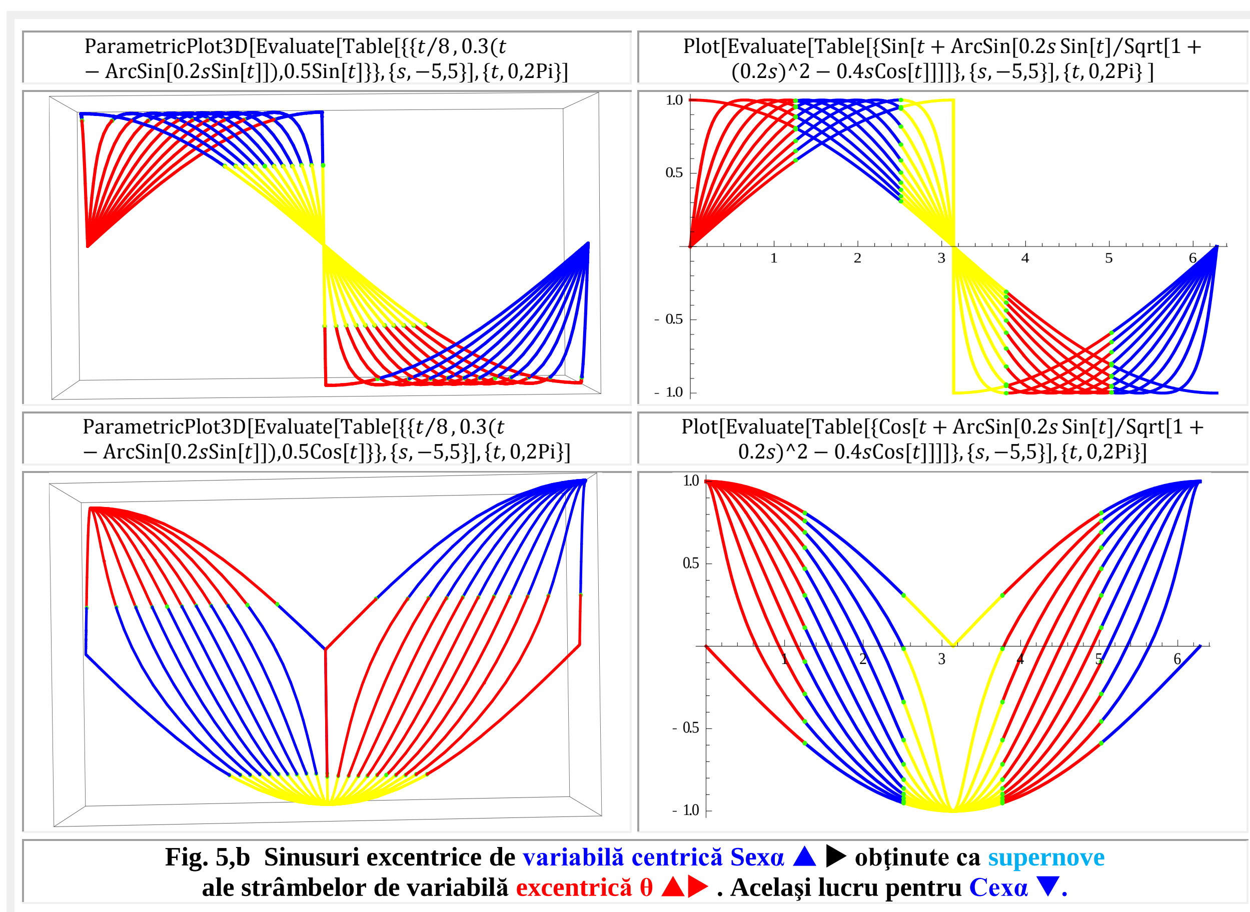


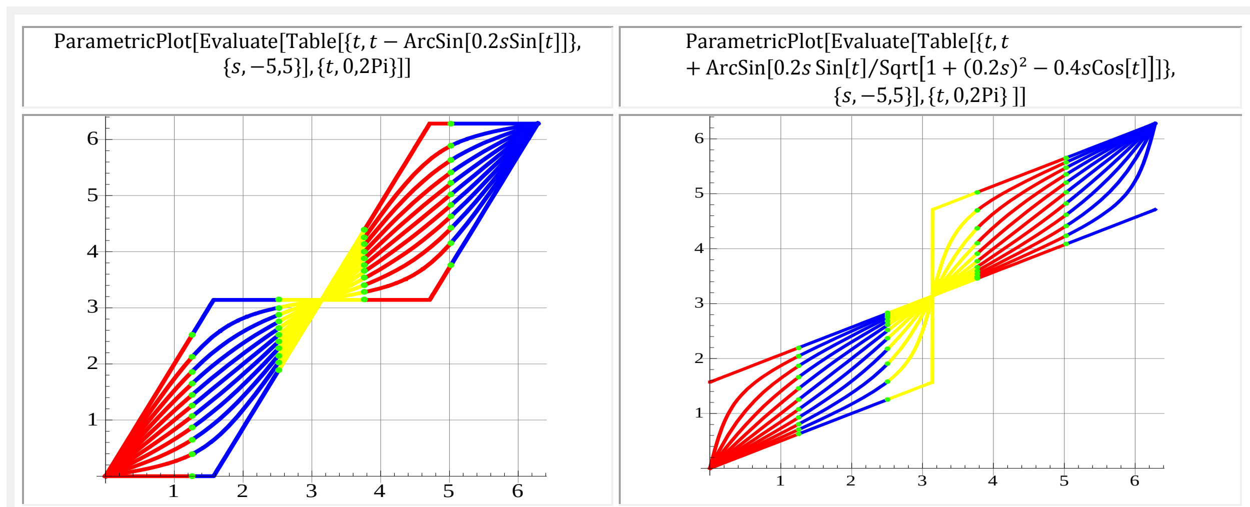
Fig. 5,b Sinusuri excentrice de variabilă centrică Sexα ▲ ▶ obţinute ca supernove ale strâmbelor de variabilă excentrică θ ▲▶ . Acelaşi lucru pentru Cexα ▼.

O sinteză a rezultatelor obţinute ca urmare a permutărilor parametrilor în ecuaţiile parametrice este prezentată în **figura 6**. În partea din stânga (◀) pentru ***funcţii supermatematice circulare excentrice***

(**FSM—CE**), plecând de la variabilă exccentrică (**aexθ**), iar în dreapta se pleacă de la **FSM—CE** de variabilă centrică (**Aexα**).

ParametricPlot3D[Evaluate[Table[{{t/8, 0.3(t + ArcSin[0.2s Sin[t]/Sqrt[1 + (0.2s)² − 0.4sCos[t]]]), 0.5Sin[t]}}, {s, −5,5}], {t, 0,2Pi}]]	Plot[Evaluate[Table[{Sin[t − ArcSin[0.2sSin[t]]]}, {s, −5,5}], {t, 0,2Pi}]]
ParametricPlot3D[Evaluate[Table[{{t/8, 0.3(t + ArcSin[0.2s Sin[t]/Sqrt[1 + (0.2s)² − 0.4sCos[t]]]), 0.5Cos[t]}}, {s, −5,5}], {t, 0,2Pi}]]	Plot[Evaluate[Table[{Cos[t − ArcSin[0.2sSin[t]]]}, {s, −5,5}], {t, 0,2Pi}]]

Fig. 5,c Sinusuri excentrice de variabilă excentrică (sexα) ▲ ▶ obţinute ca supernove ale strâmbelor de variabilă centrică α ▲▶ . Acelaşi lucru pentru cexα ▼



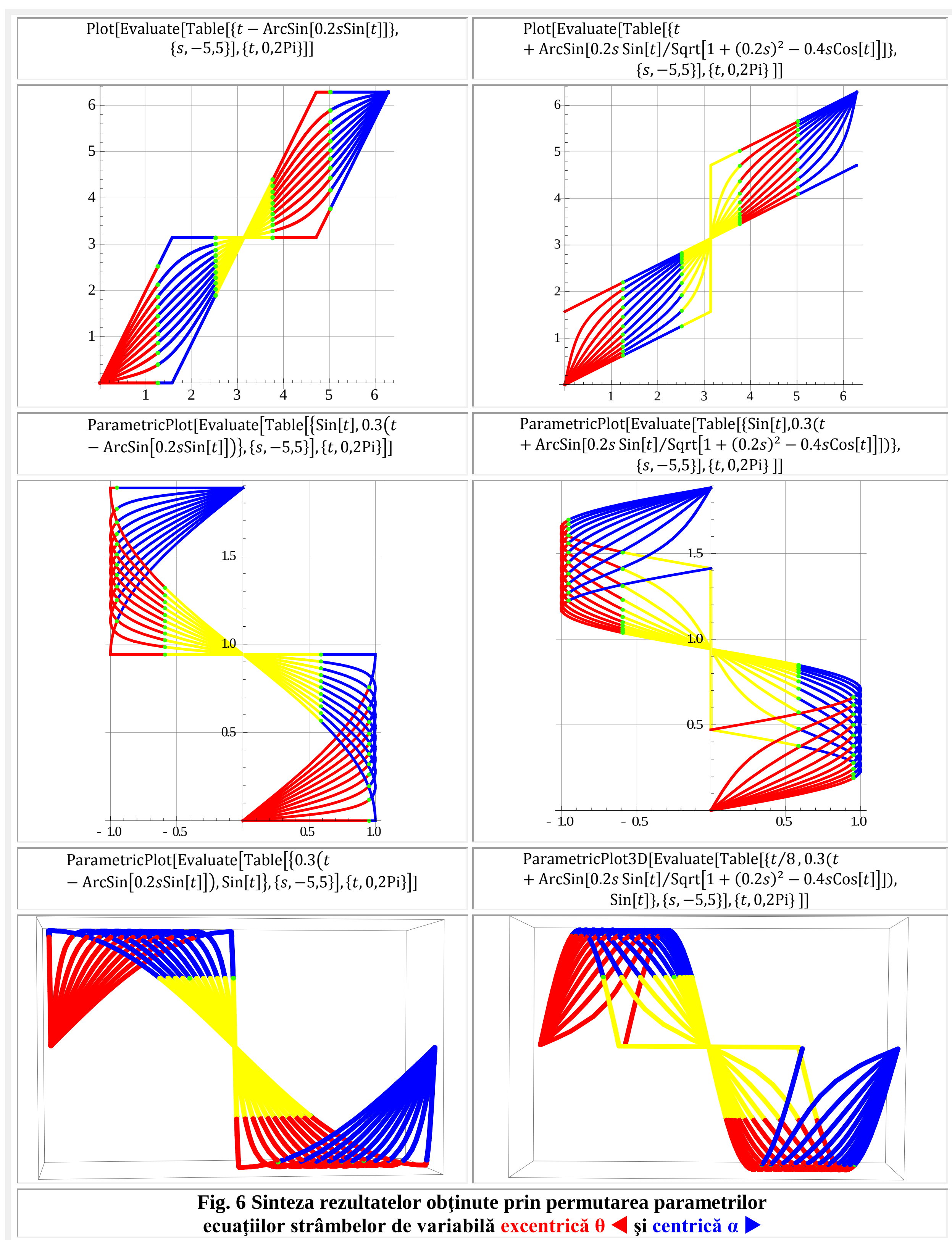


Fig. 6 Sinteza rezultatelor obținute prin permutarea parametrilor ecuaţiilor strâmbelor de variabilă excentrică θ ◀ şi centrică α ▶

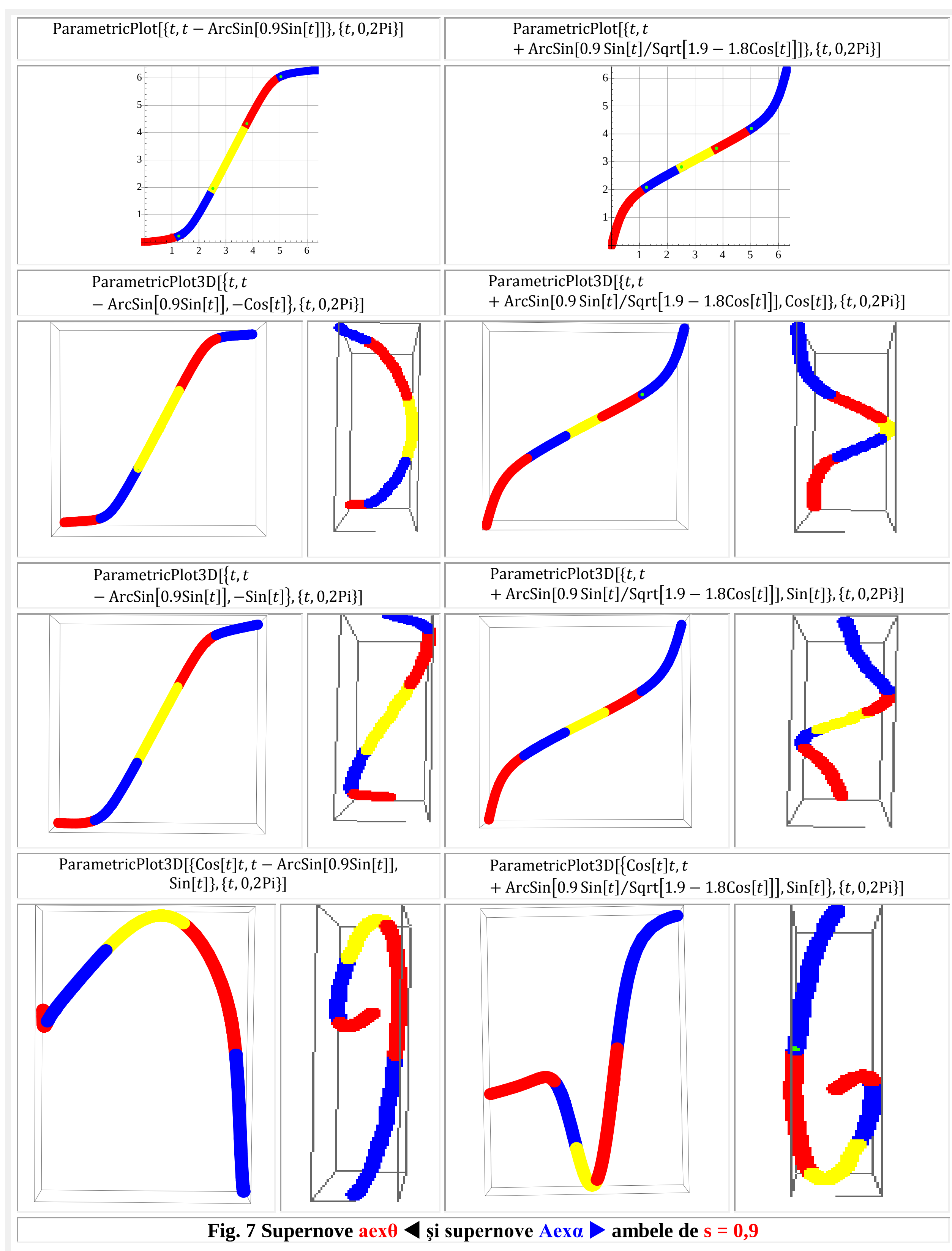


Fig. 7 Supernove aexθ ◀ şi supernove Aexα ▶ ambele de s = 0,9

3. STRÂMBAREA STRÂMBELOR CU FSM─CE

Comparând **figura 8** sus-stânga ▲◀ cu **figura 6** ▲◀ s-ar părea că familiile de funcţii prezentate sunt identice, sunt plane şi că reprezintă **FSM─CE amplitudine excentrica de variabila excentrica aexθ.** În realitate ele nu sunt plane ci sunt într-un plan curbat de funcţia ***sinus excentric sexθ*** aşa cum rezultă foarte clar în partea din dreapta sus▲▶ a **figurii 8**, iar jos▼ sunt strâmbate de funcţia ***cexθ***.

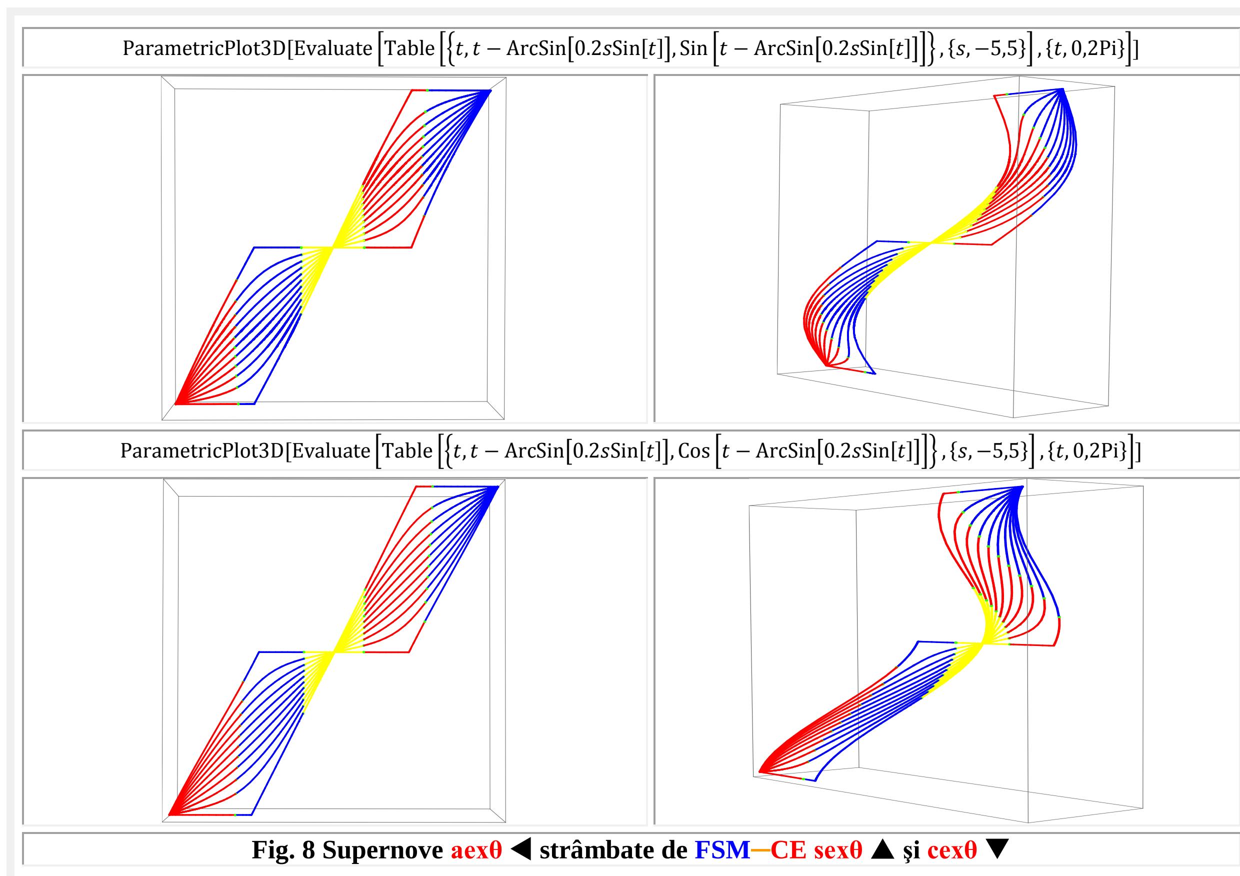
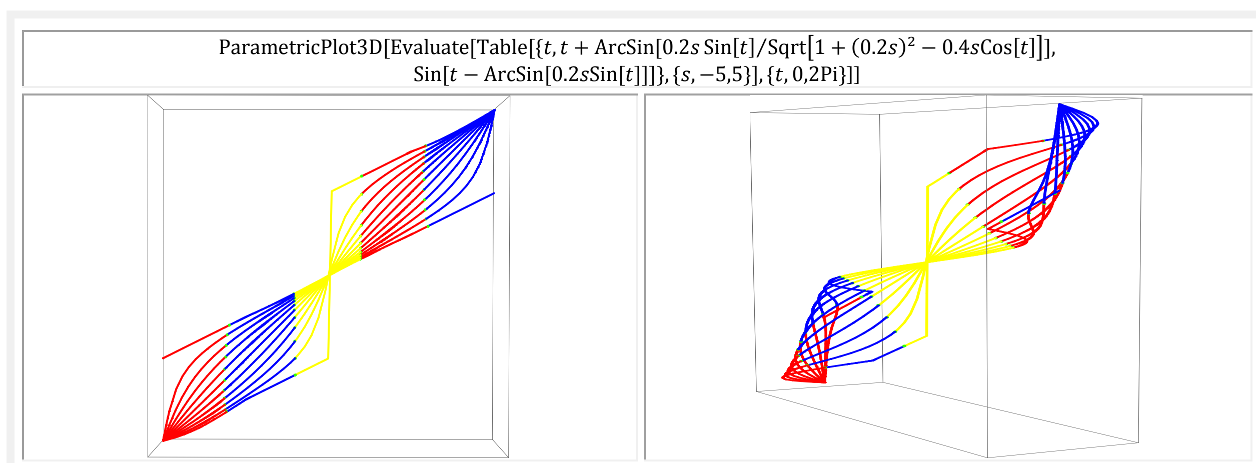


Fig. 8 Supernove aexθ ◀ strâmbate de FSM─CE sexθ ▲ şi cexθ ▼



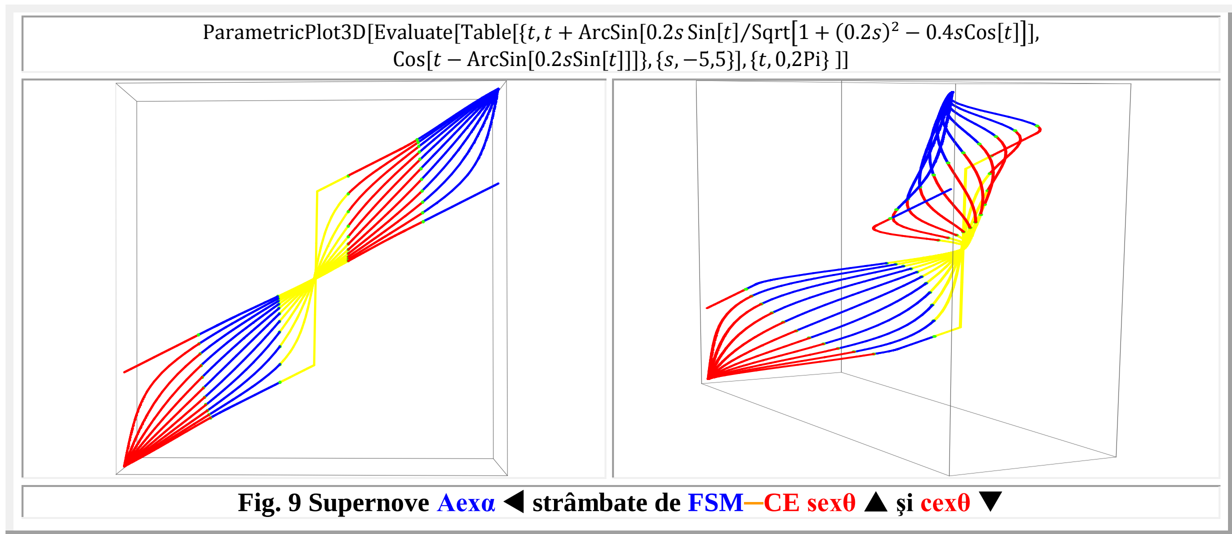


Fig. 9 Supernove Aexα ◄ strâmbate de FSM−CE sexθ ▲ şi cexθ ▼

ParametricPlot3D[Evaluate[Table[{t, t − ArcSin[0.2sSin[t]],
Sin[t − ArcSin[0.2s Sin[t]/Sqrt[1 + (0.2s)² − 0.4sCos[t]]]]}, {s, −5,5}], {t, 0,2Pi}]]

ParametricPlot3D[Evaluate[Table[{t, t − ArcSin[0.2sSin[t]],
Cos[t − ArcSin[0.2s Sin[t]/Sqrt[1 + (0.2s)^2 − 0.4sCos[t]]]]}, {s, −5,5}], {t, 0,2Pi}]]

Fig. 10 Supernove aex θ ◄ strâmbate de FSM−CE Sexα ▲ şi Cexα ▼

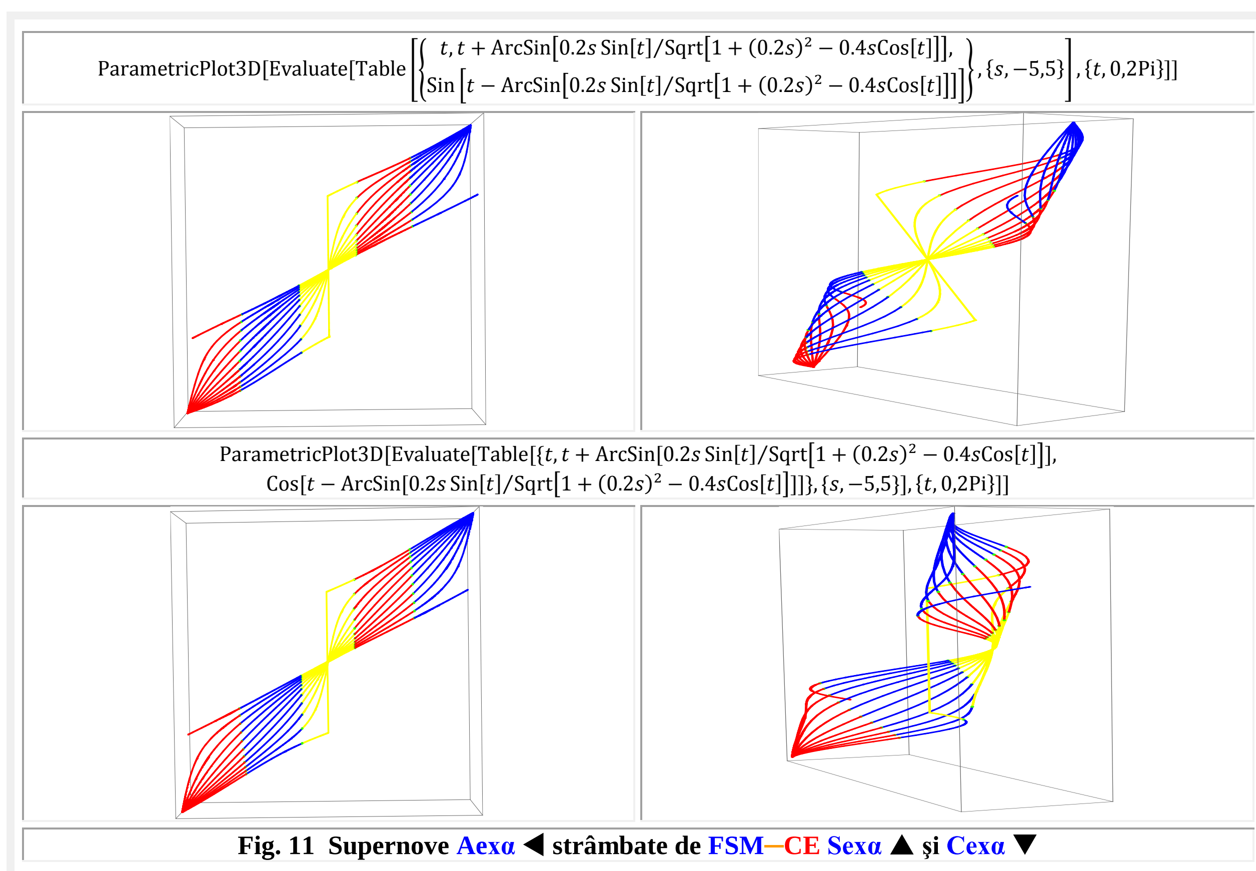
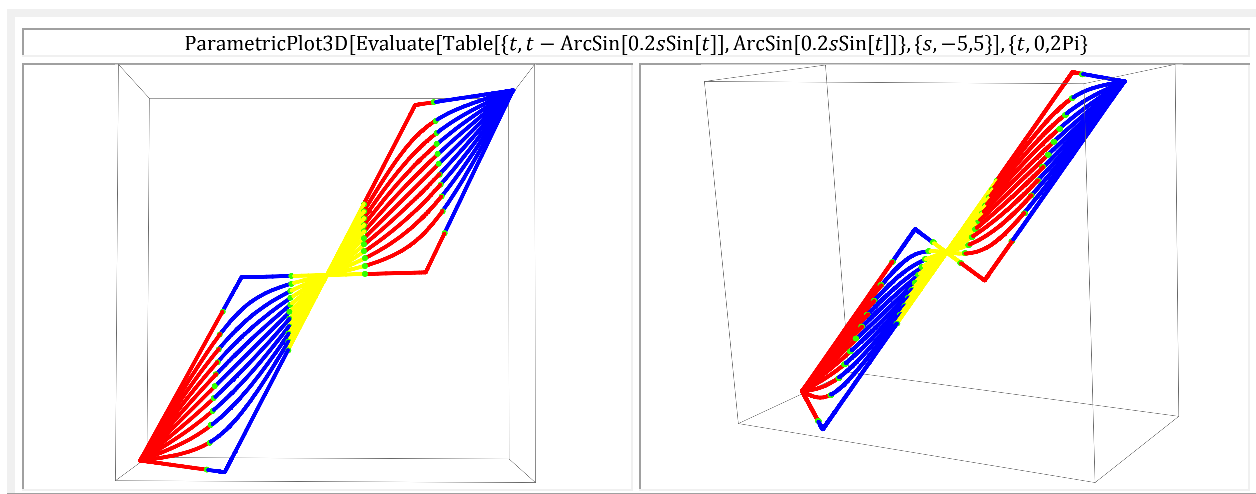


Fig. 11 Supernove Aexα ◀ strâmbate de FSM—CE Sexα ▲ şi Cexα ▼

3. STRÂMBAREA STRÂMBELOR CU FSM—CE bexθ ŞI Bexα

Aşa cum rezultă şi din **figura 12**, prin strâmbarea cu **bexθ** de **s ∈ [-1, +1]** familia de strâmbe **aexθ** rămâne o familie plană, dar în alt plan, adică se rotesc toate curbele cu acelaşi unghi, rezultând **nove** strâmbe. Dacă funcţia de strâmbare **bexθ** este de excentricitate liniară numerică s = 1, atunci familia de strâmbe se strâmbă şi într-un al doilea plan rezultând curbe **supernove** strâmbe.



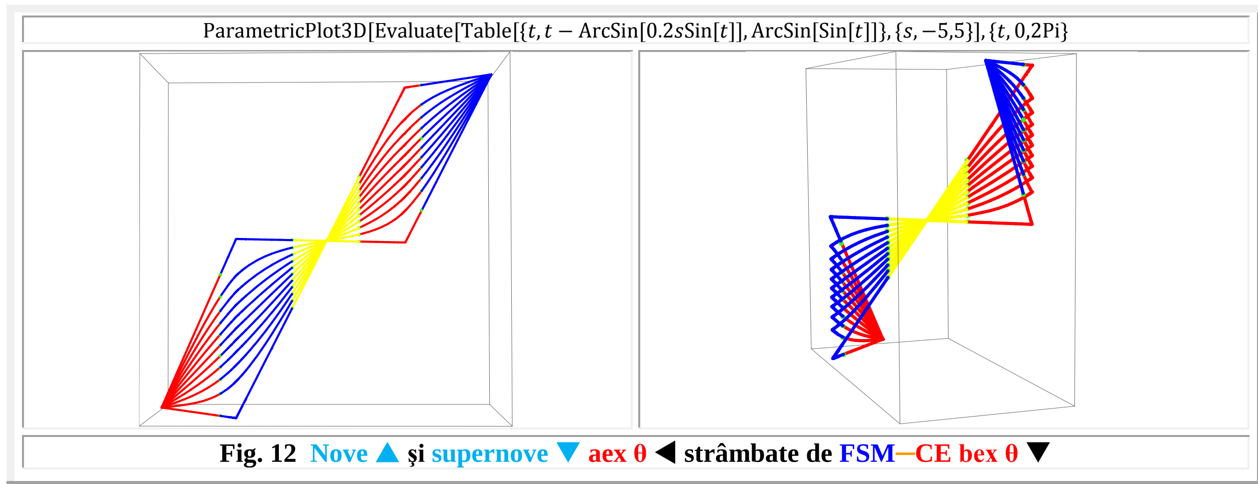


Fig. 12 **Nove ▲ şi supernove ▼ aex θ ◀ strâmbate de FSM—CE bex θ ▼**

În **figura 13** **Nove** **şi supernove aexθ** sunt rezultatul strâmbării lor cu **FSM—CE Bexα**, iar în **figura 14** **nove Aexα** sunt rezeltatul strâmbării acestei funcţii cu **FSM—CE Bexα**.

ParametricPlot3D[Evaluate[Table[{t, t − ArcSin[0.2sSin[t]],
ArcSin[0.2s Sin[t]/Sqrt[1 + (0.2s)² − 0.4sCos[t]]]}, {s, −5,5}], {t, 0,2Pi}]

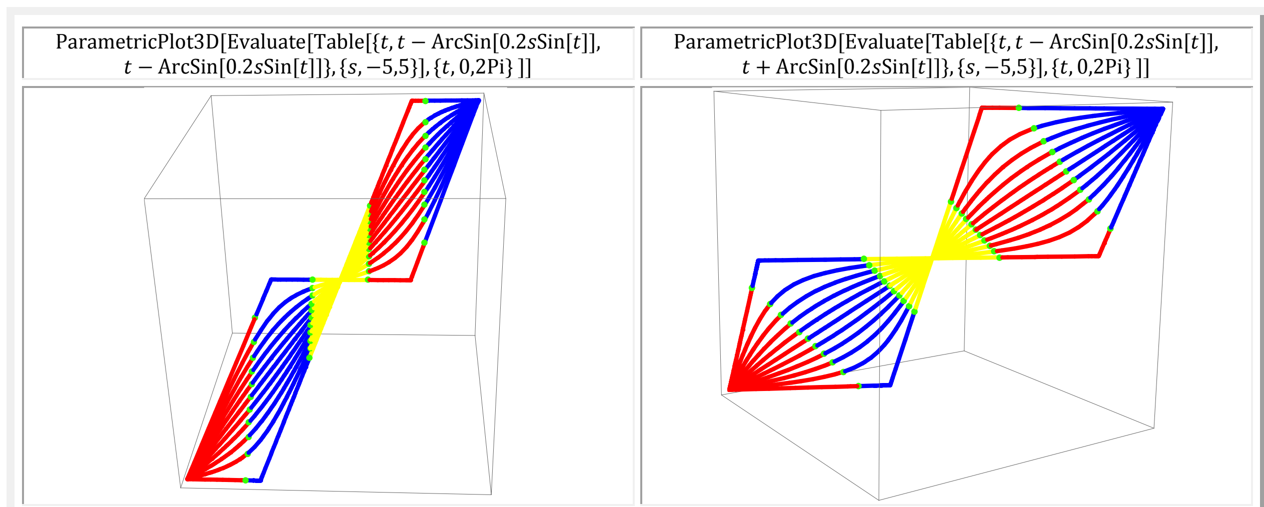
ParametricPlot3D[Evaluate[Table[{t, t − ArcSin[0.2sSin[t]], ArcSin[Sin[t]/Sqrt[2 − 2Cos[t]]]}, {s, −5,5}], {t, 0,2Pi}]]

Fig. 13 **Nove ▲ şi supernove ▼ aexθ ◀ strâmbate de FSM—CE Bexα ▼**

ParametricPlot3D[Evaluate[Table[{t, t + ArcSin[0.2s Sin[t]/Sqrt[1 + (0.2s)^2 − 0.4sCos[t]]],
ArcSin[0.2s Sin[t]/Sqrt[1 + (0.2s)^2 − 0.4sCos[t]]]}, {s, −5,5}], {t, 0,2Pi}]]

ParametricPlot3D[Evaluate[Table[{t, t + ArcSin[0.2s Sin[t]/Sqrt[1 + (0.2s)^2 − 0.4sCos[t]]],
ArcSin[Sin[t]/Sqrt[2 − 2Cos[t]]]}, {s, −5,5}], {t, 0,2Pi}]]

Fig. 14 Nove Aexα ◀ strâmbate de FSM—CE Bexα ▼



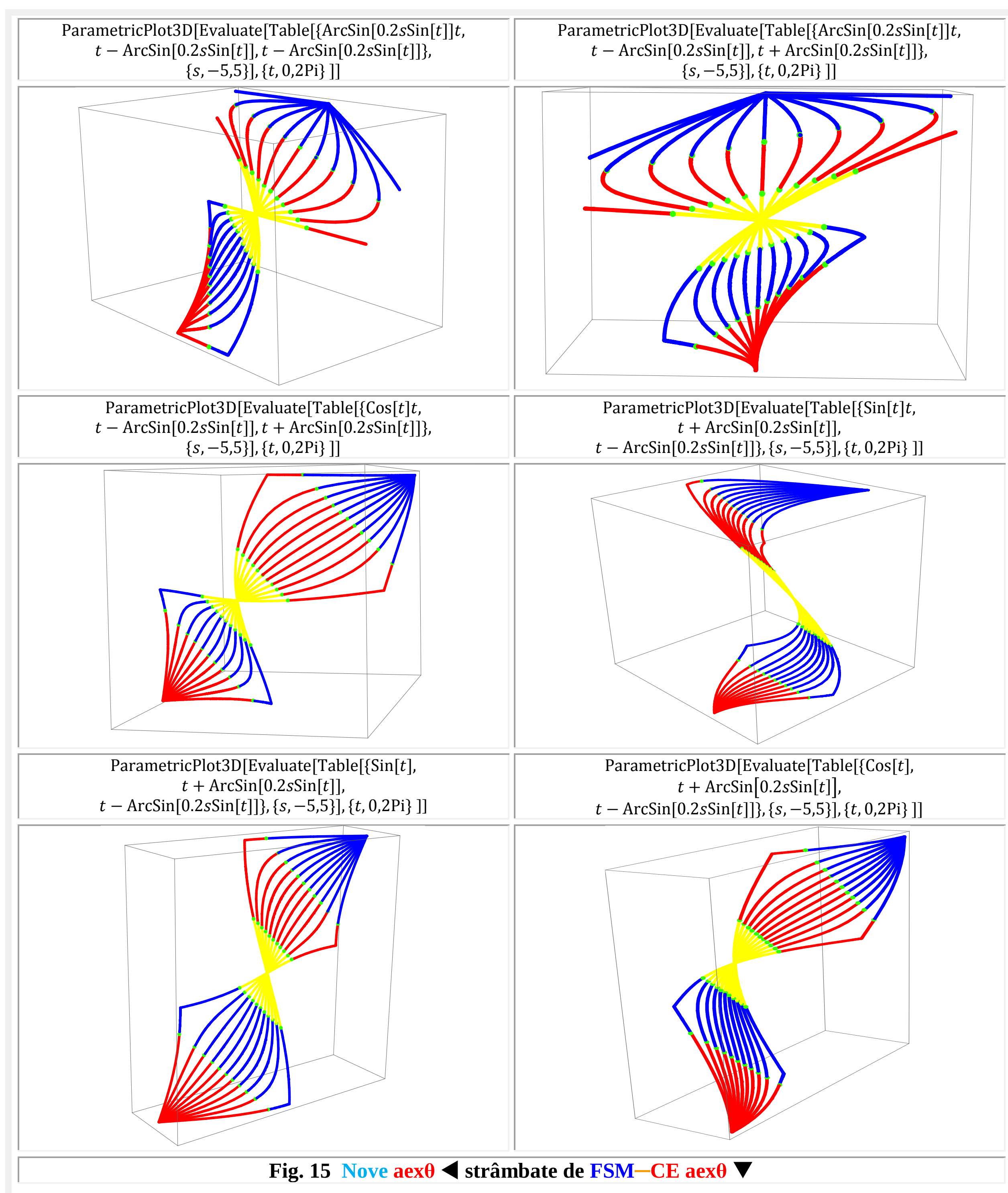
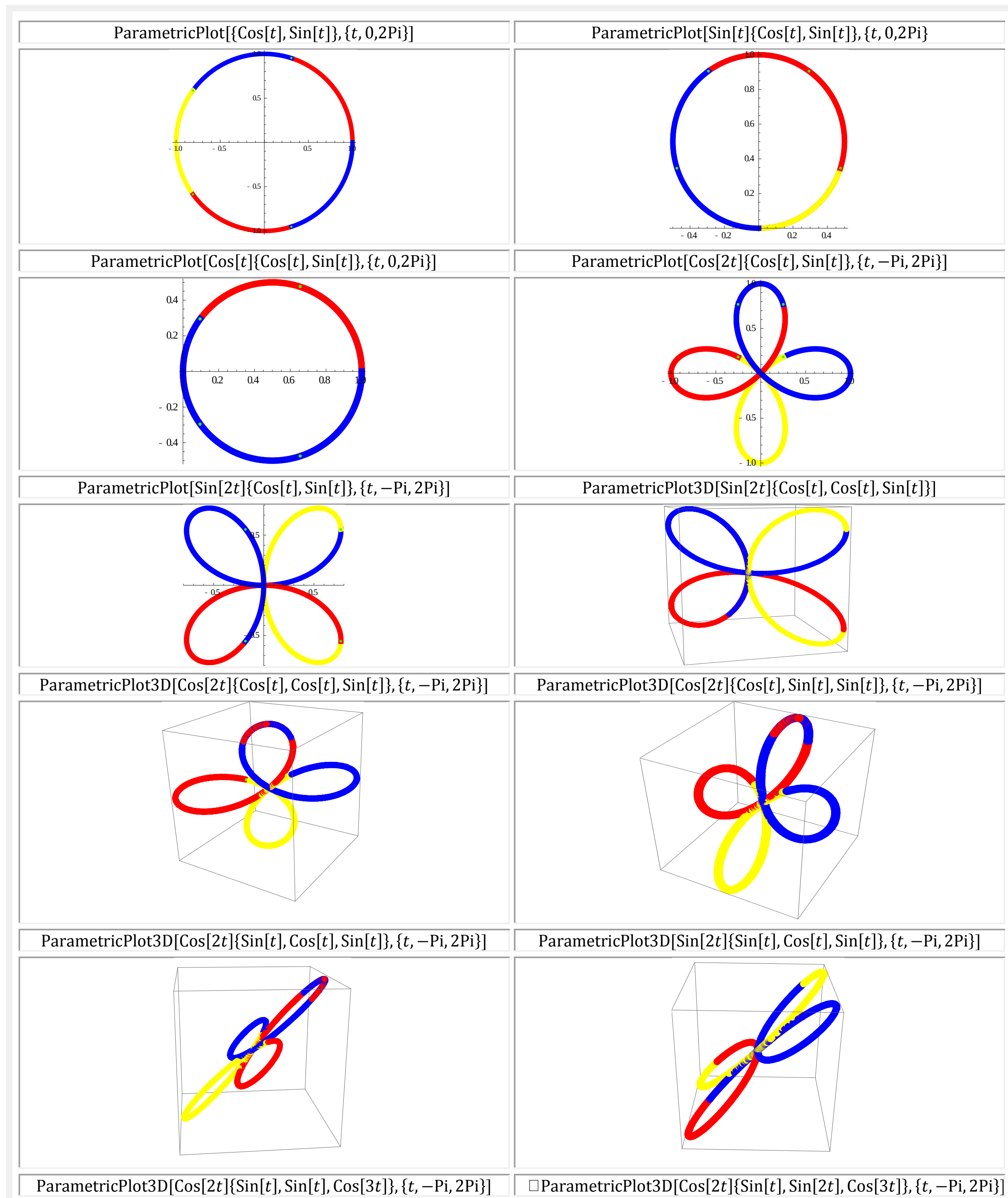
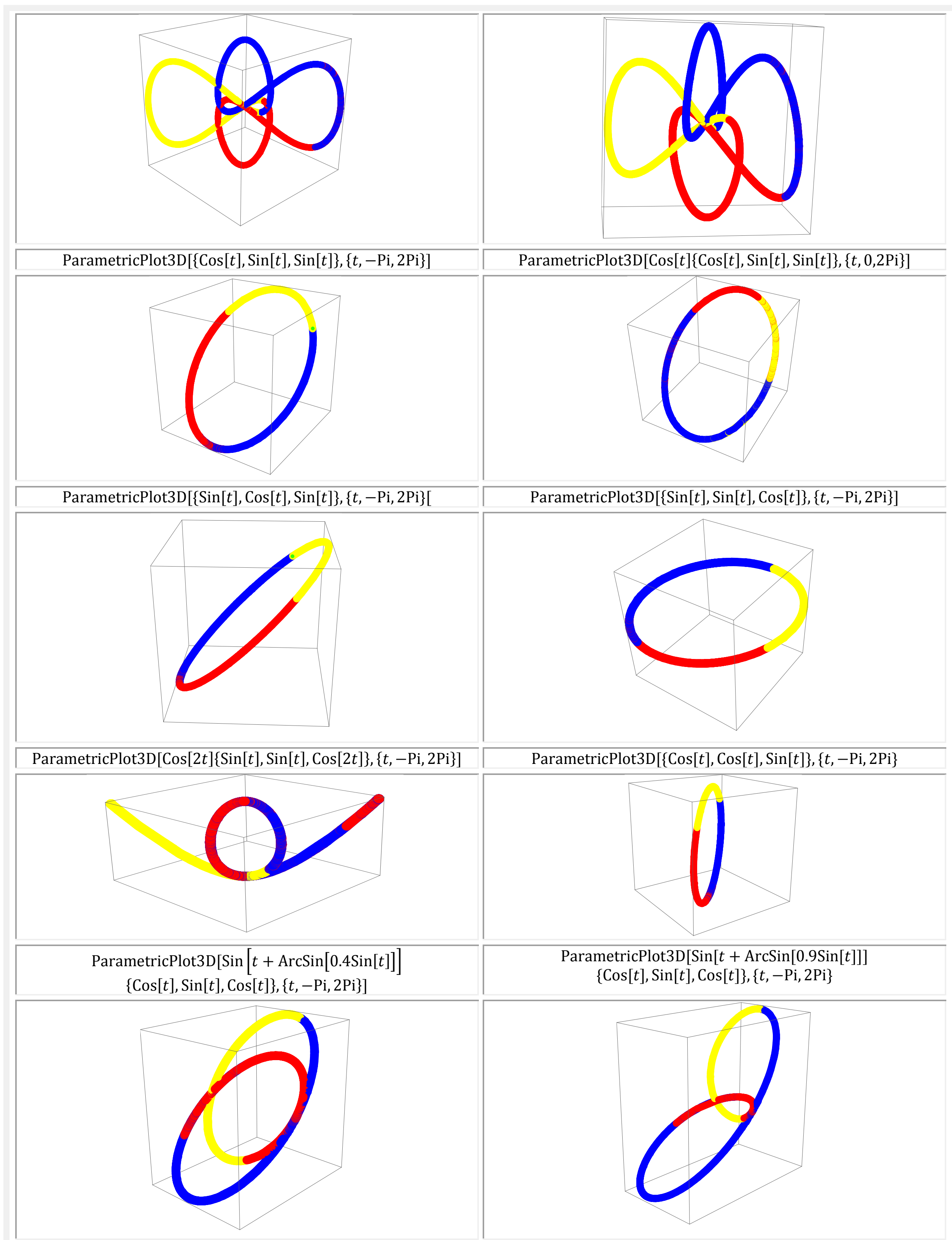


Fig. 15 Nove aexθ ◄ strâmbate de FSM–CE aexθ ▼

În **figura 15** a fost modificat parametrul X cu **FCC cosα ▲** şi, reepectiv, **sinα ▼.**

În **figura 2** sunt prezentate **novele** şi **supernovele** cercului, dintre care deplasarea centrului din origine, adică translatarea, este una dintre posibilităţi, dar care se efectuează altfel decât în mod curent (vezi relaţiile). Prin **sinx** deplasarea se face pe directia **+ y** ▲▶ (y > 0), iar prin **cosx** pe direcţia **+ x** ▼◀ (x > 0).




ParametricPlot3D[{Cos[t], Sin[t], Sin[t]}, {t, −Pi, 2Pi}]
ParametricPlot3D[Cos[t]{Cos[t], Sin[t], Sin[t]}, {t, 0,2Pi}]
ParametricPlot3D[{Sin[t], Cos[t], Sin[t]}, {t, −Pi, 2Pi}[
ParametricPlot3D[{Sin[t], Sin[t], Cos[t]}, {t, −Pi, 2Pi}]
ParametricPlot3D[Cos[2t]{Sin[t], Sin[t], Cos[2t]}, {t, −Pi, 2Pi}]
ParametricPlot3D[{Cos[t], Cos[t], Sin[t]}, {t, −Pi, 2Pi}
ParametricPlot3D[Sin[t + ArcSin[0.4Sin[t]]]
{Cos[t], Sin[t], Cos[t]}, {t, −Pi, 2Pi}]
ParametricPlot3D[Sin[t + ArcSin[0.9Sin[t]]]
{Cos[t], Sin[t], Cos[t]}, {t, −Pi, 2Pi}

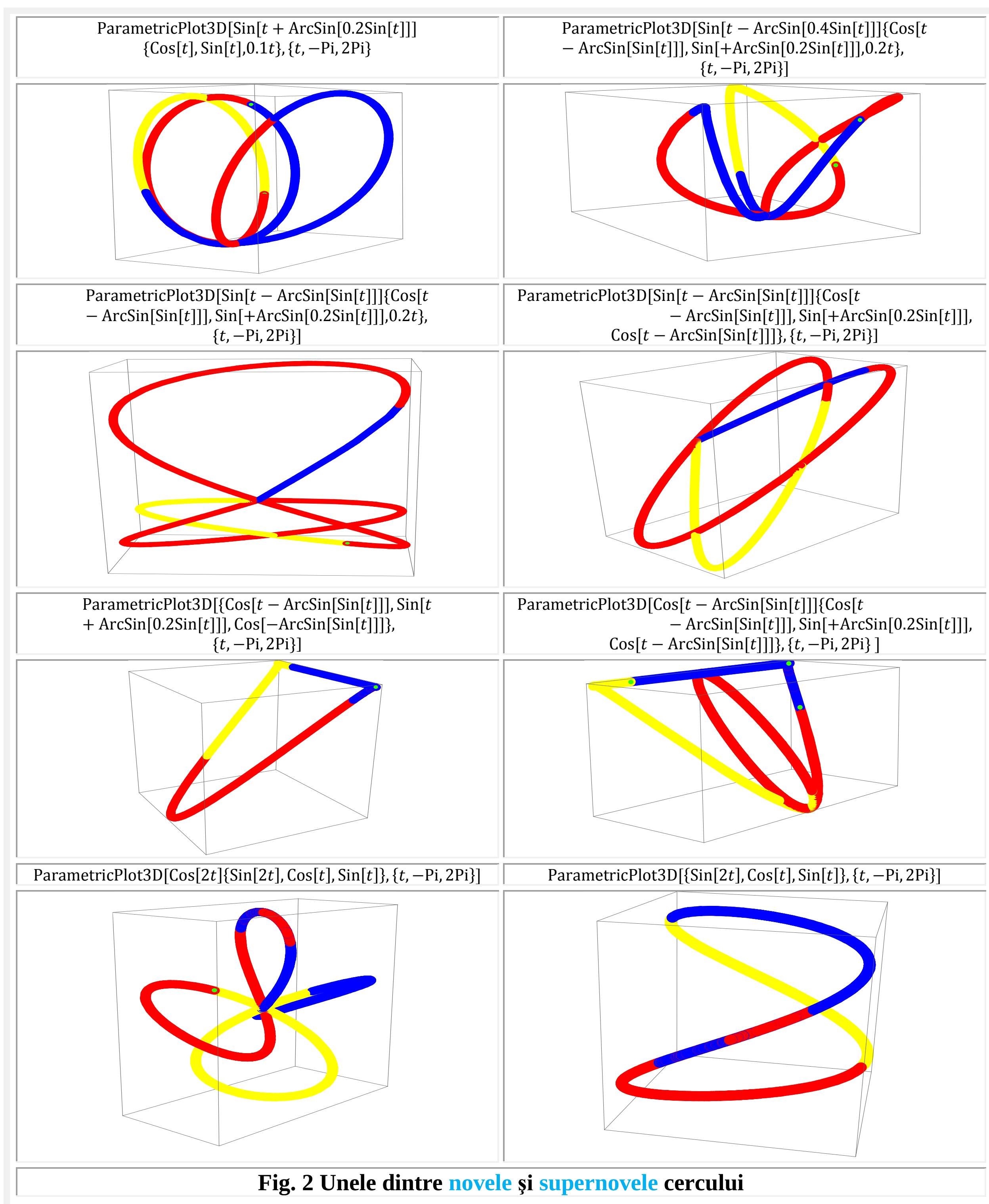
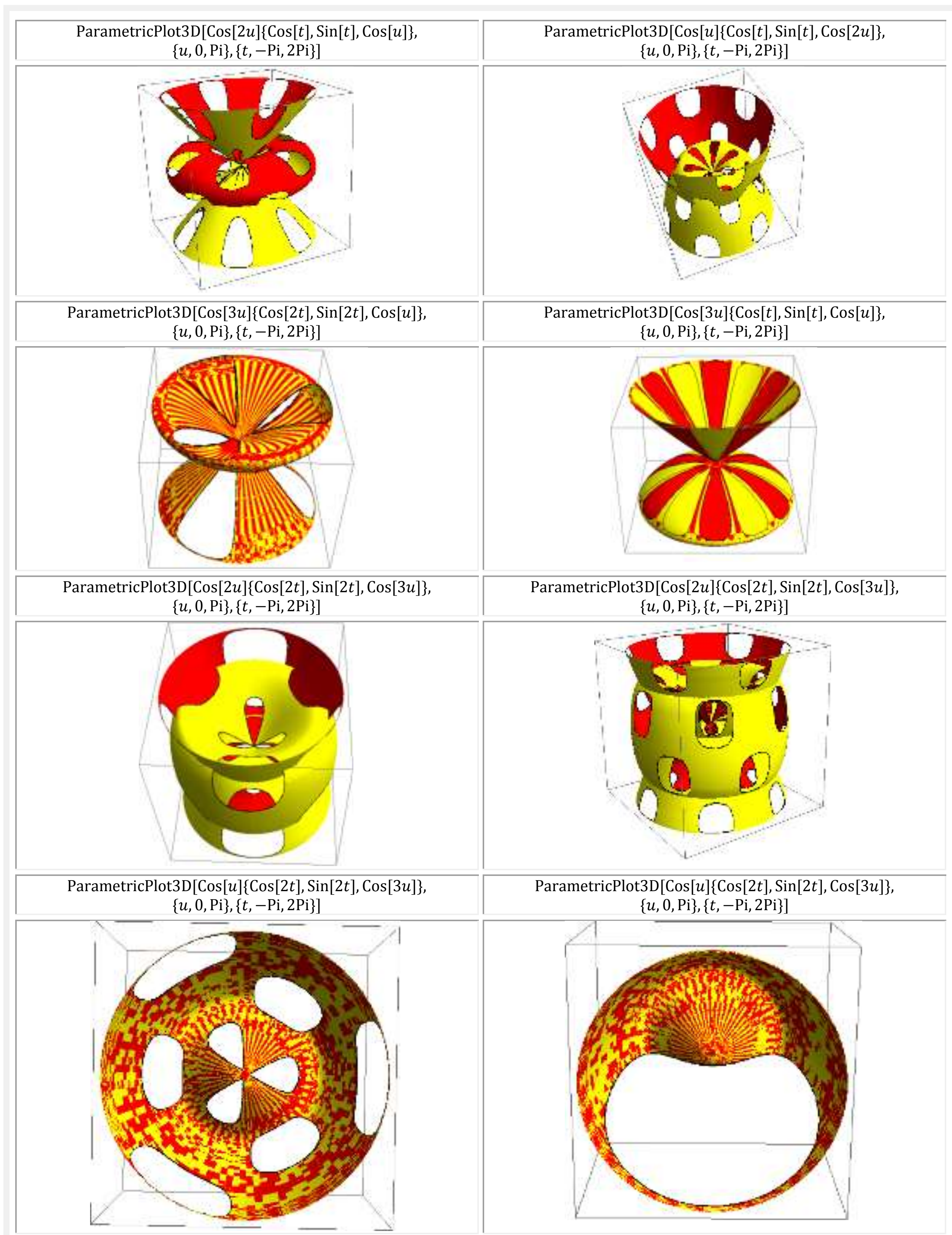


Fig. 2 Unele dintre novele şi supernovele cercului

Prin **cos(2X)** şi **sin(2x)** cercul se transforma într-o roză cu 4 petale în planul **xOy**, iar în **3D** ele sunt în unul dintre planele diametrale al cubului.


ParametricPlot3D[Cos[2u]{Cos[t], Sin[t], Cos[u]}, {u, 0, Pi}, {t, −Pi, 2Pi}]
ParametricPlot3D[Cos[u]{Cos[t], Sin[t], Cos[2u]}, {u, 0, Pi}, {t, −Pi, 2Pi}]
ParametricPlot3D[Cos[3u]{Cos[2t], Sin[2t], Cos[u]}, {u, 0, Pi}, {t, −Pi, 2Pi}]
ParametricPlot3D[Cos[3u]{Cos[t], Sin[t], Cos[u]}, {u, 0, Pi}, {t, −Pi, 2Pi}]
ParametricPlot3D[Cos[2u]{Cos[2t], Sin[2t], Cos[3u]}, {u, 0, Pi}, {t, −Pi, 2Pi}]
ParametricPlot3D[Cos[2u]{Cos[2t], Sin[2t], Cos[3u]}, {u, 0, Pi}, {t, −Pi, 2Pi}]
ParametricPlot3D[Cos[u]{Cos[2t], Sin[2t], Cos[3u]}, {u, 0, Pi}, {t, −Pi, 2Pi}]
ParametricPlot3D[Cos[u]{Cos[2t], Sin[2t], Cos[3u]}, {u, 0, Pi}, {t, −Pi, 2Pi}]

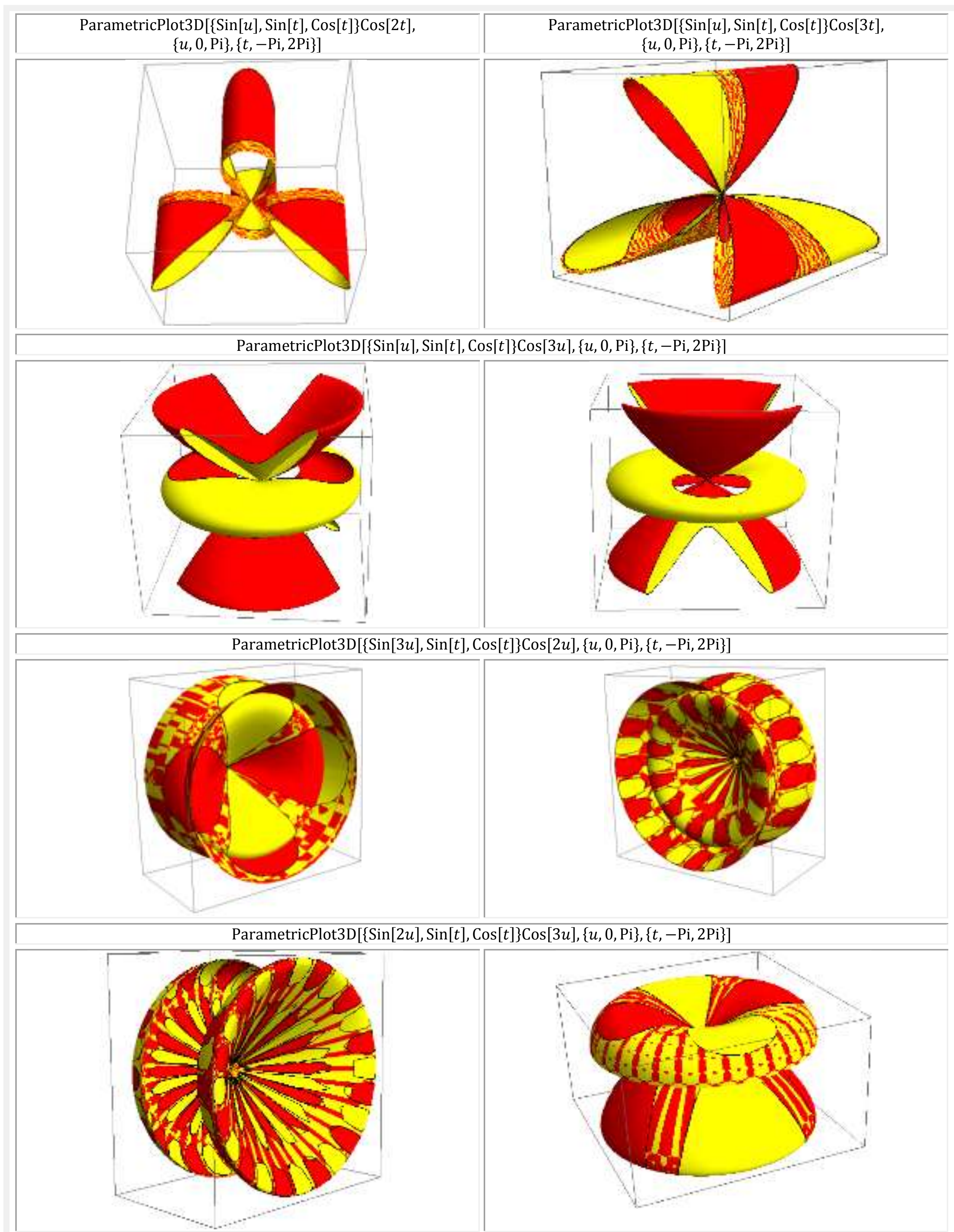
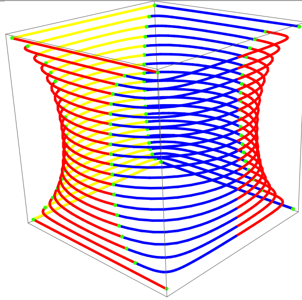
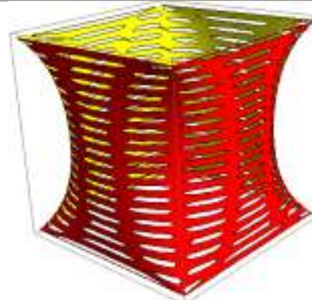
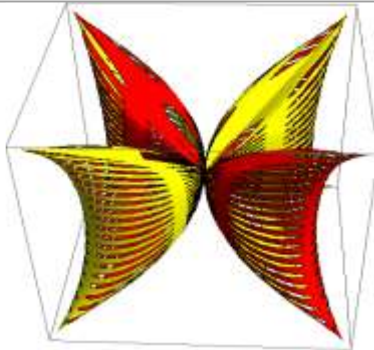
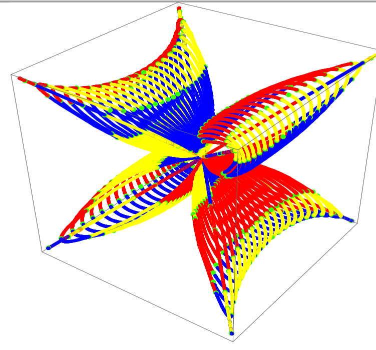
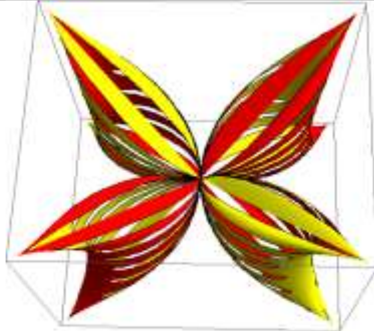
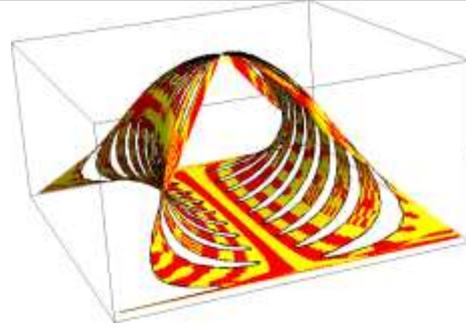
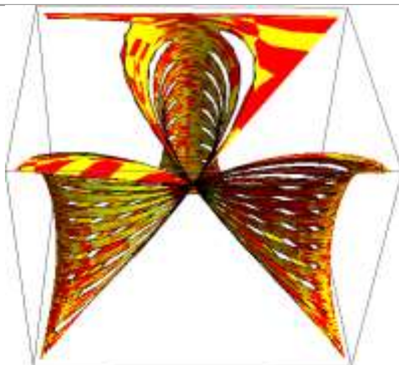
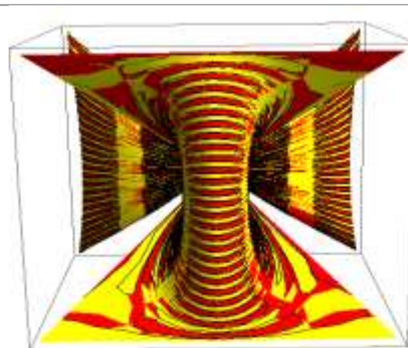

ParametricPlot3D[{Sin[u], Sin[t], Cos[t]}Cos[2t], {u, 0, Pi}, {t, −Pi, 2Pi}]
ParametricPlot3D[{Sin[u], Sin[t], Cos[t]}Cos[3t], {u, 0, Pi}, {t, −Pi, 2Pi}]
ParametricPlot3D[{Sin[u], Sin[t], Cos[t]}Cos[3u], {u, 0, Pi}, {t, −Pi, 2Pi}]
ParametricPlot3D[{Sin[3u], Sin[t], Cos[t]}Cos[2u], {u, 0, Pi}, {t, −Pi, 2Pi}]
ParametricPlot3D[{Sin[2u], Sin[t], Cos[t]}Cos[3u], {u, 0, Pi}, {t, −Pi, 2Pi}]



Fig. 3 Novele şi supernovele circulare

<table>
<tr><td colspan="2">ParametricPlot3D[Evaluate[Table[{Cos[t]/Sqrt[1 − (0.1sSin[t])^{2}] , Sin[t]/Sqrt[1 − (0.1sCos[t])^{2}] , 0.1s}, {s, −10,10}], {t, 0,2Pi}]</td></tr>
<tr><td></td><td></td></tr>
<tr><td colspan="2">□ParametricPlot3D[Evaluate[Table[Sin[2t]{Cos[t]/Sqrt[1 − (0.1sSin[t])^{2}] , Sin[t]/Sqrt[1 − (0.1sCos[t])^{2}] , 0.1s},
{s, −10,10}], {t, 0,2Pi}]</td></tr>
<tr><td></td><td></td></tr>
<tr><td>ParametricPlot3D[Sin[2t]{Cos[t]/Sqrt[1 − (0.1sSin[t])^2],
Sin[t]/Sqrt[1 − (0.1sCos[t])^2] , 0.1s}, {s, −10,10}, {t, 0,2Pi}]</td><td>ParametricPlot3D[Sin[t]{Cos[t]/Sqrt[1 − (0.1sSin[t])^{2}],
Sin[t]/Sqrt[1 − (0.1sCos[t])^2] , 0.1s}, {s, −10,10}, {t, 0,2Pi}]</td></tr>
<tr><td></td><td></td></tr>
<tr><td>□ParametricPlot3D[Sin[3t]{Cos[t]/Sqrt[1 − (0.1sSin[t])^{2}],
Sin[t]/Sqrt[1 − (0.1sCos[t])^2] , 0.1s}, {s, −10,10}, {t, 0,2Pi}]</td><td>ParametricPlot3D[Cos[3t]{Cos[t]/Sqrt[1 − (0.1sSin[t])^{2}],
Sin[t]/Sqrt[1 − (0.1sCos[t])^2] , 0.1s}, {s, −10,10}, {t, 0,2Pi}]</td></tr>
<tr><td></td><td></td></tr>
</table>

ParametricPlot3D[Cos[2t]{Cos[t]/Sqrt[1 − (0.1sSin[t])^2] , Sin[t]/Sqrt[1 − (0.1sCos[t])^2] , 0.1s}, {s, −10,10}, {t, 0,2Pi}

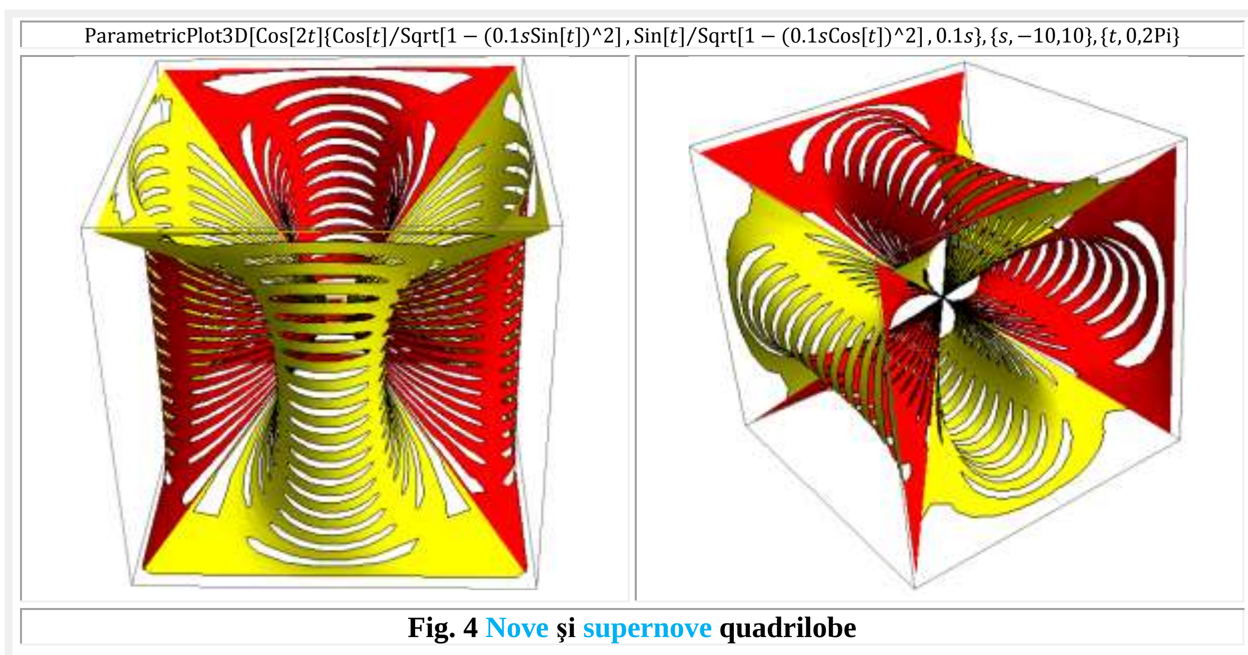
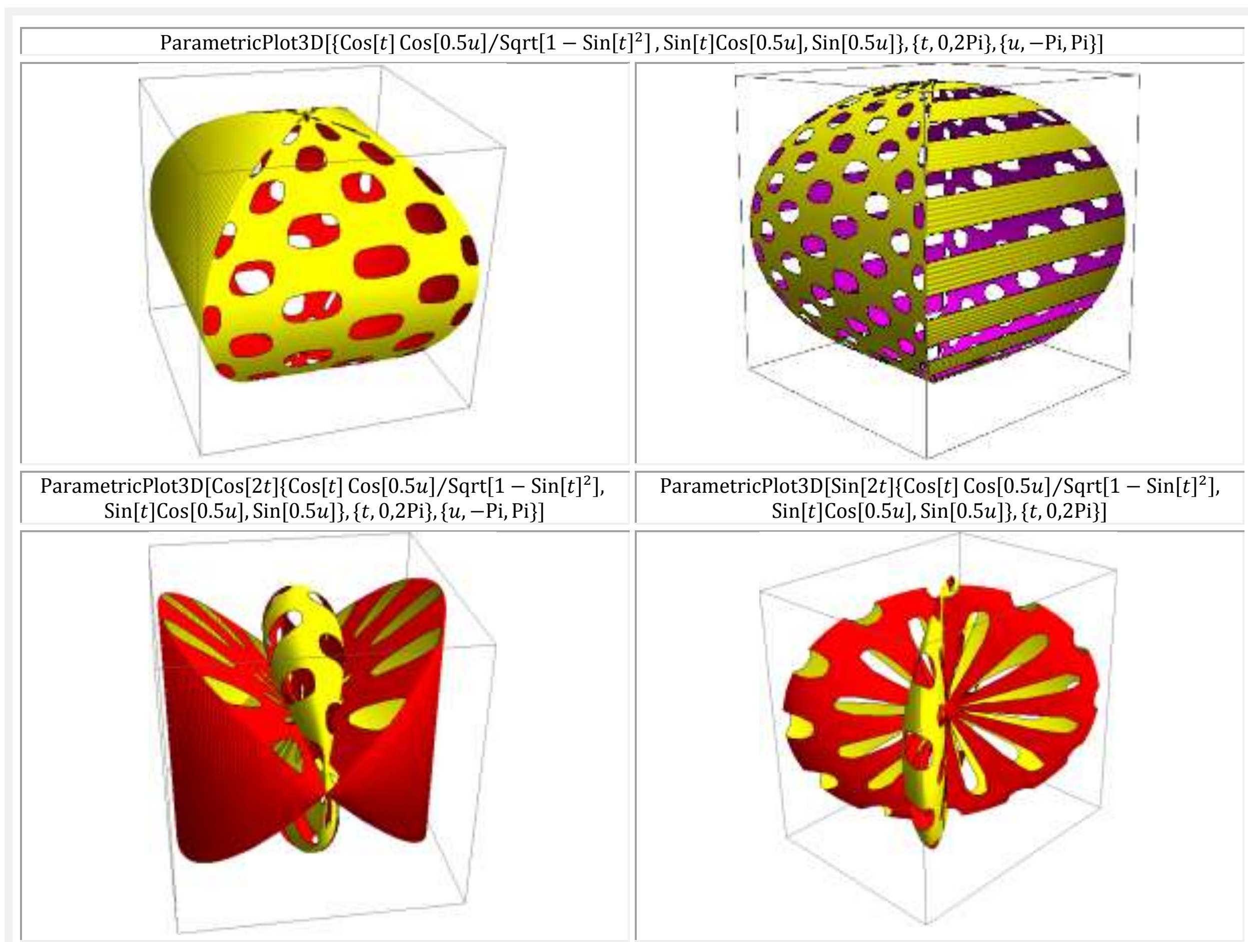


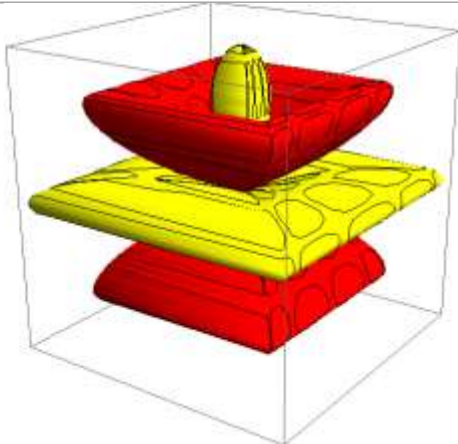
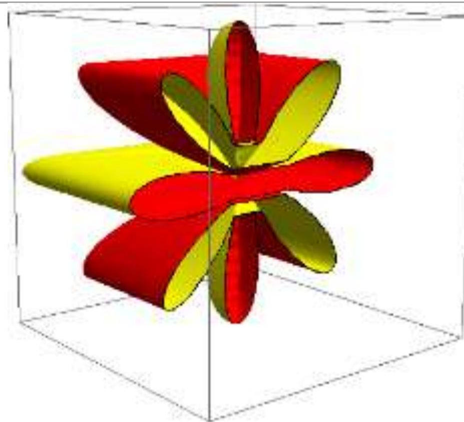
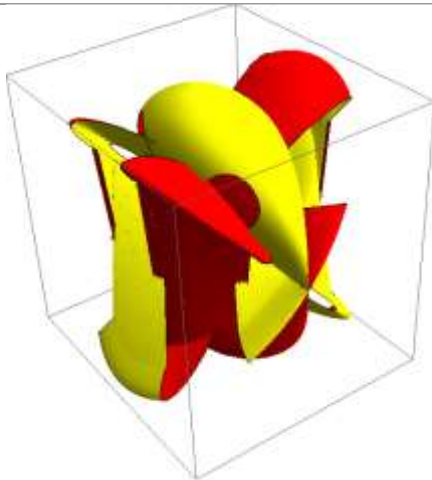
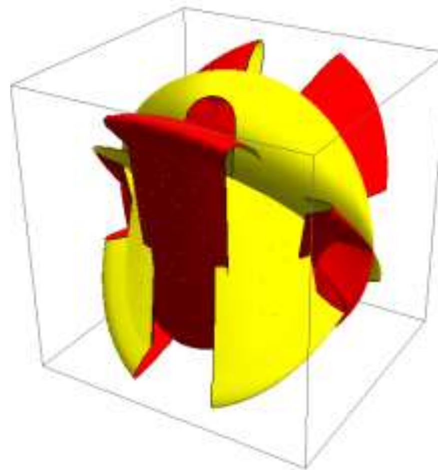
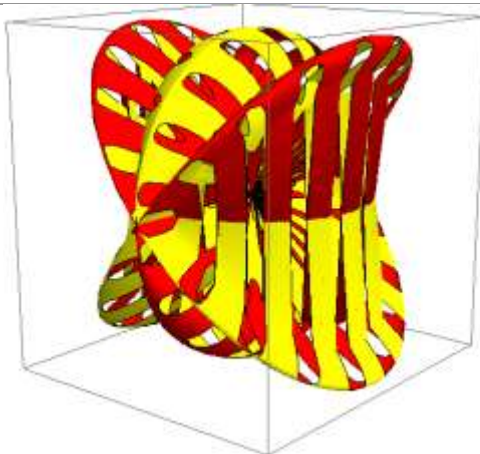
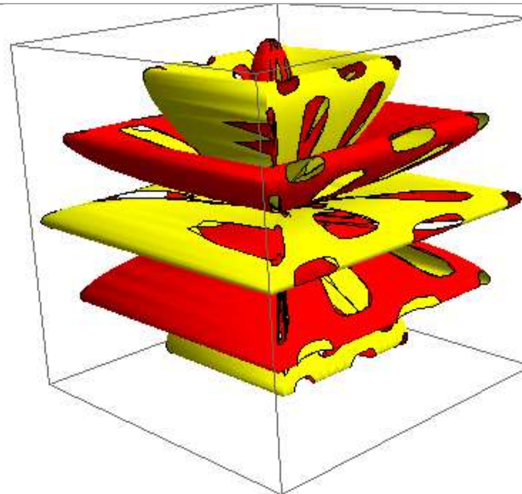
Fig. 4 Nove şi supernove quadrilobe

ParametricPlot3D[{Cos[t] Cos[0.5u]/Sqrt[1 − Sin[t]²] , Sin[t]Cos[0.5u], Sin[0.5u]}, {t, 0,2Pi}, {u, −Pi, Pi}]



ParametricPlot3D[Cos[2t]{Cos[t] Cos[0.5u]/Sqrt[1 − Sin[t]²], Sin[t]Cos[0.5u], Sin[0.5u]}, {t, 0,2Pi}, {u, −Pi, Pi}]

ParametricPlot3D[Sin[2t]{Cos[t] Cos[0.5u]/Sqrt[1 − Sin[t]²], Sin[t]Cos[0.5u], Sin[0.5u]}, {t, 0,2Pi}]

ParametricPlot3D[Cos[2u]{Cos[2t] Cos[0.5u]/Sqrt[1 − Sin[2t]^2],□Sin[2t]Cos[0.5u], Sin[0.5u]}, {t, 0,2Pi}, {u, −Pi, Pi}]	ParametricPlot3D[Cos[2u]{Cos[2t] Cos[0.5u]/Sqrt[1 − Sin[2t]^2],□Sin[2t]Cos[0.5u], Sin[0.5u]}, {t, 0,2Pi}, {u, −Pi, Pi}]
	
ParametricPlot3D[Cos[3t]{Cos[2t] Cos[0.5u]/Sqrt[1 − Sin[2t]^2],□Sin[2t]Cos[0.5u], Sin[0.5u]}, {t, 0,2Pi}, {u, −Pi, Pi}]	
	
ParametricPlot3D[Cos[3t]{Cos[2t] Cos[0.5u]/Sqrt[1 − Sin[2t]^2],□Sin[2t]Cos[0.5u], Sin[0.5u]}, {t, 0,2Pi}, {u, −Pi, Pi}]	ParametricPlot3D[Cos[3u]{Cos[2t] Cos[0.5u]/Sqrt[1 − Sin[2t]^2],□Sin[2t]Cos[0.5u], Sin[0.5u]}, {t, 0,2Pi}, {u, −Pi, Pi}]
	

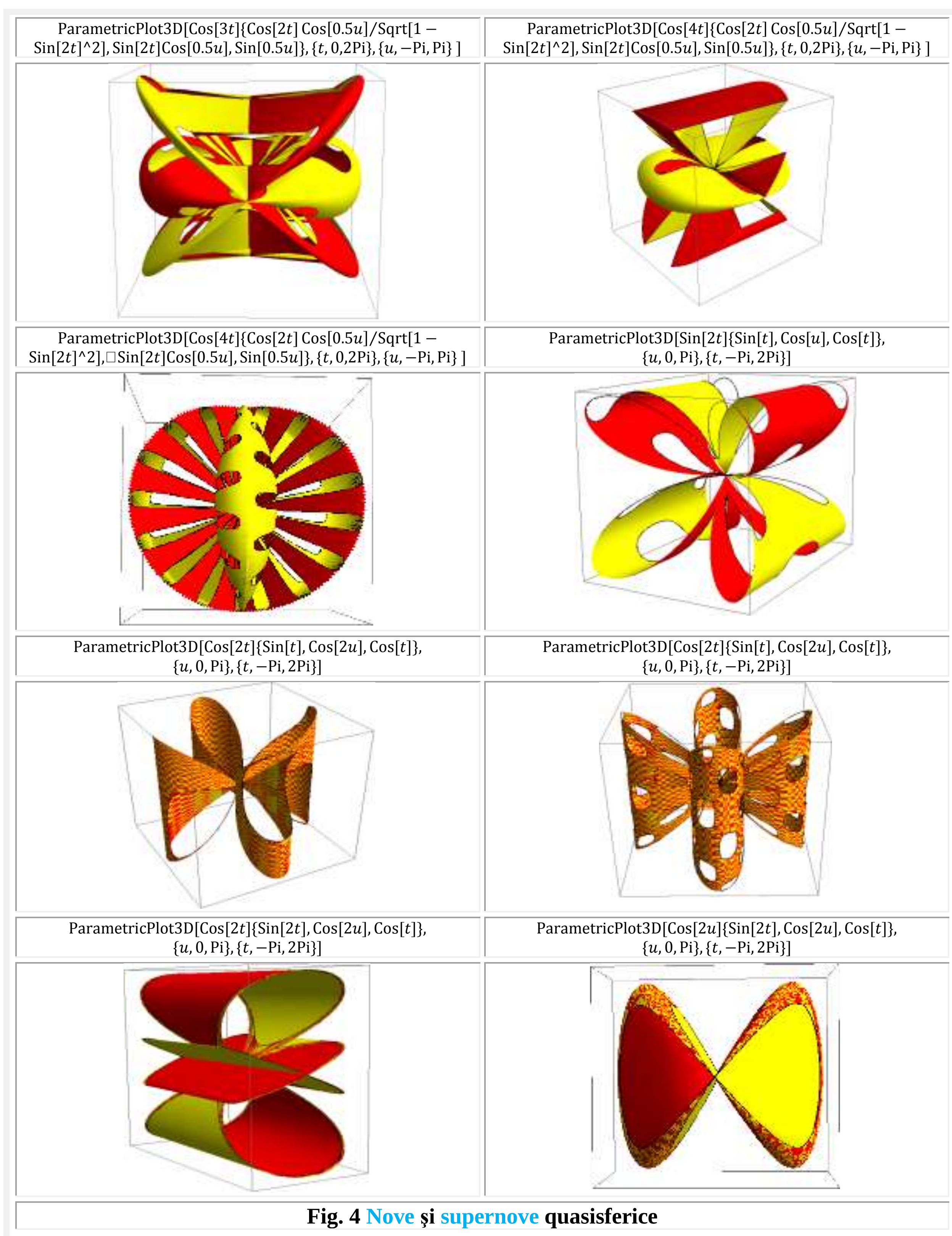


Fig. 4 Nove şi supernove quasisferice

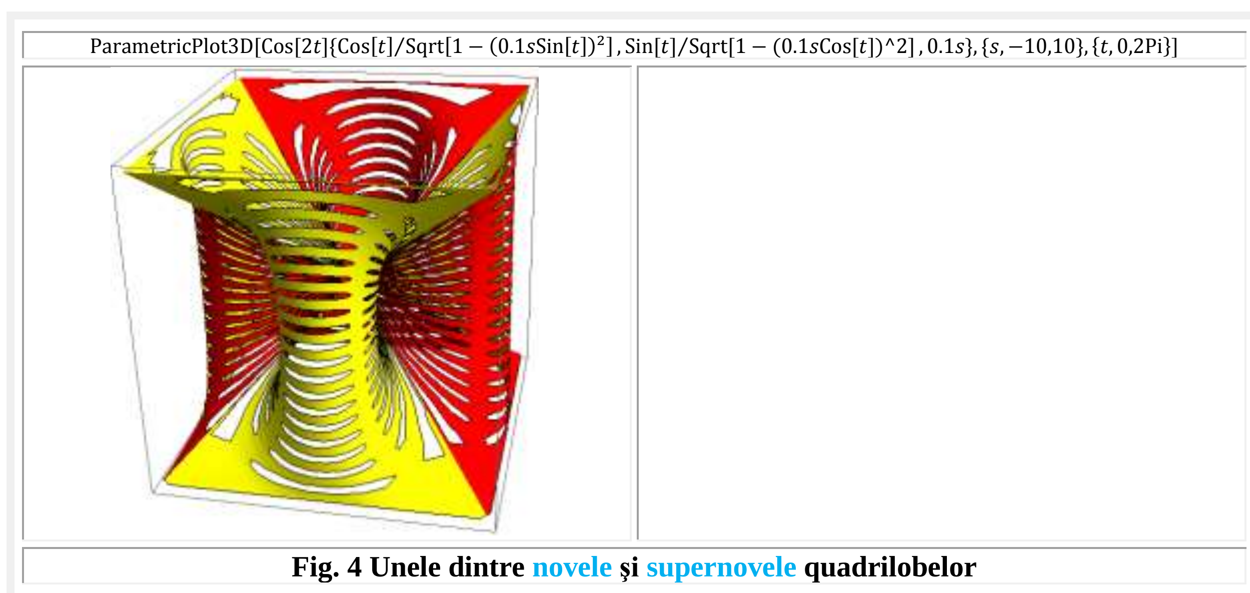


Fig. 4 Unele dintre novele şi supernovele quadrilobelor